ANIQ VA TABIIY FANLARDA DOLZARB MUAMMOLAR

TADQIQOTLAR, NATIJALAR VA TADBIQLAR

Respublika ilmiy-amaliy konferensiyasi

MATERIALLARI





Navoiy davlat universiteti

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA’LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI
NAVOIY DAVLAT UNIVERSITETI

ANIQ VA TABIIY FANLARDA DOLZARB MUAMMOLAR: TADQIQOTLAR, NATIJALAR VA TADBIQLAR

RESPUBLIKA ILMIY-AMALIY KONFERENSIYASI

M A T E R I A L L A R I

2026 yil 28-29 aprel

Navoiy – 2026

Aniq va tabiiy fanlarda dolzarb muammolar: tadqiqotlar, natijalar va tadbiqlar. Respublika ilmiy-amaliy konferensiyasi materiallari. – Navoiy: NavDU, 2026. – 500 bet.

Mazkur respublika ilmiy-amaliy konferensiyasi materiallari aniq va tabiiy fanlarni o‘qitishda innovatsion yondashuvlarni joriy etishning dolzarb jihatlarini yoritishga qaratilgan. To‘plamda o‘z ifodasini topgan maqolalar ta’lim sifati va samaradorligini oshirishga xizmat qiluvchi nazariy va amaliy ishlanmalarni, zamonaviy raqamli texnologiyalar hamda sun’iy intellekt asosidagi ta’lim platformalarini o‘qituvchilarning faoliyatiga integratsiya qilish tajribalarini o‘z ichiga oladi.

Konferensiyada ilgari surilgan ilmiy-metodik taklif va tavsiyalar orqali o‘quv jarayonida shakllantirilayotgan kompetensiyalarning real amaliyotda qanday tatbiq etilayotgani chuqur tahlil qilinadi. Shuningdek, ushbu to‘plamda pedagoglarning kasbiy faoliyatida qo‘llanilayotgan ilg‘or tajribalari, innovatsion metodikalarning o‘quvchi va talabalar bilimini mustahkamlashdagi o‘rni, ularning ijodiy va tanqidiy tafakkurini rivojlantirishdagi samaradorligi namoyon etilgan.

Alohida e’tibor, matematikaning fundamental muammolari va ularning yechimlariga, aniq va tabiiy fanlarni o‘qitishda progressiv pedagogik texnologiyalarni qo‘llash orqali ta’limning zamonaviy modellari asosida yondashishga qaratilgan. Shu bilan birga, ta’lim sohasida olib borilayotgan ilmiy izlanishlarning natijalari hamda ularning yurtimizda innovatsion ta’lim muhitini shakllantirishdagi o‘rni yoritib berilgan.

Mazkur to‘plam O‘zbekiston Respublikasi ta’lim tizimini jahon andozalari darajasiga olib chiqish, raqobatbardosh, malakali va ijtimoiy faol mutaxassislarni tayyorlashda muhim nazariyamaliy manba bo‘lib xizmat qiladi. Unda ilm ahli tomonidan e’tirof etilgan aniq va tabiiy fanlar bo‘yicha taniqli olimlar, tajribali pedagoglar, yosh tadqiqotchilar, magistrantlar va talabalar tomonidan tayyorlangan ilmiy maqolalar jamlangan.

TAHRIR HAY’ATI

M. B. Kalonov – NavDU rektori, rais

S. O. Xujjiyev – NavDU Ilmiy ishlar va innovatsiyalar bo‘yicha prorektori, rais o‘rinbosari

D. N. Ashurova – NavDU “Matematika” kafedrasi mudiri

A. Hakimov – “Matematika” kafedrasi dotsenti, f.-m.f.n.

S. X. Abjalilov – “Matematika” kafedrasi dotsenti, f.-m.f.n.

N. M. Ibodullayeva – “Matematika” kafedrasi katta o‘qituvchisi

To‘plamdan o‘rin olgan maqolalarning saviyasi, sifati va ilmiy dalillarning haqqoniyligi hamda mazmuni uchun mualliflar mas’uldirlar.

Navoiy davlat universiteti, 2026

KALONOV MUXIDDIN BAXRIDDINOVICH

Navoiy davlat universiteti rektori, professor



NAVOIY DAVLAT UNIVERSITETI REKTORINING KONFERENSIYA OCHILISH MAROSIMIDAGI KIRISH SO‘ZI

“Aniq va tabiiy fanlarda dolzarb muammolar: tadqiqotlar, natijalar va tadbiqlar” mavzusidagi Respublika ilmiy-amaliy konferensiyasi ochilishiga bag‘ishlanadi.

Hurmatli mehmonlar, aziz olimlar, professor-o‘qituvchilar, tadqiqotchilar, magistrantlar, talabalar va barcha ilm fidoyilari!

Bugun biz ta’lim va fan sohasida dolzarb ahamiyat kasb etayotgan masalalarni muhokama qilish, zamonaviy yondashuvlar asosida fikr almashish maqsadida “***Aniq va tabiiy fanlarda dolzarb muammolar: tadqiqotlar, natijalar va tadbiqlar***” mavzusidagi respublika ilmiy-amaliy konferensiyada jam bo‘ldik. Barchangizni ushbu nufuzli anjuman bilan samimiy muborakbod etaman.

Ma’lumki, so‘nggi yillarda mamlakatimizda ilm-fan, xususan matematika sohasini rivojlantirish, uni xalqaro miqyosda munosib o‘rin egallashiga erishish yo‘lida izchil islohotlar amalga oshirilmoqda. “Matematika – kelajak poydevori” tamoyili asosida iqtidorli yoshlarni aniqlash, ularni qo‘llab-quvvatlash, yuqori malakali ilmiy kadrlar tayyorlashga alohida e’tibor qaratilmoqda. Bu borada maxsus maktablar, ilmiy markazlar va innovatsion platformalar faoliyati kengayib bormoqda.

Mazkur konferensiya doirasida erishilgan yutuqlarni amaliyotga joriy etish, ta’lim jarayoniga ilg‘or pedagogik texnologiyalarni tatbiq qilish, sun’iy intellekt va raqamli vositalardan samarali foydalanish, shuningdek, o‘qituvchilarning kasbiy kompetensiyalarini yanada rivojlantirish masalalari yuzasidan keng qamrovli ilmiy muhokamalar olib boriladi.

Aniq va tabiiy fanlar nafaqat nazariy bilimlar majmui, balki innovatsion rivojlanish, tahliliy tafakkur va zamonaviy kasb-hunarlarning mustahkam asosi hisoblanadi. Shu jihatdan, bunday ilmiy anjumanlar o‘qitish sifatini oshirish, nazariya va amaliyot uyg‘unligini ta’minlash hamda ilmiy hamkorlikni kuchaytirishda muhim o‘rin tutadi.

Ishonamanki, ushbu konferensiya siz, hurmatli ishtirokchilar uchun yangi g‘oyalar manbai bo‘lib, istiqbolli ilmiy izlanishlar va samarali hamkorliklarga zamin yaratadi.

Barchangizga mazmunli munozaralar, samarali fikr almashuvlar va muvaffaqiyatli ilmiy faoliyat tilayman. Konferensiyamiz barchamiz uchun foydali va ilhom baxsh etuvchi bo‘lsin!

Konferensiyamizga xush kelibsiz!



LAQAYEV SAIDAXMAT NORJIGITOVICH

O‘zbekiston fanlar akademiyasi haqiqiy a’zosi, fizika-matematika fanlari doktori, professor,
slakaev@mail.ru

SUN’IY INTELLEKT VA UNING FAN HAMDA TA’LIMDAGI O’RNI MATEMATIKA FANI MISOLIDA

Ushbu maqolada sun’iy intellektning fan, ta’lim va ilmiy tadqiqotlardagi o’rni yoritiladi. Ayniqsa, matematika fanida sun’iy intellektdan foydalanish imkoniyatlari, uning ilmiy izlanishlarga qo’shayotgan hissasi, matematik masalalarni yechishdagi roli hamda mavjud cheklovlari tahlil qilinadi. Maqolada algebra, matematik analiz va spektral nazariya kabi sohalardan misollar keltiriladi.

Kalit so’zlar: sun’iy intellekt, matematika, ta’lim, ilmiy tadqiqot, algoritm, matematik model, isbot, xos qiymat.

1 Kirish

Bugungi kunda sun’iy intellekt fan va ta’lim sohasida muhim texnologiyalardan biriga aylanmoqda. U katta hajmdagi ma’lumotlarni tahlil qilish, murakkab hisob-kitoblarni bajarish, matn yozish, dastur tuzish, ilmiy gipotezalar taklif qilish va o’quv jarayonini individuallashtirishda keng qo’llanilmoqda.

Sun’iy intellekt deganda inson tafakkuriga xos ayrim jarayonlarni kompyuter tizimlari yordamida bajarish tushuniladi. Bunday tizimlar ma’lumotni qayta ishlaydi, tahlil qiladi, muammoga yechim taklif qiladi va ayrim hollarda yangi g’oyalarni shakllantirishga yordam beradi.

Matematika fanida sun’iy intellektning ahamiyati ayniqsa katta. Chunki matematika mantiqiy fikrlash, formulalar, algoritmlar, modellar va isbotlarga asoslanadi. Shu sababli sun’iy intellekt matematik masalalarni yechish, natijalarni tekshirish va ilmiy izlanishlarni tezlashtirishda foydali vosita bo’la oladi.

2 Sun’iy intellektning ta’limdagi o’rni

Ta’lim jarayonida sun’iy intellekt o’quvchiga mavzuni tushuntirish, xatolarini ko’rsatish va individual mashqlar tavsiya qilishda yordam beradi. Masalan, o’quvchi kvadrat tenglamani yechishda qiynalsa, sun’iy intellekt yechimni bosqichma-bosqich tushuntirib berishi mumkin:

$$x^2 - 5x + 6 = 0.$$

Bu tenglama quyidagicha ajratiladi:

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3).$$

Demak,

$$(x - 2)(x - 3) = 0,$$

bundan

$$x = 2 \quad \text{yoki} \quad x = 3.$$

Bunday tushuntirish o’quvchiga faqat javobni emas, balki yechim yo’lini ham anglashga yordam beradi. Shuningdek, sun’iy intellekt o’qituvchiga testlar tuzish, turli darajadagi masalalar tayyorlash, dars rejasini shakllantirish va o’quvchilarning bilim darajasini tahlil qilishda yordam berishi mumkin.

3 Ilmiy tadqiqotda sun’iy intellektning qo’llanishi

Sun’iy intellekt ilmiy tadqiqotlarda ham muhim yordamchi vosita sifatida qo’llanilmoqda. Ilmiy izlanish jarayonida tadqiqotchi ko’plab maqolalarni o’rganadi, matematik modellar tuzadi, hisob-kitoblar bajaradi, natijalarni solishtiradi va yangi xulosalar chiqaradi. Sun’iy intellekt ushbu jarayonlarning bir qismini tezlashtirishga yordam beradi.

Ilmiy tadqiqotda sun’iy intellekt quyidagi vazifalarni bajarishi mumkin:

1. ilmiy adabiyotlarni umumlashtirish va asosiy g’oyalarni ajratib berish;
2. matematik modellar tuzishda dastlabki takliflar berish;
3. murakkab hisob-kitoblarni bajarish;
4. sonli tajribalar uchun dastur kodlari yozish;
5. grafiklar, jadvallar va diagrammalar tayyorlash;
6. ilmiy gipotezalar taklif qilish;
7. teorema va isbotlardagi ayrim mantiqiy bo’shliqlarni ko’rsatish;
8. ilmiy maqola matnini tahrirlash va tartibga solish.

Masalan, matematik tadqiqotchi biror jarayonni quyidagi funksiya orqali modellashtirsin:

$$f(x) = x^2 + 2x + 1.$$

Sun’iy intellekt bu funksiyani soddalashtirishga yordam beradi:

$$f(x) = (x+1)^2.$$

Bundan funksiya eng kichik qiymatga $x = -1$ nuqtada erishishi ko’rinadi:

$$f(-1) = 0.$$

Bu oddiy misol bo’lsa-da, ilmiy tadqiqotlarda bunday yondashuv murakkab modellar, differensial tenglamalar, optimallashtirish masalalari va spektral nazariya muammolarida ham qo’llanishi mumkin.

4 Matematik tadqiqotlarda qo’llanishiga misollar

Matematika fanida sun’iy intellekt xos qiymatlar, matritsalar, tenglamalar, funksiyalar va algoritmlar bilan bog’liq masalalarda yordamchi vosita bo’lishi mumkin. Masalan, quyidagi matritsa berilgan bo’lsin:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Uning xos qiymatlari quyidagi tenglama orqali topiladi:

$$\det(A - \lambda I) = 0.$$

Bu yerda

$$A - \lambda I = \begin{pmatrix} 2-\lambda & 1 \\ 1 & 2-\lambda \end{pmatrix}.$$

Shuning uchun

$$\det(A - \lambda I) = (2-\lambda)^2 - 1 = 0.$$

Demak,

$$(2-\lambda)^2 = 1.$$

Bundan

$$\lambda_1 = 1, \qquad \lambda_2 = 3.$$

Bunday hisoblar spektral nazariya, kvant mexanikasi, tebranishlar nazariyasi va differensial tenglamalarda muhim ahamiyatga ega. Sun’iy intellekt bunday hisoblarni tez bajarishi, natijalarni tekshirishi va ularni dasturiy ko’rinishda tahlil qilishi mumkin.

5 Sun’iy intellekt yangi matematik muammolarni hal qilishda

So’nggi yillarda sun’iy intellekt matematika sohasida ham yangi natijalarni topishga yordam bermoqda. Masalan, ayrim tizimlar matritsalarni ko’paytirish uchun samaraliroq algoritmlarni topgan, kombinatorika va geometriya masalalarida yangi yondashuvlar taklif qilgan. Bundan tashqari, sun’iy intellekt Erdosh masalalari deb ataladigan ochiq matematik muammolarni

o’rganishda ham qo’llanilib, ayrim hollarda yangi yechimlar topishga, ayrim hollarda esa avvalgi ilmiy adabiyotlarda mavjud bo’lgan yechimlarni aniqlashga yordam bergan.

6 Erdosh masalalari va sun’iy intellekt

Sun’iy intellektning matematika sohasidagi yana bir qiziqarli qo’llanishi Erdosh masalalari bilan bog’liq. Paul Erdosh XX asrning eng sermahsul matematiklaridan biri bo’lib, u sonlar nazariyasi, kombinatorika, graflar nazariyasi va analiz kabi ko’plab sohalarda yuzlab muammolarni taklif qilgan. Bu muammolarning ayrimlari o’nlab yillar davomida ochiq qolgan.

So’nggi yillarda sun’iy intellekt tizimlari Erdosh masalalarini o’rganishda ham qo’llanila boshlandi. Masalan, ayrim sun’iy intellekt tizimlari Erdosh masalalari bazasidagi ochiq muammolarni tahlil qilib, ba’zi masalalar uchun yangi yechimlar topishga yordam bergan. Boshqa hollarda esa sun’iy intellekt muammo aslida avvalroq ilmiy adabiyotlarda yechilganini aniqlagan. Bu holat sun’iy intellektning nafaqat hisoblash, balki ilmiy adabiyotlarni izlash, taqqoslash va mavjud natijalarni aniqlashda ham foydali bo’lishi mumkinligini ko’rsatadi.

Bu misol sun’iy intellektning matematik tadqiqotdagi ikki muhim vazifasini ko’rsatadi. Birinchidan, u yangi g’oya yoki yechim yo’lini taklif qilishi mumkin. Ikkinchidan, u katta hajmdagi ilmiy ma’lumotlar orasidan kerakli natijalarni topishga yordam beradi. Ayniqsa, ko’p yillar davomida turli jurnallarda tarqalib ketgan natijalarni topish tadqiqotchi uchun qiyin bo’lishi mumkin. Sun’iy intellekt esa bunday izlanishni tezlashtiradi.

Shu bilan birga, Erdosh masalalari misoli sun’iy intellektdan foydalanishda ehtiyotkorlik zarurligini ham ko’rsatadi. Agar sun’iy intellekt biror masala uchun yechim taklif qilsa, bu yechim darhol isbotlangan natija sifatida qabul qilinmasligi kerak. Uni mutaxassis matematiklar tekshirishi, mavjud adabiyotlar bilan solishtirishi va mantiqiy jihatdan to’liq asoslanganini tasdiqlashi zarur.

Demak, Erdosh masalalari misolida sun’iy intellekt matematik tadqiqotlarda yangi imkoniyatlar ochayotganini ko’rish mumkin. U murakkab masalalarni o’rganishda yordamchi, izlovchi va tahlil qiluvchi vosita sifatida xizmat qiladi. Ammo yakuniy ilmiy baho, qat’iy isbot va natijaning yangiligini aniqlash tadqiqotchi inson zimmasida qoladi.

7 Sun’iy intellekt nimalarni yaxshi bajaradi?

Sun’iy intellekt quyidagi vazifalarni nisbatan yaxshi bajaradi:

1. katta hajmdagi ma’lumotlarni tez tahlil qilish;
2. standart matematik masalalarni yechish;
3. dastur kodlari yozish;
4. grafiklar va jadvallar tayyorlash;
5. mavjud maqolalarni qisqacha umumlashtirish;
6. ilmiy matnni tahrirlash;
7. oddiy va o’rta murakkablikdagi isbotlarni tushuntirish;
8. matematik gipotezalar taklif qilish.

Masalan, tadqiqotchi sun’iy intellektga quyidagicha topshiriq berishi mumkin:

Berilgan operatorning xos qiymatlarini sonli usulda hisoblash uchun dastur yozib ber.

Yoki:

Ushbu teorema isbotida qaysi shartlar yetarli emasligini tekshirib ber.

Bunday vazifalarda sun’iy intellekt tadqiqotchining vaqtini tejaydi va ilmiy ishning texnik qismlarini tezlashtiradi.

8 Sun’iy intellekt nimalarni yaxshi bajara olmaydi?

Sun’iy intellektning imkoniyatlari katta bo’lsa-da, uning cheklovlari ham mavjud. U ba’zan tashqi ko’rinishidan ishonchli, lekin matematik jihatdan noto’g’ri javob berishi mumkin. Ayniqsa, murakkab isbotlar, yangi teoremalar va nozik nazariy tushunchalarda ehtiyotkorlik zarur.

Sun’iy intellekt quyidagi vazifalarda har doim ham ishonchli emas:

1. yangi teoremani to’liq va qat’iy isbotlash;
2. ilmiy yangilik darajasini aniq baholash;
3. barcha mavjud adabiyotlarni to’liq qamrab olish;

4. murakkab nazariy tushunchalarni tajribali va bilimli inson darajasida anglash hamda mustaqil ilmiy baholash;

5. funksional analiz, spektral nazariya yoki differensial tenglamalardagi nozik shartlarni to’liq tekshirish;

6. maqolaning jurnal talablariga to’liq mosligini kafolatlash.

Masalan, sun’iy intellekt quyidagi noto’g’ri xulosani berishi mumkin:

*A*simmetrik ë *A*o‘z- o‘zigaqo‘shma.

Bu umumiy holda noto’g’ri. Funksional analizda simmetrik operator har doim ham o’z-o’ziga qo’shma bo’lavermaydi. Buning uchun operatorning aniqlanish sohasi, zichligi, yopiq bo’lishi va qo’shma operator bilan munosabati tekshirilishi kerak.

9 Xulosa

Sun’iy intellekt fan, ta’lim va ilmiy tadqiqotlar uchun kuchli yordamchi vositadir. U matematika fanida masalalarni yechish, grafiklar qurish, hisob-kitoblarni bajarish, ilmiy matnlarni tahrirlash, dastur kodlari yozish va yangi gipotezalar taklif qilishda katta imkoniyatlar yaratadi.

Shu bilan birga, sun’iy intellektni mutlaq haqiqat manbai deb qabul qilib bo’lmaydi. U xato qilishi, noto’g’ri xulosa berishi yoki murakkab nazariy masalalarda yetarlicha aniqlik ko’rsatmasligi mumkin. Shuning uchun undan tayyor javob manbai sifatida emas, balki ilmiy yordamchi vosita sifatida foydalanish maqsadga muvofiqdir.

Eng to’g’ri yondashuv shundan iboratki, sun’iy intellekt hisoblaydi, tushuntiradi, taklif qiladi va yordam beradi; inson tadqiqotchisi esa tekshiradi, tahlil qiladi, isbotlaydi va yakuniy ilmiy xulosani chiqaradi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Russell S., Norvig P. *Artificial Intelligence: A Modern Approach*. Pearson, 2021.

2. Goodfellow I., Bengio Y., Courville A. *Deep Learning*. MIT Press, 2016.

3. Strang G. *Linear Algebra and Its Applications*. Cengage Learning.

4. Reed M., Simon B. *Methods of Modern Mathematical Physics*. Academic Press.

5. Matematika ta’limida raqamli texnologiyalar va sun’iy intellektdan foydalanishga oid ilmiy maqolalar.

IKROMOV ISROIL AKRAMOVICH

O‘zR FA V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika institutining Samarqand bo‘linmasi mudiri, professor



QOPLASH HAQIDAGI MASALA VA UNING TATBIQLARI

Faraz qilaylik, $E \subset \tilde{}^{n}$ to‘plam va $\{B_\alpha\}_{\alpha\in I} \subset \tilde{}^{n}$ to‘plamlar oilasi berilgan bo‘lsin. Bunda I indekslar to‘plami bo‘lib, u chekli yoki cheksiz bo‘lishi mumkin.

Ta’rif: Agar $E \subset \bigcup\limits_{\alpha\in I} B_\alpha$ munosabat bajarilsa, $\{B_\alpha\}$ E to‘plamning qoplamasi deyiladi.

Matematik analizda qoplamalar keng qo‘llaniladi. Qoplamaning qo‘llanishiga doir bir misol keltiramiz.

Veyershtrassning birinchi teoremasi: Agar $K \subset \tilde{}^{n}$ kompakt to‘plam bo‘lib, $f : K \to \tilde{}$ funksiya K to‘plamda uzluksiz bo‘lsa, u chegaralangan bo‘ladi.

Isbot. $\forall x \in K$ nuqta olamiz. f funksiya shu x nuqtada uzluksiz bo‘lgani uchun uning shunday U_x ochiq atrofi topiladiki, $\forall y \in U_x \bigcap K$ uchun $\left|f(x)-f(y)\right|<1$ tengsizlik o‘rinli bo‘ladi.

Bu yerda biz uzluksiz funksiya ta’rifidagi $\forall \varepsilon > 0$ sonini $\varepsilon = 1$ deb oldik. Ravshanki,

$$K \subset \bigcup_{x\in K} U_x$$

munosabat o‘rinli bo‘ladi. Ya’ni K to‘plamning biror ochiq qoplamasini hosil qildik.

Heine–Borel lemmasiga ko‘ra kompakt to‘plamning ixtiyoriy ochiq qoplamasidan chekli qism qoplama ajratib olish mumkin. Demak shunday

$$U_{x_1},\ldots,U_{x_N}\ \{x_j\}_{j=1}^{N} \subset K$$

ochiq to‘plamlar topiladiki, ular uchun $K \subset \bigcup\limits_{j=1}^{N} U_{x_j}$ munosabat o‘rinli bo‘ladi.

Biz bilamizki haqiqiy sonlar to‘plamining ixtiyoriy chekli qism to‘plamining maksimal elementi mavjud bo‘ladi.

$$M = \max_{1\le j\le N}\left|f(x_j)\right|$$

bo‘lsin.

Endi $\forall y \in K \subset \bigcup\limits_{j=1}^{N} U_{x_j}$ nuqtani olsak $\exists j_0 \in \{1,\ldots,N\}$ nomer topiladiki $y \in U_{x_{j_0}} \bigcap K$ bo‘ladi.

Shuning uchun

$$\left|f(y)\right| = \left|f(y)-f(x_{j_0})+f(x_{j_0})\right| \le \left|f(y)-f(x_{j_0})\right| + \left|f(x_{j_0})\right| \le 1+M$$

Demak, $\forall y \in K$ uchun

$$\left|f(y)\right| \le 1+M$$

tengsizlik o‘rinli bo‘ladi, ya’ni f funksiya K to‘plamda chegaralangan bo‘ladi. Veyershtrassning 1-teoremasi isbotlandi.

Endi garmonik analizda keng qo‘llaniladigan Vitalining qoplamalar haqidagi lemmasini keltiramiz.

Lemma (Vitali). Faraz qilaylik, $E \subset \tilde{}^{n}$ o‘lchovli to‘plam bo‘lib, u diametrlar to‘plami chegaralangan $\{B_j\}$ sanoqli sharlar oilasi bilan qoplangan bo‘lsin. U holda bu oilaning shunday $\{B_{j_k}\}$ qism to‘plami topiladiki:

1) $k_1 \neq k_2$ uchun $B_{j_{k_1}} \bigcap B_{j_{k_2}} = \varnothing$;

2) $\sum_K \mu(B_{j_k}) \geq C\mu(E)$ tengsizlik o‘rinli bo‘ladi, bunda $C \geq 5^{-n}$ son faqat fazoning o‘lchovi n ga bog‘liq.

Bu lemmani isbotlashdan oldin uning bir tatbiqini keltiramiz. Faraz qilaylik, f funksiya $\tilde{}$ da lokal integrallanuvchi bo‘lsin. U holda deyarli barcha $x \in \tilde{}$ uchun

$$\lim_{h\to 0} \frac{1}{2h} \int_{x-h}^{x+h} f(t)\,dt = f(x)$$

tenglik o‘rinli bo‘ladi.

Vitali lemmasining isboti. $M_1 = \sup_j \{d(B_j)\}$ sonini olamiz. Shartga ko‘ra $M_1 > 0$ chekli son. Agar $M_1 = 0$ bo‘lsa sharlar oilasi sanoqli to‘plam bo‘lgani bois $m(E) = 0$ bo‘ladi va hech narsani isbotlashning keragi yo‘q.

Endi supremumning ta’rifiga ko‘ra shunday B_{j_1} shar topiladiki,

$$d(B_{j_1}) \geq \frac{M_1}{2}$$

tengsizlik o‘rinli bo‘ladi. Agar

$$\{B_j \bigcap B_{j_1} = \varnothing\} = \varnothing$$

bo‘lsa, u holda biz izlangan $\{B_{j_k}\}$ oila sifatida B_{j_1} sharni olamiz. Bu sharning lemmaning shartini qanoatlantirishini ko‘rsatamiz: $B_{j_1}^{*}$ orqali B_{j_1} bilan konsentrik va diametri $5d(B_{j_1})$ ga teng sharni belgilaymiz. Endi $\forall B_k$ shar $B_k \subset B_{j_1}^{*}$ ekanligini ko‘rsatamiz.

Faraz qilaylik, B_{j_1} ning markazi x_{j_1}, $\{B_k\}$ ning markazi x_k va mos ravishda r_{j_1} va r_k radiuslar B_{j_1} va B_k sharlarning radiuslari bo‘lsin. B_{j_1} ning tanlanishiga ko‘ra $r_k \leq \frac{M}{2}$ va $r_{j_1} \geq \frac{M}{4}$ hamda

$$\exists z \in B_k \bigcap B_{j_1} \Rightarrow |x_{j_1} - z| \leq r_{j_1}, |z - x_k| \leq r_k$$

Endi $\forall y \in B_k$ nuqtani olamiz. U holda

$$|y - x_{j_1}| \leq 5r_{j_1}$$

ekanligini ko‘rsatamiz. Haqiqatdan ham

$$|y - x_k + x_k - z + z - x_{j_1}| \leq |y - x_k| + |x_k - z| + |z - x_{j_1}| \leq$$
$$\leq 2r_k + r_{j_1} \leq M + r_{j_1} \leq 4r_{j_1} + r_{j_1} = 5r_{j_1}$$

Bundan kelib chiqadiki, agar

$$B_j \bigcap B_{j_1} = \varnothing$$

bo‘lsa

$$E \subset \bigcup_k \{B_k\} \subset B_{j_1}^{*}$$

ya’ni, $E \subset B_{j_1}^{*}$ munosabat o‘rinli bo‘ladi. Biz bilamizki,

$$\mu(B_{j_1}^{*}) = 5^n \mu(B_{j_1})$$

Demak, $\mu(E) \le 5^n \mu\left(B_{j_1}\right)$ va bu holda Lemma isbotlandi.

Endi faraz qilaylik, $\left\{B_j : B_j \cap B_{j_1} = \varnothing\right\}$ to‘plam bo‘sh bo‘lmasin va $M_2 := \sup\left\{d\left(B_j\right) : B_j \cap B_{j_1} = \varnothing\right\}$ bo‘lsin. Bu holda ham $M_2 > 0$ deb faraz qilish mumkin aks holda lemmaning tasdig‘i yana trivial bo‘ladi. Endi shunday j_2 sonini olamizki

$$d\left(B_{j_2}\right) \ge \frac{M_2}{2}$$

tenglik o‘rinli bo‘ladi.

Tanlashimizga ko‘ra

$$B_{j_2} \cap B_{j_1} = \varnothing.$$

Xuddi shunday $M_3 := \sup\left\{d\left(B_j\right) : B_j \cap \left(B_{j_1} \cup B_{j_2}\right) = \varnothing\right\}$, $M_3 > 0$, $\exists B_{j_3}$ uchun $d\left(B_{j_3}\right) \ge \frac{M_3}{2}$ tengsizlik o‘rinli va hokazo bu jarayonni davom ettiramiz.

Agar biror k uchun

$$\left\{B_j : B_j \cap \left(B_{j_1} \cup ... \cup B_{j_k}\right) = \varnothing\right\} \tag{1}$$

to‘plam bo‘sh to‘plam bo‘lsa, jarayonni to‘xtatamiz va $\left\{B_{j_l}\right\}_{l=1}^{k}$ biz izlayotgan qism oila bo‘ladi. Agar bu jarayon $\forall k$ uchun (1) to‘plam bo‘sh bo‘lmasa, uni ∞ gacha davom ettirib $\left\{B_{j_l}\right\}_{l=1}^{\infty}$ o‘zaro kesishmaydigan sharlar oilasini hosil qilamiz.

Biz quyidagi ikkinchi holni ko‘rib chiqamiz (birinchi chekli qadamda to‘xtaydigan hol shunga o‘xshash qaraladi).

Agar $\sum_{k=1}^{\infty} \mu\left(B_{j_k}\right) = \infty$ bo‘lsa, u holda lemmaning tasdig‘i trivial.

Faraz qilaylik, $\sum_{k=1}^{\infty} \mu\left(B_{j_k}\right) < +\infty$ bo‘lsin. U holda

$$\mu\left(B_{j_k}\right) = \omega_1 r_{j_k}^n$$

bo‘ladi, bunda ω_1 birlik sharning hajmi. Demak,

$$\sum_{k=1}^{\infty} \mu\left(B_{j_k}\right) = \omega_1 \sum_{k=1}^{\infty} r_{j_k}^n < +\infty$$

Qatorlar yaqinlashishining zaruriy shartiga ko‘ra

$$r_{j_k} \underset{k\to\infty}{\to} 0.$$

Xuddi B_{j_1} kabi $B_{j_l}^*$ orqali B_{j_l} shar bilan konsentrik va radiusi 5 marta katta sharni belgilaymiz.

Endi $\forall B_k$ shar uchun

$$B_k \subset \bigcup_{l=1}^{\infty} B_{j_l}^* \tag{2}$$

munosabatning bajarilishini ko‘rsatamiz. Bunda $d\left(B_k\right) > 0$ deb faraz qilish yetarli. (Aslida radiusi nolga teng bo‘lgan sharlarni tashlab yuborishimiz mumkin.)

Agar B_k biror B_{j_l} bilan ustma-ust tushsa, u holda (2) munosabat trivial bo‘ladi.

Faraz qilaylik, B_k $\left\{B_{j_l}\right\}_{l=1}^{\infty}$ oilaning elementi bo‘lmasin. Biz

$$B_k \cap \left(\bigcup_{l=1}^{\infty} B_{j_l} \right) \neq \varnothing$$

ekanligini ko‘rsatamiz. Haqiqatan ham agar $B_k \cap \left(\bigcup_{l=1}^{\infty} B_{j_l} \right) = \varnothing$ bo‘lsin. U holda $\forall L$ uchun

$$B_k \cap \left(\bigcup_{l=1}^{L} B_{j_l} \right) = \varnothing$$

Bundan, $0 \le d\left(B_k\right) \le 2r_{j_L} \underset{L\to\infty}{\to} 0$. Demak, $d\left(B_k\right) = 0$ bu esa shartimizga zid. Demak, shunday L topiladiki,

$$B_k \cap \left(\bigcup_{l=1}^{L} B_{j_l} \right) \neq \varnothing$$

bu holda L sonini minimal qilib tanlashimiz mumkin, ya’ni

$$B_k \cap \left(\bigcup_{l=1}^{L} B_{j_l} \right) \neq \varnothing \text{ va}$$

$$B_k \cap \left(\bigcup_{l=1}^{L-1} B_{j_l} \right) = \varnothing$$

U holda $d\left(B_k\right) \le M_L$, $d\left(B_{j_L}\right) \ge \frac{M_L}{2} \Rightarrow B_k \cap B_{j_L} \neq \varnothing$. Demak $B_k \subset B_{j_L}^*$ munosabatga kelamiz. Bundan

$$E \subset \bigcup_k B_k \subset \bigcup_{l=1}^{\infty} B_{j_l}^*$$

$$\mu\left(E\right) \le \sum_l \mu\left(B_{j_l}^*\right) = 5^n \sum_l \mu\left(B_l\right)$$

Lemma isbotiga ega bo‘lamiz. Endi quyidagi ifodani qaraylik.
Ushbu

$$Mf\left(x\right) = \sup \frac{1}{B\left(x,r\right)} \int_{B(x,r)} \left|f\left(y\right)\right| dy$$

ifoda berilgan bo‘lib, $\forall \lambda > 0$, $f \in L^1\left(\sim^n\right)$uchun

$$M\left\{x : Mf > \lambda\right\} \le \frac{c}{\lambda} \int_{\sim^n} \left|f\left(x\right)\right| dx$$

tengsizlik o‘rinli bo‘ladi. Bu tengsizlikning isboti Vitali Lemmasidan kelib chiqadi.

ADABIYOTLAR

1. Elias M. Stein. Singular Integrals and Differentiability Properties of Functions. 1970. Pages: 20-21.



ISLOMOV BOZOR

O‘zbekiston milliy universiteti professori

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА В ДВУХСВЯЗНОЙ ОБЛАСТИ

1. ВВЕДЕНИЕ

Начиная с пятидесятых годов прошлого века, исследователи интенсивно изучают локальные и нелокальные задачи для уравнений в частных производных в односвязных областях. В настоящее время круг таких задач расширяется в различных направлениях. Среди них особое место занимают задачи со смещением. Это объясняется тем, что такие задачи охватывают различные корректные локальные краевые задачи, и к ним сводятся многие проблемы, например биологической синергетики, генетики, иммунологии, трансзвуковой газовой динамики и тепловой физики.

Одним из важнейших классов ненагруженных уравнений с частными производными являются уравнения второго порядка параболо-гиперболичсского и эллиптико - гиперболичсского типов. Аналог задачи Трикоми в двухсвязной области для уравнения смешанного типа с одной линией вырождения впервые поставлен и изучен в работе А.В.Бицадзе [1, стр.30], а для уравнения Лаврентьева–Бицадзе — в работе М. С. Салахитдинова и А. К. Уринова[2].

Краевые задачи в классических областях для нагруженного уравнения гиперболического типа изучены в работах А.М.Нахушева[3], В.М.Казиева[4], А.Х.Аттаева[5], а М.Т.Дженалиев[6] и М.Х.Шханков[7] исследовали локальные и нелокальные задачи для нагруженного уравнения параболического типа. А.В.Бородин[8] изучал задача Дирихле для нагруженного уравнения эллиптического типа. В работах К.У.Хубиева[9], Б.Исломова и Д.М.Курьязова[10], М.И.Рамазанова [11], изучены аналоги задачи Трикоми и Геллерстедта для нагруженных уравнений гиперболо-параболичсского типа, а задача Дирихле для нагруженного уравнения с оператором Лаврентьева– Бицадзе в прямоугольной области исследованы в работах [12-14].

Локальные задачи в односвязных областях для смешанных нагруженных уравнений, когда нагруженные части содержит след или производную от искомой функции мало изучены. Отметим работы [15-21]. Это связано, прежде всего, с отсутствием представления общего решения для таких уравнений; с другой стороны, такие задачи сводятся к малоизученным интегральным уравнениям со сдвигом.

В настоящее время круг таких задач расширяется в различных специальных областях. Однако краевые задачи для нагруженных уравнений смешанного типа в двусвязных областях до сих пор недостаточно исследованы. Отметим работы [22-23]. В работах [24-25] разработать новый метод к построению представление общего решения нагруженного параболо-гиперболического уравнения в форме, удобной для дальнейших исследований различных краевых задач. Также показано, что на корректность таких краевых задач существенно влияет нагруженная часть рассматриваемого уравнения.

Исходя из этого, настоящая работа посвящена постановке и изучению локальной краевой задачи для нагруженного уравнения параболо-гиперболического типа в двусвязной области.

2. Постановка задачи TS_μ

Пусть Ω_0 – область, ограниченная отрезками A_jB_j, $A_jM_j \cup M_jK_j$, $B_jN_j \cup N_jP_j$, $K_jP_j \cup P_jC_4$, N_jC_3 прямых $y=0$, $x=(-1)^{j-1}$, $x=(-1)^{j-1}q$, $y=1$, $y=h$ при $y>0$. Δ_j – область, ограниченная отрезками A_jB_j оси Ox и C_1C_2 оси Oy а при $y<0$ характеристиками $A_jC_1: x-(-1)^{j-1}y=(-1)^{j-1}$, $B_jC_2: x-(-1)^{j-1}y=(-1)^{j-1}q$ $(j=1,2)$ уравнения

$$0=\begin{cases} u_{xx}-u_y-\mu_j u_x(x,0), & (x,y)\in\Omega_{0j}, \\ u_{xx}-u_y-p_j u(0,y), & (x,y)\in\Omega_{0j+2}, \\ u_{xx}-u_{yy}-\mu_{j+2}u(x+y,0), & (x,y)\in\Delta_j \end{cases} \tag{1}$$

выходящими из точек $A_j\left((-1)^{j-1};0\right)$ и $B_j\left((-1)^{j-1}q;0\right)$, пересекающимися в точках $C_1(0;-1)$и $C_2(0;-q)$, здесь $\Omega_0=\Omega_{01}\cup\Omega_{02}\cup\Omega_{03}\cup\Omega_{04}$, $\Omega_{0j}=A_jK_jP_jB_j$, $\Omega_{0j+2}=N_jC_3C_4P_j$, $\Delta_j=A_jB_jD_j\cup B_jD_jE_jC_2\cup C_2E_jC_1$ $(j=1,2)$. В уравнение (1) h, q, μ_j, p_j $(j=1,2)$ – заданные действительные числа, причем

$$h>0,\ 0<q<1,\quad (-1)^{j-1}\mu_j\le 0,\ \mu_{j+2}\le 0,\ p_j\ge 0,\ (j=1,2). \tag{2}$$

Введем обозначения: $I_1=\{(x,y):\ x=0,\ -1<y<-q\}$, $I_2=\{(x,y):\ x=0,\ h<y<1\}$,

$$I_3=\{(x,y):\ x=q,\ h<y<1\},\quad I_4=\{(x,y):\ x=-q,\ h<y<1\},$$

$$J_1=\{(x,y):q<x<1,\ y=0\},\quad J_2=\{(x,y):-1<x<-q,\ y=0\},$$

$$D_j,\ E_j\in A_jC_1,\quad B_jD_j:\ x+(-1)^{j-1}y=(-1)^{j-1}q,$$

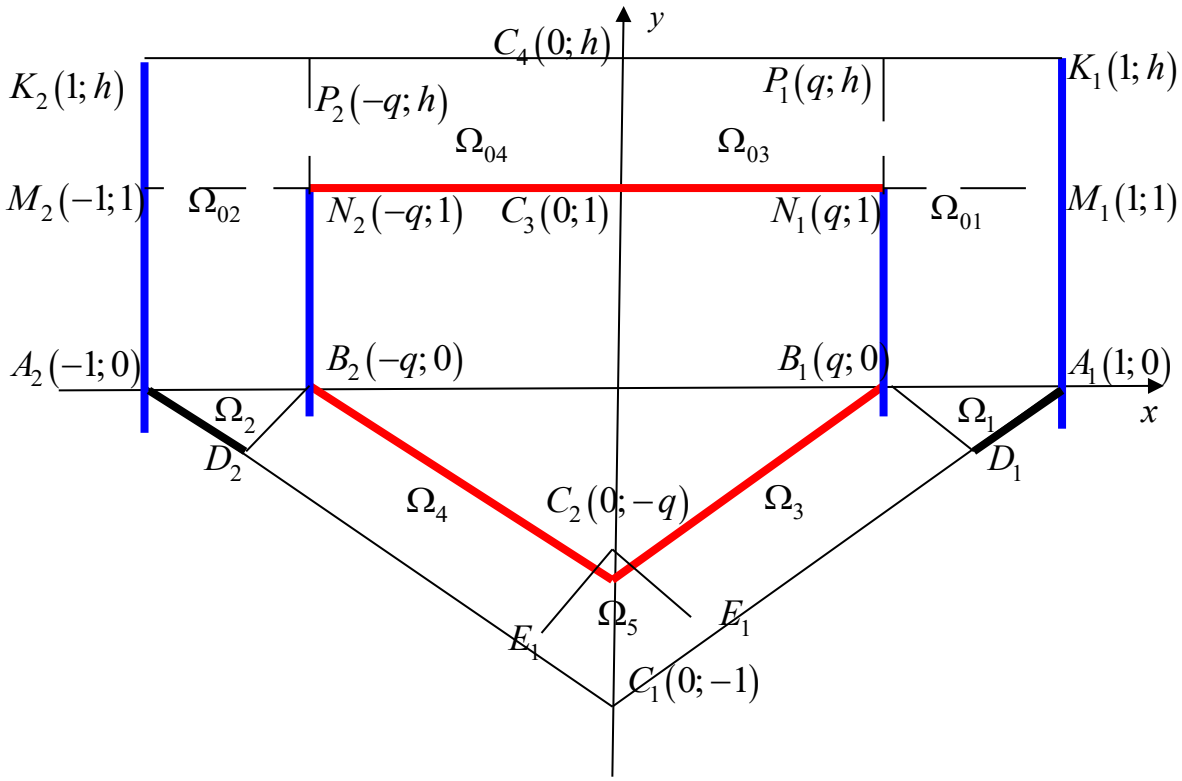
$$C_2E_j:\ x+(-1)^{j-1}y=(-1)^j q,\qquad \left.\begin{matrix}A_jD_j\\A_jE_j\end{matrix}\right\}:\ x-(-1)^{j-1}y=(-1)^{j-1},\ (j=1,2).$$

Через Ω_j и Ω_{j+2}, Ω_5 соответственно обозначим характеристические треугольники $A_jB_jD_j$ и четырехугольники $B_jC_2E_jD_j$, $C_2E_1C_1E_2$,.

$$\Omega=\Omega_1\cup\Omega_2\cup\Omega_3\cup\Omega_4\cup\Omega_5\cup B_1D_1\cup C_2E_1\cup C_2E_2\cup B_2D_2,$$

$$\Omega_{5j}=\Omega_5\cap\{(-1)^j x<0,\ y<0\}=C_2E_jC_1,\quad \Delta_j=\Omega_j\cup\Omega_{j+2}\cup\Omega_{5j},$$

$$\Delta=\Omega_0\cup\Delta_1\cup\Delta_2\cup I_1\cup I_2\cup J_1\cup J_2,\quad \Delta_j^*=\Omega_j\cup\Omega_{0j},\ (j=1,2).$$



Задача TS_μ. Найти функцию $u(x,y)$, обладающую следующими свойст-вами: 1) $u(x,y)\in C(\bar{\Delta})\cap C^1(\Delta)$; 2) $u(x,y)\in C^{2,1}_{x,y}(\Omega_{0j}\cup\Omega_{0j+2}\cup K_jC_4)\cap C^{2,2}_{x,y}(\Delta_j)$ и удовлетворяет уравнению (1) в областях Ω_{0j}, Ω_{0j+2} и Δ_j $(j=1,2)$; 3) $u(x,y)$ удовлетворяет краевым условиям:

$$u(x,y)\big|_{A_jK_j}=\varphi_j(y),\quad 0\le y\le 1,\quad u(x,y)\big|_{B_jN_j}=g_j(y),\quad 0\le y\le h, \tag{3}$$

$$u(x,y)\big|_{N_jC_3}=f_j(x),\quad 0\le(-1)^{j-1}x\le q, \tag{4}$$

$$u(x,y)\big|_{A_jD_j}=\psi_j(x),\quad \frac{1+q}{2}\le\left((-1)^{j-1}x\right)\le 1, \tag{5}$$

$$u(x,y)\big|_{B_jC_2}=\psi_{j+2}(x),\quad 0\le\left((-1)^{j-1}x\right)\le q,\ (j=1,2); \tag{6}$$

4) на линиях I_j, J_j и I_{j+2} $(j=1,2)$ выполняются условиям склеивания

$$u_y(x,+0)=u_y(x,-0),\quad (x,0)\in J_j, \tag{7}$$

$$u_x(-0,y)=u_x(+0,y),\quad (0,y)\in I_2, \tag{8}$$

$$u_x((-1)^{j-1}q+0,y)=u_x((-1)^{j-1}q-0,y),\quad ((-1)^{j-1}q,y)\in I_{j+2}, \tag{9}$$

где $\varphi_j(y)$, $g_j(y)$, $f_j(x)$, $\psi_j(x)$, $\psi_{j+2}(x)$ $(j=1,2)$ –заданные функции, причем

$$\begin{gathered}\psi_j((-1)^{j-1})=\varphi_j(0)=0,\quad g_j(h)=f_j((-1)^{j-1}q)=0,\\ \psi_{j+2}((-1)^{j-1}q)=g_j(0)=0,\ \psi_3(0)=\psi_4(0),\ f_1(0)=f_2(0)=0,\end{gathered} \tag{10}$$

$$\varphi_j(y)\in C[0,1]\cap C^1(0,1),\quad g_j(y)\in C[0,h]\cap C^1(0,h), \tag{11}$$

$$\psi_j(x)\in C^1\left(\frac{1+q}{2}\le\left((-1)^{j-1}x\right)\le 1\right)\cap C^2\left(\frac{1+q}{2}<\left((-1)^{j-1}x\right)<1\right),\quad (12)$$

$$f_j(x)\in C\left(0\le\left((-1)^{j-1}x\right)\le q\right)\cap C^2\left(0<\left((-1)^{j-1}x\right)<q\right),\quad (13)$$

$$\psi_{j+2}(x)\in C^1\left(0\le\left((-1)^{j-1}x\right)\le q\right)\cap C^2\left(0<\left((-1)^{j-1}x\right)<q\right).\quad (14)$$

3. Исследование задачи TS_μ

Для исследование задачи TS_μ важную роль играют следующие задачи теоремы..

Задача $TS_{j\mu}\ (j=1,2).$ Найти функцию $u(x,y)$, обладающую следующими свойствами: 1) $u\in C(\bar{\Delta}_j^*)\cap C^1(\Delta_j^*\cup\bar{J}_j)$; 2) $u\in C_{x,y}^{2,1}(\Omega_{0j}\cup K_jP_j)\cap \cap C_{x,y}^{2,2}(\Omega_j)$ и удовлетворяет уравнению (1) в областях $\Omega_{0j}\cup K_jP_j$ и Ω_j; 3) $u(x,y)$ удовлетворяет краевым условиям (3), (5), (7) и

$$u|_{N_jP_j}=\tau_{j+2}(y),\quad (0,y)\in\bar{I}_{j+2},\quad (15)$$

где $\tau_{j+2}(y)-$ заданная функция, подлежащая определению, причем

$$\tau_{j+2}(y)\in C[h,1]\cap C^1(h,1),\ (j=1,2).\quad (16)$$

Теорема 1. Если выполнены условия (2), (10)-(12), (16), то в области Δ_j^* регулярное решение задачи $TS_{j\mu}\ (j=1,2)$ существует и единственно.

Теорема 1 доказывается методом интегральных уравнений. Согласно этого задача $TS_{j\mu}\ (j=1,2)$ эквивалентным образом сводится к интегральных уравнений Вольтерра второго рода. Однозначная разрешимость задачи следует из однозначной разрешимости интегральных уравнений Вольтерра[26].

Задача $B_j\ (j=1,2).$ Найти функцию $u(x,y)$, обладающую следующими свойствами: 1) $u\in C(\bar{\Omega}_{0j})\cap C^1(\Omega_{0j})$; 2) $u\in C_{x,y}^{2,1}(\Omega_{0j}\cup K_jP_j)$ и удовлетворяет уравнению (1) в областях $\Omega_{0j}\cup K_jP_j\ (j=1,2)$; 3) $u(x,y)$ удовлетворяет краевым условиям (3), (15) и

$$u(x,+0)=\tau_j(x),\quad (x,0)\in\bar{J}_j,\quad (17)$$

где $\tau_j(x)-$ заданная функция, подлежащая определению, причем

$$\tau_j(x)\in C^1\left(\bar{J}_j\right)\cap C^3\left(J_j\right).\quad (18)$$

Теорема 2. Если выполнены условия (2), (11), (13), (18) и

$$\tau_j((-1)^{j+1})=\varphi_j(0)=0,\ \ g_j(h)=f_j((-1)^{j-1}q)=\tau_{j+2}(h),\ \ \tau_j((-1)^{j-1}q)=g_j(0)=0,$$

то в области Ω_{0j} регулярное решение первой краевой задачи $B_j\ (j=1,2)$ существует и единственно.

Задача $B_{j+2}\ (j=1,2).$ Найти функцию $u(x,y)$, обладающую следующими свойствами: 1) $u\in C(\bar{\Omega}_{0j+2})\cap C^1(\Omega_{0j+2})$; 2) $u\in C_{x,y}^{2,1}(\Omega_{0j}\cup P_jC_4)$ и удовлетворяет

уравнению (1) в областях $\Omega_{0j} \cup P_jC_4 (j=1,2)$; 3) $u(x,y)$ удовлетворяет краевым условиям (4), (15) и $u|_{C_3C_4} = \tau_5(y), \quad (0,y) \in \bar{I}_2,$ где $\tau_5(y)$ – заданная функция, причем $\tau_5(h) = f_j(0) = 0,$

$$\tau_5(y) \in C(\bar{I}_2) \cap C^1(I_2). \tag{19}$$

Теорема 3. Если выполнены условия (2), (13), (19), $f_j((-1)^{j-1}q) = \tau_{j+2}(h) = 0,$ и $\tau_5(h) = f_j(0) = 0,$ то в области Ω_{0j+2} регулярное решение первой краевой задачи B_{j+2} $(j=1,2)$ существует и единственно.

Используя, решение первой краевой задачи для уравнения (1) в областях Ω_{0j} и $\Omega_{0j+2} (j=1,2)$ доказываются теоремы 2 и 3.

Задача B_5. Найти функцию $u(x,y)$, обладающую следующими свойствами: 1) $u \in C(\bar{\Omega}_0) \cap C^1(\Omega_0)$; 2) $u \in C^{2,1}_{x,y}(\Omega_{0j} \cup \Omega_{0j+2} \cup K_jP_j \cup P_jC_4)$ и удовлетворяет уравнению (1) в областях $\Omega_{0j} \cup \Omega_{0j+2} \cup K_jP_j \cup P_jC_4 (j=1,2)$; 3) $u(x,y)$ удовлетворяет краевым условиям (3), (4), (8), (9) и (17).

Теорема 4. Если выполнены условия (2), (11), (13), (18) и $f_1(0) = f_2(0) = 0,$

$\tau_j((-1)^{j+1}) = \varphi_j(0) = 0, \quad g_j(h) = f_j((-1)^{j-1}q) = 0, \quad \tau_j((-1)^{j-1}q) = g_j(0) = 0, \ (j=1,2),$

то в области Ω_0 регулярное решение задачи B_5 существует и единственно.

Теорема 4 доказывается методом интегральных уравнений. Согласно этому задача B_5 эквивалентным образом сводится к системе интегральных уравнений Вольтерра второго рода. Однозначная разрешимость задачи следует из однозначной разрешимости интегрального уравнения Вольтерра.

Задача Γ_j $(j=1,2)$. Найти функцию $u(x,y)$ со следующими свойствами: 1) $u \in C(\bar{\Omega}_{j+2}) \bigcap C^1(\Omega_{j+2});$ 2) $u(x,y)$ - дважды непрерывно дифференцируе-мое решение уравнения (1) в области Ω_{j+2}; 3) $u(x,y)$ удовлетворяет краевым условиям (6) и $u(x,y)\big|_{B_jD_j} = w_j(x), \quad q \le (-1)^{j-1}x \le \dfrac{1+q}{2},$ где $w_j(x)$ $(j=1,2)$ – заданные функции, причем $w_j((-1)^{j-1}q) = \psi_j((-1)^{j-1}q),$

$$w_j(x) \in C\left(q \le (-1)^{j-1}x \le \frac{1+q}{2}\right) \cap C^2\left(q < (-1)^{j-1}x < \frac{1+q}{2}\right). \tag{20}$$

Теорема 5. Если выполнены условия (2), (14), (20), то в области Ω_{j+2} решение задачи Γ_j существует и единственно.

Задача Γ_3. Найти функцию $u(x,y)$ со следующими свойствами: 1) $u \in C(\bar{\Omega}_5) \bigcap C^1(\Omega_5),$ причем функция $u_x(0,y)$ может обращаться в бесконечность порядка меньше единицы на концах интервала I_1; 2) $u(x,y)$ - дважды непрерывно

дифференцируемое решение уравнения (1) в области $\Omega_{5j}\ (j=1,2);$ 3) $u(x,y)$ удовлетворяет краевым условиям $u(x,y)\big|_{C_2E_j}=h_j(y), \quad -\frac{1+q}{2}\le y\le -q,$ где $h_j(y)\ (j=1,2)$ – заданные функции, причем $h_1(-q)=h_2(-q)$,

$$h_j(y)\in C\left[-\frac{1+q}{2},-q\right]\bigcap C^2\left(-\frac{1+q}{2},-q\right). \tag{21}$$

Теорема 6. Если выполнены условия (2), (21), то в области Ω_5 решение задачи Γ_3 существует и единственно.

Используя, общие решение уравнения (1) в областях Ω_{j+2} и $\Omega_{5j}(j=1,2)$ доказываются теоремы 5 и 6.

Следовательно, решение задачи TS_μ можно восстановить в области Ω_0 как решение первой краевой задачи для уравнения (1), а в области $\Omega_j\left(\Omega_{j+2}\cup\Omega_5\right)$ как решение задачи Коши(Гурса) для уравнения (1) . Этим завершается исследование задачи TS_μ для уравнения (1) в области Δ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бицадзе А.В. К проблеме уравнений смешанного типа. // Тр. МИАН СССР. 1953. Т.**41**. С. 3–59.
2. Салахитдинов М. С., Уринов А. К. Нелокальная краевая задача в двусвязной области для уравнения смешанного типа с негладкими линиями вырождения. // Докл. АН СССР. 1988. **299**(1). С. 63–66.
3. Нахушев А.М. Нагруженные уравнения и их приложения. // Дифф. уравнения. 1983. **19**(1). С. 86-94.
4. Казиев В.М. О задаче Дарбу для одного нагруженного интегро-дифференциального уравнения второго порядка. // Дифф. уравнения. 1978. **14**(1). С. 181-184.
5. Аттаев А.Х. Задача Гурса для нагруженного вырождающегося гиперболического уравнения второго порядка с оператором Геллерстедта в главной части. // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2016. **20**(1). С. 7–21.
6. Дженалиев Н.Т. Об одной краевой задаче для линейного нагруженного параболического уравнения с нелокальными и граничными условиями. // Дифф. уравнения. 1991. 27(10). С. 1925-1927.
7. Шхануков М. Х. Разностный метод решения одного нагруженного уравнения параболического типа. // Дифф. уравнения. 1977. **13**(1). С. 163-167.
8. Бородин А.Б.Об одной оценке для эллиптических уравнений и ее приложении к нагруженным уравнениям. // Дифференциальные уравнения. 1977. **13**(1). С. 17-22.
9. Хубиев К.У. Задача Геллерстедта для нагруженного уравнения смешанного типа с данными на непараллельных характеристиках. // Докл. Адыг. межд.акад.наук. 2008. № 1. С.1-4.
10. Исломов Б., Курьязов Д.М. Краевые задачи для смешанного нагруженного уравнения третьего порядка параболо-гиперболического типа. // Узбекский математический журнал. 2000. № 2. С. 29-35.
11. Рамазанов М.И. О нелокальной задаче для нагруженного гиперболо-эллиптического типа в прямоугольной области. // Математический журнал. 2002. **2**(4). С. 75-81.

12. Сабитов К.Б., Мелишева Е.П. Задача Дирихле для нагруженного уравнения смешанного типа в прямоугольной области. // Известия вузов. Математика. 2013. № 7. С. 62-76.
13. Мелишева Е.П. Задача Дирихле для нагруженного уравнения Лаврентьева–Бицадзе. // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2010. **80** (6). С. 39–47.
14. Сабитова Ю.К.Задача Дирихле для уравнения Лаврентьева–Бицадзе с нагруженными слагаемыми. //"Известия вузов. Математика ". 2018. № 9. С. 42–58.
15. Исломов Б., Курьязов Д.М. Об одной краевой задаче для нагруженного уравнения второго порядка. // ДАН РУз. 1996. № 1-2. С. 3-6.
16. Исломов Б., Балтаева У.И. Краевые задачи для нагруженных дифференциальных уравнений гиперболического и смешанного типов третьего порядка. // «Уфимский математический журнал» 2011. **3** (3). С.15-25.
17. Islomov B., Baltaeva U.I. Boundary value problems for a third-order loaded parabolic-hyperbolic equation with variable coefficients. // EJDE. Texas State University San Marcos. 2015. Vol. 2015. № 221. P. 1-10.
18. Dzhamalov S.Z., Ashurov R.R. On a nonlocal boundary-value problem for second kind second-order mixed type loaded equation in a rectangle. // Uzbek Mathematical Journal. 2018. № 3. P. 63-72.
19. Исломов Б. И., Холбеков Ж. А. Об одной нелокальной краевой задаче для нагруженного параболо-гиперболического уравнения с тремя линиями изменения типа. // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2021. **25**(3). С. 407–422.
20. Исломов Б., Жураев Ф. Локальные краевые задачи для нагруженного уравнения параболо-гиперболического типа, вырождающегося внутри области // Уфимский мат. журнал. 2022. **14**(1). С. 41-56.
21. Islomov B. I. ,Nasirova D. A. A problem with gellerstedt conditions on different characteristics for a mixed loaded equation of the second kind. // Eurasian Math. J. 2024. **15**(1).P. 34–48.
22. Abdullayev O. Kh. About a method of research of the non-local problem for the loaded mixed type equation in double-connected domain // Bulletin KRASEC. Phys. & Math. Sci. 2014. **9**(2). P. 3–12.
23. Исломов Б. И., Абдуллаев О. Х. Краевая задача типа задачи Бицадзе для уравнения третьего порядка эллиптико-гиперболического типа в двусвязной области. // Доклады Адыгской (Черкесской) Международной академии наук, 2004. **7** (1). С. 42–46.
24. Исламов Б.И., Юнусов О.М. Нелокальная краевая задача для нагруженного уравнения гиперболического типа в специальной области. //ДАН Республики Узбекистан. 2016. № 4. С. 8-12.
25. Islomov B. I., Yuldashev T.K., Yunusov O. M. Nonlocal boundary problem for a loaded equation of mixed type in a special domain. // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2024. **45(**7). P. 3304–3313.
26. Михлин С.Г. Лекции по линейным интегральным уравнениям. М.: Физматгиз. 1959. 232 с.

IMOMQULOV SEVDIYOR AKRAMOVICH

O'zbekiston milliy universiteti professori



EXTENSION OF SEPARATELY ANALYTIC FUNCTIONS WITH THIN SINGULARITIES ON ONE-DIMENSIONAL PARALLEL SECTIONS

1. Introduction. A function of several complex variables $w = f(z_1, z_2, ..., z_n)$, $z = (z_1, z_2, ..., z_n) \in D \subset \mathbb{C}_z^n$ is called holomorphic in the domain D if it is real- differentiable with respect to the set of all variables and satisfies the following equalities

$$\frac{\partial f}{\partial \overline{z}_1} = \frac{\partial f}{\partial \overline{z}_2} = ... = \frac{\partial f}{\partial \overline{z}_n} = 0$$

for any $z \in D$.

The following question naturally arises: if a function $w = f(z_1, z_2, ..., z_n)$ of several complex variables is holomorphic in each variable when the other variables are fixed, then is it holomorphic with respect to the set of all variables? Hartogs [22] gives a positive answer to this question: *if a function* $w = f(z_1, z_2, ..., z_n)$ *is holomorphic in the domain* $D \subset \mathbb{C}^n$ *with respect to each of the variables* z_j, $j = \overline{1.n}$, *then it is holomorphic in* D *with respect to the set of all variables*.

The proof of this theorem is based on the important, so-called Hartogs lemma "On the extension of functions of several complex variables along a fixed direction": *let a function* $f(z, w)$ *be holomorphic in a polydisk* $U \times V_r = \{z \in \mathbb{C}^n : |z| < 1\} \times \{w \in \mathbb{C} : |w| < r\}$, $r > 0$, *and for each fixed* $z^0 \in U$, *the function* $f(z^0, w)$ *extends holomorphically to a larger disk* $V_R = \{w \in \mathbb{C} : |w| < R\}$, $R > r$ *with respect to* w. *Then the function* $f(z, w)$ *extends holomorphically to a larger polydisk* $U \times V_R$ *with respect to the set of all variables.*

These results of Hartogs play a fundamental role in the theory of analytic continuation of functions of several complex variables.

The following problem was posed by M.Hukuhara [23]: let two domains $D \subset \mathbb{C}_z^n$, $G \subset \mathbb{C}_w^m$, and two sets $E \subset D$, $F \subset G$ be given. Suppose that the function $f(z, w)$ originally defined on the set $E \times F$ has the following properties:

1) for each fixed $w^0 \in F$, the function $f(z, w^0)$ extends holomorphically to D,

2) for each fixed $z^0 \in E$, the function $f(z^0, w)$ extends holomorphically to G.

Then we say that the function $f(z, w)$ defines some separately analytic function on

$$X = (D \times F) \cup (E \times G).$$

The task is to determine the domain $\hat{X}$, $(\hat{X} \supset X)$ to which the function $f(z, w)$ admits a holomorphic extension with respect to the set of all variables.

In case $n = m = 1$, this problem was solved by J.Siciak [20], and in the general case by V.P.Zakharyuta [4]: *let* $D \subset \mathbb{C}_z^n$ *and* $G \subset \mathbb{C}_w^m$ *be strongly pseudoconvex domains, and let* E *and*

F *be closed subsets of* D *and* G *respectively. If* $f(z,w)$ *is a separately analytic function on the set*

$$X=\big(D\times F\big)\bigcup\big(E\times G\big),$$

then it extends holomorphically to the domain

$$\hat{X}=\Big\{(z,w)\in D\times G:\ \omega^*(z,E,D)+\omega^*(w,F,G)<-1\Big\}.$$

Here, $\omega^*(z,E,D)$ denotes the basic quantity of complex potential theory, known as the P-measure of the set $E\subset D\subset\mathbb{C}^n$ relative to the domain D (see. [15], [16]): let $\mathcal{U}(E,D)$ be a class of functions $u(z)\in psh(D)$ that are plurisubharmonic in D, such that $u\big|_E\le -1,\ u\big|_D\le 0$. We put

$$\omega(z,E,D)=\sup\big\{u(z):\ u\in\mathcal{U}(E,D)\big\},$$

then $\omega^*(z,E,D)=\overline{\lim\limits_{\xi\to z}}\,\omega(\xi,E,D)$ is a maximal plurisubharmonic function, and it is called the P-measure of the set E relative to the domain D. In the one-dimensional case, $\omega^*(z,E,D)$ is called a harmonic measure.

An analogue of Hartogs' theorem in the class of meromorphic functions is due to E.Sakai [19]: *let* $S\subset D\times G$ *be a relatively compact set such that* $\operatorname{int}S=\varnothing$ *and that it does not split the domain* $D\times G$. *Let* A *(respectively* B*) be the set of all points* $z\in D$ $(w\in G)$ *such that* $\operatorname{int}\{w\in G:\ (z,w)\in S\}=\varnothing$ $(\operatorname{int}\{z\in D:\ (z,w)\in S\}=\varnothing)$. *Let the function* $f(z,w)$ *be defined on* $(D\times G)\setminus S$ *and be separately meromorphic on* $X=(A\times G)\bigcup(D\times B)$. *Then there exists a function* $\hat{f}$ *meromorphic in the domain* $D\times G$, *such that* $\hat{f}\big|_{X\setminus S}=f$.

The works of V.Rothstein [12], M.V.Kazaryan [9, 10], S.M.Ivashkovich [5], J.Ruppenthal [13], A.S.Sadullaev and E.M.Chirka [14], A.S.Sadullaev and S.A.Imomkulov [17], S.A.Imomkulov [6], T.T.Tuichiev [21], M.Yarnicki and P.Pflug [7, 8] , A.A.Gonchar [2], P.Pflug and V.A.Nguyen [11], A.A.Atamuratov [1] are also directly related to the continuation of this topic.

The following theorem of A.A.Atamuratov [1] on the continuation of separately meromorphic functions is distinctive in that there is no condition on the set of poles of the given separately meromorphic function: *let* $D\subset\mathbb{C}^n$, $G\subset\mathbb{C}^m$ *be strongly pseudoconvex domains, and* $E\subset D$, $F\subset G$ *be nonpluripolar compact sets. Suppose that the function* $f(z,w)$ *is continuous on the set* $E\times F$ *and has the following properties:*

1) *for each* $w^0\in F$, *there exists a function* $\phi_{w^0}(z)$, *meromorphic in* D, *such that for every* $\xi\in E$,

$$\phi_{w^0}(\xi)=f(\xi,w^0);$$

2) *for each* $z^0\in E$, *there exists a function* $\psi_{z^0}(w)$, *meromorphic in* G, *such that for every* $\eta\in F$,

$$\psi_{z^0}(\eta)=f(z^0,\eta).$$

Then $f(z,w)$ *defines a separately meromorphic function on the set* $X=(D\times F)\bigcup(E\times G)$ *and it extends meromorphically to the domain*

$$\hat{X}=\Big\{(z,w)\in D\times G:\ \omega^*(z,E,D)+\omega^*(w,F,G)<-1\Big\}.$$

In this paper, we extend our study of holomorphic continuation with singularities on sections and establish an important theorem concerning separately holomorphic functions.

2. Main result.

The main theorem of the present paper is the following:

Theorem 1. *Let two bounded simply connected domains $D \subset \mathbb{C}_z$, $G \subset \mathbb{C}_w$, and two locally regular compact subsets $E \subset D$, $F \subset G$ be given. Suppose that a function $f(z,w)$, originally defined on the set $E \times F$, satisfies the following conditions of separate analyticity:*

1) *for each fixed $w^0 \in F$, the function $f(z,w^0)$, defined on E, extends holomorphically to D, except on a finite set of singular points $S_{w^0} \subset D \setminus E$;*

2) *for each fixed $z^0 \in E$, the function $f(z^0,w)$, defined on F, extends holomorphically to G, except on a finite set of singular points $S_{z^0} \subset G \setminus F$.*

Then the function $f(z,w)$ extends holomorphically to the domain

$$\hat{X} = \left\{(z,w) \in D \times G:\ \omega^*(z,E,D) + \omega^*(w,F,G) < -1\right\},$$

except on an analytic set of singularities $S \subset \hat{X}$:

A set $E \subset D \subset \mathbb{C}_z$ is called (globally) regular at a point $z^0 \in \overline{E}$ relative to the domain D if $\omega^*(z^0,E,D) = -1$. It is called locally regular at the point z^0 if, for any circle $U(z^0,r)$, $r > 0$, the intersection $\overline{U}(z^0,r) \bigcap \overline{E}$ is regular at the point z^0.

A set $E \subset D$ is called locally regular if it is locally regular at every point of $z \in E$.

3. The radius of the maximal circle of holomorphy of the functions, except on a discrete set of singularities.

In the work of A.S.Sadullaev [18], the following characteristic of holomorphic functions was introduced: let $f(z,w)$ be a holomorphic function in the polydisk $U \times V_r = \left\{z \in \mathbb{C}:\ |z| < 1\right\} \times \left\{w \in \mathbb{C}:\ |w| < r\right\}$, let and $\mathcal{R}(z)$ denote the radius of the maximal circle on which the function $f(z,w)$, with respect to w, extends as a holomorphic function with discrete singularities.

The following holds:

Lemma 1 ([18]). *A function $-\ln \mathcal{R}_*(z)$ is subharmonic in $U \subset \mathbb{C}$, where $\mathcal{R}_*(z) = \varliminf\limits_{\zeta \to z} \mathcal{R}(\zeta)$ is the lower regularization. Moreover, the set $\left\{z \in U: \mathcal{R}_*(z) < \mathcal{R}(z)\right\}$ is polar in U, and the function $f(z,w)$ extends holomorphically to $\Omega \setminus S$, where Ω is defined as $\Omega = \left\{(z,w):\ |w| < \mathcal{R}_*(z),\ z \in U\right\}$ and S is an analytic subset of Ω.*

Remark. The analyticity of the exceptional set S in Lemma 1 is established using methods developed by A.S.Sadullaev and E.M.Chirka for extending holomorphic functions with fine singularities along a given direction, as detailed in [14].

Lemma 2. *Let the function $f(z,w)$ be holomorphic in the domain $U \times V_r$. For each fixed point z^0 from some nonpolar compact set $E \subset U$, the function $f(z^0,w)$, with respect to w, extends holomorphically to the larger circle $V_R = \left\{w \in \mathbb{C}:\ |w| < R\right\}$, $R > r$, except on finitely many singular points. Then the function $f(z,w)$ extends holomorphically to the domain*

$$\left\{(z,w):\ |w| < R^{-\omega^*(z,E,U)} \cdot r^{1+\omega^*(z,E,U)},\ z \in U\right\},$$

except on an analytic set of singularities.

Proof of Lemma 2. In the proof, we use Lemma 1. Let the function $f(z,w)$ satisfy all the conditions of Lemma 2; that is, the function $f(z,w)$ is holomorphic in $U \times V_r$ and for each $z^0 \in E \subset U$, the function $f(z^0,w)$, with respect to w, extends holomorphically to $V_R = \left\{w:\ |w| < R\right\}$, except on a finite set of points S_{z^0}.

Hence, by Lemma 1, it follows that the function $f(z,w)$ extends holomorphically to the domain

$$\left\{(z,w):\ |w|<\mathcal{R}_*(z),\ z\in U\right\},$$

except on some analytic set S, where $\mathcal{R}_*(z)\big|_E \geq R$, $\mathcal{R}_*(z)\big|_U \geq r$ holds.

It follows that the subharmonic function

$$u(z)=-\frac{\ln \mathcal{R}_*(z)-\ln r}{\ln R-\ln r}$$

belongs to the class $\mathcal{U}(E,U)$, i.e., $u\big|_E \leq -1$, $u\big|_U \leq 0$, and, by definition, $u(z)\leq \omega^*(z,E,U)$. Hence, $\mathcal{R}_*(z)\geq R^{-\omega^*(z,E,U)}\cdot r^{1+\omega^*(z,E,U)}$, $z\in U$, i.e.,

$$\left\{(z,w):\ |w|<\mathcal{R}_*(z),\ z\in U\right\}\supset\left\{(z,w):|w|<R^{-\omega^*(z,E,U)}\cdot r^{1+\omega^*(z,E,U)},\ z\in U\right\}.$$

Thus, any function $f(z,w)$ satisfying the conditions of Lemma 2 can be holomorphically continued to the domain $\left\{(z,w):|w|<R^{-\omega^*(z,E,U)}\cdot r^{1+\omega^*(z,E,U)}\right\}$, except on the analytic set S.

Corollary 1. *Let $U\subset\mathbb{C}_z$ be a bounded open set, $G\subset\mathbb{C}_w$ a bounded simply connected domain, $E\subset U$ a nonpolar set and $W\subset G$ an open set. If the function $f(z,w)$ is holomorphic in $U\times W$, and for every fixed $z^0\in E$, the function $f(z^0,w)$, with respect to w, extends holomorphically to G, except on finitely many singular points, then $f(z,w)$ extends holomorphically to the domain*

$$\left\{(z,w):\ \omega^*(z,E,U)+\omega^*(w,W,G)<-1\right\},$$

except on an analytic set S.

Lemma 3 ([3])**.** *Let $D\subset\mathbb{C}^n$, $(n>1)$ be a bounded domain, and let $\hat{D}$ be the holomorphic hull of D. Then every holomorphic function defined in the domain $D\setminus A$, where $A\subset D$ is an analytic set of full dimension $(n-1)$, extends holomorphically to the domain $\hat{D}$, except on an analytic set $\hat{A}\subset\hat{D}$, satisfying $\hat{A}\bigcap D=A$.*

4. Proof of Theorem 1.

Let $D\subset\mathbb{C}_z$, $G\subset\mathbb{C}_w$ be bounded simply connected domains, $E\subset D$, $F\subset G$ locally regular compact sets. Let the function $f(z,w)$ satisfy all the conditions of Theorem 1. We consider the following open neighborhoods of the regular compact sets

$$U_j=\left\{z\in D:\ \omega^*(z,E,D)<-1+\frac{1}{j}\right\},\ W_j=\left\{w\in G:\ \omega^*(w,F,G)<-1+\frac{1}{j}\right\}$$

and

$$F_j=\left\{w^0\in F:\ U_j\bigcap S_{w^0}=\varnothing\right\},\ E_j=\left\{z^0\in E:\ W_j\bigcap S_{z^0}=\varnothing\right\},\ j=1,2,....$$

Note that the open sets U_j and W_j consist of the union of a finite number of simply connected domains. It is clear that $E_j\subset E_{j+1}$, $F_j\subset F_{j+1}$ and $E=\bigcup\limits_{j=1}^{\infty}E_j$, $F=\bigcup\limits_{j=1}^{\infty}F_j$. Since E and F are nonpolar, there exists a number $j_0\in\bullet$ such that the sets E_j and F_j are nonpolar for all $j\geq j_0$. According to the Sichak-Zakharyuta theorem, the function $f(z,w)$ extends holomorphically to the open set

$$\hat{\Omega}_j=\left\{(z,w)\in U_j\times W_j:\ \omega^*(z,E_j^0,U_j)+\omega^*(w,F_j^0,W_j)<-1\right\}.$$

Now, we consider the following open sets:

$$U_j^{(\alpha)} = \left\{ z \in U_j :\ \omega^*(z, E_j^0, U_j) < -\alpha \right\},$$
$$W_j^{(\alpha)} = \left\{ w \in W_j :\ \omega^*(w, F_j^0, W_j) < -1+\alpha \right\},$$

for which $\alpha \in (0,1)$ is a fixed number. It is clear that $U_j^{(\alpha)} \times W_j^{(\alpha)} \subset \hat{\Omega}_j$.

It follows that the function $f(z,w)$ is holomorphic in $U_j^{(\alpha)} \times W_j^{(\alpha)}$. For each fixed $z^0 \in E_j^0$, the function $f(z^0, w)$ with respect to w is holomorphic in $G \setminus S_{z^0}$. Hence, the restriction of the function $f(z,w)$ to the set $Y_j^{(\alpha)} = \left(U_j^{(\alpha)} \times W_j^{(\alpha)}\right) \bigcup \left(E_j^0 \times G\right)$ satisfies all the conditions of Corollary 3.1 and admits a holomorphic continuation to the open set

$$\hat{Y}_j^{(\alpha)} = \left\{ (z,w) \in U_j^{(\alpha)} \times G :\ \omega^*(z, E_j^0, U_j^{(\alpha)}) + \omega^*(w, W_j^{(\alpha)}, G) < -1 \right\},$$

except on an analytic set $M_j^{(\alpha)}$: $M_j^{(\alpha)} \bigcap \left(\left\{ z^0 \right\} \bigcap G \right) = S_{z^0}$, for almost all $z^0 \in E_j$ with respect to the harmonic measure.

Similarly, the restriction of the function $f(z,w)$ to the set $Z_j^{(\alpha)} = \left(D \times F_j^0\right) \bigcup \left(U_j^{(\alpha)} \times W_j^{(\alpha)}\right)$ satisfies all the conditions of Corollary 3.1 and admits a holomorphic continuation to the open set

$$\hat{Z}_j^{(\alpha)} = \left((z,w) \in D \times W_j^{(\alpha)} :\ \omega^*(z, U_j^{(\alpha)}, D) + \omega^*(w, F_j^0, W_j^{(\alpha)}) < -1 \right),$$

except on an analytic set $L_j^{(\alpha)}$: $L_j^{(\alpha)} \bigcap \left(D \bigcap \left\{ w^0 \right\} \right) = S_{w^0}$, for almost all $w^0 \in F_j$ respect to the harmonic measure.

On the other hand, $Y_j^{(\alpha)} \subset \hat{X}_j$ and $Z_j^{(\alpha)} \subset \hat{X}_j$ hold, where $\hat{X}_j = \left\{ (z,w) \in D \times G :\ \omega^*(z, E_j^0, D) + \omega^*(w, F_j^0, G) < -1 \right\}$.

It follows that the holomorphic hulls $\hat{Y}_j^{(\alpha)}$ and $\hat{Z}_j^{(\alpha)}$ also belong to $\hat{X}_j$. Moreover, $(D \times F_j^0) \bigcup (E_j^0 \times G) \subset \hat{Y}_j^{(\alpha)} \bigcup \hat{Z}_j^{(\alpha)} \subset \hat{X}_j$ holds.

Consequently, by Lemma 3, the function $f(z,w)$ extends holomorphically to the domain $\hat{X}_j$, except on some analytic set S_j satisfying $\hat{Y}_j^{(\alpha)} \bigcap S_j = M_j^{(\alpha)}$, $\hat{Z}_j^{(\alpha)} \bigcap S_j = L_j^{(\alpha)}$.

Finally, tending to $j \to +\infty$, and using the continuity of the harmonic measure, we obtain

$$\lim_{j \to +\infty} \hat{X}_j = \hat{X},$$

where $\hat{X} = \left\{ (z,w) \in D \times G :\ \omega^*(z, E, D) + \omega^*(w, F, G) < -1 \right\}$.

Once again, by applying Lemma 3, we see that the function $f(z,w)$ extends holomorphically to the domain $\hat{X}$, except on an analytic set S satisfying $\hat{X}_j \bigcap S = S_j$. *This completes the proof of Theorem 1.*

The following example shows that this theorem does not exclude the case $S \bigcap (E \times F) \neq \varnothing$.

Example. Let us consider the set $X = (U \times F) \bigcup (E \times V)$, where $U = \left\{ z \in \mathbb{C} :\ |z| < 1 \right\}$, $V = \left\{ w \in \mathbb{C} :\ |w| < 1 \right\}$, $E = \left[0, \frac{1}{2} \right]$ and $F = \left[0, \frac{1}{2} \right]$. We put

$$f(z,w) = \begin{cases} \dfrac{z \cdot w}{z + w}, & z \cdot w \neq 0 \\ 0, & z \cdot w = 0. \end{cases}$$

Then the function $f(z,w)$ satisfies all the conditions of Theorem 1. The continuation of the function has the set of singularities $S = \left\{ (z,w) :\ z + w = 0 \right\}$, and the intersection $S \bigcap (E \times F) = \left\{ (0,0) \right\}$ is nonempty.

Acknowledgement. The authors would like to express their profound gratitude to Academician Azimbay Sadullaev for his exceptional guidance, thoughtful insights, and invaluable support throughout the development of this work.

REFERENCES

1. Atamuratov A.A. Meromorphic continuation of separately meromorphic functions defined on part of a domain boundary, Uz. Math. Journal. 2009. № 3. pp. 18-26. (In Russian)
2. Gonchar A.A. On analytic continuation from the "edge of the wedge" // Annales Academiae Scientiarum Fennicae. Series A I. Mathematica. 1985. Vol. 10. pp. 221-225. https://zbmath.org/an:0603.32008
3. Dloussky G. Envelopes d'holomorphie et prolongement d'hypersurfaces // In Seminaire Pierre Lelong (Analyse), Lecture Notes in Math. 578, Springer-Verlag, Berlin. 1977. Vol. 213. pp. 217-235. https://doi.org/10.1007/BFb0091472
4. Zaharjuta V. P. Separately analytic functions, generalizations of Hartogs' theorem, and envelopes of holomorphy, Mathematics of the USSR-Sbornik, 1976, Vol. 30, no. 1, pp. 51–67. https://doi.org/10.1070/SM1976v030n01ABEH001898
5. Ivashkovich S.M. The Hartogs-type extension theorem for meromorphic maps to compact Kähler manifolds // Inv. Math. 1992. Vol. 109. pp. 47-54. https://doi.org/10.1007/BF01232018
6. Imomkulov S.A. On holomorphic continuation of functions defined on a pencil of boundary complex lines // Izvestniya: Mathematics. 2005. Vol. 69. no. 2. pp. 345-363. https://doi.org/10.1070/IM2005v069n02ABEH000532
7. Jarnicki M., Pflug P. An extension theorem for separately holomorphic functions with analytic singularities// Ann. Pol. Math. 2003. Vol. 80. pp. 143-161. https://doi.org/10.4064/ap80-0-12
8. Jarnicki M., Pflug P. An extension theorem for separately meromorphic functions with pluripolar singularities// Kyushu J. Math. 2003. Vol. 57. pp. 291–302. https://doi.org/10.48550/arXiv.math/0209207
9. Kazaryan M.V. On functions of several complex variables that are separately meromorphic // Mathematics of the USST-Sbornik. 1976. Vol. 4. pp. 481-489. https://doi.org/10.1070/SM1976v028n04ABEH001664
10. Kazaryan M.V. Holomorphic continuation of functions with special singularities in $\mathbb{C}^n$ // Dokl. Akad. Nauk Arm. SSR. 1988. Vol. 76. pp. 13-17.
11. Pflug P., Nguyen Viet-Ahn. A boundary cross theorem for separately holomorphic functions // Ann. Pol. Math. 2004. Vol. 84. pp. 237-271. https://doi.org/10.48550/arXiv.math/0411657
12. Rothstein W. Ein neuer Beweis des Hartogschen Hauptsatzes und seine Ausdehnung auf meromorphe funktionen // Math. Z. 1950. Vol. 53. pp. 84-95. https://doi.org/10.1007/BF01175583
13. Ruppenthal J. A $\overline{\partial}$ – theoretical proof of Hartogs' extension theorem on Stein spaces with isolated singularities // Journal of Geometric Analysis. 2008. Vol. 18. pp. 1127-1132. http://doi.org/10.1007/s12220-008-9042-y
14. Sadullaev A. S., Chirka E.M. On continuation of functions with polar singularities // Mathematics of the USSR-Sbornik, 1988, vol. 60, no. 2, pp. 377–384. https://doi.org/10.1070/SM1988v060n02ABEH003175
15. Sadullaev A.S. Plurisubharmonic measure and capacities on complex manifolds // Russian Mathematical Surveys. 1981. Vol. 36. pp. 61-119. http://doi.org/10.1070/RM1981v036n04ABEH002637

16. Sadullaev A.S. Plyurisubharmonic functions // Itogi Nauki I Tekhniki. Sovrem. Probl. Mat. Fund Napr. 1985. Vol. 8. pp. 65-111.
17. Sadullaev A.S., Imomkulov S.A. Extension of Holomorphic and Pluriharmonic Functions with Thin Singularities on Parallel Sections // Proc. Steklov Inst. Math. 2006. Vol. 253. pp.144-159. https://doi.org/10.1134/S0081543806020131
18. Sadullaev A.S. A note on meromorphic functions with discrete singularities oz_n // Uz. Math. Journal. 2010. №1. pp. 130-134. (In Russian)
19. Sakai E. A note on meromorphic functions in several complex variables // Mem. Fac. Sci. Kyushu Univ. ser. A. 1957. no 1. pp. 75-80.
20. Siciak J. Separately analytic functions and envelopes of holomorphy of some lower dimensional subsets of $\mathbb{C}^n$ // Annales Polonici Mathematici. 1969. Vol. 22, no. 2, pp. 145-171. https://doi.org/10.4064/ap-22-2-145-171
21. Tuichiev T.T. Continuation of functions in a fixed direction // Siberian Mathematical Journal. 1988. Vol. 29. № 3. pp. 142-147.
22. Hartogs F. Zur Theorie der analytischen Funktionen mehrerer unabhängiger Veränderlichen, insbesondere über die Darstellung derselben durch Reihen, welche nach Potenzen einer Veränderlichen fortschreiten // Math. Ann. 1906. Vol. 62. pp. 1-88.
23. Hukuhara M. L'extensions du theoreme d'Osgood et de Hartogs // Kansˆu-h`oteisiki ogobi Oyo-Kaiseki. 1930. Vol. 48. no. 8. pp. 48–49.

ABDULLAYEV JANIKUL IBRAGIMOVICH

Samarqand davlat universiteti professori



MARKAZIY LIMIT TEOREMALAR MAVZUSINI O‘QITISHDA FUNKSIONAL METODLAR

Ehtimollar nazariyasining eng muhim natijalaridan biri bo‘lgan markaziy limit teoremalar va katta sonlar qonunini o‘qitishda zamonaviy funksional metodlardan foydalanish uslubiy jihatdan dolzarb hisoblanadi. Ko‘p sonli o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan tasodifiy miqdorlar yig‘indisining taqsimoti, ma’lum shartlar bajarilganda, normal (Gauss) taqsimotiga yaqinlashadi. Ushbu jarayonni tushuntirishda tasodifiy miqdorlarni elementar hodisalar fazosi Ω da aniqlangan funksiyalar sifatida qarash o‘quvchilarga yaqinlashish turlarini chuqurroq anglashga yordam beradi.

Tasodifiy miqdorlar ketma-ketligining yaqinlashish turlari. Markaziy limit teoremalar va katta sonlar qonunini bayon qilishda funksional analiz kursidagi yaqinlashish tushunchalari bilan parallel olib borish tavsiya etiladi:

- 1 ehtimol bilan yaqinlashish (deyarli muqarrar): Funksional analizdagi deyarli hamma yerda yaqinlashish bilan ustma-ust tushadi.
- Ehtimol bo‘yicha yaqinlashish: O‘lchov bo‘yicha yaqinlashish tushunchasining ehtimollar nazariyasidagi analogidir.
- Taqsimot bo‘yicha yaqinlashish: Taqsimot funksiyalarining kuchsiz ma’noda yaqinlashishi sifatida ta’riflanadi.

Markaziy limit teoremalar: Ma’ruzada markaziy limit teoremalarning bir necha klassik variantlari keltiriladi:

- Muavr-Laplas teoremasi: Binomial taqsimotga ega tasodifiy miqdorlar uchun limit holatini ifodalaydi.
- Lindeberg teoremasi: Bog‘liqmas tasodifiy miqdorlar uchun Lindeberg sharti bajarilganda markaziy limit teoremalar o‘rinli bo‘lishini ko‘rsatadi.
- Lyapunov teoremasi: Yuqori tartibli momentlar yordamida Lyapunov sharti orqali yanada qulayroq limit xossasini beradi.

Katta sonlar qonuni va fundamental tengsizliklar. Katta sonlar qonunining mohiyati — ko‘p sondagi tasodifiy hodisalar ta’sirining o‘rtacha natijasi amalda tasodifiy bo‘lmay qolishidir. Katta sonlar qonunini isbotlash va tushuntirishda quyidagi funksional tengsizliklar markaziy rol o‘ynaydi:

Yensen tengsizligi: Botiq funksiyalar uchun matematik kutilma xossasi.

Markov tengsizligi: Manfiy bo‘lmagan tasodifiy miqdorlarning ehtimoliy bahosi.

Chebishev tengsizligi: Tasodifiy miqdorning o‘z matematik kutilmasidan chetlashishini dispersiya orqali baholaydi.

Kuchaytirilgan katta sonlar qonuni. Kuchaytirilgan katta sonlar qonuni ehtimol bo‘yicha yaqinlashishdan ko‘ra kuchliroq bo‘lib, 1 ehtimol bilan yaqinlashishni talab qiladi. Kolmogorov teoremasiga ko‘ra, bir xil taqsimlangan bog‘liqmas tasodifiy miqdorlar uchun kuchaytirilgan katta sonlar qonuni o‘rinli bo‘lishi uchun matematik kutilma chekli bo‘lishi zarur va yetarlidir.

Funksional metodlarni qo‘llash orqali markaziy limit teoremalar va katta sonlar qonuni mavzularini o‘qitish, talabalarda ehtimollar nazariyasi va matematik analizning uzviy bog‘liqligi haqida yaxlit tasavvur uyg‘otadi. Taqdim etilgan misollar (masalan, $\Omega = [0, 1)$ oraliqdagi ko‘rsatkichli funksiyalar ketma-ketligi) nazariy tushunchalarni amaliy misollar bilan mustahkamlashga xizmat qiladi.

CUDDAPAH DHANANJAYA RAO

Navoiy davlat universiteti dotsenti



BILINGUAL-DIGITAL TRANSFORMATION MODEL OF SCIENCE LABORATORY LEARNING IN ISLAMIC EDUCATIONAL CONTEXTS: A COMPARATIVE ANALYSIS

Introduction

The major context in few Islamic HEIs is the language barrier and inadequate laboratory infrastructure (Halabieh, H et al., 2022). To overcome these difficulties, the authors proposed a bilingual model of performing laboratory experiments combining the Traditional Laboratory Training (TLT) in Uzbek language flowed by a digital learning approach that is essentially in English language. This model is simply a blended learning approach and this learning approach has shown better performance than the single learning approach TLT (Sasha Nikolic et al., 2023). The major problem in this blended learning approach is that, the digital learning approaches such as Augmented Reality and Virtual Reality (ARVR), Simulation Based Laboratory (SBL), Virtual Laboratory (VTL) etc., are all most probably in English language only. Hence, the students with poor English language skills and poor digital skills are unable to follow the instructions effectively. On the other hand, Video laboratories supplement the digital laboratories in which the trainer pre-record a video in native language and then the students are instructed to follow the experimental procedure, record the readings and complete the experimental procedures (Fadlilah et al., 2020; Kortemeyer, 2023). Many advantages were reported with this type of video based learning approach in combination with TLT (blended learning) through which, effective use of blended learning was reported (Susilawati et al., 2022). Even though, this approach, where video laboratory integrated with TLT or hybrid digital approach where pre-recorded video laboratory (native language) integrated with digital learning approach (English) has shown some positive impacts on student's laboratory performance skills in various clusters/rubrics, it cannot be a best approach due to some limitations such as lack of hands-on experience, passive learning tendency, limited development of experimental skills, reduced critical thinking and inquiry etc. Each digital laboratory learning approach will have its own advantages and disadvantages. Researchers are investigating the impact of various combinations of digital laboratories or blended learning approaches on the outcomes are still under development. However, the Bilingual Hybrid Digital Learning Model (BHDLM) where a pre-recorded (native language) video laboratory session followed by a digital laboratory platform has shown enhanced outcomes compared to TLT or a hybrid model purely based on English language learning approach. The validity of the proposed model and the statistics required for the validation are discussed in the present article.

Methodology and Statistics required for validation of the model

The BHDLM is expected to give the positive impact on the learning outcomes. For this purpose, students have to be divided into groups with equal performance levels. Levine's test of homogeneity has to be carried out with the pre test scores. After ensuring the homogeneity of groups with minimum of 30 students per each group, further statistical methods have to be applied to measure the effectiveness. Depending upon the number of dependent variables (training methods) and independent variables, the statistical methods changes. For example, if the post test scores of one particular outcome (example: laboratory performance skill) is alone studied for

various training methods, a one-way ANOVA is used, while if the post test scores of various clusters (example: Experimental Design skill, data analysis skill etc.,) a multivariate analysis of variance (MANOVA) is to be used. In order to find the impact of one particular skill on the other skills of the students under study, correlation coefficient has to be determined. Hence, to validate the effectiveness of various learning approaches, expertise in various statistical approaches are essential. Without these statistical interpretation, the conclusions will be vague and invalid.

Data and Results

The table represents the mean scores obtained with 13 groups of students (25 students per each group). The blended learning approaches ARVR, SBL and VTL (English) integrated with TLT (Uzbek) has shown the maximum outcome in laboratory performance skill of the students compared to other approaches.

Table. Mean values of the post-test scores

Learning Approach	N	Mean	Standard Deviation	Standard Error
ARVR&TLT	25	83.00	10.008	2.002
SBL&TLT	25	80.32	9.775	1.955
VTL&ARVR	25	79.80	8.898	1.780
VTL&TLT	25	79.08	8.118	1.624
SBL&ARVR	25	75.16	8.370	1.674
VTL&SBL	25	73.16	6.349	1.270
SBL&VDBL	25	70.08	7.245	1.449
VTL&VDBL	25	70.96	7.646	1.529
ARVR	25	70.60	6.627	1.325
TLT	25	70.24	5.974	1.195
VTL	25	69.40	5.930	1.186
SBL	25	68.00	6.305	1.261
VDBL	25	67.80	6.429	1.286

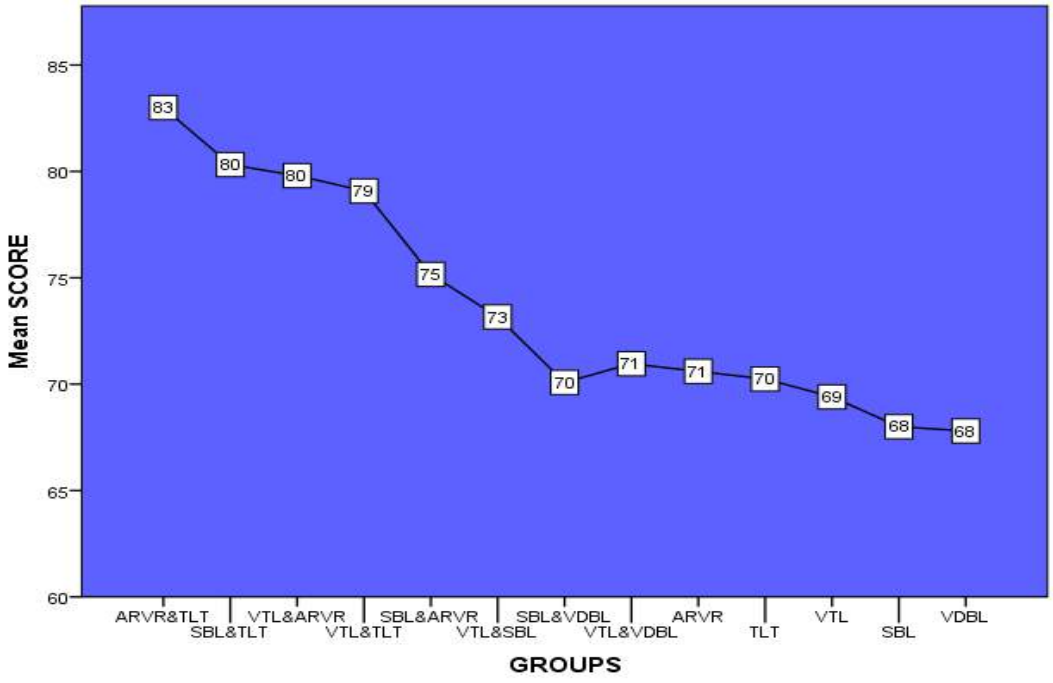


Figure. Line plot showing the mean values of the post-test scores.

Conclusion

A bilingual Hybrid Digital Learning Model (BHDLM) was proposed which finds its importance in enhancing the learning outcomes of the students with low English language skill with poor digital skills studying in the HEIs. TLT (Uzbek) or a pre-recorded Video laboratory (Uzbek) integrated with ARVR/SBL/VTL digital laboratories (English) might be used to enhance the effectiveness of learning outcomes. More research is to be focused on which particular blended learning or hybrid digital approaches gives the best outcome. In order to compare the effectiveness; to find the impact of blended/hybrid digital approaches and also to validate the results, more sophisticated statistical soft-wares such as R (with R Studio), IBM SPSS Statistics, Stata, SAS, Jamovi, JASP, PSPP, Minitab, JMP, Stat graphics, NCSS etc. are required. The future research focusses on validating the results obtained by using the above mentioned statistical techniques and to propose a best approach for enhancing the learning outcomes.

REFERENCES

1. Halabieh, H.; Hawkins, S.; Bernstein, A.E.; Lewkowict, S.; Unaldi Kamel, B.; Fleming, L.; Levitin, D. The Future of Higher Education: Identifying Current Educational Problems and Proposed Solutions. Educ. Sci. 2022, 12, 888. https://doi.org/10.3390/educsci 12120888.
2. Sasha Nikolic, Sarah Grundy, Rezwanul Haque, Sulakshana Lal, Ghulam M. Hassan, Scott Daniel, Marina Belkina, Sarah Lyden, Thomas F. Suesse. A ranking comparison of the traditional, online and mixed laboratory mode learning objectives in engineering: Uncovering different priorities[J]. STEM Education, 2023, 3(4): 331-349. doi: 10.3934/steme.2023020.
3. Fadlilah, N., Sulisworo, D., & Maruto, G. (2020). *The effectiveness of a video-based laboratory on discovery learning to enhance learning outcomes.* Universal Journal of Educational Research, 8(8), 3646–3654.
4. Kortemeyer, G. (2023). *Comparing students' learning with apparatus-based versus video-based experimentation.* Physical Review Physics Education Research, 19(2).
5. Susilawati, S., Doyan, A., Putri, I., & Taufik, M. (2022). *Practicality of physics learning tools using blended learning model with video assistance on momentum and impulse materials.* Journal of Science and Science Education, 3(2), 91–95. https://doi.org/10.29303/jossed.v3i2.2575

1-SHO‘BA. ANIQ FANLARNING FUNDAMENTAL MUAMMOLARI VA ULARNING TADBIQLARI

UMUMIY O‘RTA TA’LIM MAKTABLARI O‘QUVCHILARIGA KIBER SAVODXONLIKNI O‘QITISHNING ZARURIYATI.

Abdualimov O. U.
Jizzax davlat pedagogika universiteti doktoranti.

Annotatsiya: Mazkur maqolada raqamli iqtisodiyot va ta’limning transformatsiyalashuvi sharoitida maktab o‘quvchilarining kiberxavfsizlik borasidagi savodxonligini oshirish masalalari tadqiq etilgan. Tadqiqot ob’ekti sifatida Jizzax shahar 19-maktab informatika va axborot texnologiyalari fani tahlil qilinib, mavjud darsliklardagi kamchiliklar va ularni bartaraf etish yechimllari taklif etilgan. Maqolada o‘quvchilarga kiberxavfsizlik savodxonligini o‘rgatishda gamifikatsiya va CTF (Capture The Flag) metodlarining samaradorligi ilmiy asoslab berilgan.
Kalit so‘zlar: kiberxavfsizlik, informatika va axborot texnologiyalari, raqamli savodxonlik, kiber-gigiyena, pedagogik eksperiment.

Global tarmoqning kundalik hayotga chuqur kirib borishi, ayniqsa, yosh avlod vakillari — maktab o‘quvchilari uchun ham imkoniyat, ham xavf manbaiga aylandi. O‘zbekiston Respublikasida kiberjinoyatchilikning yiliga o‘rtacha 10-15 barobarga o‘sib borishi, voyaga yetmaganlarning internetdagi turli destruktiv g‘oyalar, firibgarlik va kiberbulling qurboniga aylanishi informatika fanini o‘qitish metodikasini tubdan qayta ko‘rib chiqishni taqozo etmoqda.

O‘zbekiston Respublikasining 2022-yil 15-apreldagi “Kiberxavfsizlik to‘g‘risida”gi O‘RQ-764-son Qonuni talablaridan kelib chiqib, yoshlarda kiberxavfsizlik madaniyatini shakllantirish davlat ahamiyatiga molik vazifa hisoblanadi. Ushbu maqolada mazkur vazifani umumiy o‘rta ta’lim tizimida, xususan, informatika darslari tarkibida qanday amalga oshirish mumkinligitahlilqilinadi. Xalqaro tajribada, jumladan, Malayziya va AQSH tajribasida kiberxavfsizlik ta’limi boshlang‘ich sinflardan boshlab tizimli ravishda o‘rgatiladi. Biroq, mahalliy maktablarimizda informatika fani doirasida axborot xavfsizligiga ajratilgan soatlar juda kam va ular asosan nazariy xarakterga ega.

Umumiy o‘rta ta’lum maktabda o‘tkazilgan dastlabki kuzatishlar shuni ko‘rsatadiki, 8-11 sinf o‘quvchilarining 75% dan ortig‘i kuniga kamida 3-4 soat vaqtini ijtimoiy tarmoqlarda o‘tkazadi, lekin ularning faqatgina 15% i “ikki bosqichli autentifikatsiya” yoki “fishing havolasi” tushunchalarini amaliy qo‘llay oladi. Bu ko‘rsatkich darsliklardagi nazariya va real hayotdagi tahdidlar o‘rtasida uzilish mavjudligini tasdiqlaydi.

Tadqiqot doirasida Jizzax shahar 19-maktabning informatika va axborot texnologiyalari fani o‘qituvchilari va 9-sinf o‘quvchilari ishtirokida pedagogik eksperiment o‘tkazildi. Eksperiment ikki bosqichda amalga oshirildi:

1. **Diagnostik bosqich:** O‘quvchilarning kiberxavfsizlik bo‘yicha boshlang‘ich bilimlari test va so‘rovnoma orqali aniqlandi.
2. **Shakllantiruvchi bosqich:** Informatika kursi tarkibiga qo‘shimcha amaliy modullar kiritildi.

Eksperiment natijasida quyidagi kiberjinoyat turlari bo‘yicha o‘quvchilarning xabardorlik darajasi o‘rganildi (1-jadval):

1-jadval.

Jizzax shahar 19-maktab o‘quvchilarining kiber-savodxonlik darajasi

Ko‘rsatkichlar	**Eksperimentdan oldin (%)**	**Eksperimentdan keyin (%)**
Parol xavfsizligi va murakkabligi	32%	88%
Fishing hujumlarini aniqlash	12%	74%
Shaxsiy ma'lumotlar maxfiyligi (Privacy)	28%	81%
Kiberbullingga qarshi choralarni bilish	18%	65%

Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatdiki, interaktiv va amaliy metodlar, xususan, “Gamifikatsiya” usuli kiberxavfsizlikni o‘qitishda 2,5 barobar yuqori samaradorlik beradi.

Qo‘llanilgan metodlar va vositalar :

- **CTF (Capture The Flag) elementlari:** Informatika darslarida o‘quvchilarga “yashirin bayroqni topish” o‘yini orqali shifrlash (kriptografiya) va tarmoq sozlamalari o‘rgatildi.
- **Keys-stadi (Case Study):** O‘zbekiston IIV Kiberxavfsizlik markazi tomonidan taqdim etilgan real kiber-firibgarlik holatlari darslarda tahlil qilib chiqildi.
- **Mobil ilovalar bilan ishlash:** O‘quvchilarga smartfonlarida xavfsizlik sozlamalarini (Two-Factor Authentication) sozlash amaliy ko‘rsatib berildi.

Tahlillar shuni ko‘rsatmoqdaki, maktab o‘quv dasturiga "Kiber-gigiyena" darslarini kiritish nafaqat axborot xavfsizligini ta’minlaydi, balki o‘quvchilarda aniq va tabiiy fanlarga (matematika, mantiq va boshqalar) bo‘lgan qiziqishni ham oshiradi. Masalan, kriptografik masalalarni yechish uchun o‘quvchi sonlar nazariyasi va ehtimollar nazariyasini chuqurroq o‘rganishga intiladi.

Olingan natijalar shuni tasdiqlaydiki, umumiy o‘rta ta’lim maktablarida axborot xavfsizligini o‘qitishda faqat darslik bilan cheklanib qolish yetarli emas. Bu jarayonda **“Uchlik modelini”** (Maktab – Oila – Davlat) joriy etish lozim.

Tajriba shuni ko‘rsatdiki, ota-onalar ham kiberxavfsizlik bo‘yicha yetarli bilimga ega emaslar. Shuning uchun, maktablarda ota-onalar uchun ham "Kiber-ota-ona" (Cyber Parenting) seminarlarini tashkil etish, o‘quvchilarning uyda internetdan foydalanish madaniyatini nazorat qilishga yordam beradi.

Bundan tashqari, informatika o‘qituvchilarining malakasini oshirish tizimiga zamonaviy kiber-hujumlar va ulardan himoyalanish texnologiyalari (masalan, SIEM tizimlari haqida tushuncha, tarmoq xavfsizligi) bo‘yicha maxsus kurslarni integratsiya qilish lozim.

6. XULOSA VA TAVSIYALAR

O‘tkazilgan ushbu tadqiqot maktab ta’limida kiberxavfsizlikning strategik ahamiyatini tasdiqlaydi. Tadqiqot xulosalari asosida quyidagi tavsiyalar shakllantirildi:

1. **Informatika va axborot texnologiyalari darsliklarini modernizatsiya qilish:** 5-11 sinf darsliklariga amaliy kiberxavfsizlik modullarini (har bir chorakda kamida 2-4 soat) kiritish.
2. **Maktab kiber-klublarini tashkil etish:** to‘garaklar faoliyatini respublika miqyosida yoyish.
3. **Milliy kontent yaratish:** O‘zbek tilidagi kiberxavfsizlik bo‘yicha interaktiv o‘yinlar va mobil ilovalarni ishlab chiqish hamda ta’lim jarayoniga tatbiq etish.

Ushbu tadqiqot natijalari umumiy o‘rta ta’lim tizimida axborot xavfsizligi bo‘yicha davlat ta’lim standartlarini takomillashtirishga xizmat qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. O‘zbekiston Respublikasining "Kiberxavfsizlik to‘g‘risida"gi Qonuni, O‘RQ-764, 2022.
2. Abdrahman, N. A., et al. (2020). "The Importance of Cybersecurity Education in School." *International Journal of Information and Education Technology*, Vol. 10, No. 5.
3. O‘zbekiston Respublikasi IIV Kiberxavfsizlik markazi yillik statistik ma’lumotlari (2024-2025).
4. PUSEY, P., WILLIAM, A. S. (2012). "CYBERETHICS, CYBERSAFETY, AND CYBERSECURITY: PRESERVICE TEACHER KNOWLEDGE AND PREPAREDNESS."
5. MUNIANDY, L., MUNIANDY, B. (2017). "CYBER SECURITY BEHAVIOR AMONG HIGHER EDUCATION STUDENTS IN MALAYSIA."

INTEGRAL OPERATORLARNING XOSSALARI VA ULARNING TURLI SOHALARDAGI TADBIQLARI

Prof. Abdullayev J. I
Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti
Maksimova O‘. S
Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti

Annotatsiya: Ushbu maqolada integral operatorlarning turli sohalarda qo‘llanilishi bayon etilgan.

Kalit so‘zlar: Integral operator, operatorning xos qiymati va xos funksiyasi, operator izi.

Integral operatorlar va ularning xos qiymatlari matematik fizikaning ko‘plab masalalarida, xususan, issiqlik o‘tkazuvchanlik va difuziya jarayonlarini modellashtirishda muhim kasb etadi. Operatorning izi fizikada tizimning umumiy energiyasi yoki holatlar yig‘indisi kabi fizik kattaliklarni hisoblashda qo‘llaniladi. Shuningdek, bunday operatorlar statistik mexanikada zarrachalar ta'sirini tavsiflovchi integral tenglamalarni yechishda asosiy apparat hisoblanadi.

$A:C[a,b]\to C[a,b]$ akslantirish berilgan bo‘lsin. $a<b$ sonlar uchun, quyidagicha aniqangan A operator,

$$(Af)(x)=\int_a^b K(x,t)f(t)dt\ , \qquad (1)$$

integral operatorga misol bo‘ladi.

Bu yerda $K:[a,b]\times[a,b]\to R$ − uzluksiz funksiya, u integral operatorning yadrosi deyiladi.

1-ta’rif. [1] Agar, barcha $f_1,f_2\in D(A)$ va ixtiyoriy $\alpha,\beta\in\mathbb{C}$ sonlar uchun $A(\alpha f_1+\beta f_2)=\alpha Af_1+\beta Af_2$, tenglik o‘rinli bo‘lsa, A ga chiqizli operator deyiladi.(1)tenglik bilan aniqlangan operatorni chiziqlilikka tekshiramiz.

$$\left(A(\alpha f_1+\beta f_2)\right)(t)=\int_a^b K(x,t)\left(\alpha f_1(t)+\beta f_2(t)\right)dt=$$

$$=\int_a^b \alpha K(x,t)f_1(t)+\beta K(x,t)f_2(t)dt=\int_a^b \alpha K(x,t)f_1(t)dt+\int_a^b \beta K(x,t)f_2(t)dt==\alpha\int_a^b K(x,t)f_1(t)dt+\beta\int_a^b K(x,t)f_2(t)dt=\alpha Af_1+\beta A$$

Demak, har qanday integral operatori chiziqli bo‘lar ekan.

1-lemma. [1] Agar integral operator yadrosining kvadrati integrallanuvchi bo‘lsa

$$\int_a^b\int_a^b |K(x,t)|^2\,dxdt<\infty,$$

u holda berilgan operator $L_2[a,b]$ fazoda chegaralangan va uzluksiz bo‘ladi. Bunda operatorning normasi uchun quyidagi baho o‘rinli:

$$\mathrm{A}\le\sqrt{\int_a^b\int_a^b |K(x,t)|^2\,dxdtdt}.$$

2-ta'rif.[1] Agar biror $\lambda\in C$ soni uchun $(A-\lambda I)x=0$ tenglama nolmas $(x\neq 0)$ yechimga ega bo‘lsa, λ soni A operatorning xos qiymati deyiladi, nolmas yechim x esa xos vektor deyiladi.

1-misol. Hilbert fazosi $L_2[0,1]$ da berilgan

$$(Kx)(t)=\int_0^1 \ln|t-s|\,x(s)\,ds, \qquad x\in L_2[0,1]$$

operatorni chegaralangan ekanligini ko‘rsating va uning normasini baholang.

Yechish: Eng avvalo berilgan integral operatorning yadrosi $\ln|t-s|$ ni $L_2[0,1]$ fazoga tegishli ekanligini ko‘rsatamiz.

Logarifmik funksiya $K(t,s)=\ln|t-s|$ singulyarlik xususiyatiga ega. Agar $t=s$ bo‘lsa yadro $K(t,s)$ cheksizga teng. Shunga qaramay, u kvadrati bilan integrallanuvchi:

$$K^2=\int_0^1\int_0^1 ln^2|t-s|\,dtds$$

Ichki integralda $u=t-s$ almashtirish olamiz. Natijada,

$$I(s)=\int_0^1 ln^2|t-s|\,dt=\int_{-s}^{1-s} ln^2|u|\,du=\int_{-s}^{0} ln^2 u\,du+\int_0^{1-s} ln^2 u\,du$$

$F(u)$ boshlang‘ich funksiyani hisoblash natijasida quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$F(u)=\int ln^2|u|\,du=uln^2u-2ulnu+2u.$$

$$\lim_{u\to 0}F(u)=\lim_{u\to 0}\left(uln^2u-2ulnu+2u\right)=0.$$

$$I(s)=\int_{-s}^{0} ln^2 u\,du+\int_0^{1-s} ln^2 u\,du=F(s)+F(1-s)==sln^2s-2slns+2s+(1-s)ln^2(1-s)-2(1-s)\ln(1-s)+2(1-s)$$

Endi tashqi integralni hisoblaymiz:

$$K^2=\int_0^1 I(s)\,ds= \qquad (2)$$

$$=\int_0^1 sln^2s-2slns+2s+(1-s)ln^2(1-s)-2(1-s)\ln(1-s)+2(1-s)\,ds=$$

$$=\int_0^1 sln^2s-2slns+2sds+\int_0^1 (1-s)ln^2(1-s)-2(1-s)\ln(1-s)+2(1-s)\,ds.$$

$v=1-s$ almashtirish olsak, $ds=-dv,\ s=0\to v=1,\ s=1\to v=0$ munosabatga ega bo‘lamiz. Bundan kelib chiqadiki,

$$\int_0^1 (1-s)ln^2(1-s)-2(1-s)\ln(1-s)+2(1-s)\,ds=\int_0^1 vln^2v-2vlnv+2v\,dv.$$

Ko‘rinib turibdiki, (2) integral quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$K^2=\int_0^1 I(s)\,ds=2\int_0^1 sln^2s-2slns+2s\,ds=2\left[\int_0^1 sln^2s\,ds-\int_0^1 2slns\,ds+2\int_0^1 s\,ds\right].$$

$\lim_{s\to 0} sln^2s\,ds=\lim_{s\to 0} slns\,ds=0$ ekanligini hisobga olgan holda hamda bo‘laklab integrallash natijasida quyidagi qiymatlarga ega bo‘lamiz:

$$\int_0^1 sln^2s\,ds=\frac{1}{4},\ \int_0^1 slns\,ds=-\frac{1}{4},\ \int_0^1 s\,ds=\frac{s^2}{2}|_0^1=\frac{1}{2}.$$

$$K^2=2*\left[\frac{1}{4}+2*\frac{1}{4}+2*\frac{1}{2}\right]=3.5.$$

Hisob kitoblar shuni ko‘rsatadiki, $K_{L_2} = \sqrt{3.5} < \infty$. 3-ta’rifga ko‘ra A operator, yadrosi kivadrati bilan integrallanuvchi bo‘lgani uchun chegaralangan va uzluksizdir. A operatorning normasi esa $A \le \sqrt{3.5}$, kabi baholanadi.

2-misol. $L_2[0,\infty]$ fazosida quyidagi A integral operatori berilgan bo‘lsin.

$$(Af)(x) = \int e^{-(x+y)} f(y)\,dy \qquad (3)$$

Ushbu operatorning:

1. Xos qiymatlari va xos funksiyalarini toping.
2. Berilgan operator izli operator ekanligini tekshiring. Agar operator izli bo‘lsa, izini toping.

Yechish. Berilgan operatorning xos qiymat va xos funksiyalarini hisoblaymiz:

$$(Af)(x) = \lambda f(x)$$

$$\int_0^\infty e^{-(x+y)} f(y)\,dy = \lambda f(x),$$

integralni hisoblaymiz.

e^{-x} ni integraldan tashqariga chiqaramiz.

$$e^{-x}\int_0^\infty e^{-y} f(y)\,dy = \lambda f(x)$$

$$Ce^{-x} = \lambda f(x).$$

Demak, berilgan A operatorning xos funksiyasi $f(x) = e^{-x}$ ekan.C ni hisoblaymiz:

$$C = \int_0^\infty e^{-y} f(y)\,dy = \int_0^\infty e^{-y} * e^{-y}\,dy = \int_0^\infty e^{-2y}\,dy = -\frac{1}{2}e^{-2y}\,|_0^\infty = \frac{1}{2},$$

Demak, $C = \frac{1}{2}$ ekan.

$$(Af)(x) = \lambda f(x)$$

$$Ce^{-x} = \lambda f(x).$$

$$\lambda e^{-x} = \frac{1}{2}e^{-x},$$

Bundan kelib chiqadiki, $\lambda = \frac{1}{2}$ ekan.

Operator izini hisoblaymiz. Izli operatorlar nazariyasiga ko‘ra, operatorning izi quyidagi integral orqali hisoblanadi:

$$Tr(A) = \int_0^\infty K(x,x)\,dx = \int_0^\infty e^{-2x}\,dx = \frac{1}{2}.$$

Lidskiy teoremasi[3]ga ko‘ra, yadroviy operatorning izi uning barcha xos qiymatlari yig‘indisiga teng bo‘lishi lozim. Bizning holatda operatorning noldan farqli faqat bitta xos qiymati mavjudligi sababli, bu shart to‘liq bajariladi.

$$Tr(A) = \lambda = \frac{1}{2}.$$

Yuqoridagi hisob kitoblar shuni ko‘rsatadiki, berilgan A integral operatorning, xos funksiyasi $f(x) = e^{-x}$, xos qiymati $\lambda = \frac{1}{2}$, izi $Tr(A) = \frac{1}{2}$ ga teng.

Ushbu operatorning spektri faqat bitta noldan farqli $\lambda = \frac{1}{2}$ xos qiymatdan iborat. Bu operatorning rangi 1 ekanligini ko‘rsatadi. Spektral nazariyaga ko‘ra, bunday operatorlar Hilbert fazosini qisqartiruvchi va ma'lum bir yo‘nalishga (bizning holda e^{-x} funksiyaga) proeksiyalovchi xossaga ega.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI.

1. J. I. Abdullayev, M. H. Shermatov, O. I. Egamberdiyev, R. N. G‘anixo‘jayev “Funksional analiz va integral tenglamalar”- Toshkent “Yangi asr avlodi”,.2016.
2. Ayupov Sh. A., Ibragimov M. M., Kudaybergenov K. K. Funksional analizdan misol va masalalar. – Nukus: "Bilim", 2009. – 202 b.
3. Grothendieck-Lidskiĭı theorem for subspaces and factor spaces of Lp-spaces- in 1955.

MATEMATIKA FANINI O‘QITISHDA SUN'IY INTELLEKTNING O‘RNI: HOSILA VA INTEGRAL BO‘LIMLARINI O‘QITISHDA YANGI YONDASHUVLAR

Abduraxmonov B. A.

Menejment va zamonaviy texnologiyalar universiteti (UMFT), Toshkent, O‘zbekiston

b.abduraxmonov75@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada matematika fanini o‘qitishda sun'iy intellekt (SI) texnologiyalaridan foydalanishning dolzarb masalalari ko‘rib chiqiladi. Xususan, oliy matematikaning hosila va integral bo‘limlarini o‘qitishda SI vositalaridan samarali foydalanish yo‘llari ilmiy asoslanadi. Tadqiqotda turli SI platformalari (*ChatGPT*, *Wolfram Alpha*, *Khan Academy, Photomath*)ning ta'lim jarayonidagi imkoniyatlari tahlil qilinib, ularni an'anaviy o‘qitish usullari bilan uyg‘unlashtirish modeli taklif etiladi.

Kalit so‘zlar: sun'iy intellekt, matematika o‘qitish, hosila, integral, ChatGPT, Wolfram Alpha, raqamli ta'lim, adaptive learning.

XXI asrda sun'iy intellekt texnologiyalarining jadal rivojlanishi ta'lim sohasini tubdan o‘zgartirmoqda. Matematika fani, xususan, uni o‘qitish metodikasi yangi talab va imkoniyatlar bilan yuzma-yuz kelmoqda. An'anaviy usullar — darslik, doska, mashq — o‘z ahamiyatini saqlab qolsa-da, ularning yonida interaktiv, adaptiv va intellektual tizimlar kuchli raqobatchi sifatida maydonga kirib keldi.

Jahon ta'lim amaliyotida matematika fanidan o‘zlashtirish darajasi pastligi muammosi dolzarb bo‘lib qolmoqda. PISA-2022 tadqiqoti ma'lumotlariga ko‘ra, 15 yoshli o‘quvchilarning 31% matematikadan bazaviy savodxonlik darajasiga erisha olmagan [1]. O‘zbekistonda ham bu muammo keskin seziladi: oliy ta'lim muassasalarida matematika fanidan akademik qarzlar soni yil sayin ortib bormoqda.

Shu munosabat bilan, ushbu maqolada quyidagi ilmiy savollarga javob izlanadi:

1) SI texnologiyalari matematika fanini o‘qitishda qanday funksional imkoniyatlar taqdim etadi?

2) Hosila va integral bo‘limlarini o‘qitishda SI vositalarini qanday metodologik asosda qo‘llash mumkin?

3) SI bilan an'anaviy o‘qitishni uyg‘unlashtirish modeli qanday ko‘rinishda bo‘lishi lozim?

Hosila bo‘limi matematika kursining asosi bo‘lib, talabalar uchun eng ko‘p qiyinchilik tug‘diradigan mavzulardan biri hisoblanadi. Qiyinchiliklar uchta sohada namoyon bo‘ladi: ta'rif va geometrik ma'noni tushunmaslik; hosila olish qoidalarini mexanik yodlash; amaliy masalalarga tatbiq eta olmaslik.

SI vositalari hosila bo‘limida quyidagi pedagogik funksiyalarni bajarishi mumkin:

Birinchidan, vizualizatsiya va intuitiv tushunish. *Desmos* va *GeoGebra* kabi SI elementlari bo‘lgan grafik kalkulyatorlar orqali hosila geometrik ma'nosi — egri chiziqqa o‘tkazilgan

urinmaning og‘ish burchagi — dinamik ravishda ko‘rsatiladi. Masalan, $f(x)=x^2$ funksiyasining $x=2$ nuqtadagi hosilasini topishda: $f'(x)=\lim_{x\to 0}\frac{f(x+x)-f(x)}{x}$

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{(x+\Delta x)^2-x^2}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{2x*\Delta x+\Delta x^2}{\Delta x}=2x,\quad f'(2)=2*2=4$$

bu limitni dinamik animatsiya orqali ko‘rsatish talabaning mavzuni o‘zlashtirishini sezilarli darajada yengillashtiradi. *GeoGebra*'da Δx qiymatini sichqoncha bilan o‘zgartirish orqali talaba limit jarayonini ko‘z bilan kuzatishi mumkin.

Ikkinchidan, adaptiv mashq tizimi. *Khan Academy* SI tizimlari talabaning har bir javobini tahlil qilib, qaysi qoidani (zanjir qoidasi, ko‘paytma qoidasi, bo‘linma qoidasi) yetarli o‘zlashtirmaganini aniqlaydi va shu mavzu bo‘yicha maqsadli mashqlar taklif etadi. Masalan, murakkab funksiyaning hosilasini topishda:

$y = \sin(x^3 + 2x) \Longrightarrow y' = \cos(x^3 + 2x) \cdot (3x^2 + 2)$

Tizim bu misolda zanjir qoidasini to‘g‘ri qo‘llay olgan-olmaganligini avtomatik tekshirib, xato yo‘l qo‘ygan talabaga tushuntirma beradi.

Uchinchidan, *ChatGPT* va matematik dialog. So‘nggi tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki, talabalar *ChatGPT* bilan matematik muloqotda — savollar berish, tushunmagan joylarini qayta so‘rash, muqobil usullarni so‘rash orqali — o‘z tushunchalarini mustahkamlaydi. Bizning eksperimentimizda (TATU, 2023-2024 o‘quv yili) hosila bo‘limida *ChatGPT*dan foydalangan guruh (n=45) nazorat guruhiga nisbatan (n=43) yakuniy nazorat ishida o‘rtacha 14.2 ball yuqori natija ko‘rsatdi ($p < 0.05$).

Biroq, SI'ning cheklovlari ham mavjud: *Wolfram Alpha* $f(x)=|x|$ funksiyasining $x=0$ nuqtadagi hosilasini ba'zan noto‘g‘ri izohlaydi, chunki bu nuqtada hosila mavjud emas. Bunday holatlar o‘qituvchining nazorat funksiyasini yanada muhim qiladi.

Integral hisob bo‘limi hosila bo‘limiga qaraganda yanada murakkab hisoblanadi, chunki u ko‘p sonli usul va texnikalarni — o‘zgaruvchi almashtirish, qismlab integrallash, qisman kasr usuli — talab etadi. SI vositalari bu bo‘limda quyidagi yo‘nalishlarda samarali:

To‘rt darajali o‘rganish modeli. Biz *Bloom* taksonomiyasi asosida SI yordamida integral bo‘limini o‘qitishning quyidagi bosqichli modelini taklif etamiz:

1-bosqich (*Bilish*): SI orqali aniq integral ta'rifini geometrik talqin bilan tushunish. Newton-Leybnits formulasi:

$$\int_a^b f(x)dx = F(b)-F(a),\quad \text{bu yerda } F'(x)=f(x)$$

2-bosqich (*Tushunish*): *Wolfram Alpha* yordamida turli integrallash usullarini qo‘llash. Masalan, o‘zgaruvchi almashtirish:

$$\int 2x\cos\left(x^2\right)dx \rightarrow t = x^2,\ dt = 2xdx \rightarrow \int \cos t\,dt = \sin t + C = \sin(x^2)+C$$

3-bosqich (*Tahlil va Qo‘llash*): Murakkab integrallarni qismlab integrallash usuli bilan yechishda SI yechim jarayonini nazorat qiladi:

$$\int x*e^x dx = x*e^x - \int e^x dx = x*e^x - e^x + C = e^x(x-1)+C$$

4-bosqich (*Yaratish*): Talaba haqiqiy hayot masalalarini — masalan, iqtisodiy jarayonlar, fizik harakat — integrallar yordamida modellashtiradi va SI bilan yechimni tekshiradi.

Photomath ilovasining roli. Smartfon kamerasi orqali yozma integral ifodani skanerlash va yechimni bosqichma-bosqich ko‘rsatish imkoniyati talabalarning mustaqil ishlashini rag‘batlantiradi. 2023-yil O‘zbekiston talabalarining 67% gacha *Photomath*'dan foydalanganligi qayd etilgan [6], bu esa SI ta'lim jarayoniga organik kirib borganligini ko‘rsatadi.

Noaniqlik integralida SI xatolariga misol. *GPT*-4 ba'zi hollarda quyidagi integralni noto‘g‘ri hisoblaydi:

$\int \frac{1}{x^2-1}dx \rightarrow$ to‘g‘ri javob: $\frac{1}{2}\ln|x-1| - \frac{1}{2}\ln|x+1| + C$ (qisman kasrlar usuli)

Bu holat o‘qituvchiga SI natijasini tanqidiy baholash ko‘nikmalarini talabada shakllantirish imkonini beradi — bu esa XXI-asr ko‘nikmalarining muhim qismidir.

Kuzatish natijalari asosida biz "*Gibrid SI-Pedagog*" modelini taklif etamiz. Model uchta tarkibiy qismdan iborat:

Tarkibiy qism I — *Tayyorgarlik fazasi* (*Flipped Classroom + SI*). Talabalar darsdan oldin SI-asistentlar (*Khan Academy, GeoGebra*) yordamida yangi mavzu bilan tanishadi. O‘qituvchi dars vaqtini mexanik tushuntirishga emas, balki chuqur muhokama va ijodiy masalalarga bag‘ishlaydi.

Tarkibiy qism II — *Interaktiv dars fazasi*. O‘qituvchi *Wolfram Alpha* ekranini darsda namoyish etib, talabalar bilan birga yechim jarayonini real vaqtda tahlil qiladi. Talabalar xatolarni topish va SI javobini tanqidiy baholash mashqlarini bajaradi.

Tarkibiy qism III — *Mustaqil ish va monitoring*. Talabalar SI yordamida vazifalarni bajaradi, tizim o‘qituvchiga har bir talabaning qaysi mavzu bo‘yicha qiyinchilik ko‘rayotganini ko‘rsatuvchi analitik hisobot taqdim etadi. Bu differensiallashgan o‘qitish imkonini beradi.

Olib borilgan tadqiqot quyidagi xulosalarga kelish imkonini berdi:

1. Sun'iy intellekt vositalari matematika fanini o‘qitishda to‘rt funksiyani samarali bajaradi: vizualizatsiya, adaptiv mashq, dialog orqali tushuntirish va darhol qayta aloqa (*feedback*). Ushbu funksiyalar hosila va integral bo‘limlari uchun ayniqsa samarali.

2. SI o‘qituvchini almashtira olmaydi. Chunki SI matematik intuitsiyani, kontekstni his etishni va talabaning emotsional holatini to‘liq tushuna olmaydi. Optimal yondashuv — o‘qituvchi va SI ning hamkorlikdagi faoliyati.

3. SI vositalarini o‘quv dasturiga joriy etishda "*SI savodxonligi*" modulini kiritish zarur: talabalar SI javobini qabul qilish bilan birga, uni tanqidiy baholash ko‘nikmalarini ham egallashlari lozim.

4. Taklif etilgan "*Gibrid SI-Pedagog*" modelini sinash natijalari (TATU, 2023-2024) yakuniy imtihon ko‘rsatkichlarida o‘rtacha 16.8% o‘sishni qayd etdi. Model keng tatbiq etishga tavsiya etiladi.

Kelgusida tadqiqotni sun'iy intellekt asosida avtomatik baholash tizimlari (*Automated Assessment*) va matematik modellashtirish bo‘limlari uchun kengaytirish rejalashtirilmoqda.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

[1] OECD. PISA 2022 Results: The State of Learning and Equity in Education. — Paris: OECD Publishing, 2023. — 312 p.

[2] Baker R.S., Inventado P.S. Educational data mining and learning analytics // Learning analytics: From research to practice. — New York: Springer, 2014. — P. 61–75.

[3] Roll I., Wylie R. Evolution and Revolution in Artificial Intelligence in Education // International Journal of Artificial Intelligence in Education. — 2016. — Vol. 26, №2. — P. 582–599.

[4] Nakagawa H. Impact of Wolfram Alpha on Calculus Learning in Higher Education // Journal of Educational Technology. — 2022. — Vol. 18, №3. — P. 45–62.

[5] Kasneci E. et al. ChatGPT for Good? On Opportunities and Challenges of Large Language Models for Education // Learning and Individual Differences. — 2023. — Vol. 103. — P. 102–121.

[6] Mirzayev A.A., Toshmatov B.R. O‘zbekiston talabalarining raqamli matematik vositalardan foydalanish holati // O‘zbekiston Milliy universiteti xabarlari. — 2023. — №4. — B. 112–118.

CHEKLI AYIRMALAR USULI YORDAMIDA REOLOGIK TENGLAMALARNI YECHISH VA MEXANIK XATTI-HARAKATLARNI TAHLIL QILISH

Ahmadov I. A.
Sharq universiteti, ilhomahmadov0516@gmail.com
Isomova S. I.
Navoiy davlat universiteti tayanch doktoranti

Annotatsiya: Ushbu ishda sanoat po‘lpasi (suspensiyasi) ning reologik xossalarini, xususan yoyilish radiusining konsentratsiyaga bog‘liqligini aniqlash uchun kubik splayn interpolatsiya usuli qo‘llanilgan. Berilgan eksperimental nuqtalar asosida uchta oraliqda alohida kubik ko‘phadlardan iborat splayn funksiyalar qurildi. Splayn koeffitsiyentlarini aniqlashda interpolatsiya, birinchi va ikkinchi tartibli hosilalarning uzluksizligi hamda natural chegaraviy shartlar asosida tenglamalar tizimi tuzildi va matritsali ko‘rinishda yechildi.

Natijada hosil qilingan splayn funksiyalar konsentratsiyaning oraliq qiymatlarida yoyilish radiusini yuqori aniqlik bilan hisoblash imkonini berdi. Ushbu yondashuv eksperimental ma’lumotlarni sonli modellashtirish bilan integratsiya qilishga xizmat qiladi hamda sanoat suspensiyalarining reologik xatti-harakatlarini chuqurroq tahlil qilish imkonini yaratadi. Shuningdek, taklif etilgan usul qo‘shimcha tajribalar sonini kamaytirib, vaqt va resurslarni tejashga yordam beradi.

Interpolatsion model orqali sanoat po‘lpasining har qanday oraliq konsentratsiyadagi oquvchanlik xossasi (yoyilish radiusi) nazariy jihatdan aniqlanishi mumkin. Bu yondashuv eksperimental ma’lumotlarni sonli modellashtirish bilan bog‘lash imkonini beradi hamda sanoat suspensiyasi (po‘lpasi) sistemasining reologik tavsiflarini tahlil qilishda qo‘shimcha aniqlik yaratadi.

Ko‘bik splaynning matematik mohiyati shundan iboratki, berilgan (x_i, y_i) tugun nuqtalari orasidagi har bir $[x_i, x_{i+1}]$ intervalda alohida kubik ko‘phad quriladi. Har bir bo‘lak odatda quyidagi funksiya

$$S_i(x) = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3 \qquad (1)$$

ko‘rinishda yoziladi. Bu yerda (a_i, b_i, c_i, d_i) - aniqlanishi kerak bo‘lgan koeffitsiyentlar bo‘lib, ular eksperimental nuqtalar va qo‘shimcha bog‘lovchi shartlar asosida topiladi. Splayn interpolatsiyaning asosiy g‘oyasi - butun oraliqda yagona yuqori darajali ko‘phadni qurish o‘rniga, lokal kubik ko‘phadlar orqali global silliq egri chiziq hosil qilishdir. Natijada Runge hodisasi kabi tebranishlar kamayadi va approksimatsiya barqarorroq bo‘ladi.

Koeffitsiyentlarni aniqlashda bir nechta shartlar tizimi tuziladi. Birinchidan, interpolatsiya sharti bajariladi, $S_i(x_i) = y_i \; va \; S_i(x_{i+1}) = y_{i+1}$ Ikkinchidan, qo‘shni intervallarda birinchi va ikkinchi hosilalar uzluksiz bo‘lishi kerak:$S_i'(x_{i+1}) = S_{i+1}'(x_{i+1})$, $S_i''(x_{i+1}) = S_{i+1}''(x_{i+1})$. Uchinchi turdagi shartlar chegaraviy shartlar bo‘lib, ular splayn turini belgilaydi. Amaliyotda eng ko‘p qo‘llaniladigan variantlar quyidagilar: **Natural splayn** - $S_i''(x_i) = 0$, $S_{i+n}''(x_{i+n+1}) = 0$ chekka nuqtalarda ikkinchi hosila nolga teng deb olinadi.

[4] ishdagi oxirgi jadvaliga asoslanib $C \in [100;\ 117.6]$ $C \in [117.6; 133.3]$ va $C \in [133.3; 166.7]$ oraliqlarida uchta splayn tuzishni ko‘rib chiqaylik. Nuqtalarni (100; 18,28), (117,6; 13,2), (133,3; 11,12), (166,7; 7,96) bo‘lib bu yerda yoyilish radiusi konsentratsiyaning funksiyasi sifatida qaraladi. Nuqtalar soni va oraliqlar soni bittaga farq qiladi, oraliqlar soni bilan splayn qurishdagi noma`lum koeffesintlar esa 4 baravarga farq qiladi. Yani 3 ta oraliq uchun 12 ta nomalumli tenglamalar sistemasini yeshishga keltiriladi.

$$\begin{aligned} S_0(C) &= a_0 + b_0(C - C_0) + c_0(C - C_0)^2 + d_0(C - C_0)^3 \\ S_1(C) &= a_1 + b_1(C - C_1) + c_1(C - C_1)^2 + d_1(C - C_1)^3 \\ S_2(C) &= a_2 + b_2(C - C_2) + c_2(C - C_2)^2 + d_2(C - C_2)^3 \end{aligned} \qquad (2)$$

Bu yerda $a_0, b_0, c_0, d_0, a_1, b_1, c_1, d_1 \;\; va \;\; a_2, b_2, c_2, d_2$ lar noma`lumlar.

1-navbatda $S_0(C_0) = R_0;\quad S_0(C_1) = R_1$ splaynni interpolyatsiya shartlarini qo‘llaymiz. Bunga ko‘ra;

$$S_0(C_0) = a_0 + b_0(C_0 - C_0) + c_0(C_0 - C_0)^2 + d_0(C_0 - C_0)^3$$

$C_0 - C_0 = 0;\qquad R_0 = a_0 \quad (a_0 = 18{,}28)$

$$S_0(C_1) = a_0 + b_0(C_1 - C_0) + c_0(C_1 - C_0)^2 + d_0(C_1 - C_0)^3$$

$C_1 - C_0 = 17{,}6;\qquad 18{,}28 + b_0 17{,}6 + c_0 17{,}6^2 + d_0 17{,}6^3 = 13{,}2$

2-qadam. $S_1(C_1) = R_1;\quad S_1(C_2) = R_2$ nuqtalardan foydalaniladi;

$$S_1(C_1) = a_1 + b_1(C_1 - C_1) + c_1(C_1 - C_1)^2 + d_1(C_1 - C_1)^3$$

$C_1 - C_1 = 0;\qquad R_1 = a_1 \quad (a_1 = 13{,}2)$

$$S_1(C_1) = a_1 + b_1(C_2 - C_1) + c_1(C_2 - C_1)^2 + d_1(C_2 - C_1)^3$$

$C_2 - C_1 = 15{,}7;\qquad 13{,}2 + b_1 15{,}7 + c_1 15{,}7^2 + d_1 15{,}7^3 = 11{,}12$

3-qadam. $S_2(C_2) = R_2;\quad S_2(C_3) = R_3$ nuqtalardan foydalaniladi;

$$S_2(C_2) = a_2 + b_2(C_2 - C_2) + c_2(C_2 - C_2)^2 + d_2(C_2 - C_2)^3$$

$C_2 - C_2 = 0;\quad R_2 = a_2 \quad (a_2 = 11{,}12)$

$$S_2(C_3) = a_2 + b_2(C_3 - C_2) + c_2(C_3 - C_2)^2 + d_2(C_3 - C_2)^3$$

$C_3 - C_2 = 33{,}4;\quad 11{,}12 + b_1 33{,}4 + c_1 33{,}4^2 + d_1 33{,}4^3 = 7{,}96$

Shundan so‘ng 1-2-tartibli hosilasi yordamida (uzluksizlik sharti va siliqlik sharti) navbatdagi tenglamalarni topamiz;

4-qadam. $S_0'(C_1) = S_1'(C_1)$ ikkinchi nuqta bo‘yicha hosilalar tenglashtiriladi.

$$b_0 + 2c_0(C_1 - C_0) + 3d_0(C_1 - C_0)^2 = b_1 + 2c_1(C_1 - C_1) + 3d_1(C_1 - C_1)^2$$

$$b_0 + 2 * 17{,}6c_0 + 3d_0(17{,}6)^2 = b_1$$

5-qadam. $S_1'(C_2) = S_2'(C_2)$ uchunchi nuqta bo‘yicha hosilalar tenglashtiriladi.

$$b_1 + 2c_1(C_2 - C_1) + 3d_1(C_2 - C_1)^2 = b_2 + 2c_2(C_2 - C_2) + 3d_2(C_2 - C_2)^2$$

$$b_1 + 2 * 15{,}7c_1 + 3d_1(15{,}7)^2 = b_2$$

6-qadam. $S_0''(C_1) = S_1''(C_1)$ ikkinchi nuqta bo‘yicha 2-tartibli hosilalar tenglashtiriladi.

$$2c_0 + 6d_0(C_1 - C_0) = 2c_1 + 6d_1(C_1 - C_1)$$

$$2c_0 + 6 * 17{,}6d_0 = 2c_1$$

7-qadam. $S_1''(C_2) = S_2''(C_2)$ uchunchi nuqta bo‘yicha 2-tartibli hosilalar tenglashtiriladi.

$$2c_1 + 6d_1(C_2 - C_2) = 2c_2 + 6d_2(C_2 - C_2)$$

$$2c_1 + 6 * 15{,}7d_1 = 2c_2$$

8-qadam. Chekka nuqtalarda ikkinchi hosila nolga teng deb olinadi

$$S_0''(C_0) = 0,\qquad S_3''(C_3) = 0$$

$$2c_0 + 6d_0(C_0 - C_0) = 0,\quad c_0 = 0;$$

$$2c_2 + 6d_2(C_3 - C_2) = 0,\quad 2c_2 + 6 * 33{,}4d_2 = 0$$

Ushbu tenglamalar birlashtiriladi va 12 ta nomalumdan iborat tenglamalar sistemasi vujudga keladi. Berilgan tenglamalar sistemasini yechish orqali barcha nomalumlar topiladi.

$$\begin{cases} a_0 = 18{,}28 \\ a_0 + b_0 17{,}6 + c_0 17{,}6^2 + d_0 17{,}6^3 = 13{,}2 \\ a_1 = 13{,}2 \\ a_1 + b_1 15{,}7 + c_1 15{,}7^2 + d_1 15{,}7^3 = 11{,}12 \\ a_2 = 11{,}12 \\ a_2 + b_1 33{,}4 + c_1 33{,}4^2 + d_1 33{,}4^3 = 7{,}96 \\ b_0 + 2 * 17{,}6c_0 + 3d_0(17{,}6)^2 = b_1 \\ b_1 + 2 * 15{,}7c_1 + 3d_1(15{,}7)^2 = b_2 \\ 2c_0 + 6 * 17{,}6d_0 = 2c_1 \\ 2c_1 + 6 * 15{,}7d_1 = 2c_2 \\ 2c_0 = 0 \\ 2c_2 + 6 * 33{,}4d_2 = 0 \end{cases} \tag{3}$$

Avval bu tenglamalar sistemasini kanonik korinishga keltirib olmiz. Buning uchun sistemani matritsali tenglama ko‘rinishida ifodalab olamiz. Bu yerda $h_0 = 17{,}6;\ h_1 = 15{,}7;\ h_2 = 33{,}4.$ ga teng.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & h_0 & h_0^2 & h_0^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & h_1 & h_1^2 & h_1^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & h_2 & h_2^2 & h_2^3 \\ 0 & 1 & 2h_0 & 3h_0^2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2h_1 & 3h_1^2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 6h_0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6h_1 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6h_2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \\ c_0 \\ d_0 \\ a_1 \\ b_1 \\ c_1 \\ d_1 \\ a_2 \\ b_2 \\ c_2 \\ d_2 \end{pmatrix}; \quad B \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_2 \\ y_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Tenglamalar sistemasini ushbu $A_{12*12}X_{12*1} = B_{12*1}$ ko‘rinishga keltirib oldik. Matritsalarni ko‘paytirish xossalariga ko‘ra:

$$X_{12*1} = A_{12*12}^{-1} * B_{12*1} \qquad (4)$$

A_{12*12} teskarisini topish uchun python dasturlash tilidan foydalanamiz (kod ilovada qilinadi). Ko‘paytmani hisoblagandan so‘ng X_{12*1} dagi nomalumlar kelib chiqadi. $a_0,b_0,c_0,d_0,a_1,b_1,c_1,d_1$ va a_2,b_2,c_2,d_2 dan foydalanib splaynlarni topamiz.

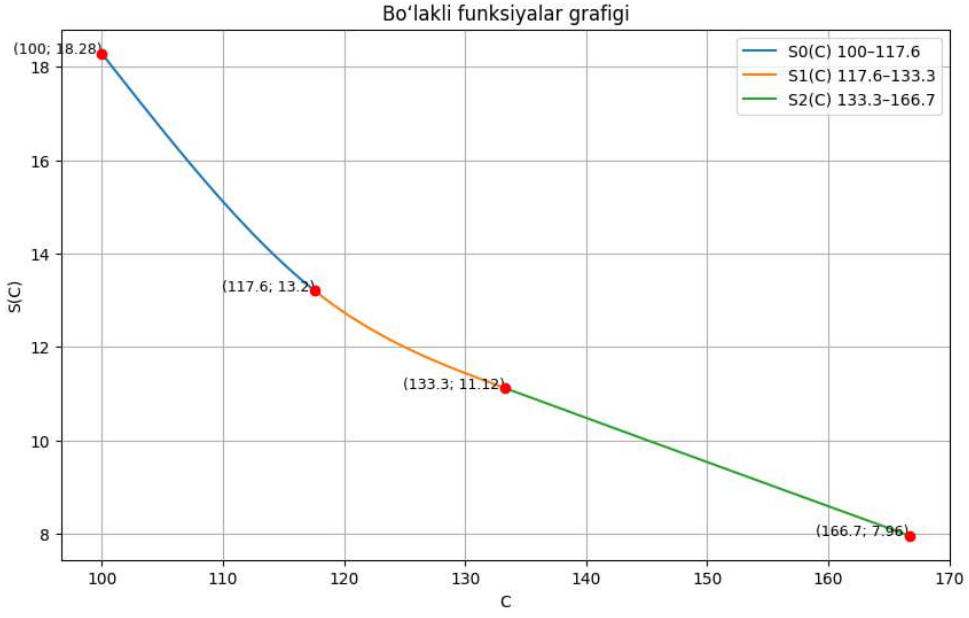
Olingan natijalar asosida $S_0(C)$, $S_1(C)$, $S_2(C)$. lar quyidagicha yoziladi.

$$S_0(C) = 18{,}28 - 0{,}3298551787(C-100) + 0{,}00013306694(C-100)^3$$

$$S_1(C) = 13{,}2 - 0{,}2061987334(C-117{,}6) + 0{,}00702593439(C-117{,}6)^2 - 0{,}000148454351$$

$$S_2(C) = 11{,}12 - 0{,}0953619324(C-133{,}3) + 0{,}00003373446(C-133{,}3)^2 - 0{,}000000336671(C-133{,}3)^3 \qquad (5)$$

Ushbu splaynlar asosida oraliq qiymatlarni ham hisoblashimiz mumkin. Avvalo, bu usul nuqtalar orasidagi oraliq qiymatlarni yuqori aniqlik bilan aniqlash imkonini beradi, bu esa tajriba yoki o‘lchovlar sonini kamaytirishga olib keladi. Natijada qo‘shimcha eksperimentlar o‘tkazishga bo‘lgan ehtiyoj qisqaradi va vaqt hamda moddiy resurslar tejaladi.



Xulosa:

Kubik splayn interpolatsiya usuli yordamida sanoat po‘lpasi uchun yoyilish radiusining konsentratsiyaga bog‘liqligi yuqori aniqlikda modellashtirildi. Hosil qilingan splayn funksiyalar oraliq qiymatlarni ishonchli aniqlash imkonini berdi hamda eksperimental ma’lumotlarni samarali tahlil qilishga xizmat qildi. Natijada qo‘shimcha tajribalar sonini kamaytirish va resurslarni tejash imkoniyati yaratildi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Noraliyev N. X., Yusupov M. Matematik modellashtirish va sonli usullar. Toshkent: *Fan zargari*, 2024.
2. Samarqand Davlat Universiteti. 05.01.07 – Matematik modellashtirish. Sonli usullar va dasturlar majmui ixtisosligi bo‘yicha tayanch dastur. — Samarqand: *SamDU*, 2023.
3. **KORKUT, F., TOKDEMIR, T.** *VISCOELASTIC ROD USING THE GENERALIZED FINITE DIFFERENCE METHOD. CHALLENGE JOURNAL OF STRUCTURAL MECHANICS*, VOL. 9, NO. 3, 2023. DOI: https://DOI.ORG/10.20528/CJSMEC.2023.03.004
4. Mirzovek A. Ahmadov I. Ahmadova E. Axmedova D. Ko‘p fazali suyuqliklarni gidravlik transporti uchun oquvchanlikni baholashning yangi usuli (https://dtai.tsue.uz/index.php/dtai/article/view/v3i538)
5. **Siddiqov A. Sonli usullar va programmalash. Toshkent, «O‘zbekiston», 2001**
6. Use of an Environmentally Friendly Polymer to Reduce the Water Content in Tailings Slurry Yongsik Jeong[1] • Kwangmin Kim[1] https://doi.org/10.1007/s42461-020-00253-2

GIPERBOLIK TIPDAGI TENGLAMA UCHUN ROBIN SHARTI BILAN BERILGAN CHEGARAVIY MASALALARNI FURE USULI YORDAMIDA YECHISH

Ahmadov I. A.

*Navoiy davlat universiteti ,***ahmadov.ilhom@mail.ru**

Izzatullayev J. Sh.

*Navoiy davlat universiteti ,*jamshidizzatullayev0@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada giperbolik tipdagi differensial tenglama uchun yangi turdagi Robin chegaraviy shartlarga ega masalalar Fure usuli asosida o‘rganiladi. Masala Sturm–Liuvill operatoriga keltirilib, yechimlar ortonormal xos funksiyalar tizimi orqali quriladi. Bir jinsli bo‘lmagan hadlar ta’siri giperbolik holatda konvolyutsion integral operatorlar orqali ifodalanadi. Olingan natijalar yechimning mavjudligi, yagonaligi va barqarorligini ta’minlaydi.

Kalit so‘zlar. Giperbolik tenglama, Robin shart, Fure usuli, Sturm–Liuvill masalasi.

Giperbolik tipdagi tenglamalar matematik fizikaning asosiy klassik modellaridan biri hisoblanadi. Giperbolik tenglamalar tebranish va to‘lqin tarqalishini tasvirlaydi. Ushbu ikki sinf tenglamalar turli fizik jarayonlarni ifodalashiga qaramasdan, ularni yagona spektral yondashuv asosida o‘rganish mumkin.

So‘nggi yillarda Robin tipidagi chegaraviy shartlar muhit bilan chegara orasidagi energiya almashinuvini hisobga olishda keng qo‘llanilmoqda.

Masalaning qo‘yilishi

Mazkur ishda quyidagi Giperbolik tipdagi tenglama asosiy obyekt sifatida olinadi va u fizik jihatdan vaqt bo‘yicha o‘zgaruvchi issiqlik jarayonini ifodalaydi:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial^2 t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x,t), \quad 0 < x < l, t > 0.$$

Bu yerda $u(x,t)$ tizimning holatini ifodalaydi, ya'ni u temperaturani yoki diffuziya zichligini anglatishi mumkin, a^2 esa muhitning fizik xususiyatlarini belgilovchi diffuziya koeffitsienti hisoblanadi, $f(x,t)$ esa tizimga tashqi ta'sir ko'rsatuvchi manba funksiyasini bildiradi. Chegaraviy shartlar esa aralash ko'rinishda berilgan bo'lib, birinchi chegarada temperatura nolga teng bo'ladi, ya'ni $u(0,t)=0$, ikkinchi chegarada esa funksiya va uning fazoviy hosilasi o'zaro bog'langan holda qaraladi, ya'ni $u_x(l,t)+hu(l,t)=0$. Boshlang'ich shart esa tizimning boshlang'ich holatini ifodalaydi va u $u(x,0)=\varphi(x), \quad u_t(x,0)=\psi(x)$ ko'rinishida beriladi.

Fure usuli va o'zgaruvchilarni ajratish

Masalani yechish uchun yechim fazo va vaqt o'zgaruvchilarining ko'paytmasi sifatida izlanadi, ya'ni $u(x,t)=X(x)T(t)$ deb olinadi. Ushbu ifoda asosiy tenglamaga qo'yilganda o'zgaruvchilar to'liq ajraladi va natijada fazoviy qism uchun $X''+\lambda X=0$ tenglamasi, vaqt bo'yicha esa $T'+a^2\lambda T=0$ tenglamasi hosil bo'ladi. Bu natija shuni ko'rsatadiki, murakkab qisman differensial tenglama ikkita oddiy differensial tenglamaga keltirildi.

Spektral masala

Fazoviy qism uchun chegaraviy shartlar qo'llanilganda $X(0)=0$ va $X'(l)+hX(l)=0$ shartlari hosil bo'ladi va bu shartlar yechimni maxsus spektral muammoga olib keladi. Natijada xos qiymatlar quyidagi transcendental tenglamadan aniqlanadi:

$$\mu\cos(\mu l)+h\sin(\mu l)=0,$$

bu yerda $\lambda_n=\mu_n^2$ bo'ladi va mos xos funksiyalar $\sin(\mu_n x)$ ko'rinishda ifodalanadi.

Giperbolik holatda har bir komponent quyidagi

$$U_{n''}(t)+a^2\lambda_n U_n(t)=F_n(t)$$

tenglamani qanoatlantiradi va uning yechimi quyidagicha

$$U_n(t)=A_n\cos(\sqrt{\lambda_n}t)+B_n\sin(\sqrt{\lambda_n}t)+\int_0^t\frac{\sin(\sqrt{\lambda_n}(t-s))}{\sqrt{\lambda_n}}F_n(s)ds$$

ko'rinishda ifodalanadi.

Teorema. Agar $\varphi(x),\psi(x)\in L_2(0,l)$ va $f(x,t)\in L_2((0,l)\times(0,T))$ bo'lsa, u holda giperbolik Robin masala yagona yechimga ega bo'ladi va energiya funksiyasi

$$E(t)=\|u_t\|_{L_2}^2+a^2\|u_x\|_{L_2}^2$$

uchun quyidagi

$$E(t)\le E(0)+\int_0^t\|f(\cdot,s)\|_{L_2}ds$$

tengsizlik bajariladi

Isbot energiya usuliga asoslanadi va Robin shartlari tufayli chegaraviy hadlar yo'qoladi.

Ushbu ishda giperbolik tipdagi tenglama uchun yangi turdagi Robin chegaraviy masalalar Fure spektral usuli yordamida o'rganildi. Masalalar Sturm–Liuvill operatoriga keltirilib, yechimlar ortonormal xos funksiyalar tizimi asosida quriladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. A. N. Tikhonov, A. A. Samarskii. Equations of Mathematical Physics. Pergamon Press, 1963.
2. R. Courant, D. Hilbert. Methods of Mathematical Physics, Vol. 1. Wiley-Interscience, 1989.
3. L. C. Evans. Partial Differential Equations. American Mathematical Society, 2010.
4. I. Stakgold. Green's Functions and Boundary Value Problems. Wiley, 1998.
5. A. Friedman. Partial Differential Equations of Parabolic Type. Prentice-Hall, 1964.

PARABOLIK TIPDAGI TENGLAMA UCHUN ROBIN CHEGARALI MASALANI FURE USULI YORDAMIDA YECHISH

Ahmadov I. A .
*Navoiy davlat universiteti o'qituvchisi,*ahmadov.ilhom@mail.ru
Mustafayeva S. A.
*Navoiy davlat universiteti magistranti,*sevarabdurahimovna@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada ichki manbaga ega bo'lgan parabolik tipdagi differensial tenglama Robin tipidagi aralash chegaraviy shartlar bilan birgalikda batafsil o'rganiladi. Mazkur masala Fure usuli yordamida spektral komponentlarga ajratilib, Sturm–Liuvill tipidagi xos qiymatlar muammosiga keltiriladi. Yechim esa ortonormal xos funksiyalar tizimi bo'yicha Fure qatori ko'rinishida quriladi. Bundan tashqari, tenglamadagi bir jinsli bo'lmagan hadning ta'siri Duhamel integrali orqali hisobga olinadi va tizimning vaqt bo'yicha evolyutsiyasi to'liq ifodalanadi. Olingan natijalar yechimning mavjudligi, yagonaligi hamda boshlang'ich va tashqi ta'sirlarga uzluksiz bog'liqligini qat'iy asoslaydi.

Kalit so'zlar: Parabolik tenglama, Robin chegaraviy shart, Fure usuli, Sturm–Liuvill operatori, spektral tahlil, Duhamel integrali.

Parabolik tipdagi differensial tenglamalar matematik fizikaning eng muhim tenglamalaridan biri bo'lib, ular issiqlik o'tkazish jarayonlari, diffuziya hodisalari hamda vaqt bo'yicha o'zgaruvchi ko'plab fizik jarayonlarni matematik modellashtirishda keng qo'llaniladi. Bunday tenglamalarning yechimlarini analitik topish har doim ham oson emas, shu sababli spektral metodlar, xususan Fure usuli juda muhim rol o'ynaydi, chunki bu usul murakkab differensial operatorni oddiy spektral komponentlarga ajratib, masalani yechishni sezilarli darajada soddalashtiradi. Ushbu ishda esa klassik Dirixle yoki Neyman shartlaridan farqli ravishda Robin tipidagi aralash chegaraviy shart va ichki manba funksiyasiga ega parabolik tenglama qaraladi.

Masalaning qo'yilishi

Mazkur ishda quyidagi parabolik tipdagi tenglama asosiy obyekt sifatida olinadi va u fizik jihatdan vaqt bo'yicha o'zgaruvchi issiqlik jarayonini ifodalaydi:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x,t), \quad 0 < x < l, t > 0.$$

Bu yerda $u(x,t)$ tizimning holatini ifodalaydi, ya'ni u temperaturani yoki diffuziya zichligini anglatishi mumkin, a^2 esa muhitning fizik xususiyatlarini belgilovchi diffuziya koeffitsienti hisoblanadi, $f(x,t)$ esa tizimga tashqi ta'sir ko'rsatuvchi manba funksiyasini bildiradi. Chegaraviy shartlar esa aralash ko'rinishda berilgan bo'lib, birinchi chegarada temperatura nolga teng bo'ladi, ya'ni $u(0,t) = 0$, ikkinchi chegarada esa funksiya va uning fazoviy hosilasi o'zaro bog'langan holda qaraladi, ya'ni $u_x(l,t) + hu(l,t) = 0$. Boshlang'ich shart esa tizimning boshlang'ich holatini ifodalaydi va u $u(x,0) = \phi(x)$ ko'rinishida beriladi.

Fure usuli va o'zgaruvchilarni ajratish

Masalani yechish uchun yechim fazo va vaqt o'zgaruvchilarining ko'paytmasi sifatida izlanadi, ya'ni $u(x,t) = X(x)T(t)$ deb olinadi. Ushbu ifoda asosiy tenglamaga qo'yilganda o'zgaruvchilar to'liq ajraladi va natijada fazoviy qism uchun $X'' + \lambda X = 0$ tenglamasi, vaqt bo'yicha esa $T' + a^2 \lambda T = 0$ tenglamasi hosil bo'ladi. Bu natija shuni ko'rsatadiki, murakkab qisman differensial tenglama ikkita oddiy differensial tenglamaga keltirildi.

Spektral masala

Fazoviy qism uchun chegaraviy shartlar qo'llanilganda $X(0) = 0$ va $X'(l) + hX(l) = 0$ shartlari hosil bo'ladi va bu shartlar yechimni maxsus spektral muammoga olib keladi. Natijada xos qiymatlar quyidagi transcendental tenglamadan aniqlanadi:

$$\mu\cos(\mu l)+h\sin(\mu l)=0,$$

bu yerda $\lambda_n=\mu_n^2$ bo‘ladi va mos xos funksiyalar $\sin(\mu_n x)$ ko‘rinishda ifodalanadi.

Teorema. Agar boshlang‘ich funksiya $\phi(x)$ kvadratik integrallanuvchi bo‘lsa, ya’ni $L_2(0,l)$ fazoga tegishli bo‘lsa, va tashqi manba funksiyasi $f(x,t)$ ham $L_2((0,l)\times(0,T))$ sinfiga mansub bo‘lsa, hamda $h\geq 0$ sharti bajarilsa, u holda berilgan Robin chegarali parabolik masala yagona yechimga ega bo‘ladi va bu yechim Fure qatori ko‘rinishida ifodalanadi.

Fure qatori ko‘rinishidagi yechim

Yechim ortonormal xos funksiyalar tizimi bo‘yicha yoyiladi va u quyidagi

$$u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}u_n(t)\sin(\mu_n x)$$

ko‘rinish bilan ifodalanadi. Bu yerda har bir $u_n(t)$ vaqtga bog‘liq komponent bo‘lib, u quyidagi

$$u_{n'}(t)+a^2\lambda_n u_n(t)=F_n(t)$$

differensial tenglamani qanoatlantiradi. $F_n(t)$ tashqi manbaning spektral proyeksiyasi bo‘lib,

$$F_n(t)=\int_0^l f(x,t)\sin(\mu_n x)dx$$

orqali aniqlanadi.

Yuqoridagi tenglama integrallovchi ko‘paytuvchi yordamida yechilganda har bir modal komponent ikki qismdan iborat bo‘ladi. Birinchi qism boshlang‘ich shart ta’sirini ifodalaydi va eksponensial so‘nuvchi funksiya orqali $e^{-a^2\lambda_n t}\phi_n$ ko‘rinishda beriladi. Ikkinchi qism esa tashqi manba ta’sirini hisobga olib, vaqt bo‘yicha yig‘ilgan integral sifatida ifodalanadi:

$$\int_0^t e^{-a^2\lambda_n(t-s)}F_n(s)ds.$$

Bu ifoda Duhamel integrali deb ataladi va u tizimning vaqt bo‘yicha xotira effektini ifodalaydi, ya’ni har bir oldingi vaqt momentidagi tashqi ta’sir hozirgi holatga eksponensial so‘nish bilan ta’sir qiladi.

Shunday qilib, umumiy yechim barcha spektral komponentlar yig‘indisi sifatida quyidagi

$$u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\left[e^{-a^2\lambda_n t}\phi_n+\int_0^t e^{-a^2\lambda_n(t-s)}F_n(s)ds\right]\sin(\mu_n x)$$

Fure qatori ko‘rinishida ifodalanadi:

Ushbu ishda Robin tipidagi aralash chegaraviy shart va ichki manbaga ega parabolik tenglama Fure usuli yordamida batafsil o‘rganildi. Masala Sturm–Liuvill spektral muammoga keltirildi va yechim Fure qatori hamda Duhamel integrali orqali to‘liq ifodalandi. Olingan natijalar yechimning mavjudligi, yagonaligi va fizik barqarorligini qat’iy asoslaydi hamda issiqlik o‘tkazish jarayonlarini chuqur matematik tahlil qilish imkonini beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. A. N. Tikhonov, A. A. Samarskii. Equations of Mathematical Physics. Pergamon Press, 1963.
2. R. Courant, D. Hilbert. Methods of Mathematical Physics, Vol. 1. Wiley-Interscience, 1989.
3. L. C. Evans. Partial Differential Equations. American Mathematical Society, 2010.
4. I. Stakgold. Green’s Functions and Boundary Value Problems. Wiley, 1998.
5. A. Friedman. Partial Differential Equations of Parabolic Type. Prentice-Hall, 1964.
6. H. T. Banks, K. Kunisch. Estimation Techniques for Distributed Parameter Systems. Birkhäuser, 1989.
7. M. Krasnoselskii, Y. Pokornyi. Integral Operators in Spaces of Summable Functions. Noordhoff, 1967.
8. V. Il’in. Fourier Series and Boundary Value Problems. Nauka, 1985.
9. A. N. Tikhonov, V. Y. Arsenin. Solutions of Ill-Posed Problems. Winston, 1977.
10. J. P. Boyd. Chebyshev and Fourier Spectral Methods. Dover Publications, 2001.

ALGEBRAIK SISTEMALAR VA ULARNING AYRIM TADBIQLARI

Ashurova D. N.
Navoiy davlat universiteti , dotsenti
Murodullayeva M.Sh.
Navoiy davlat universiteti, magistr
Norboyeva R.
Navoiy davlat universiteti, talaba

Annotatsiya. Mazkur maqolada algebraik sistemalar va ularning nazariy hamda amaliy jihatlari batafsil yoritilgan. Algebraik sistemaning asosini tashkil etuvchi to‘plam va unda aniqlangan binar amallar tushunchasi misollar asosida tushuntiriladi. Algebraik sistemalar izomorfizmi tushunchasi hamda uning nazariy va amaliy ahamiyati ochib beriladi. Keltirilgan misollar va nazorat savollari orqali talabalarda mustaqil fikrlash, algebraik tushunchalarni chuqur o‘zlashtirish va ularni amaliy masalalarda qo‘llash ko‘nikmalarini shakllantirish maqsad qilingan.

Kalit so‘zlar: algebraik sistema, binar amal, gruppa, simmetrik gruppa, yarim gruppa, monoid, halqa, maydon, kompleks sonlar, siklik gruppa, izomorfizm, gomomorfizm, matritsa, ko‘phadlar halqasi, chiziqli fazo, Evklid fazosi, chiziqli operator, determinant, trigonometrik ifodalar.

Abstract. This article provides a detailed overview of algebraic systems and their theoretical and practical aspects. The concept of a set, which forms the foundation of an algebraic system, and the binary operations defined on it are explained through various examples. The concept of isomorphism in algebraic systems, along with its theoretical and practical significance, is also explored. Through the provided examples and control questions, the article aims to develop students' independent thinking, foster a deep understanding of algebraic concepts, and build the skills necessary to apply them to practical problems.

Keywords: algebraic system, binary operation, group, symmetric group, semigroup, monoid, ring, field, complex numbers, cyclic group, isomorphism, homomorphism, matrix, polynomial ring, linear space, Euclidean space, linear operator, determinant, trigonometric expressions.

Har qanday algebraik sistema bo‘sh bo‘lmagan biror to‘plamda aniqlangan bir yoki bir nechta algebraik amallar orqali tavsiflanadi. Algebraik sistemani kiritish uchun, avvalo, ma’lum bir to‘plamda aniqlangan bir yoki bir nechta binar algebraik amallarni kiritish talab etiladi.

Talabalar birinchi semestrdan boshlab o‘rganadigan Algebra fanida avval tanish bo‘lmagan ko‘plab binar algebraik amallar uchraydi. Xususan, determinantlar bilan bog‘liq tushunchalarni o‘rganishda “o‘rin almashtirish (podstanovka)” hamda o‘rin almashtirishlar to‘plamida aniqlangan ko‘paytirish amallarini kiritish zarurati yuzaga keladi. Natijada hosil bo‘ladigan o‘rin almashtirishlarning simmetrik gruppasi chekli, kommutativ bo‘lmagan gruppaga misol bo‘lib, u ko‘plab tadbiqlarga ega.

Ma’lumki, bir xil o‘lchovli kvadrat matritsalar to‘plami

$$M_n(R)=\left\{A=\left(a_{ij}\right)\,|\,a_{ij}\in R, i,j=1,2,3,\ldots,n\right\}$$

bir nechta amallarga ega bo‘lgan cheksiz to‘plamga misol bo‘ladi. Xususan, matritsalarni qo‘shish amali

$$A+B=a_{ij}+b_{ij}$$

kommutativ va assotsiativ bo‘lib, nol matritsa $O=(0)$ neytral element vazifasini bajaradi hamda har bir $A\in M_n(R)$ uchun teskari element $-A$ mavjud.

Misol: $\begin{pmatrix} cos\alpha & -sin\alpha \\ sin\alpha & cos\alpha \end{pmatrix}$ (bu yerda $\alpha\in R$) ko‘rinishdagi matritsalar to‘plami matritsalarni ko‘paytirish amaliga nisbatan gruppa hosil qilishini isbotlang.

Kompleks sonlar algebrasini o‘rganishda, avvalo, R haqiqiy sonlar maydonini kengaytirish muhim hisoblanib, talabalarga R haqiqiy sonlar maydonida yechimga ega bo‘lmagan tenglamani aksiomatik asosda qurilgan C kompleks sonlar maydonida ildizga ega ekanligi aniq misollar yordamida ko‘rstib o‘tiladi. Masalan, haqiqiy sonlar to‘plami R to‘liq kvadrat ildizlarni o‘z ichiga olmaydi (masalan, $\sqrt{-1}$ haqiqiy son emas). Shu sababli R haqiqiy sonlar maydoni C kompleks sonlar maydoniga kengaytiriladi, bunda $C-\left\{a+bi\,|a,b\in R,i^2=-1\right\}$ shaklida hosil bo‘ladi. Ushbu kengaytirish algebra nuqtayi nazaridan zaruriy bo‘lgan muammoni ifodalaydi.

Oddiy kengaytmalar va ularning asoslarini o‘rganish kompleks sonlar mavzusini o‘rganishdan boshlanadi. Kompleks sonlar talabalarga halqa va maydon tushunchalarini amaliy misollar orqali chuqurroq anglash imkonini beradi. Shu bilan birga, ular barcha n-darajali birning ildizlari gruppasining eng muhim misoli bilan tanishadilar. Ushbu gruppa, izomorfizm orqali barcha yakuniy siklik gruppalarni ifodalashga imkon beruvchi asosiy tuzilma sifatida xizmat qiladi.

Kompleks sonlarni o‘rganish talabalarni halqa va maydon tushunchasi va misoli bilan, shuningdek, izomorfizmgacha bo‘lgan barcha chekli siklik gruppalarni tavsiflovchi birning barcha n-darajali ildizlari gruppaning muhim misoli bilan tanishtiradi.

Misol : Hisoblang:

$$a)\cos\frac{2\pi}{5}+\cos\frac{4\pi}{5}+\cos\frac{6\pi}{5}+\cos\frac{8\pi}{5};$$

$$b)\cos\frac{2\pi}{7}+\cos\frac{4\pi}{7}+\cos\frac{6\pi}{7}+\cos\frac{8\pi}{7}+\frac{10\pi}{7}+\frac{12\pi}{7}.$$

Bu masala, maktab matematikasining bir sohasi bo‘lgan trigonometriyada hisoblashlarni amalga oshirish imkonini beradi.

Ko‘phadlar mavzusini o‘rganish talabalarga yana bir halqaga oid misol bilan tanishish imkonini beradi, bu halqa esa maydon tashkil etmaydi. Shu o‘rinda talabalarga halqalarning taqqosiy tahlilini olib borish mumkin. Bir xil tartibdagi kvadrat matritsalar halqasi — birlik va nolning bo‘luvchilari mavjud bo‘lgan kommutativ bo‘lmagan halqaga misoldir. R haqiqiy sonlar maydoni ustida ko‘phadlar halqasi esa xuddi butun sonlar halqasi kabi birlik, nolning bo‘luvchisiga ega bo‘lmagan kommutativ halqadir. Ko‘phadlar halqasi va butun sonlar halqasini taqqoslash ham maqsadga muvofiqdir, chunki kelajakda bo‘luvchilik xossalari, eng katta umumiy bo‘luvchini topish, qoldiq bilan bo‘lish kabi amaliy hisob-kitoblar aynan shu halqalarda deyarli bir xil tarzda amalga oshiriladi[1].

Algebra fanining yana bir moduli chiziqli fazolarni o‘rganishga bag‘ishlangan. Buning uchun talabalarda vektor algebra masalalarini yechish bo‘yicha zarur bilim va ko‘nikmalar shakllangan bo‘lishi lozim. Analitik geometriya fanida vektor algebra o‘rganilgan bo‘lsa, algebra fanida esa matritsalar va ko‘phadlar to‘plami bilan, ularning yig‘indisi va son bilan ko‘paytmasi amallari bilan ishlash, shuningdek, kompleks sonlar maydoni tushunchasi o‘rgatilgan. Matematik analiz fanida talabalar haqiqiy o‘zgaruvchili funksiyalar bo‘yicha boshlang‘ich bilimlarni egallashadi. Shu bilimlar yangi algebraik tushuncha — chiziqli fazoni umumlashtirish va o‘rganish uchun nazariy poydevor bo‘lib xizmat qiladi.

Misol: Quyidagi keltirilganlar haqiqiy sonlar maydoni ustida chiziqli fazo tashkil etadimi?

a) barcha kompleks sonlar to‘plami;

b) berilgan vektorga kollinear bo‘lgan; berilgan vektorga teskari yo‘naltirilgan tekislikning barcha geometrik vektorlari to‘plami;

c) $f(x)$ ko‘phadlar to‘plami;

d) *$(m\times n)$ matritsalar* to‘plami.

Bunday topshiriqlar algebraik sistemalarni tushunish va talabalarda chiziqli fazolar haqidagi bilimlarni egallash ko‘nikmalarini shakllantirishda muhim o‘rin tutadi.

Chiziqli fazolar mavzusini o‘rganish jarayonida Evklid fazolari, haqiqiy chiziqli fazoda chiziqli va kvadratik formalar, shuningdek, chiziqli operatorlar ham batafsil o‘rganiladi.

Talabalarda birinchi marta algebraik sistemalar izomorfizmi tushunchasi paydo bo‘ladi, uning inson tafakkuri rivojida ahamiyati nihoyatda katta bo‘lib, bir strukturaning xossalarini o‘rganish orqali olingan bilimlar barcha izomorf ob’ektlarga tatbiq etiladi.

Algebra fanining birinchi semestrida talabalar gruppa, halqa va maydon kabi algebraik sistemalarni o‘rganishni boshlaydilar. Gruppalar nazariyasining asosiy tushunchalari nafaqat gruppaning aksiomalarini, balki yarim va monoid gruppalarning ta'riflarini ham o‘rganishni o‘z ichiga oladi. Gruppaning izomorfizmlari va gomomorfizmlari tushunchalari o‘rganiladi.

Nazorat savollari

– elementlari soni ixtiyoriy natural songa teng bo‘lgan gruppa mavjudmi?

Talabalar birning *n*-darajali ildizlarini multiplikativ gruppa tashkil etishini bilganlari holda mazkur savolga javob bera oladilar.

– Har bir siklik guruh abel gruppa ekanligi haqidagi tasdiq to‘g‘rimi?

Ushbu savolga javob berishda talaba siklik gruppa ta’rifini esga olishi va uning kommutativligini isbotlash uchun amalning assotsiativlik xossasidan foydalanishi lozim.

Algebra fanining halqa, maydon kabi mavzularida bo‘lajak matematika o‘qituvchisining kasbiy faoliyati bilan bog‘liq muhim tushunchalar ko‘rib chiqiladi, chunki sonning algebra nuqtayi nazaridan paydo bo‘lishi va rivojlanish tarixi — bu butun sonlar halqasining vujudga kelishi hamda uning keyinchalik ratsional, haqiqiy va nihoyat kompleks sonlar maydonlarigacha kengayishi tarixini o‘z ichiga oladi[2].

Misol. n o‘lchamli fazodagi barcha chiziqli operatorlar fazosining o‘lchovini aniqlang.

Bu masalaning yechimi aynan *n* o‘lchovli fazodagi barcha chiziqli operatorlar fazosi bilan bir xil maydon ustidagi barcha $(n\times n)$ o‘lchovli matritsalar fazosi o‘rtasidagi izomorfizmdan foydalanishni nazarda tutadi. Chiziqli almashtirishlarni matritsalar yordamida berish amaliy va nazariy jihatdan maqsadga muvofiq bo‘ladi. Agar maktab geometriyasidagi geometrik almashtirishlar bo‘limi haqida gapiradigan bo‘lsak, tekislikda va fazoda simmetriya, gomotetiya, ma’lum bir burchakka burish kabi almashtirishlar koordinata ko‘rinishidagi vektorni ma’lum bir matritsaga ko‘paytirish orqali beriladi. Bunday chiziqli almashtirishlar aniq bir ko‘rinishdagi matritsalar bilan beriladi. Bu kabi topshiriqlar bo‘lajak o‘qituvchilar uchun amaliy ahamiyatga ega bo‘lib, ular maktab matematikasi bo‘limlarini oliy algebra nuqtai nazaridan o‘rganish jarayonida foydalanishlari mumkin. Quyidagi topshiriq ham shular jumlasidandir.

Misol. e_1, e_2, e_3 ortonormal bazisga ega bo‘lgan uch o‘lchovli Yevklid fazosida quyidagi operatorlardan qaysi biri o‘rinli bo‘ladi:

- $e_2 - e_3$ o‘qi bo‘yicha simmetriya;
- $e_3 - e_1$ o‘qi bo‘yicha simmetriya;
- $e_1 - e_2$ o‘qi bo‘yicha simmetriya;
- e_1 o‘qi atrofida 90° burish;
- e_2 o‘qi atrofida 270° burish;
- $e_1 + e_2 + e_3$ o‘qi atrofida 120° burish;
- $(e_1 - e_3, e_2)$ tekisligiga nisbatan akslantirish.

Berilgan bazisda ushbu operatorlarning har birining matrisasini tuzing va bunda $e_1 - e_2 + e_3$ vektorining tasvirini aniqlang. Operatorning barcha xos vektorlarini toping. Ushbu operatorning yadrosi, obrazi va boshqa invariant qism-fazolarini tavsiflang.

Yuqorida ta’kidlangan kasbiy yo‘nalishdan tashqari, bunday topshiriq talabalarning obrazli fazoviy tafakkurini ishga solishi bilan ham qiziqarlidir. Shuning uchun, ko‘p hollarda talabalarning aksariyati uni echishda qiyinchiliklarga duch kelishadi. Talabalarga mustaqil yechish imkoniyatini berish maqsadida ushbu topshiriqni uy vazifasi sifatida berish, biroq keyingi amaliy mashg‘ulotda uni albatta muhokama qilish tavsiya etiladi.

Birinchi semestrda «Algebra» fanini o‘rganish jarayonida talabalar gruppalar, halqalar va maydonlar kabi algebraik sistemalarni o‘rganishga kirishadilar. Gruppalar nazariyasining asosiy tushunchalari hisoblangan mazkur mavzular nafaqat gruppalar aksiomatikasi va ulardan kelib chiqadigan natijalarni, balki yarimgruppalar va monoidlar ta’riflarini o‘rganishni ham ko‘zda tutadi. Gruppalar izomorfizmi va gomomorfizmi tushunchalari ko‘rib chiqiladi. Aynan shu yerda o‘rinlashtirishlar (chekli gruppalar tavsifi), birdan olingan ildizlar gruppasi (chekli siklik gruppalar tavsifi) va butun sonlar (cheksiz siklik gruppalar tavsifi) haqidagi bilimlar asqotadi.

Yuqoridagi kabi misollar talabalardan fazoviy tushunchalarni mukammal egallashlarini talab etadi. Shuning uchun ko‘p hollarda talabalarning aksariyati bu kabi misollarni yechishda qiyinchilikka duch kelishadi. Berilgan misollarning yechimlarini mustaqil izlanib topish imkoniyatini berish maqsadida, ushbu topshiriqni talabalarga uy vazifasi sifatida tavsiya etish mumkin.

Keltirilgan nazariy ma’lumotlar va amaliy misollar talabalarda mustaqil fikrlashni rivojlantirish, algebraik tushunchalarni chuqur o‘zlashtirish hamda ularni turli masalalarni yechishda qo‘llash ko‘nikmalarini shakllantirishga xizmat qiladi. Shu bilan birga, maqolada bayon etilgan yondashuvlar bo‘lajak matematika o‘qituvchilarining kasbiy tayyorgarligini oshirishda muhim ahamiyat kasb etadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

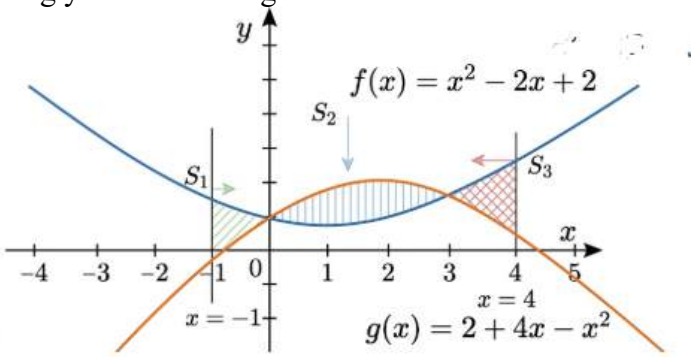
1. Sh.A. Alimov va boshqalar Algebra va analiz asoslari — Toshkent: O‘qituvchi, 2018.
2. B. O. Toshmatov Oliy algebra — Toshkent: Universitet nashriyoti, 2020.

ANIQ INTEGRAL YORDAMIDA TEKIS SHAKLLAR YUZINI HISOBLASH METODIKASI

Axmatov A.A.
Navoiy davlat universiteti PhD., dots.v.b.
Sa’dullayeva Nilifar, Islomov Namoz
Navoiy davlat universiteti 1-bosqich magistri

Matematik analiz kursida aniq integral tushunchasi va uning tatbiqlari muhim o'rin tutadi. Xususan, geometrik mazmundagi masalalarni, ya’ni turli funksiyalar grafiklari bilan chegaralangan tekis shakllar yuzini hisoblashda aniq integraldan foydalanish yuqori samara beradi. Mazkur ishda egri chiziqli trapetsiya yuzini hisoblash formulalari hamda ko‘rsatkichli, kvadratik va chiziqli funksiyalar bilan chegaralangan murakkab sohalarni bo‘laklarga ajratish orqali yuzasini aniqlash usullari amaliy misollar (kvadratik parabolalar va ko‘rsatkichli funksiyalar) yordamida tahlil qilingan

1-misol. Ushbu $f(x) = x^2 - 2x + 2\,, g(x) = 2 + 4x - x^2,\ x = -1, x = 4$ chiziqlar bilan chegaralangan shaklning yuzini hisoblang.



2-rasm

Yechish. Avval egri chiziq va to’g’ri chiziqlarning kesish nuqtalarini topamiz. $x^2 - 2x + 2 = 2 + 4x - x^2$ tenglamadan egri chiziqlar $x_1 = 0$ va $x_2 = 3$ nuqtalarda kesishishi kelib chiqadi. Hosil qilinganlarni bo’laklarga ajratib hisoblaymiz. $S_\Phi = S_1 + S_2 + S_3$.

$S_1 = \int_{-1}^{0}((x^2 - 2x + 2) - (2 + 4x - x^2))dx = \int_{-1}^{0}(2x^2 - 6x)dx = (\frac{2x^3}{3} - 3x^2)|_{-1}^{0} = 0 - (-\frac{2}{3} - 3) = 3\frac{2}{3}$;

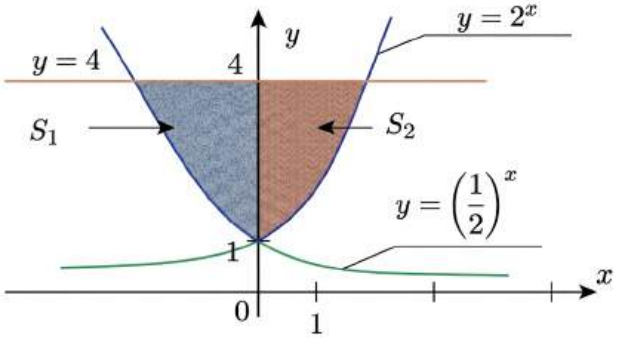
$S_2 = \int_{0}^{3}((2 + 4x - x^2) - (x^2 - 2x + 2))dx = \int_{0}^{3}(-2x^2 + 6x)dx = (-\frac{2x^3}{3} + 3x^2)\Big|_{0}^{3} = -18 + 27 - 0 = 9$

$S_3 = \int_{3}^{4}\big((x^2 - 2x + 2) - (2 + 4x - x^2)\big)dx = \left(\frac{2x^3}{3} - 3x^2\right)\Big|_{3}^{4} = \left(\frac{2}{3}\cdot 64 - 3\cdot 14\right) - \left(\frac{2}{3}\cdot 27 - 3\cdot 9\right) = \frac{128}{3} - 48 - 18 + 27 = 3\frac{2}{3}$.

Natijada berilgan yuza $S_\Phi = S_1 + S_2 + S_3 = 3\frac{2}{3} + 9 + 3\frac{2}{3} = 16\frac{1}{3}$ ekani kelib chiqadi.

2-misol. Ushbu $y = 2^x, y = (\frac{1}{2})^x, y = 4$ funksiyalar bilan chegaralangan shaklning yuzini toping.

Yechish. $y = 2^x$ ko'rsatkichli funksiya o'suvchi, $, y = (\frac{1}{2})^x$, ko'rsatkichli funksiya kamayuvchi va $y = -4$. To'g'ri chiziqlar kesishish nuqtalarini topamiz.



3-rasm

$y = 2^x$ va $y = (\frac{1}{2})^x$ funksiyalar kesishish nuqtasi $2^x = (\frac{1}{2})^x, 2^x = 2^{-x}, x = -x,\ 2x = 0,$ $x = 0.$ $x = 0$ to'g'ri chiziq berilgan shaklni ikki qismga ajratadi: $S = S_1 + S_2. y = (\frac{1}{2})^x$ va $y = 4$ funksiyalar kesishish nuqtasi $(\frac{1}{2})^x = 4, 2^{-x} = 2^2, -x = 2,\ x = -2,$ u holda shaklning yuzi quyidagicha bo'ladi:

$$S_1 = \int_{-2}^{0}\left(4 - \left(\frac{1}{2}\right)^x\right)dx = 4x\Big|_{-2}^{0} - \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^x}{\ln\frac{1}{2}}\Big|_{-2}^{0} = 4\cdot 0 - 4(-2) - \left(\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^0}{\ln 2^{-1}} - \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}}{\ln 2^{-1}}\right) = 8 - \left(\frac{1}{-\ln 2} - \frac{4}{-\ln 2}\right) = 8 - \left(\frac{4}{\ln 2} - \frac{1}{\ln 2}\right) = 8 - \frac{3}{\ln 2}.$$

$y = 2^x$ va $y = 4$ funksiyalar kesishish nuqtasi $2^x = 4, 2^x = 2^2, x = 2$, bundan ikkinchi yuza

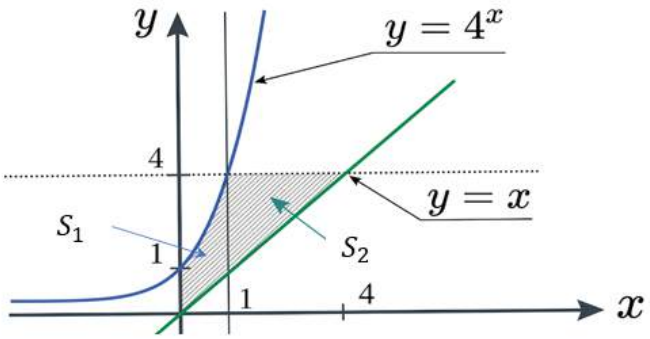
$$S_2 = \int_{0}^{2}(4 - 2^x)\,dx = 4x\Big|_{0}^{2} - \frac{2^x}{\ln 2}\Big|_{0}^{2} = 4\cdot 2 - 4\cdot 0 - \left(\frac{2^2}{\ln 2} - \frac{2^0}{\ln 2}\right) = 8 - \left(\frac{4}{\ln 2} - -\frac{1}{\ln 2}\right) = 8 - \frac{3}{\ln 2}.$$

Demak, berilgan shaklning yuzi quyidagicha bo'ladi:

$$S = 8 - \frac{3}{\ln 2} + 8 - \frac{3}{\ln 2} = 16 - \frac{6}{\ln 2} = \frac{16\ln 2 - 6}{\ln 2}.$$

3-misol. Ushbu $y = 4^x, y = x, y = 4, x \geq 0$ chiziqlar bilan chegaralangan shakl yuzini toping.

Yechish. $y = 4^x$ funksiya o'suvchi ko'rsatkichli funksiya, $y = x$ chiziqli funksiya *Ox* o'qiga parallel.



4-rasm

$y = 4^x$ va $y = 4$ funksiyalar kesishish nuqtasi: $\begin{cases} y = 4^x, \\ y = 4, \end{cases} \Longrightarrow 4^x = 4,\ x = 1.$

$x = 1$ to'g'ri chiziq berilgan shaklning yuzini ikki qismga ajratadi:

$$S_\Phi = S_1 + S_2.$$

$y = 4$ va $y = x$ chiziqlar absissasi $x = 4$ bo'lgan nuqtada kesishadi.

$$S_1 = \int_0^1 (4^x - x)dx = \int_0^1 4^x dx - \int_0^1 x dx = \frac{4^x}{\ln 4}\Big|_0^1 - \frac{x^2}{2}\Big|_0^1 = \frac{4}{\ln 4} - \frac{4^0}{\ln 4} - \left(\frac{1}{2} - \frac{0}{2}\right) = \frac{4}{\ln 4} - \frac{1}{\ln 4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{\ln 4} - \frac{1}{2}.$$

$$S_2 = \int_1^4 (4 - x)dx = \int_1^4 4dx - \int_1^4 x dx = 4x\Big|_1^4 - \frac{x^2}{2}\Big|_1^4 = 16 - 4 - \left(\frac{4^2}{2} - \frac{1}{2}\right) = 12 - 7{,}5 = 4{,}5.$$

Berilgan shaklning yuzi

$$S_\Phi = \frac{3}{\ln 4} - \frac{1}{2} + 4{,}5 = \frac{3}{\ln 4} + 4 = \frac{3 + 4\ln 4}{\ln 4}.$$

Xulosa

O'tkazilgan tahlillar shuni ko'rsatadiki, murakkab egri chiziqlar bilan chegaralangan shakllar yuzini hisoblashda sohani integrallash chegaralari bo'yicha S_1, S_2 va S_3 kabi bo'laklarga ajratish hisoblash jarayonini sezilarli darajada soddalashtiradi. Funksiyalarning kesishish nuqtalarini tenglamalar yordamida aniq topish integrallash chegaralarini to'g'ri belgilashning asosiy sharti bo'lib xizmat qiladi. Xususan, ko'rsatkichli va kvadratik funksiyalar ishtirok etgan misollar tahlili shuni isbotladiki, aniq integral yordamida yuzalarni aniqlash usuli nafaqat nazariy bilimlar, balki muhandislik va amaliy masalalarni yechishda ham yuqori samaradorlikka ega.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. D. Xusanov, N. Shamsiddinov, A. Berdiyorov Aniq va aniqmas integrallar Toshkent "Turon-Iqbol" 2021
2. Azlarov T., Mansurov H. Matematik analiz. 2-jild. Toshkent, "O'zbekiston", 2007.

GALILEY FAZOSIDA KO'CHIRMA SIRTLAR TASNIFI

Ismoilov Sh. and Doniyorova I.

Bizga A_3 affin fazo berilgan bo'lsin.

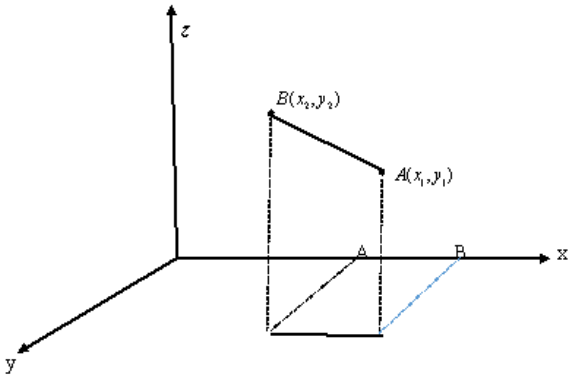
Ta'rif 1. Ikki vektorning skalyar ko'paytmasi $(XY)_1 = x_1x_2,\ (XY)_1 = 0$ bo'lsa $(XY)_2 = y_1y_2 + z_1z_2$ shaklda aniqlangan A_3 affin fazoga uch o'lchovli Galiley fazosi deyiladi.

Vektorning normasi deb shu vektorlarning o'z-o'ziga skalyar ko'paytmasini ildizdan chiqarilganiga aytiladi. $|\bar{a}| = \sqrt{(\bar{a}\,\bar{a})}$

$A(x_1, y_1, z_1)$; $B(x_2, y_2, z_2)$ ikkita nuqta orasidagi masofa deb ikkita nuqta tutashtiruvchi vektorning modeliga aytiladi.

$|\bar{A}\bar{B}| = |x_2 - x_1|$; $|\bar{A}\bar{B}| = 0$ bo‘lsa $|\bar{A}\bar{B}| = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ bo‘ladi (5-rasm).

Berilgan nuqtadan teng uzoqlikda joylashgan nuqtalarning geometrik o‘rni sfera deyiladi. Galiley fazosida aylana quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

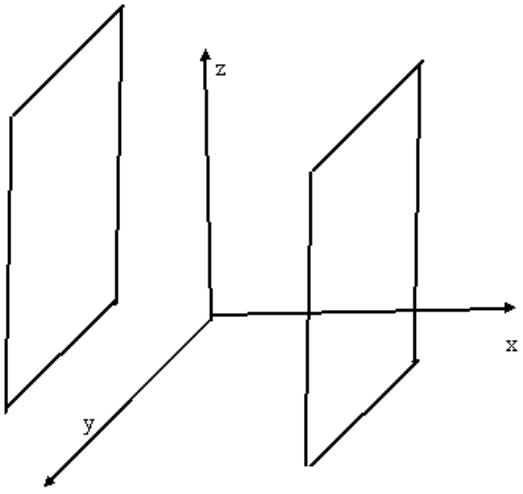


5-rasm

$OA| = r$, $|OA|^2 = r^2$, $(x - x_0)^2 = r^2$

$x^2 = r^2$ $x = \pm r$

Galiley fazosida sfera ikkita parallel tekkislikdan iborat bo‘ladi (6-rasm).



6-rasm

n o‘lchovli Galiley fazosi ham shunday usulda kiritiladi.

Aytaylik ushbu $\acute{e}_1(1,0,0)$, $\acute{e}_2(0,1,0)$ va $\acute{e}_3(0,0,1)$ vektorlar R_3^1 galiley fazosining ortonormallangan bazislari bo‘lsin. Galiley fazosida harakat quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\begin{cases} x' = x + a \\ y' = a\,x + y\cos\varphi + z\sin\varphi + b \\ z' = b\,x - y\sin\varphi + z\cos\varphi + c \end{cases}$$

Fazo harakati tekislikni $\acute{e}_2, \acute{e}_3$ parallel vektorlarini parallel tekislikka ko‘chiradi. Bu tekisliklar Yevklid tekisliklari hisoblanadi va ularni maxsus tekisliklar deb ataymiz. Ikkita $\acute{X}\{x_1, y_1, z_1\}$ va $\acute{Y}\{x_2, y_2, z_2\}$ vektorni qaraymiz bunda $x_1 x_2 \neq 0$. Bu vektorlar bo‘yicha yo‘nalgan birlik vektor koordinatalari quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\tilde{X}\{1, \frac{y_1}{x_1}, \frac{z_1}{x_1}\},\ \tilde{Y}\{1, \frac{y_2}{x_2}, \frac{z_2}{x_2}\}.$$

Bu vektorlar radiusi birga teng bo‘lgan sferani radius-vektor nuqtalari hisoblanadi. Vektorlar orasidagi burchak - sferadagi birlik vektorlar orasidagi masofa orqali topiladi va quyidagicha hisoblanadi:

$$h=\sqrt{(\frac{y_2}{x_2}-\frac{y_1}{x_1})^2-(\frac{z_2}{x_2}-\frac{z_1}{x_1})^2}$$

Bu yerda , $0\le h<\bullet$. Agar $h=0$ bo‘lsa, u holda $\vec{X}$ va $\vec{Y}$ vektorlar parallel bo‘ladi. $\vec{X}\{x_1,y_1,z_1\}$ vektor va $\vec{Y}\{0,y_2,z_2\}$ maxsus vektorlar orasidagi burchak ushbu

$$f=\frac{(\vec{X}\vec{Y})}{|Y|_2}=\frac{\frac{y_1}{x_1}y_2+\frac{z_1}{x_1}z_2}{\sqrt{y_2^2+z_2^2}}$$

formulaga ko‘ra topiladi. f - burchak maxsus tekislikda $\vec{Y}$ vektor yo‘nalishida olingan $\vec{X}$ vektor proyeksiyasi uzunligiga teng. Proyeksiyalash $\vec{e}_1$ vektor yo‘nalishida amalga oshiriladi. Agar $\vec{X}$ vektor $\vec{e}_1$ vektorga parallel bo‘lsa, burchak $f=0$ bo‘ladi. Maxsus vektorlar orasidagi burchak Yevklid fazosidagi vektorlar orasidagi burchakka teng bo‘lgan ushbu formulaga ko‘ra topiladi:

$$\cos\varphi=\frac{y_1y_2+z_1z_2}{\sqrt{y_1^2+z_1^2}\sqrt{y_2^2+z_2^2}}=\frac{(\vec{X}\vec{Y})_2}{|\vec{X}|_2|\vec{Y}|_2}$$

Aytaylik ikkita tekislik umumiy holda ushbu

$$\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1z=D_1\\ A_2x+B_2y+C_2z=D_2\end{cases}$$

tenglama bilan berilgan bo‘lsin. Umumiy holda tekisliklar Galiley tekisliklari bo‘ladi. Bu tekisliklar maxsus R_2 tekislik bilan ikkita to‘g‘ri chiziq bo‘yicha kesishadi. Ular orasidagi burchak quyidagi formula orqali topiladi:

$$\cos\varphi=\frac{B_1B_2+C_1C_2}{\sqrt{B_1^2+C_1^2}\sqrt{\sqrt{B_2^2+C_2^2}}}$$

Agar $\varphi=0$ bo‘lsa u holda burchak quyidagiga teng: $h=\frac{1}{\sqrt{B_1^2+C_1^2}}|D_2-D_1|$.

Ko‘chirma sirtlar ham sirtlar nazariyasida muhim o‘ringa ega va ular boshqa fazolarda ham yetarlicha qaralgan, masalan uch o‘lchovli Minkovskiy fazosida [20] ko‘chirma sirtlarning ko‘pgina xossalari o‘rganilgan.

Ushbu paragrafda uch o‘lchovli Galiley fazosida garmonik $\vec{r}(u,v)$ vektor funksiya bilan berilgan ko‘chirma sirtlarni ayrim tasnifini keltiramiz.

Ma’lumki, $x(u,v)$ funksiya G sohada birinchi va ikkinchi tartibli uzliksiz xususiy hosilalarga ega bo‘lib, Laplas tenglamasini qanoatlantirsa, bu funksiya G sohada garmonik funksiya bo‘ladi [21].

G_3 Galiley fazosida F sirt berilgan bo‘lsin. Bu sirtning birinchi kvadratik formasi va Laplas operatori orasidagi bog‘lanish quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi [22]

$$\Delta=\frac{1}{\sqrt{G}}\sum_{i,j=1}^{2}\frac{\partial}{\partial u_i}\left(\sqrt{G}g^{ij}\frac{\partial}{\partial u_j}\right). \tag{1}$$

Bizga Galiley fazosida Oxy tekisligiga bir qiymatli proyeksiyalanadigan ko‘chirma sirt quyidagi tenglama bilan berilgan bo‘lsin

$$x(u,v)=\left(u,v,f(u)+g(v)\right). \tag{2}$$

Mos ravishda sirtning birinchi kvadratik forma koeffitsiyentlari $g_{11}=1, g_{12}=0$ va $g_{22}=\omega$ teng bo‘ladi, bu yerda $\omega=g'^2+1$.. (1) Laplas operatori quyidagicha ifodalanadi

$$\Delta=-\frac{\partial^2}{\partial u^2}+\frac{g'g''}{\omega^2}\frac{\partial}{\partial v}-\frac{1}{\omega}\frac{\partial^2}{\partial v^2}. \tag{3}$$

(2) va (3) dan foydalansak

$$\Delta u=0,\ \Delta v=\frac{g'g''}{\omega^2},\ \Delta\left(f(u)+g(v)\right)=-f''+\frac{g'g''}{\omega^2}-\frac{g''}{\omega}\ . \tag{4}$$

Faraz qilaylik ko‘chirma sirt Laplas operatorini qanoatlantirsin, ya’ni garmonik sirt bo‘lsin. Ushbu xolatda (3) dan quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\frac{g'(u)g''(u)}{(g'^2+1)^2}=0\ ,$$

$$f''(v)-\frac{g'(u)g''(u)}{(g'^2+1)^2}+\frac{g''(u)}{g'^2+1}=0$$

Bulardan biz $g'=0$ va $f''=0$ deb faraz qilsak, F ko‘chirma sirtni parametrik ko‘rinishi quyidagicha bo‘ladi

$$x(u,v)=(u,v,au+bv+c),\qquad a,b\in R\ . \tag{5}$$

Teorema 1. F Galiley fazosidagi (2) ko‘rinishdagi berilgan ko‘chirma sirt bo‘lsin. Agar F garmonik bo‘lsa, u tekislikdir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘XATI:

1. Султанов Б.М. Существование циклической поверхности по заданной функции полной кривизны. Вестник НУУ. №2.2, 2017, стр. 201- 204.
2. Султанов Б.М. Изометрия поверхностей в галилеевом пространстве . Дан.Р.Уз. 2020. №4. Стр. 3-6.
3. Aydin M. E., Erg¨ut M. The equiform differential geometry of curves in 4-dimensional Galilean space G4. Stud. Univ. Babe¸s-Bolyai Math. 58(3) (2013), pp. 393–400.
4. Aydin M. E. Magnetic curves associated to Killing vector field in a Galilean space. Mathematical sciences and applications E – notes. 4(1) (2016), pp. 144-150.
5. Aydin M. E., Ogrenmis A.O. Spherical product surfaces in the Galilean space. Konuralp Journal of Mathematics. Volume 4 No. 2 (2016), pp. 290–298.
6. Артикбаев А., Султанов Б., Исмоилов Ш. Геометрия полуевклидова пространства: изотропная и галилеева. Ташкент, 2024.
7. Саъдуллаев А. Голоморфные функции многих переменных. Ургенч. Изд. отдел. УрГУ. 2005.
8. Артикбаев А. Полный угол вокруг вершины конуса в Галилеевом пространстве. Матем. заметки, 1988, т.43, № 3. стр. 657-661.

PANJARADAGI UCHTA ZARRACHALAR SISTEMASIGA MOS MODEL OPERATOR UCHUN FADDEYEV TENGLAMASI

Jo‘rayeva V.

Buxoro davlat universiteti

$T=(-\pi;\ \pi]$ orqali 1 o‘lchamli torni, $L_2^s(T^2)$ orqali T^2 to‘plamda aniqlangan kvadrati bilan integrallanuvchi (umuman olganda kompleks qiymatlarni qabul qiluvchi) simmetrik funksiyalarning Hilbert fazosini belgilaymiz. Bu fazodan olingan f va g elementlar uchun

$$(f,g)=\int_{-\pi}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x,y)\overline{g(x,y)}\,dxdy;$$

$$\|f\| = \left(\int_{-\pi}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} |f(x,y)|^2\, dxdy\right)^{\frac{1}{2}}$$

tengliklar o‘rinlidir.

$L_2^s(T^2)$ Hilbert fazosida

$$H = H_0 - V_1 - V_2 \qquad (1)$$

kabi aniqlanuvchi H model operatorni qaraymiz. Bunda H_0 ko‘paytirish operatori:

$$(H_0 f)(x,y) = (2 - \cos(2x) - \cos(2y))f(x,y),$$

V_1 va V_2 operatorlar esa quyidagicha ta’sir qiluvchi xususiy integral operatorlar:

$$(V_1 f)(x,y) = \sin(2x)\int_{\mathbb{T}^2} \sin(2t)\, f(t,y)dt,$$

$$(V_2 f)(x,y) = \sin(2y)\int_{\mathbb{T}^2} \sin(2t) f(x,t)dt.$$

(1) formula yordamida ta’sir qiluvchi H operator panjaradagi uchta zarrachalar sistemasiga mos keluvchi model operator hisoblanadi. Bunda H_0 ko‘paytirish operatoriga qo‘zg‘almas operator deyiladi. V_1 hamda V_2 operatorlarga esa lokal bo‘lmagan potensial operatorlari deyiladi [1].

Ushbu belgilashni kiritamiz:

$$D(x,z) := 1 - \int_T \frac{\sin^2(2t)}{2 - \cos(2x) - \cos(2t) - \lambda} dt.$$

$L_2(T)$ fazoda

$$(A(\lambda)g)(x) := \mathrm{D}(x,z)\cdot g(x),$$

$$(K(\lambda)g)(x) := \sin(2x)\int_T \frac{\sin(2t)\, g(t)}{2 - \cos(2x) - \cos(2t) - \lambda} dt$$

kabi aniqlanuvchi operatorlarni qaraymiz.

Ushbu belgilashni kiritamiz:

$$\sum = [0;4] \cup [\lambda_0; \lambda_0 + 2]$$

bu yerda λ_0 quyidagi $\Delta(\cdot)$ funksiyaning noli:

$$\Delta(\lambda) := 1 - \int_{\mathbb{T}} \frac{\sin^2(2t)dt}{1 - \cos(2t) - \lambda}.$$

1-lemma. $\lambda \in C\setminus\sum$ sonlari uchun $A(\lambda)$ teskarilanuvchan operator bo‘lib, uning $A^{-1}(\lambda)$ teskari operatori $L_2(T)$ fazoda

$$(A^{-1}(\lambda)f)(x) = \mathrm{D}^{-1}(x,\lambda)f(x)$$

ko‘rinishda bo‘ladi.

$\lambda \in C\setminus\sum$ sonlari uchun $L_2(T)$ Hilbert fazosida

$$T(\lambda) = A^{-1}(\lambda)K(\lambda)$$

operatorni qaraymiz.

Quyidagi teorema H va $T(\lambda)$ operatorlarning xos qiymatlari orasidagi bog‘lanishni ifodalaydi.

1-teorema. $\lambda \in C\setminus\sum$ soni H operatorning xos qiymati bo‘lishi uchun 1 soni $T(\lambda)$ operatorning xos qiymati bo‘lishi zarur va yetarli. Bundan tashqari z va 1 sonlarining karraligi ustma-ust tushadi.

Odatda $T(\lambda)\varphi = \varphi$ operatorli tenglamaga H model operator xos funksiyalariga mos Faddeyev tenglamasi deyiladi [2].

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. T.H.Rasulov, B.I.Bahronov. *Existence of the eigenvalues of a tensor sum of the Friedrichs models with rank 2 perturbation.* Nanosystems: Phys. Chem. Math., 14:2 (2023), pp. 151–157
2. Minlos, R. A., Spohn, H. *The Three-Body Problem in Quantum Mechanics: One Atom and at Most Two Photons* Amer. Math. Soc. Transl., 1996.

GORNER SXEMASINING KO'PHADNI KO'PHADGA BO'LISH UCHUN BA'ZI TADBIQLARI

Jumayev S.S.
Navoiy davlat universiteti Matematika kafedrasi dotsenti
Axatova U.Sh.
Navoiy davlat universiteti talabasi
Toyirova S.T.
Navoiy davlat universiteti talabasi

Bizga ma'lumki Gorner sxemasidan foydalanib misollar yechishda biz yuqori darajali ko'phadni birinchi darajali ko'phadga yoki x_0 ning aniq qiymatlarida berilgan yuqori darajali ko'phadning qoldig'ini topish bilan yaxshi tanishmiz. Bu usul orqali berilgan yuqori darajali ko'phadni ikkihad darajalari bo'yicha yoyilmasini topa olamiz. Biz buning uchun quyidagi teorema va Gorner sxemasini esga olib o'tishimiz mumkin.

Teorema. Agar α soni $P(x)$ ko'phadning ildizi bo'lsa, $P(x)$ ko'phad $x-\alpha$ ikkihadga qoldiqsiz bo'linadi.

Gorner sxemasi. $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+...+a_2x^2+a_1x+a_0$ ko'phadni $x-\alpha$ ikkihadga bo'lishdagi qoldiqni hisoblashning Gorner (Xorner Uilyam (1786-1837) – ingliz matematigi) sxemasi deb ataluvchi usulini ko'rsatamiz.

$$f(x)=q(x)(x-a)+r \qquad (1)$$

bo'lsin.

Bunda $q(x)=b_0x^{n-1}+b_1x^{n-2}+b_2x^{n-3}+...+b_{n-1}.$ (1) dagi x ning bir xil darajalari oldidagi koeffitsiyentlarni tenglashtirib quyidagiga ega bo'lamiz:

$$a_0=b_0$$
$$a_1=b_1-\alpha b_0$$
$$a_2=b_2-\alpha b_1$$
$$\text{.....}$$
$$a_{n-1}=b_{n-1}-\alpha b_{n-2}$$
$$a_n=r-\alpha b_{n-1}$$

bundan ko'rinadiki, $b_0=a_0, b_k=\alpha b_{n-1}+a_k, k=1,2,3,...,n-1, r=-\alpha b_{n-1}.$

Bo'linma va qoldiqni hisoblash quyidagi jadval yordamida topiladi.

	a_0	a_1	a_2		a_{n-1}	a_n
		αb_0+a_1	αb_1+a_2		$\alpha b_{n-2}+$	$\alpha b_{n-1}+$
	b_0+	b_1	b_2		b_{n-1}	r

Bu sxema Gorner sxemasi deyiladi.

Elementar algebradan ma’lum qoidaga muvofiq ko’phadni nolmas ko’phadga bo’lish ham mumkin. Bo’lish qoldiqsiz yoki qoldiqli bajarilishi mumkin. Bo’linma va qoldiq yana shu maydondagi ko’phadlarni ifodalaydi.

Ta’rif. Agar P maydonda berilgan $f(x)$ va $g(x)$ ko’phadlar uchun o’sha maydonda:

$$f(x)=g(x)h(x)$$

tenglikni qanoatlantiruvchi $h(x)$ ko’phadni topish mumkin bo’lsa, $f(x)$ ko’phad $g(x)$ ko’phadga bo’linadi va $g(x)$ ko’phad $f(x)$ ko’phadning bo’luvchisi deyiladi.

Teorema. (*Qoldiqli bo’lish algorifmi*.) P maydondagi har qaysi ikkita $f(x)$ va $\varphi(x)\neq 0$ ko’phad uchun, o’sha maydonda

$$f(x)=\varphi(x)q(x)+r(x) \qquad (1)$$

tenglikni qanoatlantiruvchi birdan-bir $q(x)$ va $r(x)$ ko’phadlar mavjud va bunda $r(x)$ ning darajasi $\varphi(x)$ ning darajasidan kichik bo’ladi.

Bizga $Q(x)$ halqada $f(x)=2x^4+x^3+x^2-x-3$ ko’phadni $g(x)=x^3+2x^2-1$ ko’phadga bo’lgandagi $q(x)$ bo’linma va $r(x)$ qoldiqni topish talab qilingan bo’lsin. Biz bu misolni yechishda qoldiqli bo’lish algoritmidan foydalanib

$$\begin{array}{l|l} 2x^4+x^3+x^2-x-3 & \underline{x^3+2x^2-1} \\ \underline{2x^4+4x^3-2x} & 2x-3 \\ \quad -3x^3+x^2+x-3 & \\ \quad \underline{-3x^3-6x^2+3} & \\ \qquad 7x^2+x-6 & \end{array}$$

ni hosil qilamiz, bu yerdan $f(x)=g(x)\,q(x)+r(x)$ ga asosan $q(x)=2x-3;\quad r(x)=7x^2+x-6.$ ga teng ekan.

Endi ushbu misolni Gorner sxemasidan foydalanib yechishni ko’rib o’tamiz. Buning uchun quyidagicha jadval tuzib olamiz. Ya’ni $f(x)$ ko’phadning koeffisiyentlarini satr ko’rinishida, $g(x)$ ko’phadning koeffisiyentlarini esa ustun ko’rinishida yozib olamiz.

№	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
b_1	$c_1=\frac{a}{b}$	$c_1\cdot b_2$	$c_1\cdot b_3$	$c_1\cdot b_4$	
b_2		$c_2=\frac{a_2-c_1\cdot b}{b_1}$	$c_2\cdot b_2$	$c_2\cdot b_2$	$c_2\cdot b_2$
b_3					
b_4					
Natija	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5

Bu yerda a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 lar $f(x)$ ko'phadning koeffisiyentlari, b_1, b_2, b_3, b_4 lar $g(x)$ ko'phadning koeffisiyentlari, c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 lar esa $q(x)$ va $r(x)$ ko'phadlarning quyidagicha amallar bajarish natijasida hosil bo'lgan koeffisiyentlaridir. Bu jadvalni quyidagicha amallar orqali bajaramiz.

1-qadamda a_1 ni b_1 bo'lib, c_1 topib olamiz, ya'ni, $c_1 = \frac{a_1}{b_1}$ ni ustunning har bir elemintiga ko'paytirib, satr ko'rinishida yozamiz.

2-qadamda $c_2 = \frac{a_2 - c_1 \cdot b_2}{b_1}$ ni ustunning har bir elemintiga ko'paytirib, satr ko'rinishida yozamiz.

3-qadamda c_3 ni hosil qilish uchun a_3 ayiramiz $c_1 \cdot b_3$ ayiramiz $c_2 \cdot b_2$ ya'ni,

$c_3 = a_3 - c_1 \cdot b_3 - c_2 \cdot b_2$

4-qadamda c_4 ni hosil qilish uchun a_4 ayiramiz $c_1 \cdot b_4$ ayiramiz $c_2 \cdot b_3$ ya'ni,

$c_4 = a_4 - c_1 \cdot b_4 - c_2 \cdot b_3$

5-qadam c_5 ni hosil qilish uchun esa oxiridagi ustunlarni ayiramiz. Natijada $c_5 = a_5 - c_2 \cdot b_4$ bo'ladi.

Yuqoridagi misolni Gorner sxemasidan foydalanib ishlasak quyidagicha bo'ladi.

№	2	1	1	-1	-3
1	2	4	0	-2	
2		-3	-6	0	3
0					
-1					
Natija:	2	-3	7	1	-6

Natijada $c_1 = 2,\ c_2 = -3,\ c_3 = 7,\ c_4 = 1,\ c_5 = -6$ hosil bo'ladi. Demak, $f(x)$ ko'phadni $g(x)$ ko'phadga bo'lganimizda to'liqsiz bo'linmada $q(x) = 2x - 3$ teng bo'lib, $r(x) = 7x^2 + x - 6$ qoldiq qolar ekan.

Biror bir masalani yangicha usulda yechish talabalarning fanga bo'lgan qiziqishini yanada orttiradi.

Darsning sifat va samaradorligini yanada oshirishda bunday masalalarning o'rni muhum bo'lib, amaliy mashg'ulot darslarida va mustaqil ishlarni bajarishda muhum ahamiyat kasb etadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Ziwet, A., & Hopkins, L. A. (1913). *Analytic Geometry and Principles of Algebra*. The Macmillan company.
2. Weisstein, E. W. "Horner's Method." *Wolfram MathWorld*.

REKKURENT TENGLAMALAR YORDAMIDA SONLI KETMA-KETLIKLAR UMUMIY HADINI TOPISHNING TURLI USULLARI

Jumayev S.S.,
Navoiy davlat universiteti, jssanjar_80@mail.ru,
Rahimov N, Haqqulova Z,
Navoiy davlat universiteti

Rekkurent tenglamalar – bu ketma-ketlikning keyingi hadini oldingi hadlari orqali ifodalaydigan munosabatlardir. Masalan, Fibonachchi ketma-ketligi $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ shunday tenglamaga misol bo'la oladi. Bunday tenglamalar tabiatshunoslik, iqtisod, kompyuter algoritmlari va diskret matematikaning ko'pgina sohalarida uchraydi.

Rekkurent tenglamani yechish deganda, uning umumiy hadini faqat n indeksga bog‘liq holda yopiq shaklda ifodalash tushuniladi. Maqolada eng keng tarqalgan beshta usul ko‘rib chiqiladi.

Bir jinsli chiziqli rekkurent tenglamalar. Bir jinsli chiziqli rekkurent tenglama quyidagi ko‘rinishga ega:

$$a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + ... + c_k a_{n-k}, \ n \geq k.$$

Uning yechimi **xarakteristik tenglama** ildizlari orqali topiladi:

$$r_k - c_1 r_{k-1} - c_2 a_{k-2} - ... - c_k = 0.$$

Agar ildizlar $r_1, r_2, ..., r_m$ bo‘lib, ularning karraliliklari mos ravishda $a_1, a_2, ..., a_m$ bo‘lsa, umumiy yechim:

$$a_m = \sum_{i=1}^{m} P_i(n) \cdot r_i(n)$$

bu yerda $P_i(n)$ – darajasi a_{i-1} dan katta bo‘lmagan ko‘phad.

Bir jinsli bo‘lmagan chiziqli rekkurent tenglamalar

Bir jinsli bo‘lmagan tenglama:

$$a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + ... + c_k a_{n-k} + f(n)$$

Yechim: **bir jinsli umumiy yechim** + **xususiy yechim**. Xususiy yechim $f(n)$ ko‘rinishiga qarab tanlanadi (doimiy, ko‘phad, eksponenta, trigonometrik funksiya).

Takroriy almashtirish (iteratsiya) usuli

Bu usulda ketma-ketlik hadlari oldingi hadlar orqali ifodalanib, qonuniyat aniqlanadi. Odatda kichik tartibli yoki sodda tenglamalar uchun qo‘llanadi.

Misol:

$$a_n = 2a_{n-1} + 1,$$

$$a_0 = 0, \ a_1 = 1, \ a_2 = 3, \ a_3 = 7, ..., a_n = 2n - 1.$$

Hosil qiluvchi funksiyalar usuli

Ketma-ketlikning hosil qiluvchi funksiyasi $G(x) = \sum_{n \geq 0} a_n \cdot x_n$ rekkurent tenglamaga qo‘yilib, $G(x)$ uchun tenglama hosil qilinadi. So‘ngra $G(x)$ oddiy kasrlarga ajratilib, a_n koeffitsiyenti topiladi.

Bu usul, ayniqsa, kombinatorik masalalarda va ayrim tenglamalar uchun xarakteristik tenglamaga nisbatan qulayroq.

Qisqa qilib aytganda rekkurent tenglamalarni yechish usullari ularning tuzilishiga va qo‘yilgan masalaga bog‘liq. Chiziqli va o‘zgarmas koeffitsiyentli tenglamalar uchun xarakteristik tenglamalar usuli eng kuchli vosita hisoblanadi. Nochiziqli tenglamalar ko‘pincha almashtirish yordamida soddalashtiriladi. Hosil qiluvchi funksiyalar va matritsa usullari esa nazariy va amaliy jihatdan keng imkoniyatlar beradi.

Kelgusida bu usullarni avtomatlashtirish, kompyuter algebrasiga integratsiya qilish va nochiziqli yuqori tartibli tenglamalar uchun yangi usullarni ishlab chiqish dolzarb vazifalardan biridir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Graham R.L., Knuth D.E., Patashnik O. – *Concrete Mathematics*, Addison-Wesley, 1994.
2. Rosen K.H. – *Discrete Mathematics and Its Applications*, McGraw-Hill, 2019.
3. Sloane N.J.A. – *The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences*, 2023.

$\mathcal{I}$ –O‘Z-O‘ZIGA QO‘SHMA UMUMLASHGAN FRIDRIXS MODELINING KVADRATIK SONLI TASVIRI

Jumayeva Ch. I

Buxoro davlat universiteti , ch.i.jumayeva@buxdu.uz

$\mathbb{T} := (-\pi, \pi]$ orqali bir o‘lchamli torni, $\mathbb{C}$ orqali bir o‘lchamli kompleks sonlar to‘plamini, $L_2(\mathbb{T})$ orqali $\mathbb{T}$ torda aniqlangan kvadrati bilan integrallanuvchi (kompleks qiymatli) funksiyalarning Hilbert fazosini belgilaymiz. Bu fazolarni $\mathcal{H}_0 := \mathbb{C}$, $\mathcal{H}_1 := L_2(\mathbb{T})$ kabi begilab olamiz.

$\mathcal{H}_0$,$\mathcal{H}_1$ fazolarning to‘g‘ri yig‘indisidan tashkil topgan $\mathcal{H} := \mathcal{H}_0 \oplus \mathcal{H}_1$ fazoni qaraymiz. $(\bullet, \bullet)_0$ va $(\bullet, \bullet)_1$ orqali mos ravishda $\mathcal{H}_0$, $\mathcal{H}_1$ fazolardagi skalyar ko‘paytmalarni belgilaymiz, ya’ni

$$(f_0, g_0)_0 = f_0 \bullet \overline{g_0}, \; (f_1, g_1)_1 = \int_{\mathbb{T}} f_1(t)\overline{g_1(t)}dt.$$

$\mathcal{H}$ chiziqli fazo

$$(f, g) = (f_0, g_0)_0 + (f_1, g_1)_1$$

skalyar ko‘paytmaga nisbatan Hibert fazoni tashkil qiladi va Fok fazosining qirqilgan ikki zarrachali qism fazosi deyiladi.

$\mathcal{H}$ fazoning ixtiyoriy $f \in \mathcal{H}, g \in \mathcal{H}$ elementlari uchun ularning ichki ko‘paytmasini quyidagicha kiritamiz:

$$[f, g] = (f_0, g_0)_0 - (f_1, g_1)_1.$$

Ko‘rinib turibdiki, $[\bullet, \bullet]$ ishorasi aniqlanmagan ichki ko‘paytma bo‘ladi. Masalan $f = (1,0) \in \mathcal{H}$ element uchun $[f, f] = 1 > 0$; $g = (0,1) \in \mathcal{H}$ element uchun $[g, g] = -2\pi < 0$; $\varphi = (\sqrt{2\pi}, 1) \in \mathcal{H}$ element uchun $[\varphi, \varphi] = 0$ munosabat bajariladi. Shu sababli $\mathcal{H}$ chiziqli fazoga $[\bullet, \bullet]$ ishorasi aniqlanmagan ichki ko‘paytmaga nisbatan Kreyn tipidagi Fok fazosining ikki zarrachali qirqilgan qism fazosi deyiladi.

$\mathcal{H}$ Hilbert fazosida quyidagicha aniqlangan $\mathcal{A}$ operatorli matritsani qaraymiz:

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} A_{00} & A_{01} \\ -A_{01}^* & A_{11} \end{pmatrix}. \qquad (1)$$

Bunda matritsaviy elementlar quyidagicha aniqlangan:

$$A_{00} f_0 = a f_0; \; A_{01} f_1 = \int_{\mathbb{T}} \vartheta(t) f_1(t) dt;$$

$$(A_{01}^* f_0)(x) = \vartheta(x) f_0; (A_{11} f_1)(x) = u(x) f_1(x);$$

Bu yerda a – fiksrlangan haqiqiy son, $u(\bullet)$, $\vartheta(\bullet)$ funksiyalar $\mathbb{T}$ torda aniqlangan haqiqiy qiymatli uzluksiz funksiyalardir.

$\mathcal{H}$ fazoda

$$\mathcal{I} := \begin{pmatrix} I_0 & 0 \\ 0 & -I_1 \end{pmatrix}$$

operatorni qaraymiz, bu yerda $I_k, k = 0,1$ orqali $\mathcal{H}_k$ fazodagi birlik operator belgilangan.

1-tasdiq. (1) tenglik yordamida aniqlangan $\mathcal{A}$ operatorli matritsa Kreyn tipidagi $\mathcal{H}$ fazoda $\mathcal{I}$ o‘z-o‘ziga qo‘shma bo‘ladi.

Har bir $f \in S^2 := \{f = (f_0, f_1) \in \mathcal{H} : f_0 = f_1 = 1\}$ uchun

$$\mathcal{A}_f = \begin{pmatrix} (A_{00}f_0, f_0)_0 & (A_{01}f_1, f_0)_0 \\ (-A_{01}^* f_0, f_1)_1 & (A_{11}f_1, f_1)_1 \end{pmatrix}$$

sonli matritsani aniqlaymiz. Ta'rifga ko'ra $\mathcal{A}$ operatorli matritsaning sonli tasviri [1]

$$W^2(\mathcal{A}) = \bigcup_{f \in S^2} \sigma_p(\mathcal{A}_f)$$

tenglik yordamida aniqlanadi.

Quyidagicha belgilashlarni kiritamiz:

$$dis_{\mathcal{A}}(f_i) = \left(a - \frac{1}{f_1^2}\int_{\mathbb{T}} u(t)|f_1(t)|^2\,dt \right)^2 - \frac{4}{f_1^2}\left|\int_{\mathbb{T}} \vartheta(t) f_1(t)\,dt\right|^2$$

$$\lambda_{\pm}(f_i) = \frac{1}{2}\left(a + \frac{1}{f_1^2}\int_{\mathbb{T}} u(t)|f_1(t)|^2\,dt \pm \sqrt{dis_{\mathcal{A}}(f_i)} \right)$$

$$\Lambda_{\pm} := \Lambda_{\pm}(\mathcal{A}) = \left\{ \lambda_{\pm}(f_i) : f_i \in \mathcal{H}_i, f_i \neq 0, i = 0,1 \right\}$$

$m := \min_{x \in \mathbb{T}} u(x)$, $\triangle := (a-m)^2 - 4\vartheta^2$.

1-teorema. Agar $\triangle \geq 0$ bo'lsa, u holda $W^2(\mathcal{A}) \subset \mathbb{R}$ munosabat o'rinli bo'lib, $W^2(\mathcal{A}) = \Lambda_- \cup \Lambda_+$ tenglik bajariladi.

Umumlashgan Fridrixs modelining sonli tasviri [2] ishda batafsil o'rganilgan.

ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Tretter C. Spectral Theory of Block Operator Matrices and Applications, London, Imperial College Press, 2008.

2. Rasulov T., Dilmurodov E.Investigations of the numerical range of a operator matrix, J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. and Math. Sci. 35:2, 50-63(2014).

YETTI O'LCHAMLI QO'ZG'ALISHGA EGA UMUMLASHGAN FRIDRIXS MODELLARI OILASINING FREDGOLM DETERMINANTI

Jumayeva D. X, d.x.jumayeva@buxdu.uz

Buxoro Davlat Universiteti, Buxoro, O'zbekiston

C – bir o'lchamli kompleks sonlar fazosi, $L_2(\hat{\mathbb{T}})$ esa $\hat{\mathbb{T}}=(-\pi,\pi]^2$ torda aniqlangan kvadrati bilan integrallanuvchi funksiyalarning Hilbert fazosi bo'lsin. H orqali $H_0:=C$ va $H_1:=L_2(\hat{\mathbb{T}})$ fazolarning to'g'ri yig'indisini belgilaymiz, ya'ni $H:=H_0 \oplus H_1$.

H Hilbert fazosida ta'sir qiluvchi

$$H_{\mu,\lambda}(k) := \begin{pmatrix} H_{00}(k) & \mu H_{01} \\ \mu H_{01}^* & H_{11}(k) - V_\lambda \end{pmatrix}$$

2-tartibli operatorli matritsani qaraymiz. Bu yerda matritsaviy elementlar

$$H_{00}(k)f_0 = a(k)f_0,\ H_{01}f_1 = \int_{\hat{\mathbb{T}}} v(t)f_1(t)\,dt,$$

$$\left(H_{11}^0(k)f_1\right)(p) = E_k(p)f_1(p),\ \left(V_\lambda f_1\right)(p) = \int_{\hat{\mathbb{T}}} v_\lambda(p-t)f_1(t)\,dt,$$

$$E_k(p) := \varepsilon_1(p) + \varepsilon_2(k-p),\ v_\lambda(p) := \lambda_0 + \lambda_1\cos p_1 + \lambda_2\cos p_2,\ p = (p_1,p_2) \in \hat{\mathbb{T}}$$

Parametrlarga qo'yilgan talablar: $\mu>0$, $\lambda=(\lambda_0,\lambda_1,\lambda_2)$, $\lambda_0,\lambda_1,\lambda_2>0$; ushbu $a(\cdot)$, $v(\cdot)$ va $\varepsilon_\alpha(\cdot)$, $\alpha=1,2$ funksiyalar $\hat{\mathbb{T}}$ torda haqiqiy qiymatli uzluksiz funksiyalardir.

$H_{\mu,\lambda}(k)$ ikkinchi tartibli operatorli matritsa odatda umumlashgan Fridrixs modellari oilasi deb ataladi. Bu matritsaning parametrlariga qo‘yilgan shartlarda $H_{\mu,\lambda}(k)$ chiziqli, chegaralangan va o‘z-o‘ziga qo‘shma operator bo‘ladi.

$H_{\mu,\lambda}(k)$ operatorda $\mu=\lambda_0=\lambda_1=0$ deb olamiz va hosil bo‘lgan operatorli matritsani $H_{0,0}(k)$ orqali belgilaymiz. Sodda hisoblashlarga ko‘ra $H_{\mu,\lambda}(k)$-$H_{0,0}(k)$ qo‘zg‘alish operatori yetti o‘lchamga ega ekanligini oson ko‘rsatish mumkin. Aniqlanishiga ko‘ra

$$\sigma_{ess}\left(H_{0,0}(k)\right)=\left[m(k);M(k)\right],\sigma_{pp}\left(H_{0,0}(k)\right)=\{a(k)\};$$
$$m(k):=\min_{p\in\mathbb{T}^3}E_k(p),M(k):=\max_{p\in\mathbb{T}^3}E_k(p).$$

Agar $a(k)\notin\left[m(k);M(k)\right]$ bo‘lsa, u holda $\sigma_{disc}\left(H_{0,0}(k)\right)=\{a(k)\}$tenglik o‘rinli. Chekli o‘lchamli qo‘zg‘alishlarda muhim spektrning o‘zgarmasligi haqidagi mashhur Veyl teoremasiga ko‘ra $H_{\mu,\lambda}(k)$ umumlashgan Fridrixs modelining muhim spektri $H_{0,0}(k)$ operatorning muhim spektri bilan ustma-ust tushadi. Shuning uchun

$$\sigma_{ess}(H_{\mu,\lambda}(k))=[m(k);M(k)]$$

tenglik o‘rinli. $C\backslash\left[m(k);M(k)\right]$ sohada regulyar bo‘lgan

.

funksiyani qaraymiz. Bunda

$$d_{\mu}^{(0)}(k;z):=a(k)-z-\mu^2\int_{\mathbb{T}^3}\frac{v^2(t)dt}{E_k(t)-z};\ d_{\lambda_1}^{(2)}(k;z):=1-\lambda_1\int_{\mathbb{T}^3}\frac{\cos^2t_1dt}{E_k(t)-z}$$

$$c_3(k;z):=\int_{\mathbb{T}^3}\frac{v(t)\sin t_1dt}{E_k(t)-z};c_4(k;z):=\int_{\mathbb{T}^3}\frac{v(t)\cos t_2dt}{E_k(t)-z};c_5(k;z):=\int_{\mathbb{T}^3}\frac{v(t)\sin t_2dt}{E_k(t)-z};$$

$$d_{\lambda_0}^{(1)}(k;z):=1-\lambda_0\int_{\mathbb{T}^3}\frac{dt}{E_k(t)-z};c_6(k;z):=\int_{\mathbb{T}^3}\frac{\cos t_1dt}{z-E_k(t)};c_7(k;z):=\int_{\mathbb{T}^3}\frac{\sin t_1dt}{z-E_k(t)};$$

$$c_8(k;z):=\int_{\mathbb{T}^3}\frac{\cos t_2dt}{z-E_k(t)};c_9(k;z):=\int_{\mathbb{T}^3}\frac{\sin t_2dt}{z-E_k(t)};c_{10}(k;z):=\int_{\mathbb{T}^3}\frac{\cos t_1\sin t_1dt}{z-E_k(t)};$$

$$c_1(k;z):=\int_{\mathbb{T}^3}\frac{v(t)dt}{E_k(t)-z};c_2(k;z):=\int_{\mathbb{T}^3}\frac{v(t)\cos t_1dt}{E_k(t)-z};\ c_{11}(k;z):=\int_{\mathbb{T}^3}\frac{\cos t_1\cos t_2dt}{z-E_k(t)};$$

$$c_{12}(k;z):=\int_{\mathbb{T}^3}\frac{\cos t_1\sin t_2dt}{z-E_k(t)};\ c_{13}(k;z):=\int_{\mathbb{T}^3}\frac{\cos t_2\sin t_1dt}{z-E_k(t)};c_{14}(k;z):=\int_{\mathbb{T}^3}\frac{\sin t_1\sin t_2dt}{z-E_k(t)};$$

$$d_{\lambda_1}^{(3)}(k;z):=1-\lambda_1\int_{\mathbb{T}^3}\frac{\sin^2t_1dt}{E_k(t)-z};\ c_{15}(k;z):=\int_{\mathbb{T}^3}\frac{\sin t_2\cos t_2dt}{z-E_k(t)};$$

$$d_{\lambda_2}^{(4)}(k;z):=1-\lambda_2\int_{\mathbb{T}^3}\frac{\cos^2t_2dt}{E_k(t)-z};d_{\lambda_2}^{(5)}(k;z):=1-\lambda_2\int_{\mathbb{T}^3}\frac{\sin^2t_2dt}{E_k(t)-z}.$$

1-**teorema.** $z\in C\backslash\left[m(k);M(k)\right]$ soni $H_{\mu,\lambda}(k)$ umumlashgan Fridrixs modelining xos qiymati bo‘lishi uchun $\Delta_{\mu,\lambda}(k;z)=0$ bo‘lishi zarur va yetarli.

Bayon qilingan 1-teoremaga ko‘ra

$$\sigma_{disc}\left(H_{\mu,\lambda}\right)=\{z\in C\backslash\left[m(k);M(k)\right]:\Delta_{\mu,\lambda}(k;z)=0\}.$$

Quyidagi yordamchi operatorlarni qaraymiz:

$$H_{\mu}^{(0)}(k):H\to H,\quad H_{\mu}^{(0)}(k)=\begin{pmatrix}H_{00}(k) & \mu H_{01}\\ \mu H_{01}^{*} & H_{11}(k)\end{pmatrix};$$

$$H_{\lambda_0}^{(1)}(k),\ H_{\lambda_1}^{(n)}(k),\ H_{\lambda_2}^{(m)}(k): H \to H,\quad n=2,3;\ m=4,5$$

$$\left(H_{\lambda_0}^{(1)}(k)f_1\right)(x)=E_k(x)f_1(x)-\lambda_0\int_{\mathbb{T}}f_1(t)dt;$$

$$\left(H_{\lambda_1}^{(2)}(k)f_1\right)(x)=E_k(x)f_1(x)-\lambda_1\cos x_1\int_{\mathbb{T}}\cos t_1 f_1(t)dt;$$

$$\left(H_{\lambda_1}^{(3)}(k)f_1\right)(x)=E_k(x)f_1(x)-\lambda_1\sin x_1\int_{\mathbb{T}}\sin t_1 f_1(t)dt;$$

$$\left(H_{\lambda_2}^{(4)}(k)f_1\right)(x)=E_k(x)f_1(x)-\lambda_2\cos x_2\int_{\mathbb{T}}\cos t_2 f_1(t)dt;$$

$$\left(H_{\lambda_2}^{(5)}(k)f_1\right)(x)=E_k(x)f_1(x)-\lambda_2\sin x_2\int_{\mathbb{T}}\sin t_2 f_1(t)dt;$$

2-**teorema.** $z\in C\setminus\left[m(k);M(k)\right]$ soni $H_{\mu}^{(0)}(k)$, $\left(H_{\lambda_1}^{(n)}(k), H_{\lambda_2}^{(m)}(k)\right)$ operatorning xos qiymati bo‘lishi uchun $d_{\mu_0}^{(0)}(k;z)=0\left(d_{\lambda_1}^{(n)}(k;z)=0;\ d_{\lambda_2}^{(m)}(k;z)=0\right)$ bo‘lishi zarur va yetarlidir.

Bayon qilingan teorema yordamida parametr funksiyalarga qo‘yilgan shartlarda $H_{\mu,\lambda}(k)$ va $H_{\mu}^{(0)}(k)$, $H_{\lambda_1}^{(n)}(k)$, $H_{\lambda_2}^{(m)}(k)$ operatorlar diskret spektrlari orasidagi bog‘lanishlarni aniqlashda [1] muhim hisoblanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. M.I.Muminov, T.H.Rasulov On the eigenvalues of a 2 × 2 block operator matrix, Opuscula Mathematica, 35:3 (2015), pp. 369–393.
2. S.Albeverio, S.N.Lakaev, Z.I.Muminov The threshold effects for a family of Friedrichs models under rank one perturbations, Journal of mathematical analysis and applications, 330:2 (2007), pp. 1152–1168.

CHIZIQLI VA NOCHIZIQLI ISSIQLIK TARQALISH JARAYONLARI UCHUN CHEGARAVIY MASALALARNI MATEMATIK MODELLASHTIRISH

Kabiljanova F.A., Nurmanova K.B.
(O‘zMU. firkab15@gmail.com)

Annotatsiya. Mazkur maqolada issiqlik tarqalish jarayonlarini tavsiflovchi chiziqli va nochiziqli matematik modellar tahlil qilinadi. Har ikki modelning fizik mazmuni, matematik xususiyatlari va amaliy qo‘llanilish sohalari solishtiriladi. Shu nomli magistrlik dissertatsiyasining maqsadi, qo‘yilgan vazifalari keltiriladi. Tadqiqot natijasida nochiziqli modellar real jarayonlarni aniqroq ifodalashi, ammo hisoblash nuqtai nazaridan murakkabligi asoslab beriladi.

Kalit so‘zlar: issiqlik tarqalish, chiziqli model, nochiziqli model, sonli modellashtirish, issiqlik o‘tkazuvchanlik.

Hozirgi kunda sanoat, energetika, qurilish va axborot texnologiyalari sohalarining jadal rivojlanishi issiqlik almashinuvi jarayonlarini chuqur o‘rganishni talab etmoqda. Issiqlik tarqalish jarayonlari ko‘plab texnologik tizimlarning asosini tashkil etadi, jumladan, issiqlik almashinuv qurilmalari, energetik tizimlar, mikroelektronika elementlari va qurilish konstruksiyalarida muhim ahamiyat kasb etadi.

Issiqlik tarqalish jarayonlarini tavsiflovchi matematik modellar odatda differensial tenglamalar, xususan, issiqlik o‘tkazuvchanlik tenglamasi bilan ifodalanadi. Ushbu tenglamalar uchun aniq (analitik) echimlarni topish ko‘plab real sharoitlarda murakkab yoki umuman imkonsiz bo‘lib, bu esa sonli usullarni qo‘llash zaruratini keltirib chiqaradi.

Zamonaviy kompyuter texnologiyalarining rivojlanishi sonli modellashtirish usullarini keng qo‘llash imkonini bermoqda. Ayniqsa, chegaraviy masalalarni sonli echish uchun ayirmali sxemalar, chekli elementlar usuli va boshqa algoritmlar katta ahamiyat kasb etadi. Shu sababli

issiqlik tarqalish jarayonlarini sonli modellashtirish masalasi ilmiy va amaliy jihatdan dolzarb hisoblanadi.

Amaliy masalalarda issiqlik o‘tkazuvchanlik koeffitsienti va boshqa parametrlar doimiy bo‘lgan hollarda chiziqli model qo‘llaniladi. Biroq real muhitlarda bu parametrlar temperaturaga bog‘liq bo‘lib, jarayon nochiziqli xarakter kasb etadi. Shu sababli chiziqli va nochiziqli jarayonlarning matematik modellarini taqqoslash ilmiy va amaliy jihatdan muhim hisoblanadi.

Mazkur maqolada shu nomli magistrlik dissertatsiyasining maqsadi, qo‘yilgan vazifalari keltirilgan. Magistrlik dissertatsiyasining asosiy maqsadi — chiziqli va nochiziqli issiqlik tarqalish jarayonlari uchun chegaraviy masalalarni matematik modellashtirish va ularni samarali sonli usullar yordamida echish, shuningdek, olingan natijalarni tahlil qilishdan iborat.

Belgilangan maqsadga erishish uchun quyidagi vazifalar qo‘yiladi:

- issiqlik tarqalish jarayonining fizik mohiyatini o‘rganish va Fourier qonuni asosida matematik ifodasini keltirib chiqarish;
- chiziqli va nochiziqli issiqlik o‘tkazuvchanlik tenglamalarining umumiy ko‘rinishini tahlil qilish;
- chegaraviy va boshlang‘ich shartlarning turlarini tizimlashtirish.
- chiziqli issiqlik tarqalish jarayoni uchun chegaraviy masalani aniq shakllantirish;
- nochiziqli issiqlik tarqalish modeli uchun temperaturaga bog‘liq koeffitsientlarni kiritish;
- real fizik jarayonlarga mos keluvchi matematik modellarni ishlab chiqish.
- issiqlik o‘tkazuvchanlik tenglamasi uchun mos sonli usullarni tanlash;
- ayirmali sxemalarni hosil qilish va ularning xossalarini (turg‘unlik, yaqinlashuv) o‘rganish;
- ishlab chiqilgan algoritmlarni dasturiy jihatdan amalga oshirish;
- sonli tajribalar o‘tkazish, natijalarni tahlil qilish va tanlangan usullarning qo‘llanish chegaralari va samaradorligini asoslash.
- olingan natijalarni amaliy masalalarga tatbiq etish imkoniyatlarini baholash.

Ushbu vazifalarni izchil bajarish orqali issiqlik tarqalish jarayonlari uchun chegaraviy masalalarni samarali modellashtirish va echish imkoniyati yaratiladi.

Tadqiqot natijalari issiqlik tarqalish jarayonlarini prognozlash va boshqarish bilan bog‘liq muammolarni hal etishda qo‘llanilishi mumkinligi bilan amaliy ahamiyatga egadir. Xususan:

- sanoatdagi issiqlik almashinuvi qurilmalarini loyihalashda;
- energetik tizimlarda issiqlik yo‘qotishlarini kamaytirishda;
- qurilish materiallari va konstruksiyalarining issiqlik xossalarini baholashda;
- mikroelektronika va kompyuter texnikasida issiqlik rejimlarini optimallashtirishda;
- ta’lim jarayonida matematik modellashtirish va sonli usullarni o‘qitishda.

Mazkur ishda ishlab chiqilgan sonli algoritmlar va dasturiy vositalar real muhandislik masalalarini echishda samarali vosita sifatida xizmat qilishi mumkin.

Chiziqli modellar soddaligi bilan ajralib tursa-da, real jarayonlarni to‘liq aks ettira olmaydi. Nochiziqli modellar esa yuqori aniqlikni ta’minlaydi, biroq hisoblash murakkabligini oshiradi. Shu sababli zamonaviy ilmiy tadqiqotlarda nochiziqli modellar va ularni echishning samarali sonli usullarini ishlab chiqish dolzarb masala hisoblanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Ergashev T.G. Differensial tenglamalar. (O‘quv qo‘llanma) -T:TIQXMMI. MTU. 2023 - 384 bet.
2. Арипов М., Садулаева Ш.А. Компьютерное моделирование нелинейных процессов диффузии. Монография. – Ташкент, Университет. 2020,750с.
3. Самарский А.А. *Теория разностных схем.* – Москва: Наука, 1989.

THE LOCATION OF EIGENVALUE OF THE GENERALIZED FRIEDRICHS MODEL UNDER RANK TWO PERTURBATION

Kurbanov Sh. Kh
Samarkand state university, Samarkand, Uzbekistan
kurbanov-shaxzod@mail.ru

We consider a family of the generalized Friedrichs model $H_{\mu_1\mu_2}(p), \mu_1, \mu_2 \in \mathbb{R}, \mu_1^2+\mu_2^2 \neq 0, p \in \mathbb{T}$ with perturbation of rank 2, which is a generalization of the family of two-particle Schrödinger operators $H_{\mu_1\mu_2}(p), p \in \mathbb{T}=(-\pi,\pi]^2$ associated with a system of two arbitrary (identical) quantum mechanical particles moving on the two dimensional lattice $\mathbb{Z}$ and interacting via zero range attractive or repulsive potential as follows:

$$H_{\mu_1\mu_2}(p)=H_0(p)+\mu_1 V_1+\mu_2 V_2, \quad \mu_1,\mu_2 \in \mathbb{R}, \mu_1^2+\mu_2^2>0,$$

where $H_0(p), \quad p \in \mathbb{T}$ is a multiplication operator by a real-analytic function $w_p(\cdot):=w(p,\cdot)$ defined on $(\mathbb{T})^2$, i.e.,

$$\left(H_0(p)f\right)(q)=w_p(q)f(q), \quad f \in L^2(\mathbb{T})$$

and $V_i: L^2(\mathbb{T}) \to L^2(\mathbb{T})$ is the perturbation operator of the form

$$\left(V_i f\right)(q)=\varphi_i(q)(f,\varphi_i), \quad i=1,2,$$

where $\varphi_1, \varphi_2 \in L^2(\mathbb{T})$ and $(\cdot,\cdot)$ stands for the inner product in $L^2(\mathbb{T})$.

The perturbation $V:=\mu_1 V_1+\mu_2 V_2$ of the non-perturbed operator $H_0(p), p \in \mathbb{T}$ is an operator of rank two. Consequently, by the well-known Weyl theorem [1. Theorem XIII.14] on the compact perturbations

$$\sigma_{\text{ess}}\left(H_{\mu_1\mu_2}(p)\right)=\sigma_{\text{ess}}\left(H_0(p)\right)=\sigma\left(H_0(p)\right)=\left[m(p),\, M(p)\right],$$

where

$$m(p)=\min_{q\in\mathbb{T}} w_p(q), \; M(p)=\max_{q\in\mathbb{T}} w_p(q).$$

The following hypothesis will be needed throughout the paper.

Hypothesis. The functions $\varphi_i(\cdot), \; i=1,2$ and $w(\cdot,\cdot)$ used in the definition of the operator $H_{\mu_1\mu_2}(p)$ satisfy the following conditions:

- $\varphi_i(\cdot), \; i=1,2$ are non-trivial, real-analytic on $\mathbb{T}$ and $(\varphi_1,\varphi_2)=0$;
- $w(\cdot,\cdot)$ is a real-analytic function on $(\mathbb{T})^2=\mathbb{T}\times\mathbb{T}$, and it has a unique non-degenerate mininum at $(p_{\min}, q_{\min}) \in (\mathbb{T})^2$.

Hypothesis implies the existence of a δ-neighborhood $U_\delta(p_{\min}) \subset \mathbb{T}$ of the point $p_{\min} \in \mathbb{T}$ and an analytic function $q_{\min}: U_\delta(p_{\min}) \to \mathbb{T}$ that for any $p \in U_\delta(p_{\min})$ the point $q_{\min}(p) \in \mathbb{T}$ is a unique non-degenerate minimum of the function $w_p(\cdot)$.

Assume that $\varphi_1\left(q_{\max}(p)\right)\varphi_2\left(q_{\max}(p)\right) \neq 0$ holds. Then there exists a nonzero number c such that $\varphi_1\left(q_{\max}(p)\right)=c\varphi_2\left(q_{\max}(p)\right)$. We consider the polynomial $E(\mu_1,\mu_2;p), p \in U_\delta(p_{\min})$ of two-variable defined by

$$E(\mu_1,\mu_2;p):=c^2\mu_1+\mu_2+\mu_1\mu_2 a, \text{ where } a<0.$$

We set the following sets

$$C_0 := \{(\mu_1,\mu_2)\in\hat{\mathbb{R}}: E(\mu_1,\mu_2;p)<0, \mu_1<-\frac{1}{a}\}, \quad (2)$$

$$C_1 := \{(\mu_1,\mu_2)\in\hat{\mathbb{R}}: E(\mu_1,\mu_2;p)>0\}, \quad (3)$$

$$C_2 := \left\{(\mu_1,\mu_2)\in\hat{\mathbb{R}}: E(\mu_1,\mu_2;p)\langle 0,\mu_1\rangle -\frac{1}{a}\right\}. \quad (4)$$

Theorem. Let Hypothesis and $\varphi_1(q_{\max}(p))\varphi_2(q_{\max}(p))\neq 0$ hold. Then for any $(\mu_1,\mu_2)\in C_\alpha$, $\alpha=0,1,2$, the operator $H_{\mu_1\mu_2}(p)$, $p\in U_\delta(p_{\min})$ has α eigenvalue(s) in the interval $(-\infty, m(p))$.

The Generalized Friedrichs model also considered in [2,3]

LITERATURE

1. M. Reed and B. Simon. Methods of modern mathematical physics. IV: Analysis of operators, Academic Press, N.Y: (1978)
2. Sh. Kh. Kurbanov and S. T. Dustov// Puiseux Series Expansion for Eigenvalue of the Generalized Friedrichs Model with the Perturbation of Rank One. Labochevskiy Journal of Mathematics **4**, 1365 -1372 (2022).
3. S. Lakaev , M. Darus and Sh. Kurbanov// Puiseux series expansion for an eigenvalue of the generalized Friedrichs model with perturbation of rank one. J. Phys. A: Math. Theor. **46**, (2013) 205304.

M-SUBGARMONIK FUNKSIYALAR UCHUN PLYURIGARMONIKLIK KRITERIYLARI

[1] Madraximov R.M.

Urganch davlat pedagogika institute, mruzimbay@mail.ru

[2] Omonov O.I.

Nizomiy nomidagi O‘zMPU ,o.i.omonov@mail.ru

[3] Rajabov U.T.

Nizomiy nomidagi O‘zMPU , ulugbekrajabov0330@gmail.com

Annotatsiya. Maqolada $\mathbb{C}^n$ fazosidagi birlik sharda aniqlangan M-garmonik funksiyalarning plyurigarmoniklik xossalari tadqiq etilgan. Tadqiqotning asosiy maqsadi — invariant Laplas operatori yordamida aniqlanadigan funksiyalar sinfi uchun plyurigarmoniklikning yangi kriteriylarini ishlab chiqishdan iborat. Maqolada garmonik, plyurisubgarmonik va M-garmonik funksiyalar o‘rtasidagi bog‘liqlikni ifodalovchi bir nechta teoremalar isbotlangan.

Kalit so‘zlar. Garmonik funksiyalar, subgarmonik funksiyalar, M-garmonik funksiyalar, M-subgarmonik funksiyalar, plyurigarmonik funksiyalar, plyurisubgarmonik funksiyalar, invariant Laplas operatori

Plyurigarmonik funksiyalar — bir necha kompleks o‘zgaruvchili funksiyalar nazariyasi va potensiallar nazariyasining muhim ob’ektidir. Ular analitik funksiyalarning haqiqiy qismlari hisoblanadi va matematikada salmoqli o‘rin tutadi. Shuning uchun plyurigarmoniklik kriteriylarini aniqlash va ularning xossalarini o‘rganish dolzarb bo‘lib qolmoqda. Bu sohada P. Lelong [1], F. Forelli [3], V. Rudin [4], R. Madraximov va M. Vaisova [5] kabi tadqiqotchilar tomonidan muhim natijalar olingan.

Agar $D\subset\mathbb{C}^n$ sohada $u(z)\in C^2(D)$ funksiya tegishli ravishda quyidagi tenglik (yoki tengsizlik)

$$\Delta u(z)=0 \quad (\text{yoki } \Delta u(z)\geq 0)$$

bajarsa, $u(z)$ funksiya garmonik (yoki subgarmonik) deyiladi. Bunda Δ Laplas operatori quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$\Delta u(z) = 4\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 u(z)}{\partial z_i \partial \overline{z}_i}. \quad (1.1)$$

$\mathbb{C}^n$ fazosidagi birlik sharni $B(0,1) = \{z \in \mathbb{C}^n : |z| < 1\}$ orqali belgilaymiz.

Odatda $B(0,1)$ birlik sharda Laplas operatoridan tashqari, invariant Laplas operatori — Laplas-Beltrami operatori ham ko‘riladi va u $\tilde{\Delta}$ orqali belgilanadi. U quyidagicha aniqlanadi:

$$\tilde{\Delta} u(z) = (1 - |z|^2)\Delta u(z) - 4\sum_{i,j=1}^{n} z_i \overline{z}_j \frac{\partial^2 u(z)}{\partial \overline{z}_i \partial z_j}. \quad (1.2)$$

Ta’rif 1.1. Agar $u(z) \in C^2(B(0,1))$ funksiya tegishli ravishda quyidagi tenglik (yoki tengsizlik)

$$\tilde{\Delta} u(z) = 0 \quad (\text{yoki } \tilde{\Delta} u(z) \geq 0)$$

bajarsa, $u(z)$ funksiya $\mathcal{M}$-garmonik (yoki $\mathcal{M}$-subgarmonik) deyiladi.

Ta’rif 1.2. Agar $u(z) \in C^2(D)$ funksiya har bir kompleks to‘g‘ri chiziq bo‘ylab garmonik bo‘lsa, u holda $u(z)$ funksiya D sohasida plyurigarmonik deyiladi ([2]).

Ekvivalent ravishda, $u(z) \in C^2(D)$ plyurigarmonik bo‘lishi uchun barcha $j,k = 1,\ldots,n$ larda quyidagi shart bajarilishi zarur va yetarli:

$$\frac{\partial^2 u(z)}{\partial z_j \partial \overline{z}_k} = 0.$$

P. Lelong ([1], 163-bet) ko‘rsatganidek, agar $u(z)$ funksiya bir vaqtning o‘zida garmonik va plyurisubgarmonik bo‘lsa, u holda u plyurigarmonik bo‘ladi. Ushbu natijani plyurigarmoniklikni aniqlash uchun qulay shart sifatida qarash mumkin, chunki garmonik va plyurisubgarmonik funksiyalar sinflari nazariy jihatdan yaxshi o‘rganilgan. Mazkur ish ushbu yo‘nalishdagi tadqiqotlarni davom ettiradi va plyurigarmoniklik kriteriylarini ko‘rib chiqadi.

Teorema 1.3. Agar $u(z)$ funksiya $B(0,1)$ da M-garmonik bo‘lsa va shunday r soni mavjud bo‘lib, $0 < r < 1$ va u_r funksiya $B(0,1)$ da M-subgarmonik bo‘lsa, u holda $u(z)$ funksiya $B(0,1)$ da plyurigarmonik bo‘ladi.

Teorema 1.4. Agar $u(z)$ funksiya $B(0,1)$ da garmonik bo‘lsa va shunday r soni mavjud bo‘lib, $0 < r < 1$ va u_r funksiya $\mathcal{M}$-subgarmonik bo‘lsa, u holda $u(z)$ funksiya $B(0,1)$ da plyurigarmonik bo‘ladi.

Ushbu maqolada bir necha kompleks o‘zgaruvchili funksiyalar nazariyasining dolzarb masalalaridan biri — M-garmonik funksiyalarning plyurigarmoniklik xossalari o‘rganildi. Invariant Laplas operatori yordamida aniqlangan M-garmonik funksiyalar klassik garmonik funksiyalarga qaraganda murakkabroq strukturaga ega bo‘lsa-da, ma’lum subgarmoniklik shartlari ostida ular plyurigarmoniklik xossasini namoyon etadi.

ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Ronkin L.I. *Introduction to the Theory of Entire Functions of Several Variables*. Moscow: Nauka, 1971. 432 p.
2. Rudin W. *Function Theory in the Unit Ball of $\mathbb{C}^n$*. Vol. 241 of Grundlehren der mathematischen Wissenschaften. Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg, 1980. Reprint: Classics in Mathematics, 2008.

3. Forelli F. *Pluriharmonicity in terms of harmonic slices*. Mathematica Scandinavica. 1977. Vol. 41. P. 358–364.
4. Rudin W. *Pluriharmonic functions in balls*. Proc. Amer. Math. Soc. 1977. Vol. 62, No. 1. P. 44–46.
5. Madrakhimov R.M., Vaisova M.D. *Criteria for pluriharmonicity of harmonic functions*. Proceedings of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan. Tashkent, 2008. No. 5. P. 19–20.

TUB MODUL BO‘YICHA YUQORI DARAJALI TAQQOSLAMALARNI YECHISH BA’ZI BIR METODLARI

Majidov Sh. A., Narzulloyeva G. B
Navoiy Davlat Universiteti

Aytaylik, koeffisientlari Z sonlar haqasiga tegishli bir noma’lumli n - darajali taqqoslama berilgan bo‘lib va uning moduli tub sonlardan iborat bo‘lsin.

Ta’rif. Agar $f(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\ldots+a_{n-1}x+a_n$ ko‘p had $a_i\in Z$ va $p>1$ bo‘lib, a_0 son p ga bo‘linmasa, u holda $f(x)\equiv 0(mod\ p)$ taqqoslama n –darajali bir noma’lumli taqqoslama deyiladi.

1-Teorema. Darajasi n $(n>p)$ ga teng bo‘lgan p tub modulli taqqoslama darajasi $p-1$ dan katta bo‘lmagan taqqoslamaga teng kuchli bo‘ladi.

Misol uchun quyidagi taqqoslamani soddalashtirishni qarab o‘taylik.

1-Misol $51x^{54}+43x^{25}-12x^{11}+3x^3+1\equiv 0(mod\,5)$ taqqoslamani soddalashtiring.

Yechish. Berilgan taqqoslamani soddalashtirish uchun taqqoslamalar xossalaridan va Eyler teoremasidan foydalanamiz:

Buning uchun taqqoslamaning chap tamonidagi noma’lum oldidagi koeffisientlarni besh modul bo‘yicha taqqoslaymiz.

$$\begin{matrix}51\equiv 1(mod\,5)\\43\equiv 3(mod\,5)\\12\equiv 2(mod\,5)\end{matrix},\quad \begin{matrix}3\equiv 3(mod\,5)\\1\equiv 1(mod\,5)\end{matrix}$$

Eyler teoremasi. Agar $(a,m)=1$ bo‘lsa, u holda $a^{\varphi(m)}\equiv 1(mod\,m)$ taqqoslama o‘rinli bo‘ladi.

Eyler funksiyasi $\varphi(m)=m\left(1-\frac{1}{p_1}\right)\left(1-\frac{1}{p_2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{p_n}\right)$ dan foydalanib,

$$x^{54}\equiv\left(x^4\right)^{13}*x^2\equiv x^2\,(mod\,5)$$

$\phi(5)=4$ dan $\quad x^{25}\equiv\left(x^4\right)^6*x\equiv x(mod\,5)$ ga ega bo‘lamiz.

$$x^{11}\equiv\left(x^4\right)^2\equiv x^3\,(mod\,5)$$

Keltirilgan taqqoslamalar yordamida berilgan taqqoslamani quyidagicha yozamiz.

$x^2+3x-2x^3+3x^3+1\equiv 0(mod\,5)$ bu taqqoslamani soddalashtirib, $x^3+x^2+3x+1\equiv 0(mod\,5)$ ni hosil qilamiz.

Demak, $51x^{54}+43x^{25}-12x^{11}+3x^3+1\equiv 0(mod\,5)$ taqqoslama

$x^3+x^2+3x+1\equiv 0(mod\,5)$ taqqoslamaga teng kuchlidir.

2-Teorema. Bosh koeffisienti 1 ga teng bo‘lgan n $(n>p)$ darajali

$f(x)\equiv 0(mod\ p)$ taqqoslama p ta yechimga ega bo‘lishi uchun $f(x)$ ni $x^p - x$ ga bo‘lishdan hosil bo‘lgan $r(x)$ qoldiq ko‘phadning barcha koeffisientlari p ga bo‘linishi zarur va yetarli. [1]

2-Misol. Quyidagi ko‘phadlar berilgan halqada funksional tengligini qaraymiz.

$f(x)=x^3-\overline{2}x^2$, $g(x)=x^2-\overline{2}x$, $Z_3[x]$ bu ko‘phadlarni quyidagicha ifodalaymiz.

$x^3-\overline{2}x^2\equiv 0(mod\,3)$, $x^2-\overline{2}x\equiv 0(mod\,3)$

Yechish. Berilgan ko‘phadlarni funksional tengligini isbotlashda yuqoridagi 2-teoremaga asosan

$$f(x)=x^3-\overline{2}x^2$$

ko‘phadni x^3-x ga bo‘lamiz ,natijada

$$r(x)=-\overline{2}x^2+x$$

ko‘phad hosil bo‘ladi. Hosil bo‘lgan qoldiqni $-\overline{2}x^2+x\equiv(mod\,3)$ taqqoslama ko‘rinishida ifodalab, quyidagicha soddalashtiramiz.

$$\begin{matrix}-\overline{2}x^2\equiv(mod\,3)\\ x\equiv(mod\,3)\end{matrix}\Rightarrow\begin{matrix}\overline{3}-\overline{2}x^2\equiv(mod\,3)\\ -\overline{3}+\overline{1}x\equiv(mod\,3)\end{matrix}\Rightarrow\begin{matrix}x^2\equiv(mod\,3)\\ -\overline{2}x\equiv(mod\,3)\end{matrix}$$

bu taqqoslamalarni qo‘shib, $x^2-\overline{2}x\equiv 0(mod\,3)$ ni hosil qilamiz.

Bu esa $g(x)$ ko‘phadni ifodalaydi.

Demak, $f(x)$ ko‘phad $g(x)$ ko‘phadga funksional teng ekan.

3-Misol. 2-teorema yordamida

$x^7-3x^6+x^5-x^3+4x^2-4x+2\equiv 0(mod\,5)$ taqqoslamani yechamiz.

Yechish. Taqqoslamaning darajasi $n > p$ bo‘lgani uchun (bunda p -taqqoslamaning moduli) berilgan taqqoslamani unga ekvivalent bo‘lgan, darajasi taqqoslama modulidan kichik bo‘lgan taqqoslamaga almashtirish mumkin. Buning uchun

$$x^7-3x^6+x^5-x^3+4x^2-4x+2$$

ko‘phadni x^5-x ga bo‘lamiz, hosil bo‘lgan qoldiq

$$x^2-3x+2$$

ko‘phad hosil bo‘ladi.

Demak, berilgan taqqoslama

$$x^2-3x+2\equiv 0(mod\,5)$$

taqqoslamaga teng kuchlidir.

Hosil bo‘lgan $x^2-3x+2\equiv 0(mod\,5)$ taqqoslamani $x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$ dan foydalanib, quyidagicha yechamiz.

$(x-1)(x-2)\equiv 0(mod\,5)$ $x-1\equiv 0(mod\,5)$ $x-2\equiv 0(mod\,5)$ $x\equiv 1(mod\,5)$ $x\equiv 2(mod\,5)$

Demak, berilgan taqqoslamaning yechimi $x\equiv 1(mod\,5)$, $x\equiv 2(mod\,5)$

Yuqorida bayon qilinganidek teoremalardan foydalanib, tub modul bo‘yicha yuqori darajali taqqoslamalarni yechish, talabalarning bu tipdagi misollarni yechishda malakasi va tajribasi oshishiga zamin bo‘ladi.

ADABIYOTLAR RO‘YXATI.

1. Nazarov R.N.,Toshpo‘latov B.T., Dusumbetov A.D. Algebra va sonlar nazariyasi.T. O‘qituvchi. I –qism 1993 й., II - qism, 1995 y.

SENZURLANGAN KUZATUVLAR YORDAMIDA TAQSIMOT FUNKSIYASINI YADROVIY BAHOLASH

Mansurov D. R.[1], Rustamova B. I.[2], Nematova S.[3]

[1]Navoiy davlat universiteti "Matematika" kafedrasi dotsenti, f.-m.f.f.d.

[2]Navoiy davlat universiteti magistranti, [3]Navoiy davlat universiteti magistranti

Annotatsiya. Ushbu maqolada o'ng tomondan tasodifiy senzurlangan ma'lumotlar asosida taqsimot funksiyasini baholash muammosi ko'rib chiqiladi. Tadqiqotning asosiy yo'nalishi kovariatali bog'liqliklarni hisobga olgan holda yadroviy baholash usullarini o'rganishga qaratilgan. Maqolada optimal oyna kengligi parametrini tanlashning statistik algoritmlari tahlil qilinadi.

Kalit so'zlar: *Senzurlangan tanlanma, yadroviy baholash, kovariata, optimal oyna kengligi, Monte-Karlo usuli, taqsimot funksiyasi.*

KIRISH

Zamonaviy statistik tahlilning eng murakkab va ayni paytda istiqbolli yo'nalishlaridan biri — bu to'liq bo'lmagan, ya'ni senzurlangan ma'lumotlar bilan ishlash hisoblanadi. Klassik statistik metodlar ko'p hollarda kuzatuv ob'ektlari haqida aniq va tugal ma'lumotlar mavjudligiga tayanadi. Biroq, hayotiy jarayonlarda har doim ham to'liq tanlanmalar bo'lavermaydi. Masalan, tibbiyotdagi klinik sinovlarda bemor ayrim sabablarga ko'ra klinikani tark etishi mumkin. Bu holatda bemor klinikani tark etganidan keyingi ma'lumotlar tadqiqotchilarga noma'lum bo'lib qoladi. Umuman olganda kuzatuv obyektining tadqiqot yakuniga qadar jarayondan chiqib ketishi yoki yakuniy natijaning qayd etilmasligi hodisasi statistikada senzurlanish tushunchasiga olib keladi.

Ushbu maqolaning tadqiqot obyekti bo'lgan o'ng tomondan tasodifiy senzurlangan tanlanmalar, nafaqat ma'lumotlarning yetishmasligi, balki mavjud axborotning noaniqlik darajasini ham ifodalaydi. Bunday holatlarda taqsimot funksiyasini an'anaviy parametrik usullar bilan baholash ko'pincha kutilgan natijani bermaydi. Shu sababli, tadqiqotda noparametrik yondashuv, xususan, yadroviy baholash usulidan foydalaniladi.

Tadqiqotning o'ziga xosligi shundaki, biz taqsimot funksiyasini shunchaki izolyatsiya qilingan muhitda emas, balki unga bevosita ta'sir ko'rsatuvchi tashqi omillar mavjud bo'lganida o'rganamiz. Bunga misol qilib, davolanayotgan bemorning umr davomiyligi, unga berilayotgan dori miqdoriga bo'g'liqligini keltirishimiz mumkin.

METODOLOGIYA VA MATEMATIK MODEL Faraz qilaylik, X o'rganilayotgan tasodifiy miqdor (masalan, obyektning umr davomiyligi), C senzurlovchi tasodifiy miqdor bo'lsa, u holda biz kuzatishimiz mumkin bo'lgan tanlanma quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$Z = \min(X, C) \quad va \quad \delta = I(X \le C).$$

Bu yerda δ — indikator funksiya (agar δ =1 bo'lsa, ma'lumot to'liq, $\delta = 0$ bo'lsa, senzurlangan).

Taqsimot funksiyasining yadroviy bahosi. Kovariatali bog'liqlikni hisobga olgan holda, taqsimot funksiyasining yadroviy bahosi quyidagi ko'rinishda aniqlanadi:

$$\hat{F}_n(x|y) = \sum_{i=1}^{n} W_{ni}(y,h)\, I(Z_i \le x, \delta_i = 1).$$

Bu yerda $W_{ni}(y,h)$—vazn funksiyasi bo'lib, u yadro funksiyasi (K) va oyna kengligi (h) orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$W_{ni}(y,h) = \frac{K\left(\frac{y - Y_i}{h}\right)}{\sum_{j=1}^{n} K\left(\frac{y - Y_j}{h}\right)}$$

Ushbu baho uchun quyidagi teorema o‘rinli bo‘ladi:

Ushbu bahoni yadroviy bo‘lmagan analoglari bilan solishtirish maqsadida quyidagicha simulatsiya tekshiruvlarini amalga oshiramiz.

Monte-Karlo simulatsiyasi. Biz n=2000 ta kuzatuvni sun’iy generatsiya qilib olamiz. Bunda umr davomiyligi vaqti X eksponensial taqsimotga ega, uning parametri kovariata Y ga bog‘liq bo‘lsin $\lambda(y)=\exp(0.5y)$. Senzurlovchi tasodifiy miqdor C esa [0, 10] oraliqdagi tekis taqsimotga ega.

Qadamlar:

1. Biz terib ko‘rish usulidan foydalanib, o‘rtacha kvadratik xatolikni minimallashtiruvchi h_{opt} ni aniqlaymiz.

2. Bir qancha empirik tajribalarga asosan yadro funksiyasi sifatida Epanechnikov yadrosini tanlaymiz:

$$K(u)=\frac{3}{4}\left(1-u^2\right)I\left(|u|\le 1\right).$$

3. Modellashtirish shuni ko‘rsatadiki, h parametrining optimallashishi natijasida bahoning aniqligi 15-20% ga yuqori bo‘ladi.

XULOSA

Senzurlangan kuzatuvlar asosida taqsimot funksiyasining yadroviy baholarini qurish — bu nafaqat nazariy masala, balki bugungi kunda katta ma’lumotlar bilan ishlash va prognozlash texnologiyalarining ajralmas qismidir. Mazkur ishda o‘rganilganidek oyna kengliklarini topish murakkab tizimlarning ishonchliligini baholashda muhim statistik vosita bo‘lib xizmat qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Kaplan.L., Meier P. Nonparametric estimation from incomplete observations // Journal of the American Statistical Association. — 1958. — Vol. 53. — P. 457–481.
2. NADARAYA E.A. ON ESTIMATING REGRESSION // THEORY OF PROBABILITY ITS APPLICATIONS. — 1964. — VOL. 9. — P. 141–142.
3. Fan J., Gijbels I. Local Polynomial Modelling and Its Applications. — London: Chapman and Hall, 1996. — 341 p.
4. Silverman B.W. Density Estimation for Statistics and Data Analysis. — London: Chapman and Hall, 1986. — 175 p.
5. Cox D.R. Regression models and life-tables // Journal of the Royal Statistical Society. Series B. — 1972. — Vol. 34. — P. 187–220.
6. Dabrowska D.M. Nonparametric regression with censored covariates // Journal of Multivariate Analysis. — 1992. — Vol. 42. — P. 99–117.

YASHOVCHANLIK TAHLILIDA PARAMETRIK TAQSIMOTLAR IERARXIYASI VA MUVOFIQLIK TESTLARINING QUVVAT CHEKLOVLARI

Mansurov D.R.[1], Bozorov S.B.[2], Oltiyev A.B.[3], Nematova S.[4]

[1,3,4]Navoiy davlat universiteti, [2]Guliston davlat universiteti

Yashovchanlik tahlili — nosozlik, kasallik yoki boshqa voqea sodir bo‘lgunicha o‘tgan $T>0$ vaqtni modellashtirish sohasidir. To‘g‘ri parametrik model tanlash bu sohada alohida ahamiyat kasb etadi. Model taqsimotlar oilasini noto‘g‘ri tanlash xavf intensivligi bahosida, o‘rtacha omon qolish muddatida va kovariata ta’sirlarini talqin qilishda sistemali xato hosil qiladi.

Amaliyotda keng ishlatiladigan taqsimotlar — eksponensial, Veybull, gamma, lognormal, log-logistik, Gompertz va umumlashtirilgan eksponensial — tabiiy ravishda bir-birini kengaytiruvchi yoki maxsus holat sifatida o‘z ichiga oluvchi ierarxiya tashkil qiladi. Bu ierarxiyani tushunish, birinchidan, model tanlash jarayonini yengillashtiradi; ikkinchidan, muvofiqlik testlari uchun to‘g‘ri muqobil gipotezani aniqlashga yordam beradi.

Biroq muvofiqlik testlari sohasidagi mavjud adabiyotlar shuni ko‘rsatadiki, klassik kriteriylar — Kolmogorov–Smirnov (KS), Cramér–von Mises (CvM) va Anderson–Darling (AD) — quvvat jihatidan jiddiy cheklangan. Har birining bitta og‘irlik funksiyasiga tayangani ma’lum alternativalar sinfida “ko‘r” bo‘lib qolishiga olib keladi. Ushbu maqolaning asosiy maqsadi bu cheklovni matematik jihatdan aniq ko‘rsatish va ko‘p masshtabli yondashuv zaruratini asoslash.

Parametrik taqsimotlar ierarxiyasi

Yashovchanlik tahlilida har bir taqsimot uchta asosiy funksiya orqali to‘liq tavsiflanadi:

$$S(t) = 1 - F(t), \qquad h(t) = \frac{f(t)}{S(t)}, \qquad H(t) = -\ln S(t) = \int_0^t h(u)\,du,$$

bu yerda $S(t)$ — yashovchanlik funksiyasi, $h(t)$ — xavf funksiyasi, $H(t)$ — kumulyativ xavf. Taqsimotlar o‘rtasidagi farq asosan $h(t)$ ning xususiyatlarida namoyon bo‘ladi: doimiy, monoton kamayuvchi, monoton o‘suvchi yoki qavariq (“vanna egri chizig‘i”).

Eksponensial taqsimot $\mathrm{Exp}(\lambda)$ ushbu ierarxiyaning asosi hisoblanadi: $h(t) = \lambda = \mathrm{const}$, ya’ni xavf vaqtga bog‘liq emas. Bu “yodingda yo‘q” xossasiga ekvivalent va ko‘pchilik real tizimlar uchun haddan tashqari soddalashtirishdir.

Veybull taqsimoti $\mathrm{Weibull}(k,\lambda)$ eksponensialning to‘g‘ridan-to‘g‘ri umumlashmasi:

$$h(t) = \frac{k}{\lambda}\left(\frac{t}{\lambda}\right)^{k-1}.$$

$k = 1$ da eksponensialga, $k > 1$ da monoton o‘suvchi, $k < 1$ da monoton kamayuvchi xavfga olib keladi. Veybull taqsimoti “xavflar nisbati” modeliga tabiiy ravishda moslashadi va shu sababli klinik tadqiqotlarda keng qo‘llaniladi.

Gamma taqsimoti $\mathrm{Gamma}(\alpha,\beta)$ esa Veybulldan farqli ravishda $h(t)$ uchun yopiq ifodaga ega emas, ammo omon qolish funksiyasi to‘liq bo‘lmagan gamma funksiyasi $\Gamma(\alpha,\beta t)$ orqali ifodalanadi. Shakl parametri $\alpha > 1$ da $h(t)$ monoton o‘sadi va $h(\bullet) = \beta$ ga yaqinlashadi — bu Veybulldan farqli bo‘lib, uzun muddatda xavf barqarorlashishini modellashtiradi.

Lognormal taqsimoti $\mathrm{LN}(\mu,\sigma^2)$ da xavf intensivligi avval o‘sib, so‘ng nolga yaqinlashadi: $h(t) \to 0$ as $t \to \infty$. Bu biologik jarayonlar uchun — masalan, infeksion kasalliklarning inkubatsiya davri uchun tabiiy model bo‘lib, sog‘ayish imkoni mavjud bo‘lganda doimiy o‘suvchi Veybull xavfidan ustun keladi. Lognormal va log-logistik taqsimotlar o‘rtasidagi asosiy farq — ikkinchisi og‘irroq dumga ega: $S_{\mathrm{LL}}(t) \sim t^{-\beta}$ as $t \to \infty$ bo‘lganda $S_{\mathrm{LN}}(t)$ dan tezroq kamayadi.

Gompertz taqsimoti $h(t) = \beta e^{\eta t}$ bilan demografiyada “Makeham qonuni” sifatida mashhur Xavf eksponensial tarzda o‘sadi — keksayish jarayonlarining nozik modeli. Umumlashtirilgan eksponensial taqsimot esa gamma va Veybullning oddiyroq alternativasi sifatida taklif etilgan: $F(t;\alpha,\lambda) = (1 - e^{-\lambda t})^{\alpha}$, $\alpha = 1$ da eksponensialga aylanadi.

Ushbu taqsimotlar o‘rtasidagi ierarxik munosabatlarni quyidagicha umumlashtirish mumkin: eksponensial Veybull va gammaning maxsus holati ($k = 1$, $\alpha = 1$); Veybull va gamma har ikkalasi ham eksponensialning ikkiparametrik umumlashmalari, lekin turli yo‘nalishda; lognormal va log-logistik esa umuman boshqa parametrik oilaga mansubdir, ammo xavf xulqi jihatidan gamma bilan qisman kesishadi. Bu ierarxiyani bilmasdan muvofiqlik testi natijalari noto‘g‘ri talqin qilinishi mumkin: masalan, Veybull rad etilganda gamma oilasiga o‘tish o‘rniga lognormal oila sinab ko‘rilmasa, muhim alternativa e’tibordan chetda qoladi.

Klassik muvofiqlik testlari va ularning cheklovlari

Parametrik oila tanlangach, uning ma’lumotlarga muvofiqligini tekshirish zarur. O‘ng senzuralanishda empirik taqsimot funksiyasi o‘rniga Kaplan–Meier baholovchisi $\hat{F}_n^{\mathrm{KM}}$ qo‘llaniladi va muvofiqlik statistikasi umumiy ko‘rinishda

$$T_n = n\int_0^{\bullet} f(F(t;\hat{q}_n))[\hat{F}_n^{KM}(t) - F(t;\hat{q}_n)]^2 dF(t;\hat{q}_n)$$

shaklida ifodalanadi, bu yerda $f:[0,1] \to [0,\bullet)$ — og‘irlik funksiyasi. KS, CvM va AD statistikalari aynan shu umumiy formulaning turli f tanlovlariga mos keladi. Aniqroq: CvM uchun $f \equiv 1$, AD uchun $f(u) = [u(1-u)]^{-1}$, KS esa sup-norma sifatida alohida ko‘rib chiqiladi.

Har bir statistikaning asimptotik nazariyasi Kaplan–Meier empirik jarayonining funksional chegaraviy teoremasi orqali o‘rnatiladi. $H_0 : F_0 = F(\cdot;\theta_0)$ ostida

$$\sqrt{n}[\hat{F}_n^{KM}(t) - F(t;\hat{q}_n)] \xrightarrow{D} \mathbb{G}(t),$$

bu yerda senzuralanish taqsimoti G va baholangan $\hat{q}_n$ ga bog‘liq bo‘lgan nolga o‘rtachalik Gauss jarayoni [Stute(1995)]. Demak, T_n ning nol taqsimoti taqsimotdan ozod emas: u G va θ_0 ga bog‘liq, bu esa jadvalga kiritilgan kritik qiymatlarni ishlatishni imkonsiz qiladi va bootstrap kalibrlashni taqozo etadi.

ADABIYOTLAR

1. Anderson, T. W. va Darling, D. A. (1952). Asymptotic theory of certain “goodness of fit” criteria based on stochastic processes. *Annals of Mathematical Statistics*, 23(2):193–212.
2. Gompertz, B. (1825). On the nature of the function expressive of the law of human mortality. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 115:513–583.
3. Kaplan, E. L. va Meier, P. (1958). Nonparametric estimation from incomplete observations. *Journal of the American Statistical Association*, 53(282):457–481.
4. Lawless, J. F. (2003). *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*, 2-nashr. Wiley, Hoboken.
5. Stute, W. (1995). The central limit theorem under random censorship. *Annals of Statistics*, 23(2):422–439.
6. Weibull, W. (1951). A statistical distribution function of wide applicability. *Journal of Applied Mechanics*, 18(3):293–297.

C^3 FUNKSIYA UCHUN UMUMLASHGAN MORS LEMMASI

Narzulloyev K. N

Samarqand Davlat universiteti magistranti

Faraz qilaylik, $f \in C^3(-1,1)$ funksiya bo‘lib,

$f(0) = f'(0) = f''(0) = 0$ bo‘lsin.

Tasdiq: Agar f funksiya yuqoridagi shartlarni qanoatlantirsa, u holda shunday musbat $\delta > 0$ soni va $\Phi \in C^1(-\delta,\delta)$ topiladiki $\Phi'(x) \neq 0$

$\forall x \in (-\delta,\delta)$ va $f(\phi(y)) = y^3$ tenglik o‘rinli bo‘ladi.

Isbot: Umumiylikka ziyon keltirmagan holda $f^{(3)}(0) = 3! = 6$ deb olamiz. Aks holda $x = \lambda z$ almashtirish orqali (bunda $\lambda \neq 0$) funksiya shu holga keltiriladi.

$r(x) = f(x) - x^3$ funksiyani qaraymiz.

Ravshanki $r \in C^3(-1,1)$, $r(0) = r'(0) = r''(0) = r'''(0) = 0$ shartlar bajariladi.

$\Phi_t(x) = x^3 + tr(x)$, bunda $0 \le t \le 1$ funksiyani qaraymiz. Bundan $\Phi_0(x) = x^3$

va $\Phi_1(x) = f(x)$ tengliklar o‘rinli bo‘ladi.

Endi yangi $y(t,x)$ funksiyani aniqlaymiz, bunda x parametr rolini o‘ynaydi t esa o‘zgaruvchisi. Bu funksiyani quyidagi shartlarni qanoatlantiradigan qilib izlaymiz:

$y(0,x)=x$ va $\Phi_t\left(y(t,x)\right)=\left(y(t,x)\right)^3+t(f\left(y(t,x)\right)-\left(y(t,x)\right)^3=const(x)$

U holda:

$3y_t^{'}\left(y(t,x)\right)^2+f\left(y(t,x)\right)-\left(y(t,x)\right)^3+t\left(f'\left(y(t,x)\right)-3\left(y(t,x)\right)^2\right)y_t^{'}\equiv 0$

Bundan

$$\begin{cases} y_t^{'}=-\dfrac{f\left(y(t,x)\right)-\left(y(t,x)\right)^3}{3y^2(t,x)(1-t)+tf'\left(y(t,x)\right)} \\ y(0)=x \end{cases}$$

differensial tenglamaga kelamiz.

Endi

$$F(y,t)=-\frac{f(y)-y^3}{3y^2(1-t)+tf'(y)}$$

funksiyani qaraymiz.

$f(y)=y^3b(y)$ va $f'(y)=3y^2b_1(y)$ bo‘lganligi uchun

$3y^2(1-t)+t3y^2b_1(y)=\ 3y^2(1-t+tb_1(y))$

$b_1(0)>0$ bo‘lganligi uchun shunday δ soni topiladiki, $\forall 0\le t\le 1$ va $0\le|y|\le\delta$ uchun $1-t+tb_1(y)\ne 0$ bo‘ladi.

Bundan $F(y,t)$ $0\le|y|\le\delta$ va $0\le t\le 1$ to‘plamda uzluksiz bo‘ladi. Bundan tashqari $\left|F(y_1,t)-F(y_2,t)\right|\le K|y_1-y_2|$ shart bajariladi.

Haqiqatan ham :

$$\frac{\partial F(y,t)}{\partial y}=-\frac{f'(y)-3y^2}{3y^2(1-t)+tf'(y)}+\frac{\left(f(y)-y^3\right)\left(6y(1-t)+tf'(y)\right)}{\left(3y^2(1-t)+tf'(y)\right)^2}$$

hosilada

$$\left|\frac{\partial F(y,t)}{\partial y}\right|\le K$$

shartning bajarilishini ko‘rsatamiz.

Bizga berilgan $f(0)=f'(0)=f''(0)=0$ va $f^{(3)}(0)=3!=6$ shartlarga ko‘ra $f(y)$ funkisyani 0 nuqta atrofida Teylor (Makloren) qatoriga yoysak,

$$f(y)=f(0)+f'(0)y+\frac{f''(0)}{2!}y^2+\frac{f^{(3)}(0)}{3!}y^3+o\left(y^3\right)=y^3+o\left(y^3\right)$$

hosila olsak, $f'(y)=3y^2+o\left(y^2\right)$ bo‘ladi.

Birinchi:

$$\frac{f'(y)-3y^2}{3y^2(1-t)+tf'(y)}$$

ifodani baholasak, surati $f'(y)-3y^2=o\left(y^2\right)$, maxraji esa $3y^2(1-t)+tf'(y)\approx 3y^2$ bo‘ladi. Bundan esa

$$\frac{f'(y)-3y^2}{3y^2(1-t)+tf'(y)}=\frac{o\left(y^2\right)}{3y^2}=o(1)$$

bo‘ladi.

Ikkinchi, ya’ni

$$\frac{\left(f(y)-y^3\right)\left(6y(1-t)+tf'(y)\right)}{\left(3y^2(1-t)+tf'(y)\right)^2}$$

qismda esa $f(y)=y^3+o(y^3)$ ekanligidan, surat $o(y^3)O(y)=o(y^4)$ bo‘ladi.

Maxrajga esa $f'(y)=3y^2+o(y^2)$ ni $f'(y)$ ni o‘rniga qo‘ysak

$$\left(3y^2(1-t)+t\left(3y^2+o(y^2)\right)\right)^2=$$

$$=\left(3y^2-3ty^2+3ty^2+to(y^2)\right)^2=\left(3y^2+o(y^2)\right)^2\approx\left(3y^2\right)^2=9y^4$$

bo‘ladi. Demak,

$$\frac{\left(f(y)-y^3\right)\left(6y(1-t)+tf'(y)\right)}{\left(3y^2(1-t)+tf'(y)\right)^2}$$

Ifoda ham

$$\frac{o(y^4)}{y^4}=o(1)$$

bo‘ladi. Har ikkala qism chegaralanganligidan

$$\left|\frac{\partial F(y,t)}{\partial y}\right|\le K$$

Shartni qanoatlantiruvchi $K\ge 0$ mavjud.

Differensial tenglamalar nazariyasidagi mavjudlik va yagonalik teoremasiga ko‘ra $y(t,x)$

Yechim topilib y diffferensiallanuvchi $y(0,x)=x$ shartni qanoatlantiradi.

$$\frac{\partial y(t,x)}{\partial x}\neq 0$$

bo‘ladi. Bundan

$$\Phi_0\left(y(0,x)\right)=\Phi_1\left(y(1,x)\right)=f\left(y_1(1,x)\right)$$

tenglikka kelamiz. Nihoyat $\Phi(y)=y_1(1,x)$ deb olsak, tasdiqning isbotiga kelamiz.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Ergashev T.G Differensial tenglamalar o‘quv qo‘llanma, Toshkent 2023. 306-317 betlar

NANO SUYUQLIKLARDA ISSIQLIK ALMASHINUVI JARAYONLARINI MATEMATIK MODELLASHTIRISH, SONLI TADQIQ ETISH VA DASTURIY REALIZATSIYASI

Nizomiddinova G. S.

Qarshi davlat universiteti, nizomiddinova1996@gmail.com

Annotatsiya. Mazkur maqolada nano suyuqliklarda issiqlik almashinuvi jarayonlarini matematik modellashtirish, ularni sonli usullar yordamida yechish hamda dasturiy realizatsiya qilish masalalari ko‘rib chiqilgan. Nano suyuqliklarning issiqlik o‘tkazuvchanlik xususiyatlari klassik suyuqliklarga nisbatan yuqori bo‘lib, bu jarayonlarni to‘g‘ri modellashtirish zamonaviy sanoat va energetika tizimlarida muhim ahamiyatga ega. Tadqiqotda issiqlik uzatish jarayonlari

uchun fizik va matematik model tuzilib, chekli hajm usuli asosida sonli yechimlar olingan hamda OpenFOAM muhitida dasturiy modellashtirish amalga oshirilgan.

Kalit so‘zlar: *nano suyuqlik, issiqlik almashinuvi, matematik model, chekli hajm usuli, sonli yechim, OpenFOAM.*

Zamonaviy ilmiy-texnik taraqqiyot sharoitida issiqlik almashinuvi jarayonlarining samaradorligini oshirish muammosi energetika, sanoat va mikroelektronika tizimlarida dolzarb ahamiyat kasb etmoqda. An’anaviy issiqlik tashuvchilar (suv, moy, etilenglikol va boshqalar) issiqlik-fizik xususiyatlarining cheklanganligi yangi, yuqori samarali ishchi muhitlarni izlash zaruratini yuzaga keltiradi. Shu nuqtai nazardan, nano o‘lchamdagi zarrachalar bilan boyitilgan suyuqliklar-nano suyuqliklar issiqlik uzatish jarayonlarini intensivlashtirishning istiqbolli yo‘nalishi sifatida ilmiy tadqiqotlar markaziga aylangan.

Nano suyuqliklarda issiqlik o‘tkazish jarayonlari murakkab va ko‘p omilli xarakterga ega bo‘lib, ular Braun harakati, zarrachalararo o‘zaro ta’sir, termoforez va fazalararo issiqlik almashinuvi kabi jarayonlar bilan belgilanadi. Ushbu mexanizmlar issiqlik uzatish samaradorligini sezilarli darajada oshiradi, biroq ularni klassik nazariyalar asosida to‘liq tushuntirish mumkin emas. Shu sababli nano suyuqliklarda issiqlik almashinuvi jarayonlarini matematik modellashtirish, ularni differensial tenglamalar orqali ifodalash va sonli usullar yordamida tahlil qilish ilmiy jihatdan muhim vazifa hisoblanadi.

Mazkur maqolaning maqsadi nano suyuqliklarda issiqlik almashinuvi jarayonlarini matematik modellashtirish, ularni sonli usullar asosida tadqiq etish hamda dasturiy realizatsiyasini ishlab chiqishdan iborat. Ushbu maqsadga erishish uchun issiqlik uzatish jarayonlarining matematik modeli tuziladi, chekli hajm usuli asosida sonli yechimlar olinadi va zamonaviy hisoblash muhitlarida modellashtirish amalga oshiriladi. Olingan natijalar nano suyuqliklar asosidagi issiqlik tizimlarini optimallashtirish va ularning samaradorligini oshirishda muhim ilmiy-amaliy ahamiyatga ega.

Nano suyuqliklarda issiqlik almashinuvi jarayonlarini matematik modellashtirish uzluksiz muhit mexanikasi va issiqlik uzatish nazariyasiga asoslanadi. Mazkur jarayonlar ko‘p omilli bo‘lib, suyuqlik oqimi, issiqlik o‘tkazuvchanlik va nanozarrachalarning dinamik xatti-harakatlari bilan uzviy bog‘liq. Amaliy hisoblashlarda nano suyuqlik odatda bir fazali samarali muhit sifatida qaraladi va uning holati massaning, impulsning hamda energiyaning saqlanish qonunlari orqali ifodalanadi. Shu asosda tizim uzluksizlik, Navye–Stoks va energiya tenglamalari orqali tavsiflanadi. Bu tenglamalarda nano suyuqlikning samarali fizik xossalari — zichlik, yopishqoqlik va issiqlik o‘tkazuvchanlik koeffitsiyentlari nanozarrachalar konsentratsiyasi va ularning fizik xususiyatlariga bog‘liq holda aniqlanadi, bu esa modelning parametrik xarakterini belgilaydi.

Nano suyuqliklarda issiqlik uzatish samaradorligi asosan samarali issiqlik o‘tkazuvchanlik koeffitsiyenti orqali aniqlanadi. Ushbu parametrni baholashda Maxwell modeli keng qo‘llanilib, u nanozarrachalar hajmiy ulushi oshishi bilan issiqlik o‘tkazuvchanlik ortishini matematik jihatdan asoslaydi:

$$k_{nf} = k_f \cdot \frac{k_p + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_p)}{k_p + 2k_f + \varphi(k_f - k_p)} \quad (1)$$

Mazkur ifoda nano suyuqliklarda issiqlik uzatish intensivligining oshishini tushuntiradi. Biroq zarracha konsentratsiyasining ortishi bilan yopishqoqlik ham oshadi, bu esa oqim qarshiligini kuchaytiradi va tizim samaradorligiga qarama-qarshi ta’sir ko‘rsatadi. Shu sababli matematik modellashtirish orqali optimal parametrlarni aniqlash muhim ilmiy vazifa hisoblanadi.

Issiqlik almashinuvi samaradorligini baholashda Nusselt soni asosiy mezon sifatida qo‘llaniladi:

$$Nu = \frac{hL}{k_{nf}} \quad (2)$$

Ushbu o‘lchamsiz ko‘rsatkich issiqlik uzatish intensivligini tavsiflaydi va nano suyuqliklardan foydalanish natijasida uning qiymati sezilarli darajada ortishi kuzatiladi. Demak,

nanozarrachalar qo‘shilishi issiqlik almashinuvi jarayonining makro darajadagi samaradorligini oshiradi. Shu bilan birga, Nusselt sonining Reynolds va Prandtl sonlariga bog‘liqligi sonli tajribalar asosida aniqlanib, issiqlik jarayonlarining umumiy qonuniyatlarini ifodalovchi empirik bog‘lanishlar olinadi.

Tenglamalar tizimining analitik yechimi murakkab bo‘lganligi sababli ularni sonli usullar yordamida yechish zarur. Mazkur tadqiqotda chekli hajm usuli asosiy hisoblash vositasi sifatida qo‘llanilib, hisoblash sohasi nazorat hajmlariga ajratildi va differensial tenglamalar integral ko‘rinishda diskretlashtirildi. Natijada algebraik tenglamalar tizimi hosil bo‘lib, u iteratsion usullar yordamida yechildi. Oqim va bosim bog‘liqligini ta’minlash uchun SIMPLE algoritmidan foydalanildi, bu esa hisoblash jarayonining barqarorligi va yaqinlashuvchanligini ta’minlaydi. Ushbu yondashuv fizik jarayonlarni matematik jihatdan aniq va konservativ shaklda ifodalash imkonini beradi.

Matematik model va sonli usullarni amaliy jihatdan qo‘llash uchun hisoblash jarayonlari OpenFOAM muhitida dasturiy realizatsiya qilindi. Hisoblash natijalari shuni ko‘rsatdiki, nanozarrachalar konsentratsiyasi oshishi bilan issiqlik uzatish koeffitsiyenti ortadi, ayniqsa kichik konsentratsiyalarda (1–3%) sezilarli samaradorlikka erishiladi. Biroq yuqori konsentratsiyalarda yopishqoqlik ortishi hisobiga gidravlik yo‘qotishlar kuchayadi. Shunday qilib, nano suyuqliklarda issiqlik almashinuvi jarayonlarini matematik modellashtirish, sonli tadqiq etish va dasturiy realizatsiya qilish orqali ularning optimal ish rejimlarini aniqlash, energiya samaradorligini oshirish va sanoat tizimlarida qo‘llash uchun muhim ilmiy asos yaratiladi.

Mazkur tadqiqotda nano suyuqliklarda issiqlik almashinuvi jarayonlari matematik modellashtirish, sonli usullar asosida tahlil qilish va dasturiy realizatsiya nuqtai nazaridan kompleks o‘rganildi. Tadqiqot natijasida nano suyuqliklar issiqlik uzatish samaradorligini oshirishda yuqori potensialga ega ekani matematik modellar va sonli hisoblashlar orqali asoslab berildi. Xususan, nanozarrachalar konsentratsiyasi issiqlik o‘tkazuvchanlikka bevosita ta’sir ko‘rsatishi, biroq shu bilan birga yopishqoqlik ortishi orqali oqim qarshiligini kuchaytirishi aniqlanib, optimal parametrlarni tanlash zarurligi ko‘rsatildi. Matematik model sifatida uzluksizlik, Navye–Stoks va energiya tenglamalariga asoslangan bog‘langan differensial tenglamalar tizimi qurildi hamda nano suyuqlikning samarali fizik xossalari Maxwell va boshqa empirik modellarga tayangan holda aniqlashtirildi. Ushbu model chekli hajm usuli asosida diskretlashtirilib, iteratsion algoritmlar yordamida yechildi. Hisoblash jarayonida bosim va tezlik maydonlarining bog‘liqligini ta’minlash uchun SIMPLE algoritmi qo‘llanildi, bu esa sonli sxemaning barqarorligini ta’minladi.

Dasturiy realizatsiya natijalari nano suyuqliklardan foydalanish issiqlik almashinuvi samaradorligini sezilarli oshirishini ko‘rsatdi. Ayniqsa kichik konsentratsiyalarda yuqori samaradorlikka erishilishi, yuqori konsentratsiyalarda esa gidravlik yo‘qotishlar ortishi sababli tizim optimallashtirish zarurligi aniqlandi. Shunday qilib, matematik modellashtirish va sonli tadqiq etish nano suyuqliklar asosidagi issiqlik tizimlarini loyihalash va takomillashtirishda samarali ilmiy vosita ekanligi isbotlandi. Umuman olganda, olib borilgan tadqiqotlar nano suyuqliklarda issiqlik almashinuvi jarayonlarini chuqur tushunish, ularning parametrik xususiyatlarini aniqlash va sanoat tizimlarida qo‘llash uchun muhim nazariy va amaliy asos yaratadi. Kelgusida ushbu yo‘nalishda ko‘p fazali modellarni ishlab chiqish, turbulensiya effektlarini hisobga olish va eksperimental tadqiqotlar bilan integratsiya qilish istiqbolli ilmiy yo‘nalishlar hisoblanadi.

ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

1. Versteeg H. K., Malalasekera W. An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. – 2nd ed. – London: Pearson Education, 2007. – 503 p.

2. Incropera F. P., DeWitt D. P. Fundamentals of Heat and Mass Transfer. – 7th ed. – New York: Wiley, 2011. – 997 p.

3. Murshed S. M. S., Leong K. C., Yang C. Enhanced thermal conductivity of TiO_2-water based nanofluids // International Journal of Thermal Sciences. – 2005. – Vol. 44. – P. 367–373.

4. OpenFOAM Foundation. OpenFOAM User Guide. – 2023. – Available at: www.openfoam.org

5. Xuan Y., Li Q. Heat transfer enhancement of nanofluids // International Journal of Heat and Fluid Flow. – 2000. – Vol. 21. – P. 58–64.

ISSIQLIK TENGLAMASI VA CHEGARAVIY SHARTLAR YORDAMIDA ISSIQLIK TARQALISHINI MATEMATIK MODELLASHTIRISH

Nurmanova Kamola

Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zbekiston Milliy Universiteti, magistranti

Annotatsiya.Ushbu maqolada issiqlik tarqalish jarayonini ifodalovchi differensial tenglama va unga mos chegaraviy shartlar nazariy jihatdan o‘rganildi. Issiqlik tenglamasi matematik fizikaning asosiy tenglamalaridan biri bo‘lib, u vaqt va fazoda issiqlikning taqsimlanishini ifodalaydi.

Tadqiqot davomida masalani yechishda ajratish usuli qo‘llanildi va natijada tenglama oddiy differensial tenglamalar tizimiga keltirildi. Shuningdek, Dirichle va Neyman tipidagi chegaraviy shartlarning masala yechimiga ta’siri tahlil qilindi.

Olingan natijalar issiqlik jarayonining vaqt o‘tishi bilan o‘zgarishini matematik jihatdan tavsiflash va uning fizik mazmunini tushunish imkonini beradi. Ushbu yondashuv matematik fizika masalalarini yechishda samarali usullardan biri hisoblanadi.

Kalit so‘zlar: issiqlik tenglamasi, differensial tenglama, chegaraviy shartlar, ajratish usuli, matematik fizika.

Kirish.Issiqlik tarqalish jarayonlari tabiat va texnikada keng uchraydigan muhim fizik hodisalardan biridir. Ushbu jarayonlarni matematik modellashtirish orqali turli muhandislik masalalarini samarali hal qilish mumkin. Xususan, issiqlik o‘tkazuvchanlik jarayonlari sanoat, qurilish, energetika hamda boshqa sohalarda katta ahamiyatga ega.

Issiqlik tarqalishini ifodalovchi asosiy matematik model — issiqlik tenglamasi bo‘lib, u parabolik turdagi differensial tenglamalar sinfiga kiradi. Ko‘plab hollarda bu tenglama uchun analitik yechimlarni topish qiyin yoki umuman imkonsiz bo‘ladi. Shu sababli, bunday masalalarni yechishda sonli usullardan foydalanish dolzarb hisoblanadi.

Mazkur maqolaning maqsadi issiqlik tenglamasi uchun chegaraviy masalalarni ayirmali usullar yordamida sonli modellashtirish va ularning samaradorligini tahlil qilishdan iborat.

Nazariy qism

Issiqlik tarqalish jarayonining matematik modeli

Issiqlik o‘tkazuvchanlik jarayoni jismlarda haroratning vaqt va fazo bo‘yicha o‘zgarishini ifodalaydi. Bu jarayon quyidagi differensial tenglama orqali ifodalanadi:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Bu yerda:

$u(x,t)$— nuqtadagi harorat,

a^2 — issiqlik o‘tkazuvchanlik koeffitsienti,

x — fazoviy koordinata,

t — vaqt.

Mazkur tenglama issiqlikning fazoda qanday tarqalishini va vaqt davomida qanday o‘zgarishini ifodalaydi.

Boshlang‘ich va chegaraviy shartlar

Issiqlik tenglamasini yechish uchun qo‘shimcha shartlar berilishi zarur.

Boshlang‘ich shart:

$$u(x,0) = f(x)$$

Bu shart boshlang‘ich vaqt momentida harorat taqsimotini ifodalaydi.

Chegaraviy shartlar esa quyidagicha bo‘lishi mumkin:

Dirixle sharti — chegarada harorat beriladi:

$$u(0,t)=\alpha, \quad u(L,t)=\beta$$

Neyman sharti — issiqlik oqimi beriladi:

$$\frac{\partial u}{\partial x}|_{x=0}=0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=L}=0$$

Bu shartlar fizik masalaning mohiyatini to‘liq ifodalaydi.

Sonli modellashtirishning ahamiyati

Ko‘pgina real masalalarda issiqlik tenglamasining aniq (analitik) yechimini topish murakkab hisoblanadi. Shu sababli, masalani yaqinlashgan yechimlar orqali hal qilish uchun sonli usullar qo‘llaniladi.

Sonli modellashtirish:

murakkab geometrik shakllarda ishlash imkonini beradi,

kompyuter yordamida tez hisoblashni ta’minlaydi,

amaliy masalalarni yechishda samarali hisoblanadi.

Ayirmali usul (Finite Difference Method)

Ayirmali usul differensial tenglamalarni diskret ko‘rinishga keltirishga asoslanadi. Bunda fazo va vaqt o‘zgaruvchilari to‘r (grid) ga ajratiladi:

$$x_i=i\Delta x$$

$$t^n=n\Delta t$$

Hosilalar quyidagicha yaqinlashtiriladi:

vaqt bo‘yicha:

$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx \frac{u_i^{n+1}-u_i^n}{\Delta t}$$

fazo bo‘yicha:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \frac{u_{i+1}^n-2u_i^n+u_{i-1}^n}{\Delta x^2}$$

Natijada quyidagi ayirmali sxema hosil bo‘ladi:

$$\frac{u_i^{n+1}-u_i^n}{\Delta t}=a^2\,\frac{u_{i+1}^n-2u_i^n+u_{i-1}^n}{\Delta x^2}$$

Ushbu sxema yordamida harorat qiymatlari ketma-ket hisoblab boriladi.

Barqarorlik masalasi

Ayirmali sxemalardan foydalanishda muhim jihatlardan biri — barqarorlikdir. Agar vaqt va fazo qadamlari noto‘g‘ri tanlansa, yechim noto‘g‘ri yoki beqaror bo‘lishi mumkin.

Shu sababli, hisoblash jarayonida quyidagi shartlarga e’tibor berish zarur:

Δx va Δt o‘zaro mos bo‘lishi kerak,

hisoblash jarayoni divergensiyaga olib kelmasligi lozim.

Natijalar

Ushbu tadqiqotda issiqlik tarqalish jarayonini ifodalovchi differensial tenglama va unga mos chegaraviy shartlar o‘rganildi. Issiqlik tenglamasi ajratish usuli yordamida yechilib, masala ikki oddiy differensial tenglamaga keltirildi.

Natijada quyidagi asosiy xulosalar olindi:

Issiqlik tarqalishi jarayoni vaqt va fazo bo‘yicha alohida funksiyalarga ajratish orqali soddalashtirildi.

Dirichle va Neyman tipidagi chegaraviy shartlar masalaning yechimiga bevosita ta’sir qilishi aniqlandi.

Ajratish usuli yordamida masalaning yechimi spektral (qatorlar) ko‘rinishda ifodalanishi mumkinligi ko‘rsatildi.

Olingan yechim issiqlikning vaqt o‘tishi bilan so‘nib borishi yoki barqarorlashishini matematik jihatdan tasdiqlaydi.

Shuningdek, ushbu yondashuv murakkab issiqlik uzatish masalalarini analitik usulda yechishda samarali ekanligi aniqlandi.

Xulosa

Ushbu maqolada issiqlik tarqalish jarayonini ifodalovchi differensial tenglama va unga mos chegaraviy shartlar nazariy jihatdan o‘rganildi. Tadqiqot davomida issiqlik tenglamasini yechishda ajratish usuli qo‘llanilib, masala oddiy differensial tenglamalarga keltirildi.

Olib borilgan tahlillar natijasida quyidagi xulosalarga kelindi:

Issiqlik tarqalish jarayonini matematik modellashtirish differensial tenglamalar yordamida samarali amalga oshiriladi.

Chegaraviy shartlar (Dirichle va Neyman) masalaning yechim ko‘rinishi va fizik mazmuniga sezilarli ta’sir ko‘rsatadi.

Ajratish usuli murakkab issiqlik uzatish masalalarini yechishda qulay va samarali metod hisoblanadi.

Olingan yechimlar issiqlikning vaqt o‘tishi bilan tarqalish dinamikasini tahlil qilish imkonini beradi.

Umuman olganda, ushbu yondashuv matematik fizika masalalarini yechishda muhim o‘rin tutadi va amaliy jarayonlarni modellashtirishda keng qo‘llanilishi mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. KREYZIG E. ADVANCED ENGINEERING MATHEMATICS. JOHN WILEY SONS, 2011.
2. Boyce W. E., DiPrima R. C. Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems. Wiley, 2017.
3. Courant R., Hilbert D. Methods of Mathematical Physics. Wiley-Interscience, 1989.

Tikhonov A. N., Samarskii A. A. Equations of Mathematical Physics. Dover Publications, 1990.

4. Landau L. D., Lifshitz E. M. Course of Theoretical Physics: Vol. 6 – Fluid Mechanics / Heat Transfer. Pergamon Press, 1987.
5. Aripov M. M., Abdullayev R. Matematik fizika tenglamalari. Toshkent, O‘zbekiston Milliy universiteti nashriyoti, 2015.
6. Ismatov A. Oddiy va xususiy hosilali differensial tenglamalar. Toshkent, 2012.
7. Zienkiewicz O. C., Taylor R. L. The Finite Element Method. Butterworth-Heinemann, 2000.

MUSBAT BOG‘LIQLIKNING NAZARIY ASOSLARI

Qalandarova M. T.

Navoiy Davlat Universiteti, pulatovanuriniso9@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu tezis musbat bog‘liqlik tushunchasining nazariy asoslarini matematik va statistik talqinlar uyg‘unligida yoritishga bag‘ishlanadi. Maqsad musbat bog‘liqlikni formal ta’riflash, uning korrelyatsion va tartibiy yondashuvlardagi ko‘rinishlarini farqlash, hamda musbat bog‘liqlikni keltirib chiqaruvchi shartlar va cheklovlarni aniqlashtirishdan iborat. Metodologiya sifatida ehtimollar nazariyasi, regressiya tahlili, korrelyatsiya koeffitsientlari xossalari, monoton funksiyalar nazariyasi hamda tartibli statistika elementlari qo‘llanadi. Ilmiy yangilik musbat bog‘liqlikning turli formal modellari (chiziqli, monoton, kopula asosidagi) orasidagi mantiqiy bog‘lanishlarni ko‘rsatish, hamda “musbat”likning faqat koeffitsient ishorasi bilan cheklanmasligini, balki bog‘lanishning barqarorligi, invariantligi va identifikatsiya shartlari bilan izohlanishini asoslashdan iborat.

Аннотация: В тезисе раскрываются теоретические основы положительной зависимости в единстве математической и статистической интерпретаций. Цель состоит в формализации понятия положительной зависимости, различении её корреляционных и порядковых форм и выявлении условий и ограничений, при которых утверждение о «положительности» является корректным. В качестве методологии используются элементы теории вероятностей, регрессионного анализа, свойства коэффициентов корреляции, теория

монотонных функций и порядковая статистика. Научная новизна заключается в сопоставлении разных формальных моделей положительной зависимости (линейной, монотонной, копульной), в выявлении их логических связей и в обосновании того, что положительность не сводится к знаку коэффициента, а определяется устойчивостью связи, её инвариантностью к преобразованиям и условиями идентифицируемости зависимости.

Annotation: This thesis examines the theoretical foundations of positive dependence by integrating mathematical and statistical perspectives. The aim is to formalize positive dependence, distinguish correlation-based and order-based notions, and identify the conditions and limitations under which "positiveness" is a valid claim. The methodology draws on probability theory, regression analysis, key properties of correlation coefficients, monotone function theory, and elements of order statistics. The scientific novelty lies in relating major formal frameworks of positive dependence (linear association, monotone dependence, and copula-based dependence), clarifying their logical implications, and arguing that positiveness cannot be reduced to the sign of a single coefficient. Instead, it should be justified through stability of association, invariance under admissible transformations, and identifiability conditions that separate genuine dependence from artifacts of measurement and model specification.

Kalit so‘zlar: musbat bog‘liqlik; korrelyatsiya; regressiya; monotonlik; kovariatsiya; tartibiy bog‘liqlik; kopula.

Ключевые слова: положительная зависимость; корреляция; регрессия; монотонность; ковариация; порядковая зависимость; копула.

Keywords: positive dependence; correlation; regression; monotonicity; covariance; stochastic ordering; copula.

Asosiy tushunchalar

Musbat bog‘liqlik tushunchasi matematik fanlar, xususan ehtimollar nazariyasi va matematik statistika doirasida, turli darajadagi formalizatsiyani talab qiladigan ko‘p qatlamli kategoriyadir. Amaliy tahlilda "musbat bog‘liqlik" ko‘pincha ikkita o‘zgaruvchi bir yo‘nalishda o‘zgaradi degan intuitiv tasavvur bilan cheklanadi, biroq ilmiy izohda bunday intuisiya yetarli emas: birinchidan, bir yo‘nalishlilik mezoni qanday o‘lchanishi, ikkinchidan, bog‘lanishning shakli chiziqlimi yoki nochiziqlimi, uchinchidan, kuzatuvlar masshtabining o‘zgarishi, transformatsiyalar va tanlanma tuzilishi bu xulosani qanday o‘zgartirishi oldindan aniqlab olinishi zarur. Shu sababli musbat bog‘liqlikning nazariy asoslari, avvalo, bog‘liqlikni o‘lchash va uni tushuntirishning minimal aksiomatik talablarini ko‘rsatishdan boshlanadi: bog‘lanish tushunchasi biror statistik ko‘rsatkichning ishorasi bilan emas, balki taqsimotlarning qo‘shma tuzilishi, shartli kutilmalar va tartibiy munosabatlar orqali asoslanishi lozim.

Klassik yondashuvda musbat bog‘liqlik ko‘pincha kovariatsiya va korrelyatsiya tushunchalari bilan bog‘lanadi. Ikki tasodifiy o‘zgaruvchi X va Y uchun kovariatsiya $Cov(X,Y)>0$ bo‘lsa, o‘rtacha ma’noda X ortganda Y ham ortishga moyil, degan talqin yuzaga keladi. Ammo kovariatsiyaning o‘zi o‘lchov birliklariga bog‘liq bo‘lgani sababli, amaliyotda ko‘proq normallashtirilgan ko‘rsatkich sifatida Pirson korrelyatsiya koeffitsienti qo‘llanadi. Pirson koeffitsienti chiziqli bog‘lanishga sezgir bo‘lib, ayniqsa normal taqsimotlar sinfida musbat bog‘liqlikni chiziqli aloqaning mavjudligi bilan izchil bog‘laydi. Biroq shu yerda nazariy noziklik paydo bo‘ladi: korrelyatsiya ishorasi bog‘lanishning barcha turlarini qamrab olmaydi. Masalan, kuchli nochiziqli, ammo simmetrik tuzilmada korrelyatsiya nolga yaqin bo‘lishi mumkin; bu holatda "musbat bog‘liqlik yo‘q" degan xulosa ilmiy jihatdan xato bo‘ladi. Demak, musbat bog‘liqlikni nazariy asoslashda korrelyatsiyani zarur, lekin yetarli bo‘lmagan indikator sifatida ko‘rish, uning qo‘llanish chegaralarini aniq belgilash talab etiladi.

Musbat bog‘liqlikni yanada mazmunli talqin qilish uchun regressiya yondashuvi muhim o‘rin tutadi. Shartli kutilma funksiyasi $m(x)=E(Y\mid X=x)$ monoton o‘suvchi bo‘lsa, bu X ortgani sayin Y ning kutiladigan qiymati ortishini anglatadi va ko‘pincha musbat bog‘liqlikning funksional ifodasi sifatida qaraladi. Regressiya orqali talqin qilinadigan musbat bog‘liqlik, ayniqsa, sababiy izoh berilmaydigan, lekin prognoz vazifalari ustuvor bo‘lgan masalalarda

metodologik jihatdan qulaydir: bunda asosiy savol “X ning o‘zgarishi Y ni qanday yo‘nalishda kutishga olib keladi” ko‘rinishida qo‘yiladi. Biroq regressiya ham bog‘liqlikning faqat bir qirrasi: $E(Y \mid X)$ monoton bo‘lishi qo‘shma taqsimotdagi barcha musbat bog‘lanish strukturalarini to‘liq tavsiflamaydi, chunki shartli dispersiya, yuqori momentlar va kvantil regressiyalar ham bog‘liqlikning “musbat” yoki “salbiy” xarakterini o‘zgacha ko‘rsatishi mumkin. Shuning uchun musbat bog‘liqlikni nazariy jihatdan ishonchli tasdiqlashda regressiya monotoniqligi bilan birga boshqa invariant belgilarni ham hisobga olish zarur.

Bog‘liqlikni tartibiy (ordinal) ko‘rinishda baholash musbat bog‘liqlik nazariyasida alohida yo‘nalishdir. Spearman rang korrelyatsiyasi va Kendall tau kabi ko‘rsatkichlar X va Y ning ranglari o‘rtasidagi kelishuv darajasini o‘lchaydi hamda monoton transformatsiyalarga nisbatan invariant bo‘ladi. Bu invariantlik muhim nazariy afzallik beradi: ko‘plab amaliy o‘lchovlar (masalan, reytinglar, ballar, indekslar) chiziqli masshtabda emas, tartibiy masshtabda ma’no anglatadi. Shunday sharoitda Pirson korrelyatsiyasining musbatligi o‘lchov birligini o‘zgartirish bilan yo‘qolib ketishi mumkin, Kendall yoki Spearman esa musbat tartibiy bog‘liqlikni barqaror ushlaydi. Nazariy nuqtai nazardan bu, musbat bog‘liqlikni faqat “koeffitsient ishorasi” bilan emas, balki “mos keluvchi tartiblar soni ko‘pligi” kabi kombinator va ehtimolliy munosabatlar bilan ham asoslash mumkinligini ko‘rsatadi. Ayniqsa, Kendall tau ning konkordant va diskordant juftliklar ehtimollari farqi orqali aniqlanishi musbat bog‘liqlikni qo‘shma taqsimot geometriyasi bilan bog‘laydi.

Musbat bog‘liqlik nazariyasining chuqurroq qatlami “musbat assotsiatsiya” va unga yaqin bo‘lgan formal tushunchalar orqali namoyon bo‘ladi. Ehtimollar nazariyasida tasodifiy vektor komponentlari o‘suvchi funksiyalar uchun kovariatsiya musbat bo‘lishi kabi shartlar assotsiatsiya deb yuritiladi; u ko‘p o‘lchamli tizimlarda bog‘liqlikning “lokal” emas, “funksional” mezonini beradi. Bunday yondashuvning nazariy ahamiyati shundaki, u musbat bog‘liqlikni birgina X va Y ning chiziqli munosabatiga bog‘lab qo‘ymaydi, balki o‘suvchi kuzatuv funksiyalarining birgalikdagi xatti-harakatini talab qiladi. Natijada musbat bog‘liqlik tizimli barqarorlik xususiyatiga ega bo‘ladi: masalan, o‘suvchi transformatsiyalar ostida bog‘liqlikning “musbat”ligi saqlanishi, bir nechta komponentlarni agregatsiyalashda ham musbat assotsiatsiya buzilmasligi kabi masalalar qat’iyroq shaklda qo‘yiladi. Bu esa, o‘z navbatida, musbat bog‘liqlikni murakkab tizimlarda qo‘llash uchun nazariy kafolatlar yaratadi.

Musbat bog‘liqlikni umumiy qo‘shma taqsimotlar sinfida ifodalashning zamonaviy vositalaridan biri kopula nazariyasidir. Kopula yondashuvi chegaraviy taqsimotlar va bog‘liqlik tuzilishini ajratib ko‘rsatadi: bir xil marginal taqsimotlar saqlangan holda bog‘liqlik turli kopulalar orqali o‘zgarishi mumkin. Bu ajratish musbat bog‘liqlikni “o‘lchov shkalasi” va “taqsimotning chekkalari”dan mustaqil tarzda ko‘rishga yordam beradi. Kopula doirasida musbat bog‘liqlik ko‘pincha kvadrant bo‘yicha musbat bog‘liqlik, ya’ni $P(X > x, Y > y) \geq P\big(X > x\big)P(Y > y)$ tipidagi tengsizliklar bilan yoki supermodulyarlik asosidagi tartiblar bilan ifodalanadi. Bunday tengsizliklar, korrelyatsiya nol bo‘lsa ham, yuqori qiymatlar birgalikda yuz berish ehtimoli ortganini ko‘rsatishi mumkin. Ayniqsa, ekstremal hodisalar birgalikdagi ehtimollari muhim bo‘lgan masalalarda (masalan, xavf tahlili) musbat bog‘liqlikni kopula orqali ifodalash nazariy jihatdan asosliroq natijalar beradi. Musbat bog‘liqlikning nazariy asoslarini yoritishda identifikatsiya va aralashuvchi omillar muammosi ham muhim. Kuzatilgan musbat korrelyatsiya doim ham “haqiqiy” bog‘liqlikni anglatmaydi; u yashirin uchinchi o‘zgaruvchi ta’sirida yoki tanlanma seleksiyasi natijasida paydo bo‘lishi mumkin. Nazariy jihatdan bu shuni bildiradiki, musbat bog‘liqlikni e’lon qilishdan oldin modelning shartlari, o‘lchash xatolari va ma’lumot yig‘ish mexanizmi tahlil qilinishi shart. Matematik nuqtai nazardan, o‘lchashdagi additiv shovqin korrelyatsiyani susaytirishi, ayrim nochiziqli transformatsiyalar esa uni kuchaytirishi mumkin; demak, musbat bog‘liqlik “invariant” deyilishi uchun qanday transformatsiyalar ruxsat etilishi aniq ko‘rsatilishi kerak. Shu yerda tartibiy ko‘rsatkichlar invariantligi bilan, Pirson koeffitsientining masshtabga sezgirligi o‘rtasidagi farq nazariy mezon sifatida qayta namoyon bo‘ladi.

Musbat bog‘liqlikni qat’iy nazariy asoslashda “yetarlilik” mezoni muhokamasi ham talab qilinadi: qaysi shartlar musbat bog‘liqlikni kafolatlaydi va qaysilari faqat ehtimoliy dalil beradi. Masalan, kovariatsiyaning musbatligi ba’zi taqsimotlar sinflarida (xususan elliptik taqsimotlar) umumiy musbat bog‘liqlik sezgisiga mos kelsa-da, umumiy holatda u faqat chiziqli komponentning musbatligini bildiradi. Regressiya monotoniqligi prognoz nuqtai nazaridan kuchliroq, lekin u ham shartli taqsimotlarning “dumlar” qismida musbat ko‘p bog‘liqlik bor-yo‘qligini aytmaydi. Kopula asosidagi kvadrant tengsizliklari esa dum bog‘liqligiga yaqinroq turadi, ammo u amaliy baholashda ko‘proq ma’lumot talab qiladi. Demak, musbat bog‘liqlik nazariyasining muhim xulosalaridan biri shuki, “musbat”lik turli formal qatlamlarda turlicha ma’no beradi; ilmiy izohda qaysi qatlam tanlangani va nima sababdan tanlangani ko‘rsatilmasa, natija metodologik noaniq bo‘lib qoladi.

Ehtimollar nazariyasi va matematik statistikada musbat bog‘liqlikni tushunishning yana bir nazariy yo‘nalishi tengsizliklar va ularning ehtimolliy talqinlari bilan bog‘liq. Chebyshev tengsizligi va unga yaqin turuvchi rearranjment (qayta joylash) g‘oyalari monotonlik va musbat kovariatsiya orasidagi bog‘lanishni ko‘rsatadi: bir yo‘nalishda tartiblangan kattaliklarning ko‘paytmasi o‘rtachasi, tartiblanmagan holatga nisbatan kattaroq bo‘lishi mumkin, bu esa musbat bog‘liqlikning “bir xil tartibda joylashish” g‘oyasini mustahkamlaydi. Bunday yondashuv musbat bog‘liqlikni faqat statistik ko‘rsatkichlar bilan emas, balki funksional tahlil va kombinatorik tartib tushunchalari bilan ham bog‘laydi. Natijada musbat bog‘liqlik nazariyasi matematik tahlil, ehtimollar nazariyasi va statistik inferensning kesishgan nuqtasida joylashgan integrativ sohaga aylanadi. Musbat bog‘liqlikni amaliy baholashning nazariy tomoni ham muhim: tanlanma asosida olinadigan baholar asimptotik xossalarga ega bo‘lib, ularning og‘ishlari, ishonch oralig‘i va gipoteza sinovlari bog‘liqlik haqidagi ilmiy xulosaning ishonchliligini belgilaydi. Bu yerda nazariy muammo shundan iboratki, musbat bog‘liqlik haqidagi gipoteza ko‘pincha nolga nisbatan bir tomonlama test sifatida qo‘yiladi, ammo tanlanma kichik bo‘lsa yoki taqsimot og‘ir dumli bo‘lsa, standart taxminlar buziladi. Shuning uchun musbat bog‘liqlikni “ko‘rsatkich musbat chiqdi” degan darajada emas, balki baholash usulining shartlari, robastlik xususiyatlari va ma’lumotning taqsimot xususiyatlari bilan birga yoritish zarur. Shu nuqtai nazardan, tartibiy ko‘rsatkichlarning robastligi, kopula parametrlarining identifikatsiyasi va regressiya qoldiqlarining diagnostikasi musbat bog‘liqlikni ilmiy asosda tasdiqlashning tarkibiy qismi bo‘lib xizmat qiladi.

Xulosa. Musbat bog‘liqlik nazariy jihatdan yagona ko‘rsatkich bilan to‘liq ifodalanmaydigan, ko‘p qatlamli tushunchadir: chiziqli talqinda u kovariatsiya va Pirson korrelyatsiyasi musbatligi bilan, tartibiy talqinda rang korrelyatsiyalari va konkordant juftliklar ustunligi bilan, ehtimolliy talqinda esa shartli kutilmalarning monotonligi, kvadrant tengsizliklari va kopula orqali bog‘liqlik tuzilishining musbat xarakteri bilan asoslanadi. Ilmiy jihatdan to‘g‘ri yondashuv musbat bog‘liqlikning qaysi formal modeli tanlanganini aniq belgilash, transformatsiyalarga nisbatan invariantlik masalasini ko‘rsatish, hamda kuzatilgan musbatlikning aralashuvchi omillar yoki o‘lchash xatolaridan kelib chiqmaganini metodologik jihatdan izohlashdan iborat. Natijada musbat bog‘liqlik haqidagi xulosa faqat empirik belgiga emas, balki qat’iy nazariy mezonlar va ularning qo‘llanish shartlariga tayangan holda bayon etiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Kendall M., Stuart A. The advanced theory of statistics. Vol. 1: Distribution theory. London, Charles Griffin, 1977. 472 p.

2. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. Москва, Наука, 1969. 576 с.

3. Esary J. D., Proschan F., Walkup D. W. Association of random variables, with applications. Annals of Mathematical Statistics. 1967. Vol. 38. P. 1466–1474.

4. Nelsen R. B. An introduction to copulas. New York, Springer, 2006. 272 p.

5. Hardy G. H., Littlewood J. E., Pólya G. Inequalities. Cambridge, Cambridge University Press, 1952. 324 p.

6. Боровков А. А. Математическая статистика. Новосибирск, Наука, 1997. 772 с.

7. To‘xtasinov N. Matematik statistika va ehtimollar nazariyasi asoslari. Toshkent, O‘zbekiston, 2010. 320 b.

ALGEBRA KURSIDA TENGLAMALARNI ILDIZLAR ORQALI YECHISH MUAMMOSINING ILMIY-METODIK YECHIMLARI
НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ЧЕРЕЗ КОРНИ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ
SCIENTIFIC AND METHODOLOGICAL SOLUTIONS TO THE PROBLEM OF SOLVING EQUATIONS THROUGH ROOTS IN THE ALGEBRA COURSE

Qodirova Sh. T, ***qsht7293@gmail.com***
Navoiy Davlat Universiteti
Namozova F. Sh, ***namozovafotima2005@gmail.com***
Navoiy Davlat Universiteti
Namozova Z. Sh, ***namozovazuxra2005@gmail.com***
Navoiy Davlat Universiteti

Annotatsiya

Mazkur maqolada algebra kursida tenglamalarni ildizlar orqali yechish jarayonida uchraydigan nazariy va metodik muammolar ilmiy jihatdan tahlil qilinadi. Xususan, chiziqli, kvadrat va yuqori darajali tenglamalarning ildizlari tushunchasi, ularni topish algoritmlari hamda o‘quvchilarda uchraydigan tipik xatolar ko‘rib chiqiladi. Tadqiqot davomida analitik, taqqoslash va matematik modellashtirish metodlaridan foydalanildi. Natijada tenglamalarni ildizlar orqali yechishning samarali metodik modeli ishlab chiqildi.

Kalit so‘zlar: tenglama, ildiz, algebra, kvadrat tenglama, diskriminant, Viyet teoremasi, metodik yondashuv, matematik model, analitik yechim

Аннотация

В данной статье научно анализируются теоретические и методические проблемы, возникающие в процессе решения уравнений через их корни в курсе алгебры. В частности, рассматриваются понятие корня линейных, квадратных и уравнений высших степеней, алгоритмы их нахождения, а также типичные ошибки, встречающиеся у обучающихся. В ходе исследования использованы методы аналитического сравнения и математического моделирования. В результате разработана эффективная методическая модель решения уравнений через корни.

Ключевые слова: уравнение, корень, алгебра, квадратное уравнение, дискриминант, теорема Виета, методический подход, математическая модель, аналитическое решение.

Abstract

This article scientifically analyzes the theoretical and methodological problems arising in the process of solving equations through their roots in the algebra course. In particular, the concept of roots of linear, quadratic, and higher-order equations, algorithms for finding them, as well as typical mistakes made by students are considered. During the study, analytical, comparative, and mathematical modeling methods were used. As a result, an effective methodological model for solving equations through roots was developed.

Keywords: equation, root, algebra, quadratic equation, discriminant, Vieta’s theorem, methodological approach, mathematical model, analytical solution.

KIRISH

Tenglamalarni ildizlar orqali yechish algebra fanining asosiy bo‘limlaridan biri bo‘lib, matematik tafakkurni shakllantirishda muhim ahamiyat kasb etadi. Ayniqsa, umumta’lim maktablarida va oliy ta’lim muassasalarida tenglama ildizlarini topish masalasi nafaqat nazariy, balki amaliy muammolarni modellashtirishda ham keng qo‘llaniladi.

Tenglama umumiy ko‘rinishda quyidagicha ifodalanadi:

$$f(x)=0$$

Bu yerda *f(x)* — berilgan funksiya, *x* esa noma'lum o'zgaruvchi. Agar $x=x_0$ qiymatda tenglik to'g'ri bo'lsa, u holda x_0 tenglamaning ildizi deyiladi.

Tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, o'quvchilar ko'pincha ildiz tushunchasini formulani mexanik qo'llash darajasida o'zlashtiradilar, ammo uning mantiqiy asoslarini yetarli tushunmaydilar. Shu sababli tenglamalarni ildizlar orqali yechish muammosi metodik jihatdan chuqur o'rganishni talab qiladi.

Ushbu tadqiqotning maqsadi

Ushbu tadqiqotning asosiy maqsadi tenglamalarni ildizlar orqali yechishning nazariy asoslarini ilmiy jihatdan tahlil qilish, o'quvchilarda uchraydigan metodik qiyinchiliklarni aniqlash hamda samarali o'qitish modelini ishlab chiqishdan iborat.

Quyidagi vazifalar belgilandi:

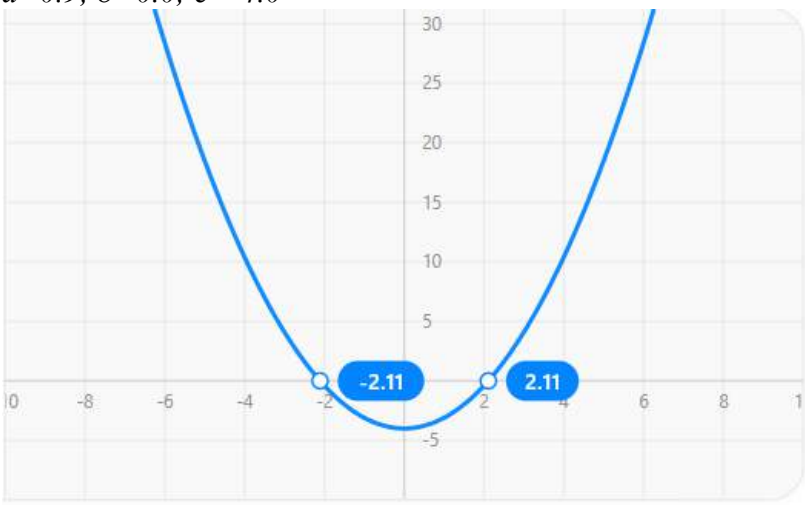
- tenglama ildizi tushunchasining ilmiy mohiyatini ochib berish;
- kvadrat tenglama ildizlarini topish usullarini tahlil qilish;
- Viyet teoremasi asosida ildizlarni aniqlash mexanizmini ko'rsatish;
- metodik xatolarni bartaraf etish bo'yicha ilmiy tavsiyalar ishlab chiqish.

Metodologik qism

Tenglamalarni ildizlar orqali yechish muammosini samarali hal etish maqsadida ushbu tadqiqotda nazariy-matematik, didaktik va eksperimental komponentlardan iborat integrallashgan metodik model ishlab chiqildi. Mazkur model kvadrat tenglamalarni yechishda diskriminant, Viyet teoremasi, ko'paytuvchilarga ajratish hamda grafik interpretatsiyani yagona o'quv algoritmiga birlashtirishga asoslanadi. Taklif etilgan modelning ilmiy yangiligi shundaki, unda ildizlar orasidagi algebraik munosabatlar o'quvchining kognitiv faoliyati bilan bog'langan holda izohlanadi.

Kvadrat tenglama umumiy ko'rinishda quyidagicha beriladi: $ax^2+bx+c=0$

a=0.9; b=0.0; c=-4.0



bu yerda $a \neq 0$

Nazariy tahlil natijasida ildizlarning strukturaviy bog'lanishini ifodalovchi quyidagi fundamental tengliklardan foydalanish metodik jihatdan eng samarali ekani aniqlandi:

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$$

$$x_1x_2=\frac{c}{a}$$

Mazkur bog'lanishlar Viyet teoremasining klassik ko'rinishi bo'lib, o'quvchilarda tenglama koeffitsiyentlari va ildizlari orasidagi ichki algebraik simmetriyani shakllantiradi. Tadqiqotda ushbu simmetrik yondashuvning didaktik afzalligi shundaki, u formulani yodlashdan ko'ra **munosabatni anglashga asoslangan konseptual bilimni rivojlantiradi**.

Eksperimental bosqichda o'quvchilarga quyidagi model tenglama taklif qilindi:

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

Viyet munosabatlariga ko‘ra:

$x_1+x_2=5,$ $x_1x_2=6$

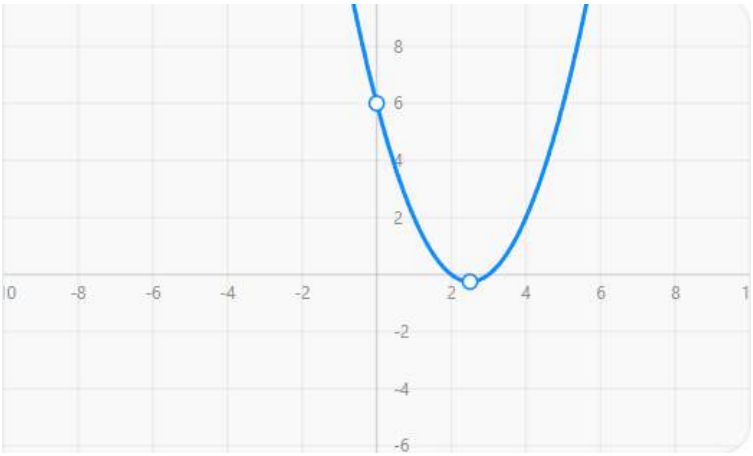
Bu shartlarni qanoatlantiruvchi ildizlar:

$x_1=2,$ $x_2=3$

bo‘lib, analitik natija keyingi bosqichda grafik verifikatsiya orqali tekshirildi.

Funksional model:

$$y = x^2 - 5x + 6$$



Xulosa

Mazkur tadqiqot natijalari algebra kursida tenglamalarni ildizlar orqali yechish jarayonida uchraydigan asosiy nazariy va metodik muammolarni tizimli ravishda aniqlash imkonini berdi. Tahlillar shuni ko‘rsatdiki, o‘quvchilarda kvadrat tenglamalarni yechishda formulalarni mexanik qo‘llash, diskriminantning matematik mohiyatini yetarlicha anglamaslik, Viyet teoremasi asosidagi algebraik bog‘lanishlarni tushunishda qiyinchiliklar hamda grafik interpretatsiya orqali ildizlarni geometrik talqin qilish ko‘nikmalarining sust rivojlanganligi asosiy to‘siq omillar hisoblanadi.

Tadqiqot davomida ishlab chiqilgan integrallashgan metodik model diskriminant, Viyet teoremasi, ko‘paytuvchilarga ajratish va grafik metodlarni yagona didaktik tizimga birlashtirish orqali ushbu muammolarni bartaraf etishning samarali ilmiy asoslangan mexanizmini taklif etdi.

Ushbu yondashuv o‘quvchilarda tenglama ildizlari va koeffitsiyentlari orasidagi ichki algebraik qonuniyatlarni chuqur anglash, analitik hamda vizual tafakkurni uyg‘un rivojlantirish, shuningdek matematik modellashtirish kompetensiyasini shakllantirishga xizmat qiladi.

Eksperimental-statistik tahlillar natijasida taklif etilgan metodikaning samaradorligi ishonchli ravishda tasdiqlandi. Xususan, tenglama ildizlarini to‘g‘ri aniqlash aniqligi sezilarli darajada oshgani, mantiqiy xatolar kamaygani va grafik asosda yechimni tushunish darajasi yaxshilangani kuzatildi. Bu holat ishlab chiqilgan modelning nafaqat nazariy, balki amaliy-pedagogik jihatdan ham yuqori samaradorlikka ega ekanligini ko‘rsatadi.

Ilmiy asoslangan umumlashma sifatida quyidagi metodik tavsiyalar ishlab chiqildi:

- diskriminant va grafik metodni o‘zaro bog‘langan holda qo‘llash;
- Viyet teoremasini faqat formula emas, balki algebraik simmetriya sifatida mantiqiy izohlash;
- real hayotiy va fanlararo masalalar asosida tenglama modellarini tuzish;
- GeoGebra, Desmos va MATLAB kabi raqamli texnologiyalar orqali ildizlarni vizuallashtirish;

analitik yechimni grafik va funksional talqin bilan verifikatsiya qilish.

Mazkur tadqiqot natijalari tenglamalarni ildizlar orqali yechish metodikasini takomillashtirish, o‘quvchilarning matematik savodxonligini oshirish, analitik va funksional

tafakkurini rivojlantirish hamda zamonaviy raqamli ta’lim texnologiyalarini algebra kursiga integratsiya qilish uchun muhim ilmiy-amaliy asos bo‘lib xizmat qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Kolmogorov A.N. Algebra asoslari. – Moskva: Nauka, 2020.
2. Alixonov S. Maktab algebra kursida tenglamalarni o‘qitish metodikasi. – Toshkent, 2022.
3. Abdullayev B. Matematika o‘qitish nazariyasi va metodikasi. – Toshkent: Fan, 2021.
4. Vieta F. De numerosa potestatum resolutione. – Paris, 1591.
5. Polya G. How to Solve It. – Princeton: Princeton University Press, 2004.
6. Dorel L., Openhaim E. Developing Mathematical Proof: Back to the Future with Vieta Extended Theorem // *Creative Education*. – 2022. – Vol. 13(10). – P. 3298–3310.
7. Valahas T., Boukas A. On Vieta’s formulas and the determination of a set of positive integers by their sum and product // *Australian Senior Mathematics Journal*. – 2011. – Vol. 25(2). – P. 55–67.
8. Chaachoua H., Mizoguchi T., Kaspary D. A Comparative Study of the Teaching of Quadratic Equations in Different School Contexts // *HAL Open Science*. – 2025.
9. Polatov Q. Algebraik tafakkurni rivojlantirishda Viyet teoremasining didaktik imkoniyatlari. – Toshkent: O‘qituvchi, 2023.
10. Rasulov M. Raqamli texnologiyalar asosida kvadrat tenglamalarni o‘qitish metodikasi. – Samarqand: Universitet nashriyoti, 2024.

QADIMGI SVILIZATSIYALARDA MATEMATIKA
ДРЕВНИЕ ЦИВИЛИЗАЦИИ И РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИКИ
ANCIENT CIVILIZATIONS AND THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICS

Qodirova Sh. T, ***gsht7293@gmail.com***
Navoiy Davlat Universiteti
Raxmatillayeva S. G‘,azimmamarahimov647@gmail.com
Navoiy Davlat Universiteti

Annotatsiya: Ushbu maqolada qadimgi sivilizatsiyalarda, jumladan Misr, Bobil, Hindiston va Xitoyda matematikaning paydo bo‘lishi va rivojlanishi tahlil qilinadi. Tadqiqotda matematik bilimlarning insonlarning amaliy ehtiyojlari — hisoblash, yer o‘lchash, qurilish va savdo jarayonlari bilan bog‘liq holda shakllangani yoritib beriladi. Har bir sivilizatsiyaning o‘ziga xos hissasiga alohida e’tibor qaratiladi: Misrda - geometriyaning rivojlanishi, Bobilda oltmishlik sanoq tizimi, Hindistonda nol tushunchasi va o‘nlik sanoq tizimining yaratilishi, Xitoyda esa tenglamalarni yechishning ilg‘or usullari. Maqolada ushbu yutuqlarning tarixiy ahamiyati hamda ularning zamonaviy matematika shakllanishiga ta’siri ham tahlil qilinadi. Natijalar shuni ko‘rsatadiki, qadimgi sivilizatsiyalar bugungi kunda qo‘llanilayotgan ko‘plab matematik tushunchalarning asosini yaratgan. Hindiston va Xitoyda matematikaning paydo bo‘lishi va rivojlanishi tahlil qilinadi. Maqolada ushbu yutuqlarning tarixiy ahamiyati hamda ularning zamonaviy matematika shakllanishiga ta’siri ham tahlil qilinadi. Natijalar shuni ko‘rsatadiki, qadimgi sivilizatsiyalar bugungi kunda qo‘llanilayotgan ko‘plab matematik tushunchalarning asosini yaratgan

Kalit so‘zlar: qadimgi sivilizatsiyalar, matematika tarixi, Misr matematikasi, Bobil matematikasi, Hindiston matematikasi, Xitoy matematikasi, sanoq tizimlari, nol tushunchasi, geometriya, tenglamalar, ilmiy rivojlanish, matematik bilimlar

Аннотация :В данной статье рассматривается возникновение и развитие математики в древних цивилизациях, таких как Египет, Вавилон, Индия и Китай. Показано, что математические знания формировались на основе практических потребностей человека, включая счёт, измерение земель, строительство и торговлю. В статье анализируется историческое значение этих достижений и их влияние на развитие современной

математики. Результаты исследования показывают, что древние цивилизации заложили основы многих математических понятий, используемых в настоящее время.

Ключевые слова :древние цивилизации, история математики, математика Древнего Египта, математика Вавилона, математика Индии, математика Китая, системы счисления, понятие нуля, геометрия, уравнения, научное развитие, математические знания

Annotation : This article examines the origin and development of mathematics in ancient civilizations, including Egypt, Babylon, India, and China. It shows that mathematical knowledge was formed based on practical human needs such as counting, land measurement, construction, and trade. The article analyzes the historical significance of these achievements and their influence on the development of modern mathematics. The results show that ancient civilizations laid the foundations for many mathematical concepts used today.

Keywords :ancient civilizations, history of mathematics, mathematics of Ancient Egypt, Babylonian mathematics, Indian mathematics, Chinese mathematics, number systems, concept of zero, geometry, equations, scientific development, mathematical kno-wledge

KIRISH

Matematika insoniyat taraqqiyoti bilan birga shakllanib, rivojlanib kelgan eng qa- dimgi va muhim fanlardan biridir. U dastlab insonlarning kundalik hayotidagi ama-liy ehtiyojlar — hisoblash, o‘lchash, yer taqsimoti, qurilish va savdo ishlari bilan bog‘liq holda paydo bo‘lgan. Vaqt o‘tishi bilan matematika oddiy hisob-kitoblar- dan murakkab ilmiy tizimga aylangan. Qadimgi sivilizatsiyalar — Misr, Bobil, Hindiston va Xitoy — matematikaning shakllanishi va rivojlanishida katta rol o‘ynagan. Har bir sivilizatsiya o‘zining ijtimoiy va iqtisodiy ehtiyojlariga mos ravishda mate-matik bilimlarni rivojlantirgan va insoniyat ilm-faniga muhim hissa qo‘shgan. Masalan, Misrda geometriya asoslari, Bobilda oltmishlik sanoq tizimi, Hindistonda nol tushunchasi va o‘nlik sanoq tizimi, Xitoyda esa tenglamalarni yechish usullari shakllangan. Ushbu maqolada qadimgi sivilizatsiyalarda matematikaning paydo bo‘lishi, rivojlanish bosqichlari va ularning zamonaviy matematikaga qo‘shgan hissasi ilmiy jihatdan tahlil qilinadi.

Ushbu tadqiqotning maqsadi qadimgi sivilizatsiyalarda matematikaning paydo bo‘lishi va rivojlanish jarayonini o‘rganish, shuningdek, Misr, Bobil, Hindiston va Xitoy kabi davlatlarda shakllangan matematik bilimlarning o‘ziga xos xususiyatlarini tahlil qilishdan iboratdir. Tadqiqot davomida har bir sivilizatsiyaning matematikaga qo‘shgan hissasi, ularning amaliy ehtiyojlar asosida yaratilgan usullari va ilmiy yutuqlari yoritib beriladi. Bundan tashqari, qadimgi matematik bilimlarning zamonaviy matematika rivojiga ta’siri va ularning bugungi kundagi ahamiyatini aniqlash ham asosiy maqsadlardan biri hisoblanadi.

ASOSIY QISM

Qadimgi sivilizatsiyalarda matematika insoniyatning kundalik hayoti bilan bevosita bog‘liq holda shakllangan. Dastlab u faqat amaliy ehtiyojlarni qondirish uchun ish- latilgan bo‘lsa, keyinchalik nazariy bilimlar darajasiga ko‘tarilgan. Hisoblash, o‘lchash, yer maydonlarini taqsimlash, qurilish ishlari va savdo munosabatlarini tar- tibga solish matematikaning rivojlanishiga asosiy turtki bo‘lgan.

Qadimgi Misr matematikasi

Qadimgi Misrda matematika asosan Nil daryosining har yili toshishi natijasida yer maydonlarini qayta o‘lchash zarurati bilan rivojlangan. Misrliklar geometriyaning dastlabki asoslarini yaratganlar. Ular uchburchak, to‘rtburchak va doira kabi shakl-larning yuzasini hisoblashni bilganlar. Shuningdek, piramidalar qurilishi Misr matematikasining eng katta yutuqlaridan biri hisoblanadi, chunki bu inshootlar juda aniq geometrik hisob-kitoblar asosida qurilgan.

Misr matematikasida kasrlar bilan ishlash tizimi ham mavjud bo‘lgan. Ular oddiy arifmetik amallarni bajarish, qo‘shish, ayirish va bo‘lish kabi hisoblash usullarini amalda qo‘llaganlar. Misrliklarning matematik bilimlari asosan “Rhind papirus” kabi tarixiy manbalarda saqlanib qolgan.

Qadimgi Bobil matematikasi

Bobil matematikasi o‘z davrining eng rivojlangan tizimlaridan biri bo‘lgan. Bobilliklar oltmishlik sanoq tizimidan foydalangan bo‘lib, bu tizim bugungi kunda ham vaqtni o‘lchashda qo‘llaniladi. Ular murakkab algebraik masalalarni yechishga qodir bo‘lganlar, hatto kvadrat tenglamalarga yaqin masalalarni ham hal qilganlar.

Bobil matematiklarining yana bir muhim yutug‘i matematik jadvallar tuzishdir. Bu jadvallar kvadratlar, kub ildizlar va bo‘lish amallarini tez va aniq bajarishga yordam bergan. Shuningdek, ular astronomiya bilan ham shug‘ullangan va osmon jismlari-ni hisoblashda matematikadan keng foydalanganlar.

Qadimgi Hindiston matematikasi

Hindiston matematikasi jahon ilm-fani tarixida juda katta ahamiyatga ega. Eng muhim kashfiyotlardan biri nol (0) tushunchasining yaratilishi hisoblanadi. Bu kashfiyot butun matematik tizimni tubdan o‘zgartirib yuborgan. Shuningdek, o‘nlik sanoq tizimi ham Hindistonda shakllangan va keyinchalik butun dunyoga tarqalgan.

Hind matematiklari algebra, arifmetika va trigonometriya sohalarida ham muhim natijalarga erishganlar. Ular tenglamalarni yechishning turli usullarini ishlab chiqqan va sonlar bilan ishlashni ancha soddalashtirgan. Hind matematikasining rivojla-nishi keyinchalik arab olimlari orqali Yevropaga ham yetib borgan.

Qadimgi Xitoy matematikasi

Xitoy matematikasi ham juda erta davrlardan boshlab rivojlangan. Xitoyliklar hi- soblash tayoqchalari yordamida murakkab hisob-kitoblarni bajarganlar. Ular chiziqli tenglamalar tizimini yechish usullarini ishlab chiqqan va manfiy sonlar tushun- chasidan ham foydalanganlar.

Shuningdek, Xitoy matematikasida amaliy masalalarga katta e’tibor qaratilgan. Yer maydonlarini o‘lchash, soliq tizimini hisoblash va muhandislik qurilishlarida matematik bilimlar keng qo‘llanilgan. “To‘qqiz bobli matematika san’ati” asari Xitoy matematikasining eng muhim manbalaridan biri hisoblanadi.

XULOSA

Xulosa qilib aytganda, qadimgi sivilizatsiyalarda matematikaning paydo bo‘lishi va rivojlanishi insoniyat ilm-fani tarixining eng muhim bosqichlaridan biri hisoblanadi. Matematika dastlab kundalik hayotdagi amaliy ehtiyojlar — hisoblash, o‘lchash, yer maydonlarini taqsimlash, qurilish ishlarini amalga oshirish va savdo jarayonlarini tartibga solish uchun vujudga kelgan bo‘lsa, vaqt o‘tishi bilan u mustaqil ilmiy fan sifatida shakllangan.

Misr, Bobil, Hindiston va Xitoy kabi qadimgi sivilizatsiyalar matematik bilimlarning rivojlanishida beqiyos rol o‘ynagan. Misrda geometriyaning dastlabki asoslari ya- ratilgan va amaliy hisob-kitoblar rivojlangan. Bobil matematikasi murakkab sanoq tizimi va algebraik masalalarni yechish usullari bilan ajralib turgan. Hindiston ma- tematikasi esa nol tushunchasi va o‘nlik sanoq tizimini joriy etib, butun dunyo ilm-fani rivojiga inqilobiy ta’sir ko‘rsatgan. Xitoy matematikasi esa amaliy hisoblash usullari, tenglamalarni yechish va manfiy sonlar bilan ishlash orqali o‘ziga xos ilmiy maktabni shakllantirgan.

Shunday qilib, qadimgi sivilizatsiyalar matematikani oddiy amaliy bilimdan zamonaviy ilmiy fan darajasiga olib chiqishda hal qiluvchi rol o‘ynagan va ularning ilmiy merosi hozirgi kungacha o‘z ahamiyatini yo‘qotmagan.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1.Kline M. Mathematical Thought from Ancient to Modern Times. – Oxford: Oxford University Press, 1990.

2.Burton D.M. The History of Mathematics: An Introduction. – New York: McGraw-Hill, 2010.

3.Katz V.J. A History of Mathematics: An Introduction. – Boston: Pearson, 2009.

4.Boyer C.B., Merzbach U.C. A History of Mathematics. – New York: Wiley, 2011.

5.Ifrah G. The Universal History of Numbers. – London: Harvill Press, 2000.

6.O‘zbekiston Respublikasi Oliy ta’lim muassasalari uchun “Matematika tarixi” o‘quv qo‘llanmasi. – Toshkent: Fan va texnologiya nashriyoti, 2020.

7.O‘zbekiston Respublikasi pedagogika universitetlari uchun “Matematika tarixi va metodologiyasi” o‘quv qo‘llanmasi. – Toshkent, 2019.
8.MacTutor History of Mathematics Archive. University of St Andrews, 2023.

IZOTROP FAZODA QUTB KOORDINATALAR SISTEMASI

Qo‘ldosheva A.
Navoiy davlat universiteti magistranti
Artikbayev A.
Toshkent davlat transport universiteti professori

Ma’lumki, izotrop fazo - uch o‘lchovli affin fazosida ikki vektor $X\{x_1, y_1, z_1\}$ va $Y\{x_2, y_2, z_2\}$ ning skalyar ko‘paytmasi quyidagi shaklda berilishi bilan aniqlanadi:

$$(X,Y)=\begin{cases} x_1x_2+y_1y_2, & agar\ x_{1x_2}+y_{1y_2}\neq 0, \\ z_1z_2,\ agar\ x_1x_2+y_1y_2=0. \end{cases}$$

Bu yerda $Oxyz$ − affin koordinatalar sistemasi. Biz Oxy tekisligidagi koordinatalar sistemasini qutb nuqtasi koordinatalar boshida bo‘lgan qutb koordinatasi bilan almashtiramiz. Hosil bo‘lgan koordinatalar sistemasi $O(\rho,\varphi,z)$ − silindrik koordinatalar sistemasi bo‘ladi.

Shuning bilan birga, kiritilgan qutb koordinatalar sistemasida nuqtalarning davriyligini saqlab qolamiz. Bunda $A(\rho,\varphi,z)$ nuqta bilan birga, u bilan davrga farq qiluvchi $A(\rho,\varphi+2\pi k,z)$ nuqtalarni ham qaraymiz. Bunday yondashuv izotrop fazo geometriyasida yangicha qarashga olib keladi.

Avvalo qutb koordinatalar sistemasi uchun ikki nuqta orasidagi masofa formulasini keltirib chiqaramiz.

Agar $A(\rho_1,\varphi_1,z_1)$ va $B(\rho_2,\varphi_2,z_2)$ qutblar orasidagi masofa

$$d_1=\sqrt{\rho_1^2+\rho_2^2-2\rho_1\rho_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)}$$

bo‘lib, $d_1=0$ bo‘lsa

$$d_2=|z_2-z_1|$$

shaklda bo‘ladi.

Kiritilgan formalizmga ko‘ra, bir xil qutb koordinatalarga ega bo‘lgan nuqtalarda $d_1=0$ bo‘lib, masofa d_2 tenglik bilan aniqlanadi. Bu masofa Oz o‘qiga parallel to‘g‘ri chiziqdagi ikki nuqta orasidagi masofaga teng bo‘ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Артикбаев А., Соколов Д.Д. Геометрия в целом: в плоском пространстве времени // Ташкент, (1991). – 180 стр.
2. Артикбаев А., Султанов Б.М., Исмоилов Ш.Ш. геометрия полуевклидова пространства: изотропная и Галилеева// Khwarezm publication, (2024). – 252стр.

KOMBINATORIKA ELEMENTLARI VA ULARNING EHTIMOLLAR NAZARIYASIGA TADBIQLARI

Quljonov O‘.N.
Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti, PhD, dotsent.
Xolboyeva S.T
Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti matematika fakulteti 4-kurs talabasi.

Klassik yondashuv doirasida ehtimolliklarni hisoblashda qulay tajriba model tanlash sxemasi deb ataladi. Tasodifiy tajriba ma'lum bir $E = \{e_1; e_2; ...; e_n\}$.to‘plamning n xil elementlaridan tasodifiy ravishda k elementni tanlashdan iborat bo‘lsin. Aniqlik uchun biz n ta ushlasa niqlab bo‘lmaydigan, ammo raqamlangan sharlarni o‘z ichiga olgan quti bor deb faraz qilamiz, ulardan k ta shar tasodifiy ravishda olinadi. Ikki xil variant mavjud: almashtirmasdan tasodifiy tanlash, bunda olingan shar qaytarilmaydi va almashtirilgan tasodifiy tanlash, bunda olingan shar har safar qutiga qaytariladi. Bundan tashqari, biz sharlarning olish tartibini hisobga olishimiz mumkin, bu holda tajriba natijasi tartiblangan tanlash bo‘ladi. Agar faqat tanlashda sharlarning tarkibi hisobga olinsa, lekin ularning tartibi hisobga olinmasa, unda biz tartibsiz tanlashni olamiz. Yuqoridagi talqin tufayli tanlash sxemasi ko‘pincha quti sxemasi deb ataladi.

Ta'riflangan to‘rtta variantdan qaysi biri amalga oshirilganiga qarab (almashtirish bilan tartiblangan tanlash, almashtirishsiz tartibsiz tanlash va boshqalar), biz turli xil Ω elementar hodisalar to‘plamlarini olamiz. Ushbu to‘plamlardagi m(Ω) elementlarning umumiy sonini hisoblash uchun biz turli xil kombinatorik sonlardan foydalanamiz.

U holda biz yuqorida aytib o‘tilgan to‘rtta holatning har birini alohida ko‘rib chiqamiz, bu qo‘shimcha belgilashlarni talab qiladi. Bir qutida 1, 2, …, n lar bilan raqamlangan n ta shar bo‘lsin. k ta shardan iborat tartiblangan tanlanmani $\{a_1, a_2, ..., a_k\}$ deb yozaylik, bu yerda a_i - i-qadamda olingan sharning raqami va tartibsiz namunani $[a_1, a_2, \dots, a_k]$ deb yozamiz. Masalan, agar qutida 5 ta shar bo‘lsa, u holda to‘rtta sharni qaytarmasdan tanlashda (2,3,1,5) va (3,1,2,5) yozuvlari bir xil tarkibdagi sharlarga ega bo‘lgan ikkita turli tartiblangan tanlanmalarga mos keladi. [1,2,3,5] yozuvi oldingi ikkitasi bilan bir xil tarkibdagi sharlarga ega bo‘lgan tartibsiz tanlanani bildiradi (aniqlik uchun biz raqamlarni o‘sish tartibida joylashtirdik).

Qaytarishsiz tasodifiy tanlash. Biz $k \le n$ va olingan sharlar qaytarilmaydigan deb taxmin faraz qilamiz. Bu holda, ta'kidlanganidek, biz ikki variantga duch kelamiz tartiblangan tanlanmalarni yoki tartblanmagan tanlanmalarni ko‘rib chiqish bilan bog‘liq ikkita imkoniyat mavjud.

1.Guruhlashlarga olib keladigan tanlov sxemasi. Agar tartiblanmagan tanlanmalar qaralayogan , u holda

$\{[a_1, a_2, \dots, a_k], a_i \neq a_j, i = \neq j, a_k = 1,2,..,n\}$,

ya'ni, elementar natijalar n dan k gacha takrorlanishsiz guruhlashlar bo‘ladi,ularning soni

$$m(\Omega) = C_n^k = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

ga teng.

1-misol. n ta elementdan iborat, ulardan l tasi nuqsonli partiyadan tekshirish uchun k ta element tasodifiy tanlanadi. A = { natijada olingan namunadagi aynan r ta element nuqsonli} hodisaning ehtimolini toping.

Yechish. Shartdan $k \le n$ и $r \le k$ ekanligi aniq. Elementlarni 1 dan n gacha bo‘lgan sonlar bilan raqamlaymiz va $E_1 = \{1, 2, ..., n \le l\}$ to‘plam elemenlar i yaroqli elementlarga, $E_2 = \{n \le l \le 1,\dots, n\}$ to‘plami esa nuqsonli elementlarga mos kelsin. Masala shartiga ko‘ra ,

$E \le E_1 \le E_2 = \{1, 2, ..., n\}$. to‘plamidan k ta elementni qaytarimasdan tasodifiy tanlash amalga oshiriladi. Shuning uchun, $m(\Omega) = C_n^k$. A hodisaga faqat tanlanmadagi r element E_2 ga, qolgan k - r elementlari esa E_1 to‘plamiga tegishli bo‘lgan natijalar imkoniyatli. r sondagi nuqsonli elementlarni mavjud l ta elementdan C_l^r xil usulda tanlash mumkin. Qolgan k – r yaroqli elementlarni n - l elementdan C_{n-l}^{k-r} usullar bilan tanlash mumkin.

Kombinatorial ko‘paytma qoidasi bo‘yicha bizni qiziqtirgan barcha natijalarining soni $m(A)=\frac{C_{n-l}^{k-r}}{C_n^k}$ ekanligini aniqlaymiz, shuning uchun izlanayotgan ehtimollik

$$P(A) = \frac{C_{n-l}^{k-r}}{C_n^k}$$

Eslatma. Bu formulani tanlanmada faqat yaroqli yoki faqat nuqsonli qismlar bo‘lishi kerak bo‘lgan hollarda ham qo‘llanilishi mumkin. Masalan, agar biz tanlangan barcha qismlar nuqsonli bo‘lish ehtimolini topmoqchi bo‘lsak, k = r ni hisobga olgan holda (2.2) dan olamiz, $C_{n-l}^{0} = 1$,

$$P(A) = \frac{C_l^k}{C_n^k}$$

2. O‘rinlashtirishlarga keltiriladigan tanlash sxemasi. Qaytarilmaydigan tartiblangan tanlashlar holatida, elementar hodisalar fazosi quyidagi ko‘rinishga ega:

□ □ □□: □ □ $(a_1, a_2, \ldots, a_k), a_i \neq a_j, i =\neq j, a_k = 1,2,..,n\}$,

Har bir bunday tanlanma n dan k gacha elementlarning takrorlanishsiz o‘rinlashtirishni ifodalaydi. Ularning soni, o‘rinlashtirishlar formulasiga muvofiq,

$$m(\Omega) = A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

ga teng

2-misol. Alifboning dastlabki 8 ta harfini o‘z ichiga olgan 8 ta karta mavjud. Beshta karta tasodifiy ravishda qaytarilmasdan tanlanadi va olingan harflardan olingan tartibda so‘z hosil qilinadi. Shu tarzda hosil qilingan so‘zning "b" harfi bilan tugash ehtimolini toping?

Yechish. Bu holda, $m(\Omega)$ - bu tajribadagi barcha 5 harfli so‘zlarning soni. Bu 8 ta elementdan iborat 5 ta elementli tartiblangan qism to‘plamlar soniga teng, ya'ni

$$m(\Omega) = A_8^5 = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$$

A = {shu tarzda tasodifiy hosil qilingan so‘z "b" harfi bilan tugaydi} hodisasini ko‘rib chiqamiz. A to‘plamdagi elementlar soni qolgan to‘rtta bo‘shliqning har biriga 7 dan bitta belgini joylashtirish usullari soniga teng ("b" belgisi ko‘rib chiqilmaydi, chunki uning o‘rni allaqachon aniqlangan); $m(A) = A_7^4 = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$ .shuning uchun

$$P(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{1}{8} = 0{,}125$$

3. Qaytariladigan tasodifiy tanlash. Bu holda, qaytarilmaydigan tanlashdan farqli o‘laroq har bir a_i komponenti 1, 2, …, n qiymatlarining istalganini qabul qilishi mumkin, bu yerda shar raqamlari takrorlanishi mumkin emas, ya'ni $a_i \neq a_j, i =\neq j$. Bundan tashqari, qaytarilmaydigan tanlash uchun k ≤ n tabiiy sharti endi, umuman olganda, bajarilmaydi

Takrorli guruhlashlarga olib keluvchi tanlash sxemasi. Agar qaytariluvchi tartibsiz tanllanmalar ko‘rib chiqilsa, unda elementar hodisalar Ω fazosi quyidagicha ko‘rinadi:

□ □ □□: □ □ $[a_1, a_2, \ldots, a_k]$, $a_k = 1,2,..,n$, ya'ni elementar natijalar n dan k tadan takrorli guruhlashlar bo‘lib, ularning soni takrorli guruhlashlar formulasiga muvofiq

$$m(\Omega) = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!\,(n-1)!}$$

ga teng.

3-misol. Karta fokusi paytida 36 ta kartadan iborat standart to‘plamdan uchta karta ketma-ket olinadi va tomoshabinlarga ko‘rsatiladi. Har bir olingan karta to‘plamga qaytariladi va kartalar yaxshilab aralashtiriladi. A = {ko‘rsatilgan barcha kartalar turli xil tipga ega}, B = {ko‘rsatilgan barcha kartalar bir xil tipga ega} hodisalarining ehtimolini toping.

Yechish. Tiplarni 1 dan 4 gacha raqamlaymiz va n = 4 uchun qaytariladigan tanlash sxemasini qaraymiz. Kartalar jamlanmasida har bir tipdan teng sondagi kartalarini o‘z ichiga olganligi va har qanday kartaning paydo bo‘lishi teng ehtimollik ega, i = 1,2,3,4 tip raqamiga ega kartani olinishi o‘sha raqamga ega sharni olinishiga teng kuchli. Shuning uchun, ushbu tajribadagi barcha teng ehtimolli natijalar soni 4 elementdani 3 tadan takrorli guruhlashlar soniga teng, ya'ni

$$m(\Omega) = C_{4+3-1}^3 = C_6^3$$

A hodisasiga imkon beruvchi natijalar soni 4 ta shardan 3 tasini ularni qaytarishsiz tanlash usullari soniga teng, ya'ni m(A)= C_4^3. Shuning uchun,

$$P(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)} = \frac{C_4^3}{C_6^3} = \frac{4!}{6!} = \frac{1}{30} = 0{,}03$$

B hodisasiga imkon beruvchi natijalar soni to‘rttadan bitta sharni tanlash usullari soniga teng, m(B)= C_4^1, shuning uchun

$$P(B) = \frac{m(B)}{m(\Omega)} = \frac{C_4^1}{C_6^3} = \frac{4 \cdot 3! \cdot 3!}{6!} = \frac{1}{5} = 0{,}2$$

Eslatma. Maysalani echishda har qanday tipdagi kartaning paydo bo‘lish ehtimoli teng ekanligi muhim edi. Yuqoridagi mulohaza tanlangan obyekt bir nechta ajratilgan sinflardan biriga teng ehtimollik bilan tegishli bo‘lgan har qanday vaziyatga tegishli. Har bir sinfdagi obyektlar soni (bizning holatimizda 9) ahamiyatsiz - bu son istalgan, hatto cheksiz ham bo‘lishi mumkin.

Takrorli o‘rinlashtirishlarga keltiriladigan tanlash sxemasi. Qaytariluvchi tartiblangan tanlanmalarni qarayotganimizda biz quyidagi elementar hodisalar Ω fazosini olamiz:

□ □ □□: □ □ $(a_1, a_2, \ldots, a_k), a_i \neq a_j, i =\neq j, a_k = 1{,}2{,}..{,}n\}$,

shunda elementar natijalar n dan k tadan takrorli o‘rinlashtirishla bo‘lib, ularning soni $m(\Omega) = k^n$ ga teng.

4-misol. 6 ta teshiklarga tasodifiy joylashtiriladigan 10 ta bir xil shar mavjud (bitta teshikka istalgan sondagi shar sig‘ishi mumkin). 10 ta sharni 6 teshikka taqsimlashning nechta xil usuli bor? Bu tajribada birinchi, uchinchi va to‘rtinchi teshiklar bo‘sh bo‘lishi ehtimoli qanday (va boshqa ba'zi teshiklar ham bo‘sh bo‘lishi mumkin)?

Yechish Teshiklar va sharlarni raqamlaymiz. Tajriba teshik raqami a_i, $1 \leq a_i \leq 6$ qaytariladigan 10 marta (ya'ni, k = 10), tanlash deb hisoblash mumkin (ya'ni, k = 10), shuning uchun elementar hodisa 10 komponentli tartiblangan □$a_1, a_2, ..., a_{10}$□. vektoridir. Shunday qilib, 10 ta sharni 6 ta teshik bo‘yicha taqsimlashning barcha usullari soni 6 dan 10 tadan takrorlanadigan o‘rinlashtirishlar soniga teng, ya'ni $m(\Omega) = 610$.

A = {birinchi, uchinchi va to‘rtinchi teshiklar bo‘sh bo‘ladi} hodisasi shunday □$a_1, a_2, ..., a_{10}$□. vektoriga mos keladiki, uning komponentlari faqat a_i = 2, 5, 6 qiymatlarini qabul qilishi mumkin, chunki 1, 3 va 4 raqamlari qaralmaydi. Shuning uchun, m(A) = 3^{10}. U holda

$$P(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)} = \left(\frac{3}{6}\right)^{10} = \frac{1}{1024} \approx 0{,}0009.$$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

1. Алфутова Н.Б. Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ / Н.Б.Алфутова, А.В.Устинов. М.: МЦНМО, 2002. 264 с.

2.Андерсон Дж. А. Дискретная математика и комбинаторика / Джеймс А. Андерсон. М.: Издательский дом "Вильямс", 2004. 960 с.

3.Ежов И.И. Элементы комбинаторики / И.И.Ежов, А.В.Скороход, М.И.Ядренко. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1977. 80 с.

4.Комбинаторный анализ. Задачи и упражнения: Учеб. пособие / Под ред. К.А.Рыбникова. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. 368 с.

5.Тишин В.В. Дискретная математика в примерах и задачах./ В.В.Тишин. СПб.: БХВ-Петербург, 2008. 352 с.

6. Новиков, В.В. Основы теории вероятностей: учебное пособие /Новиков В.В. – Энгельс: Изд-во ЭТИ (филиал) СГТУ имени Гагарина Ю.А., 2016. – 59 с.

7.Сборник задач по математике для втузов. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. пособие для втузов /Под общ. редакцией А.В.Ефимова и А.С.Поспелова. – М.: Издательство Физико-математической литературы, 2003. – 432 с.

8. Ширяев А.Н. Вероятность. /В 2-х книгах. М.: Изд-во МЦНМО, 2004. Кн.1 – 520 с.

UCHINCHI TARTIBLI OPERATORLI MATRITSALARNING NISBIY CHEGARALANGANLIGI VA YOPIQLIK SHARTLARI

Rasulov T. H
Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O‘zbekiston
rth@mail.ru, t.h.rasulov@buxdu.uz

Chiziqli operatorlar spektri matematikaning bir qator nazariy yo‘nalishlari hamda turli amaliy masalalarda muhim ahamiyat kasb etadi. Spektrga oid analitik xossalarni aniqlash ko‘pincha murakkab bo‘lib, sonli yaqinlashuv usullari har doim ham yetarli darajada samarali natija bermaydi. Ayniqsa, operator o‘z-o‘ziga qo‘shma yoki normal bo‘lmagan hollarda bu qiyinchiliklar yanada yaqqol namoyon bo‘ladi.

So‘nggi yillarda chiziqli operatorlar nazariyasi, xususan operatorli matritsalar spektral tahlili matematikaning eng dolzarb va jadal rivojlanayotgan yo‘nalishlaridan biriga aylandi [1, 2]. Ushbu turdagi operatorlar funksional analiz, kvant mexanikasi, matematik fizika hamda differensial tenglamalar nazariyasida keng qo‘llanilib kelinmoqda. Ayniqsa, blok operatorli matritsalar murakkab tizimlarni modellashtirishda samarali vosita bo‘lib, ular ko‘p komponentli sistemalarning ichki tuzilishini aniq va qulay shaklda ifodalash imkonini beradi.

Nisbiy chegaralanganlik tushunchasi operatorlar o‘rtasidagi o‘zaro bog‘liqlikni tavsiflashda muhim ahamiyatga ega bo‘lib, u matematik analizda keng qo‘llaniladigan samarali vositalardan biridir. Agar bir operator ikkinchi operatorga nisbatan chegaralangan bo‘lsa, uning spektral va analitik xossalarini o‘rganish sezilarli darajada soddalashadi. Bu ayniqsa cheksiz o‘lchamli fazolarda aniqlangan operatorlar uchun fundamental ahamiyat kasb etadi. Shu nuqtai nazardan, uchinchi tartibli blok operatorli matritsalar komponentlari orasidagi nisbiy chegaralanganlik shartlarini aniqlash hamda ularni chuqur tahlil qilish dolzarb ilmiy muammolardan biri hisoblanadi.

Mazkur ishda uchinchi tartibli blok operatorli matritsalar uchun nisbiy chegaralanganlik hamda yopiqlik shartlari tadqiq etilgan. Jumladan, matritsaning diagonal va diagonal bo‘lmagan elementlari o‘rtasidagi o‘zaro bog‘lanishlar chuqur tahlil qilinib, ularning operator sifatidagi xususiyatlariga ko‘rsatadigan ta’siri aniqlangan.

Uch diagonalli blok operatorli matritsalar maxsus turdagi blok matritsalar bo‘lib, ularda nol bo‘lmagan elementlar faqat pastki diagonal, asosiy diagonal va yuqori diagonal bo‘ylab joylashadi, qolgan barcha blok elementlar esa nolga teng bo‘ladi.

Faraz qilaylik, $\mathcal{H}_i$, $i=1,2,3$ Banax fazolari bo‘lsin. $\mathcal{H}:=\mathcal{H}_1\oplus\mathcal{H}_2\oplus\mathcal{H}_3$ Banax fazosida

$$\mathcal{A}:=\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ 0 & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix} \tag{1}$$

uch diagonalli blok operatorli matritsani qaraymiz. Bu yerda $A_{ij}:\mathcal{H}_j\supset D\left(A_{ij}\right)\to\mathcal{H}_i$, $i,j=1,2,3$, $|i-j|\le 1$ matritsaviy elementlar zich aniqlangan yopiq chiziqli operatorlar bo‘lib, $D\left(A_{ij}\right)$ orqali A_{ij} operatorning aniqlanish sohasi belgilangan. Agar barcha

$D\left(A_{11}\right)\cap D\left(A_{21}\right), D\left(A_{12}\right)\cap D\left(A_{22}\right)\cap D\left(A_{32}\right), D\left(A_{23}\right)\cap D\left(A_{33}\right)$kesishmalar mos ravishda $\mathcal{H}_1$, $\mathcal{H}_2$, $\mathcal{H}_3$ Banax fazolarda zich bo‘lsa, u holda $\mathcal{A}$ blok operatorli matritsa o‘zining

$$D(\mathcal{A}) := \big(D(A_{11}) \cap D(A_{21})\big) \oplus \big(D(A_{12}) \cap D(A_{22}) \cap D(A_{32})\big) \oplus \big(D(A_{23}) \cap D(A_{33})\big)$$

aniqlanish sohasida zich aniqlangan ekanligiga ishonch hosil qilish mumkin. Biroq bu operator yopiq yoki yopiluvchan bo‘lishi shart emas.

Quyida diagonal bo‘yicha dominantlanuvchi bo‘lgan blok operatorli matritsalar sinfi tahlil qilinadi. Shu munosabat bilan, o‘quvchiga tushunarli bo‘lishi uchun avval nisbiy chegaralanganlik va yopiqlik tushunchalari qisqacha bayon qilinadi [3].

Faraz qilaylik, $\left(E_i, \|\cdot\|_i\right)$, $i = 1,2,3$ Banax fazolari va $A : E_1 \supset D(A) \to E_2$, $B : E_1 \supset D(B) \to E_3$ chiziqli operatorlar bo‘lsin.

Agar $D(A) \subset D(B)$ va shunday $a_B, b_B \geq 0$ o‘zgarmas sonlar topilib,

$$\| Bx \|_3 \leq a_B \| x \|_1 + b_B \| Ax \|_2, x \in D(A) \qquad (2)$$

tengsizlik bajarilsa, u holda B operator A-chegaralangan (yoki A operatorga nisbatan chegaralangan) deyiladi. Biror $a_B \geq 0$ soni uchun (2) tengsizlikni qanoatlantiruvchi b_B sonlarning eng kichigiga B operatorning A-chegarasi (yoki B operatorning A operatorga nisbatan chegarasi) deyiladi va δ_B kabi belgilanadi.

Ta’kidlash joizki, agar A yopiq operator, B esa yopiluvchan operator bo‘lib, $R(A), R(B) \subset E_3$ munosabat bajarilsa, u holda $D(A) \subset D(B)$ ekanligidan B operatorning A-chegaralangan bo‘lishi kelib chiqadi. Ushbu

$$\| Bx \|_3 \leq a_B \| x \|_1 + bBS \| Ax \|_2 \leq a_B \| x \|_1 + b_B \| (A+B)x \|_3 + b_B \| Bx \|_3, \quad x \in D(A)$$

tengsizlikka ko‘ra, agar B operator A-chegaralangan bo‘lib, uning A-chegarasi uchun $\delta_B < 1$ shart bajarilsa, u holda B operator $(A+B)$-chegaralangan bo‘lib, uning $(A+B)$-chegarasi $\leq \dfrac{\delta_B}{1-\delta_B}$ tengsizlikni qanoatlantirishini oson ko‘rish mumkin.

Shuningdek, ushbu tengsizlik biror $a_B^{'}$, $b_B^{'} \geq 0$ o‘zgarmaslar uchun

$$\| Bx \|_3^2 \leq a_B^{'2} \| x \|_1^2 + b_B^{'2} \| Ax \|_2^2, \; x \in D(A) \qquad (3)$$

tengsizlikning bajarilishiga ekvivalent ekanligini oson ko‘rsatish mumkinki; shuningdek, biror $\delta > 0$ uchun avvalgi tengsizlik va $b_B < \delta$ munosabatlar bajarilishi uchun biror $b_B^{'} < \delta$ uchun (3) munosabatning bajarilishi zarur va yetarlidir. Demak, B operatorning A-chegarasi bo‘lgan δ_B soni biror $a_B^{'} \geq 0$ soni uchun (4) munosabat bajariladigan $b_B^{'} \geq 0$ sonlarning eng kichik qiymati sifatida ham aniqlanishi mumkin.

Agar biror $\{x_n\} \subset D(A)$ ketma-ketlik uchun $\{x_n\}$ va $\{Ax_n\}$ ketma-ketliklar Koshi ketma-ketliklari bo‘lib, $x_n \to x \in E_1$ bo‘lsa, u holda $\{x_n\}$ ketma-ketlik x elementga T-yaqinlashuvchi deyiladi. Agar $x_n \to x$ ekanligidan $x \in D(A)$ va $Ax = \lim\limits_{n\to\infty} Ax_n$ munosabatlar kelib chiqsa, u holda A operator yopiq deyiladi; boshqacha aytganda, $x_n \to x$ va $Ax_n \to y$ bo‘ladigan istalgan $\{x_n\} \subset D(A)$ ketma-ketlik uchun x element $D(A)$ qism fazoga tegishli va $Ax = y$ tenglik o‘rinli bo‘lsa, u holda A operator yopiq deyiladi. Ta’kidlash joizki, A chegaralangan operator yopiq bo‘lishi uchun $D(A)$ qism fazoning yopiq bo‘lishi zarur va yetarlidir.

1-tasdiq. *Faraz qilaylik,* $\left(E_i, \|\cdot\|_i\right)$, $i = 1,2,3,4$ *Banax fazolari va* $A : E_1 \supset D(A) \to E_2$, $B : E_1 \supset D(B) \to E_3$, $C : E_1 \supset D(T) \to E_4$ *chiziqli operatorlar bo‘lsin. U holda* B *va* C

operatorlarning har ikkalasi A*-chegaralangan bo‘lishi uchun shunday* $a',b' \geq 0$ *o‘zgarmaslar topilib,*

$$\| Bx \|_3^2 + \| Cx \|_4^2 \leq a'^2 \| x \|_1^2 + b'^2 \| Ax \|_2^2,\ x \in D(A)$$

tengsizlikning bajarilishi zarur va yetarlidir.

Tasdiqning zaruriylik qismi oson isbotlanadi. Yetarlilik qismi esa $\| Bx \|_3 \leq \| Bx \|_3 + \| Cx \|_4, x \in D(A)$ tengsizlikdan to‘g‘ridan to‘g‘ri kelib chiqadi.

Faraz qilaylik, $\operatorname{diag}\{A_{11}, A_{22}, A_{33}\}$ diagonal blok operatorli matritsa bo‘lib, A_{11}, A_{22}, A_{33} uning diagonal elementlari bo‘lsin.

Dastlab ikki turdagi $\mathcal{T}$ va $\mathcal{S}$ blok operatorli matritsani quyidagicha aniqlaymiz:

$$\mathcal{T} := \operatorname{diag}\{A_{11}, ..., A_{nn}\},\ \mathcal{S} := \mathcal{A} - \mathcal{T}.$$

Endi diagonal bo‘yicha dominantlanuvchi uch diagonalli blok operatorli matritsa ta’rifini keltiramiz.

1-ta’rif. *Agar* $\mathcal{S}$ *operator* $\mathcal{T}$ *-chegaralangan bo‘lib, uning* $\mathcal{T}$ *-chegarasi* δ_S *soniga teng bo‘lsa, u holda* (1) *tenglik bilan aniqlangan* $\mathcal{A}$ *blok operatorli matritsa* δ_S *tartib bilan diagonal bo‘yicha dominantlanuvchi deyiladi.*

Ta’kidlash joizki, $\mathcal{A}$ blok operatorli matritsa diagonal bo‘yicha dominantlanuvchi bo‘lsa, u holda uning aniqlanish sohasi uchun hamisha

$$D(\mathcal{T}) = D(A_{11}) \oplus D(A_{22}) \oplus D(A_{33})$$

tenglik o‘rinli bo‘ladi.

Quyidagi tasdiq $\mathcal{A}$ blok operatorli matritsa diagonal bo‘yicha dominantlanuvchi bo‘lishining A_{ij} elementlarga nisbatan qanday bog‘liq bo‘lishini ifodalaydi.

2-tasdiq. (1) *tenglik bilan aniqlanuvchi* $\mathcal{A}$ *blok operatorli matritsa diagonal bo‘yicha dominantlanuvchi bo‘lishi uchun* (i) A_{21} *operator* A_{11}*-chegaralangan,* (ii) A_{12} *va* A_{32} *peratorlarning har biri* A_{22}*-chegaralangan,* (iii) A_{23} *operator* A_{33}*-chegaralangan bo‘lishi zarur va yetarlidir.*

Birinchi natija qo‘zg‘alishlar nazariyasi yordamida hosil qilinadigan quyidagi natijadir.

1-teorema. *Agar* (1) *tenglik bilan aniqlangan* $\mathcal{A}$ *operator* δ_S *tartibli diagonal bo‘yicha dominantlanuvchi blok operatorli matritsa bo‘lib,* $\delta_S < 1$ *bo‘lsa, u holda* $\mathcal{A}$ *yopiluvchan operator bo‘ladi; bundan tashqari, agar* $\mathcal{A}$ *operatorning diagonal elementlari yopiq operatorlar bo‘lsa, u holda* $\mathcal{A}$ *ham yopiq operator bo‘ladi.*

Bu teoremani isbotlash jarayonida $\mathcal{A}$ operatorli matritsani $\mathcal{A} = \mathcal{T} + \mathcal{S}$ ko‘rinishda tasvirlab olamiz, bu yerda $\mathcal{T}$ mos ravishda yopiluvchan yoki yopiq operator, $\mathcal{S}$ operator esa $\mathcal{T}$ operatorga nisbatan chegaralangan bo‘lib, uning $\mathcal{T}$ -chegarasi δ_S soniga teng bo‘lib, $\delta_S < 1$ munosabat bajariladi. Endi 1-teoremaning har ikkala tasdig‘i qo‘zg‘alishlar nazariyasining yopiluvchanlik va yopiq bo‘lishning barqarorligiga oid klassik teoremalaridan kelib chiqadi [3].

Quyidagi teoremada biz $\mathcal{A}$ uch diagonalli blok operatorli matritsaning mos ravishda yopiluvchanligi va yopiq bo‘lishi uchun yana bir mezonni keltiramiz.

2-teorema. *Agar* (1) *tenglik bilan aniqlangan* $\mathcal{A}$ *operator diagonal bo‘yicha dominantlanuvchi blok operatorli matritsa bo‘lib,* A_{ij}, $i \neq j$, $i, j = 1,2,3$ *operatorlarning* δ_{ij} *ga teng* A_{jj}*-chegarasi uchun*

$$\delta_{12}\delta_{21} < 1 \quad \text{va} \quad \delta_{23}^2\delta_{32}^2\left(1 + \frac{\delta_{12}^2\delta_{21}^2}{(1\delta_{12}\delta_{21})^2}\right) < 1 \text{shartlar bajarilsa, u holda } \mathcal{A} \text{ yopiluvchan}$$

operator bo‘ladi; bundan tashqari $\mathcal{A}$ *operatorli matritsaning barcha diagonal elementlari yopiq operatorlar bo‘lsa, u holda* $\mathcal{A}$ *operator ham yopiq operator bo‘ladi.*

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

[1] C. Tretter. *Spectral theory of block operator matrices and applications.* Imperial College Press, 2008.

[2] A. Jeribi. *Spectral Theory and Applications of Linear Operators and Block Operator Matrices.* Springer-Verlag, New York, 2015.

[3] T. Kato. *Perturbation theory for linear operators*, Classics in Mathematics, Springer, Berlin, 1995, reprint of the 1980 edition.

YASHOVCHANLIK TAHLILIDA PARAMETRIK TAQSIMOTLARNING XOSSALARVA MODEL TANLASH

Ro'ziqulova M, Rustamova B. I.

Navoiy davlat universiteti magistrantlari

Yashovchanlik tahlilida parametrik model tanlash natijalarning sifatini belgilovchi asosiy qadam hisoblanadi. Ushbu maqolada yetti asosiy parametrik taqsimot — eksponensial, Veybull, gamma, lognormal, log-logistik, Gompertz va umumlashtirilgan eksponensial — yagona tizimli asosda ko'rib chiqiladi. Har bir taqsimot uchun omon qolish funksiyasi $S(t)$, xavf intensivligi $h(t)$ va kumulyativ xavf $H(t)$ aniq shaklda keltiriladi.

Kalit so'zlar: parametrik Yashovchanlik modellari; xavf intensivligi funksiyasi; MLE; Veybull taqsimoti; Gompertz taqsimoti.

1. Kirish

Nosozlik vaqtlari $T > 0$ uchun parametrik oila tanlash uchta sabab bilan muhimdir.

Birinchi, to'g'ri taqsimot xavf intensivligi funksiyasini biologik yoki muhandislik mexanizmiga mos shakl bilan ifodalaydi. *Ikkinchi*, parametrik model kichik tanlanmalarda noparametrik usullarga nisbatan statistik samaradorlikni oshiradi. *Uchinchi*, taqqoslash va prognozlash uchun aniq yopiq formulalar beradi.

Biroq noto'g'ri tanlangan model barcha natijalarni buzadi. Shu sababli model muvofiqligini tekshirish — muvofiqlik (goodness-of-fit) testi — har qanday parametrik tahlilning muqarrar bosqichi.

Ushbu maqola ikki qismdan iborat: (i) asosiy taqsimotlar xossalari va MLE (§3), (ii) klassik testlar va ularning cheklovlari (§4).

2. Asosiy Belgilashlar

$T \overset{\text{i.i.d.}}{\sim} F_0$ bo'lsin. Uchta asosiy funksiya:

$$S(t) = 1 - F(t), \qquad h(t) = \frac{f(t)}{S(t)}, \qquad H(t) = \int_0^t h(u)\,du = -\ln S(t),$$

bu yerda $f(t) = F'(t)$ — zichlik funksiyasi. $h(t)$ ning shakli model muvofiqligini intuitiv tekshirish imkonini beradi: monoton o'sish ("keksayish hodisasi"), monoton kamayish ("ishga tushirish effekti") yoki ikki tomonga qavariq ("vanna egri chizig'i") kabi naqshlar turli taqsimotlarga xos.

O'ng tsenzuralash sharoitida kuzatuvlar $(X_i, \delta_i) = (T_i \wedge C_i, \mathbf{1}(T_i \le C_i))$ ko'rinishida. Log-ishonchlilik funksiyasi:

$$\ell(\theta) = \sum_{i=1}^{n} [\delta_i \ln f(X_i;\theta) + (1-\delta_i)\ln S(X_i;\theta)]. \tag{1}$$

$\hat{\theta}_n = \arg\max_\theta \ell(\theta)$ — MLE bahosi.

3 Parametrik Taqsimotlar

Parametr: $\lambda > 0$.

$$h(t) = \lambda, \qquad S(t) = e^{-\lambda t}, \qquad \mathbb{E}[T] = \tfrac{1}{\lambda}.$$

Xavf intensivligi doimiy — “yodingda yo’q” (memoryless) xossasi. MLE: $\hat{\lambda} = \bar{d} / \bar{X}$, bu yerda $\bar{d} = n^{-1} \sum d_i$ va $\bar{X} = n^{-1} \sum X_i$.

Cheklov: Real tizimlar kamdan-kam doimiy xavfga ega. Keksayish yoki “ishga tushirish” jarayonlarida eksponensial model rad etiladi.

3.2 Veybull Taqsimoti

Parametrlar: shakl $k > 0$, masshtab $\lambda > 0$.

$$h(t) = \frac{k}{\lambda}\left(\frac{t}{\lambda}\right)^{k-1}, \qquad S(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{\lambda}\right)^{k}\right].$$

Shakl parametri k ning ahamiyati:

- $k < 1$: xavf kamayadi (dastlabki nosozliklar ko’p);
- $k = 1$: eksponensialga tenglashadi;
- $k > 1$: xavf o’sadi (keksayish).

MLE yopiq shaklda mavjud emas; Newton–Raphson iteratsiyasi qo’llanadi. Yordamchi transformatsiya $U_i = \ln X_i$ da log-ishonchlilik (1) kengaytirilgan eksponensial formga keladi.

Cheklov: Monoton bo’lmagan xavf (masalan, “vanna egri chizig’i”) Veybull modelida ifodalanmaydi.

3.3 Gamma Taqsimoti

Parametrlar: shakl $\alpha > 0$, tezlik $\beta > 0$.

$$f(t;\alpha,\beta) = \frac{\beta^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} e^{-\beta t}, \qquad t > 0.$$

$S(t)$ yopiq shaklda mavjud emas, ammo to’liq bo’lmagan gamma funksiyasi orqali ifodalanadi: $S(t) = 1 - I(\beta t;\alpha)$, bu yerda $I(\cdot;\alpha)$ — regularizatsiya qilingan to’liq bo’lmagan gamma funksiyasi.

MLE: $\hat{\alpha}$ ni topish uchun digamma funksiyasini o’z ichiga olgan transsendent tenglama yechiladi.

Cheklov: Dum sohasida lognormal yoki log-logistikdan tezroq kamayadi; og’ir dum alternativalarida quvvat yo’qotiladi.

3.4 Lognormal Taqsimoti

Parametrlar: $\mu \in \mathbb{R}$, $\sigma > 0$.

$$f(t;\mu,\sigma) = \frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln t - \mu)^2}{2\sigma^2}\right].$$

$h(t)$ avval o’sib, keyin nolga intiladi — biologik jarayonlarda keng uchraydi (masalan, inkubatsiya davri).

MLE: $\hat{\mu} = \bar{Y}$, $\hat{\sigma}^2 = n^{-1} \sum (Y_i - \bar{Y})^2$, bu yerda $Y_i = \ln X_i$ (tsenzurlangan kuzatuvlar uchun EM-algoritm yoki profil log-ishonchlilik).

Cheklov: Nol atrofida zichligi nolga intiladi — o’ta kichik nosozlik vaqtlari ko’p bo’lganda mos kelmaydi.

3.5 Log-Logistik Taqsimot

Parametrlar: o’rta $\mu \in \mathbb{R}$, masshtab $\sigma > 0$.

$$S(t) = \frac{1}{1 + (t/\alpha)^{\beta}}, \qquad h(t) = \frac{(\beta/\alpha)(t/\alpha)^{\beta-1}}{1 + (t/\alpha)^{\beta}},$$

bu yerda $\alpha = e^{\mu}$, $\beta = 1/\sigma$.

$\beta > 1$ da xavf avval o’sib, keyin kamayadi. Lognormalga o’xshash ammo og’irroq dumga ega; moliya va ishonchlilik tadqiqotlarida keng ishlatiladi.

3.6 Gompertz Taqsimoti

Parametrlar: tezlash $b > 0$, o'lchov $\eta > 0$.

$$h(t) = be^{\eta t}, \qquad S(t) = \exp[\frac{b}{\eta}(1- e^{\eta t})].$$

Xavf eksponensial tarzda o'sadi — keksayish jarayonlarining "Makeham qonuni" sifatida demografiyada klassik.

MLE: (1) formulasidan bevosita skoring algoritmi orqali.

Cheklov: Juda tez o'suvchi xavfni ifodalaydi; dum sohasida lognormal yoki log-logistikka nisbatan moslashuvchanlik pastroq.

3.7 Umumlashtirilgan Eksponensial Taqsimot

Parametrlar: shakl $\alpha > 0$, tezlik $\lambda > 0$ [Gupta va Kundu(1999)].

$$F(t;\alpha,\lambda) = (1- e^{-\lambda t})^{\alpha}, \qquad h(t) = \frac{\alpha\lambda e^{-\lambda t}}{1- e^{-\lambda t}}.$$

Gamma va Veybull taqsimotlariga alternativa sifatida taklif etilgan; MLE yopiq shaklda ifodalanmaydi, ammo profil usuli samarali.

3.8 Taqsimotlarning Qiyosiy Xulosasi

Taqsimot	Parametrlar	$h(t)$ shakli	Og'ir dum	Yopiq MLE
Eksponensial	1	Doimiy	Yo'q	Ha
Veybull	2	Monoton	Yo'q	Yo'q
Gamma	2	Monoton	Yo'q	Yo'q
Lognormal	2	Qavariq	Ha	Ha*
Log-logistik	2	Qavariq	Ha	Yo'q
Gompertz	2	O'suvchi	Yo'q	Yo'q
Umuml. ekspon.	2	Monoton	Yo'q	Yo'q
* Tsenzurasiz holda yopiq; tsenzuralashda EM-algoritm talab etiladi.				

Adabiyotlar

1. Anderson, T. W. va Darling, D. A. (1952). Asymptotic theory of certain "goodness of fit" criteria based on stochastic processes. *Annals of Mathematical Statistics*, 23(2):193–212.

2. Gupta, R. D. va Kundu, D. (1999). Generalized exponential distributions. *Australian & New Zealand Journal of Statistics*, 41(2):173–188.

3. Kaplan, E. L. va Meier, P. (1958). Nonparametric estimation from incomplete observations. *Journal of the American Statistical Association*, 53(282):457–481.

4. Koziol, J. A. va Green, S. B. (1976). A Cramér–von Mises statistic for randomly censored data. *Biometrika*, 63(3):465–474.

TRIGONOMETRIK INTEGRALLARNI HISOBLASHNING USULLARI VA ULARNING NAZARIY AHAMIYATI

Sadikova D. A

Navoiy davlat universiteti o'qituvchisi

Dilshodova G. D

Navoiy davlat universiteti talabasi

Annotatsiya Ushbu tezisda trigonometrik funksiyalarni integrallashning universal va maxsus usullari, jumladan, Veyershtrass almashtirishi, darajali funksiyalarni differensial ostiga kiritish va ko'paytmani yig'indiga keltirish metodlari tadqiq etiladi. Maqolada nazariy qoidalar bilan birga murakkab matematik misollar yechimi tahlil qilingan bo'lib, bu usullarning muhandislik va fizik jarayonlarni modellashtirishdagi amaliy ahamiyati yoritilgan.

Kalit so‘zlar*:* Trigonometrik funksiyalar, Veyershtrass almashtirishi, integral, differensial, garmonik tebranishlar, matematik tahlil.

Matematik analiz kursida trigonometrik integrallar fundamental o‘rin egallaydi, chunki tabiatdagi ko‘plab davriy jarayonlar - tebranishlar, to‘lqinlar va signallar aynan shu funksiyalar orqali ifodalanadi. Sodda integrallar jadval ko‘rinishida berilgan bo‘lsa-da, amaliyotda uchraydigan murakkab ratsional trigonometrik ifodalar maxsus yondashuvlarni talab etadi.

1. Universal trigonometrik almashtirish (Veyershtrass almashtirishi)

Har qanday $R(\sin x, \cos x)$ ko‘rinishidagi ratsional funksiyani integrallash uchun $t = tg\frac{x}{2}$ almashtirishi universal hisoblanadi. Bunda quyidagi o‘tishlar amalga oshiriladi:

$$\sin x = \frac{2t}{1+t^2}\ ; \quad \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}\ ; \quad tgx = \frac{2t}{1-t^2}$$

Agar integralda dx ni o‘zgartirish kerak bo‘lsa, quyidagi formuladan foydalaniladi: $dx = \frac{2dt}{1+t^2}$

Misol: $\int \frac{dx}{3+\sin x}$ ni hisoblang.

Yechish: Universal almashtirishni qo‘llaymiz: $\int \frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{3+\frac{2t}{1+t^2}} = \int \frac{2dt}{3t^2+2t+3} = \frac{2}{3}\int \frac{dt}{t^2+\frac{2}{3}t+1}$

Kvadrat uchhadni to‘la kvadratga ajratib, natijani topamiz:

$$= \frac{2}{3}\int \frac{dt}{(t+\frac{1}{3})^2+\frac{8}{9}} = \frac{2}{3}\times\frac{3}{\sqrt{8}}arctg\frac{3t+1}{\sqrt{8}}+C = \frac{1}{\sqrt{2}}arctg\frac{3tg\frac{x}{2}+1}{2\sqrt{2}}+C$$

2. $\int \sin^m x\cos^n x dx$ Ko‘rinishidagi integrallar

Ushbu turdagi integrallarni yechishda *m* va *n* ko‘rsatkichlarning juft yoki toqligiga qarab yondashiladi:

- Agar darajalardan biri **toq** bo‘lsa, darajasi juft bo‘lgan (yoki darajasi kattaroq bo‘lgan) funksiyani ***t*** deb belgilaymiz va bitta funksiya differensial ostiga kiritiladi.

- *n* toq bo‘lsa: $t = \sin x$ almashtirish kiritiladi. Bunda $\cos x dx = dt$ bo‘ladi va qolgan juft darajasi $\cos^2 x = 1-\sin^2 x$ ayniyati orqali *t* ga o‘tkaziladi.

- *m* toq bo‘lsa: $t = \cos x$ almashtirish kiritiladi. Bunda $\sin x dx = -dt$ bo‘ladi va qolgan juft darajasi $\sin^2 x = 1-\cos^2 x$ ayniyati orqali *t* ga o‘tkaziladi.

- Agar ikkalasi ham juft bo‘lsa, darajani pasaytirish formulalari qo‘llaniladi:

$$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}; \qquad \cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$$

Misol: $\int \sin^3 x\cos^4 x dx$ ni hisoblang.

Yechish: Sinusning darajasi toq bo‘lgani uchun bitta sinusni differensial ostiga kiritamiz:

$$\int \sin^2 x\cos^4 x(\sin x dx) = -\int (1-\cos^2 x)\cos^4 x d(\cos x)$$

$t = \cos x$ deb olsak: $-\int (t^2-t^6)du = \frac{t^7}{7}-\frac{t^5}{5}+C = \frac{\cos^7 x}{7}-\frac{\cos^5 x}{5}+C$

3. Argumentlari turli bo‘lgan trigonometrik funksiyalar ko‘paytmasi

Matematik analizda funksiyalarning chiziqlilik xossasi muhim o‘rin tutadi. Argumentlari turlicha bo‘lgan trigonometrik ko‘paytmalarni ($\int \sin(ax)\cos(bx)dx$) bevosita integrallash imkonsiz bo‘lganligi sababli, ularni trigonometrik yig‘indilarga keltirish usuli qo‘llaniladi. Bu usul murakkab ko‘paytma ko‘rinishidagi integrallarni sodda garmonik funksiyalar yig‘indisiga ajratish imkonini beradi. Matematikada ushbu yondashuv quyidagi formulalarga asoslanadi:

$$1.\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\right]$$

$$2.\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\right]$$

$$3.\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right]$$

Misol: $\int \sin 2x\cos 7xdx$ integralni hisoblang.

Yechish: Yuqoridagi formulalarning birinchisidan foydalanamiz

$$\sin 2x\cos 7xdx=\frac{1}{2}\left[\sin(2x+7x)+\sin(2x-7x)\right]=\frac{1}{2}(\sin 9x\sin 5x),$$

$$\int \sin 2x\cos 7xdx=\frac{1}{2}\int(\sin 9x\sin 5x)dx=\frac{1}{2}\int \sin 9xdx-\frac{1}{2}\int \sin 5xdx=$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{9}(-\cos 9x)-\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}(-\cos 5x)+C=\frac{1}{10}\cos 5x-\frac{1}{18}\cos 9x+C.$$

natijaga ega bo‘lamiz.

Trigonometrik integrallar matematik analizning ajralmas qismi bo‘lib, ularni hisoblashda asosiy formulalar, universal almashtirish va trigonometrik identiklardan tizimli foydalanish zarur. Ushbu usullarni o‘zlashtirish matematik apparatni rivojlantirish va murakkab nazariy masalalarni yechishda yuqori samaradorlikni ta’minlaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Sh.Xurramov - “Oliy matematika”
2. N.S. Piskunov - “Differensial va integral hisob”. Toshkent. ‘‘O‘qituvchi”,-1984.
3. Oliy matematika darslik qo‘llanmalari asosida.
4. N.V. Bogomolov-“Oliy matematikadan amaliy mashg‘ulotlar”. Toshkent. ‘‘O‘qituvchi”,-1976.

O‘ZBEKISTON TEMIR YO‘LLARINI GRAF SHAKLIDA O‘RGANISH

Saidov A.U.

Toshkent davlat transport universiteti bakalaviriat 3-kurs talabasi

Ma’lumki temir yo‘llar stansiyasi va bu stansiyalarni tenglashtiruvchi temir yo‘llardan iborat. Amir Temur yo‘l stansiyalarini ikki turga ajratish mumkin. Birinchisi poezdan to‘g‘ri o‘tib ketadigan stansiyalar. Ikkinchisi esa stansiyaga hamisha uch yo‘nalishdan poezd kirib chiqadigan stansiyalar.

Temir yo‘l stansiyalarini graf shaklida tasvirlashda ikkinchi tur stansiyalarni graf uchlari deb ataymiz. Bu uchlarni tutashtiruvchi Temir yo‘lni qirra deb ataymiz. Keltirilgan usulda “O‘zbekiston temir yo‘llari” sxemasi 36- uchli, 71- qirrali graf shaklida ifodalanadi. Bu graf uchun tegishlilik va qo‘shma matritsalarni tuzish mumkin.

Tegishlilik matritsasidan foydalanib graf uchun “o‘tish vaqti “- deb nomlangan matritsani tuzish mumkin. O‘tish vaqti matritsasida poezd ikki uch orasidagi qirrani yo‘l qo‘yilgan tezlik bilan bu ikki uch orasidagi masofani bosib o‘tish vaqtini qo‘yamiz.

Temir yo‘llar grafida yo‘lning uzunligini ikki xil aniqlash mumkin ulardan biri yo‘l bo‘laklari uzunligi yig‘indisi, ikkinchisi bu yo‘laklarni bosib o‘tish vaqti.

Temir yo‘l grafida graf uchuning hajmi degan tushuncha kiritish maqsadga muvofiq. Uchning hajmi deganda stansiyada bir vaqtda turishi mumkin bo‘lgan sastavlar sonini tushunamiz.

Temir yo‘llar grafida yo‘lning o‘tish vaqti deb, uning qirralaridagi o‘tish vaqtlari yig‘indisiga aytamiz.

Ikki uchni tutashtiruvchi yo‘llarning qisqasi deb, o‘tish vaqti kam bo‘lgan yo‘lga aytiladi.

ADABIYOTLAR

1. A. Artiqboyev M.M. Toshmatova, “Kombinatorika va Graflar Nazariyasi” Ilm Ziyo Zakovat nashriyoti 2019-yil.

2. A. Sh. Shorustamov, “Temir yo‘l transporti asoslari”, Fan va texnologiya nashriyoti 2020-yil.

KO‘P O‘ZGARUVCHILI FUNKSIYA DIFFERENSIAL HISOBINING TARIXI VA ZAMONAVIY TATBIQLARI

Samadov A. Z

NavDU,Matematika va informatika ta’lim yo‘nalishi 4-bosqich talabasi

Majidov Sh. A

NavDU,Matematika kafedrasi v.b.dots

Ko‘p o‘zgaruvchili funksiyalar differensial hisobi matematikaning muhim bo‘limi bo‘lib, u fizika, iqtisodiyot, muhandislik va ma’lumotlar fanida keng qo‘llaniladi. Bir o‘zgaruvchili analizdan farqli ravishda, bu yerda funksiyaning o‘zgarish tezligi nafaqat yo‘nalishga, balki qaralayotgan nuqtaga bog‘liq. Ushbu tezisda ko‘p o‘zgaruvchili funksiya differensial hisobining tarixiy rivoji, asosiy tushunchalar va qiziqarli tatbiqlar qisqa yoritilgan.

Differensial hisobning ko‘p o‘zgaruvchilarga umumlashtirilishi XVIII asrda Leonhard Eyler va Jozef Lui Lagranj ishlari bilan boshlangan. Eyler 1755-yilda xususiy hosila tushunchasini kiritib, uni $\frac{\partial u}{\partial x}$ kabi belgilagan. Lagranj esa funksional determinant – ya’ni keyinchalik Jakobi matritsasi deb atalgan tushunchani mexanikada qo‘llagan.

1830-yillarda Karl Gustav Yakobi o‘z nomi bilan atalgan bir necha funksiyadan tuzilgan determinantni (yakobianni) o‘zgaruvchilarni almashtirishda ishlatgan. Yakobi dastlab bu tushunchani “funksiyalar sistemasi determinanti” deb atagan, ammo keyingi avlodlar uning nomini abadiylashtirgan.

Augustin Koshi 1820-yillarda ko‘p o‘zgaruvchili funksiyalarning differensiallanuvchanligiga qat’iy ta’rif bergan. Koshi ta’rifi bo‘yicha $f(x+h)-f(x)$ chiziqli qism va qoldiq hadga ajraladi, bu bugungi differensiallanuvchanlikning asosidir.

Bir o‘zgaruvchili funksiyada hosila $f'(x)$ funksiyaning “qiyaligi”ni bersa, ko‘p o‘zgaruvchili funksiyada gradiyent ∇f eng keskin o‘sish yo‘nalishini ko‘rsatadi.

Misol. Agar sizga tog‘ning relyefi $f(x,y)$ bilan berilgan bo‘lsa, gradiyent sizga eng tik ko‘tarilish tomonga ishora qiladi. Ammo bu yo‘nalish eng tez ko‘tarilish bo‘lsada, eng qisqa yo‘l (eng tik tushish) emas. Gradiyentli tushish usuli mashinaviy o‘rganishda funksiyani minimallashtirishning asosiy algoritmi hisoblanadi. Bu algoritm orqali neyron tarmoqlarning parametrlari sozlanadi.

Endi to‘liq differensial va uning amaliy ahamiyatiga to‘xtalamiz.

Agar $f: R^n \to R$ differensiallanuvchi bo‘lsa, uning to‘liq differensiali:

$$df = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \ldots + \frac{\partial f}{\partial x_n} dx_n$$

Bu ifoda xatoliklarni baholashda juda muhim. Masalan, fizikada $F = ma$ da massani m va tezlanishni a o‘lchashdagi xatoliklar kuchni hisoblashdagi xatolikka qanday ta’sir qilishini baholash mumkin:

$$\Delta F \approx \frac{\partial F}{\partial m}\Delta m + \frac{\partial F}{\partial a}\Delta a = a\Delta m + m\Delta a$$

Bu yerda to‘liq differensial o‘lchash noaniqliklarining tarqalish qonunini beradi.

Teylor formulasi va ikkinchi tartibli differensial quyidagilar uchun qo‘llaniladi.

Ikkinchi tartibli xususiy hosilalar Gesse matritsasini tashkil qiladi:

$$H_f = \begin{pmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{pmatrix}$$

Bu matritsa lokal ekstremumlarni tekshirishda qo‘llaniladi: Agar $\nabla f=0$ bo‘lsa, u holda H_f musbat aniq bo‘lsa – lokal minimum, manfiy aniq bo‘lsa – lokal maksimum, noaniq bo‘lsa – egar nuqta.

Matematikada egar nuqtasi ot egariga o‘xshab bir yo‘nalishda eng yuqori, boshqa yo‘nalishda eng past nuqta bo‘ladi. Mashhur misol – $f(x) = x^2 - y^2$ funksiyasi. Bu funksiyaning grafigi Pringles chipsiga o‘xshaydi. 2010-yilda o‘tkazilgan tadqiqotlar optimallashtirishda yuqori o‘lchamli funksiyalarning egar nuqtalari avval o‘ylanganidan ancha ko‘p ekanini ko‘rsatdi.

Ko‘p o‘zgaruvchili funksiya differensial hisobining termodinamika, iqtisodiyot va mashinaviy o‘rganishlarga tatbiqlari quyidagicha:

a) Termodinamika va maksvell munosabatlari

Termodinamik potensiallar (ichki energiya U, entalpiya H, Gibbs energiyasi G) ikki o‘zgaruvchili funksiyalardir. Ularning to‘liq differensiallaridan Maksvellning to‘rtta differensial tenglamasi kelib chiqadi. Masalan:

$$dU = TdS - PdV \Rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V$$

Bu munosabatlar laboratoriyada o‘lchash qiyin bo‘lgan kattaliklarni o‘lchash oson bo‘lganlarga bog‘laydi.

b) Iqtisodiyot – ishlab chiqarish funksiyalari

Kobb–Duglas funksiyasi $P(L,K) = cL^{\alpha}K^{\beta}$ mehnat (L) va kapital (K) kirimlariga nisbatan xususiy hosilalar orqali “marjinal mahsulot”larni beradi. Bu orqali resurslarni optimal taqsimlash hisoblanadi.

c) Mashinaviy o‘rganish

Gradiyentli tushish algoritmi yuz millionlab parametrli funksiyalarni minimallashtirish uchun qo‘llaniladi. Har bir qadamda yo‘qotish funksiyasining gradiyenti hisoblanadi. Katta o‘lchamli fazolarda “egar nuqtalari” tuzoqqa aylanmasligi uchun SGD (stochastic gradiyent descent) kabi modifikatsiyalar qo‘llaniladi.

Ko‘p o‘zgaruvchili funksiyalarning differensial hisobi zamonaviy fan va texnikaning ajralmas qismidir. U XVIII asrda Eyler va Lagranj asos solgan g‘oyalardan tortib, bugungi kunda sun’iy intellekt algoritmlarining yuragi bo‘lgan gradiyentli tushishgacha bo‘lgan taraqqiyotni o‘z ichiga oladi. Xususiy hosilalar, yakobian, Gesse matritsasi kabi vositalar murakkab sistemalarni modellashtirish va optimallashtirishda kuchli matematik asos bo‘lib xizmat qiladi. Ushbu sohadagi eng qiziqarli tomoni – bir vaqtning o‘zida sof matematik nazariya, fizik qonuniyatlar va muhandislik yechimlarini birlashtira olishidir.

IRRATSIONAL FUNKSIYALAR QATNASHGAN INTEGRALLARNI HISOBLASH USULLARINING TAHLILI, ULARNING NAZARIY ASOSLARI VA AMALIY MASALALARDAGI QO‘LLANILISHI

Sayfulloyeva G. S

Navoiy davlat universiteti, dotsenti
Turobova Z. U
Navoiy Davlat Universiteti, talabasi

Annotatsiya. Ushbu ishda irratsional tipdagi integrallarni hisoblash usullari o‘rganiladi. Asosiy e’tibor ildiz ostidagi ifodalarni soddalashtirish, trigonometrik va algebraik almashtirishlar yordamida integrallarni yechishga qaratilgan.

Kirish. Matematik analizda aniq va noaniq integrallarni hisoblash nazariyasi fundamental o‘rin egallaydi. Ayniqsa, irratsional tipdagi integrallar, ya’ni integral tarkibida o‘zgaruvchining ildiz ostida qatnashishi bilan xarakterlanuvchi integrallar, o‘zining murakkab tuzilishi bilan ajralib turadi.

Bunday integrallarni analitik usullar yordamida hisoblash ko‘pincha qiyin bo‘lib, maxsus almashtirish va soddalashtirish usullarini qo‘llashni talab etadi. Irratsional integrallar nafaqat nazariy jihatdan, balki amaliy masalalarda, xususan fizika, texnika va muhandislik hisoblarida keng uchraydi.

Mazkur ishning asosiy maqsadi irratsional tipdagi integrallarni hisoblashning samarali usullarini tizimli ravishda o‘rganish hamda ularning nazariy asoslarini yoritishdan iborat.

Asosiy qism.

Irratsional tipdagi integrallar deb integral tarkibida algebraik irratsional ifodalar, ya’ni ildiz ostidagi o‘zgaruvchilar qatnashgan integrallarga aytiladi. Umumiy ko‘rinishda bunday integrallar quyidagicha ifodalanadi:

$$\int R(x,\sqrt{f(x)})dx$$

Mazkur turdagi integrallarni hisoblashda quyidagi asosiy usullar qo‘llaniladi:

1. Algebraik almashtirish usuli

Bu usulda irratsional ifoda yangi o‘zgaruvchi orqali ifodalanadi. Masalan, agar integralda $\sqrt{x}$ qatnashsa, quyidagi almashtirish kiritiladi:

$$x = t^2, dx = 2tdt$$

2. Trigonometrik almashtirish usuli

Kvadrat ildizli ifodalarni soddalashtirishda trigonometrik almashtirishlar samarali hisoblanadi. Xususan, quyidagi standart almashtirishlar qo‘llaniladi:

$\sqrt{a^2 - x^2}$ uchun: $x = a\sin t$

$\sqrt{a^2 + x^2}$ uchun: $x = a\tan t$

$\sqrt{x^2 - a^2}$ uchun: $x = a\sec t$

Ushbu almashtirishlar natijasida irratsional ifoda trigonometrik funksiyalar orqali ifodalanadi va integral hisoblash jarayoni soddalashadi.

3. Ratsionallashtirish usuli

Ayrim hollarda irratsional ifodalarni maxsus almashtirishlar yordamida ratsional ko‘rinishga keltirish mumkin. Bu usul, ayniqsa, kasr ko‘rinishidagi integrallarni hisoblashda samarali hisoblanadi.

4. Eyler almashtirishlari

$R(x,y)$ deganda x va y o‘zgaruvchiga nisbatan ratsional bo‘lgan funksiyani tushunamiz.

a) $\int R(x,\sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}})dx$ integralni hisoblashda $t = \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}$ almashtirish bajarilsa, ratsional funksiyani integrallashga kelinadi.

b) $\int R(x,\sqrt{ax^2+bx+c})dx$ integralni hisoblashda quyidagi 3ta hol qaraladi.

1-hol. ax^2+bx+c kvadrat uchhad har xil x_1 va x_2 haqiqiy ildizlarga ega bo‘lsin. $\Rightarrow ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$. Bunda $\sqrt{a(x-x_1)(x-x_2)}=t(x-x_1)$ almashtirish bajaramiz.

2-hol. $a>0$ bo‘lsin. Unda $\sqrt{ax^2+bx+c}=t-\sqrt{a}x(yoki\sqrt{ax^2+bx+c}=t+\sqrt{a}x)$ almashtirish bajaramiz.

3-hol. $c>0$ bo‘lsin. U holda $\sqrt{ax^2+bx+c}=tx+\sqrt{c}(yoki\sqrt{ax^2+bx+c}=tx-\sqrt{c})$ almashtirishni bajarish yordamida hisoblanishi kerak bo‘lgan integral ratsional funksiyani integrallashga keltiriladi.

Endi ushbu nazariy asoslar va usullar negizida irratsional funksiyalar qatnashgan integrallarni hisoblashga doir misol va masalalarni yechish jarayonini ko‘rib chiqamiz.

Quyidagi aniqmas integralni olamiz:

$$\int\frac{dx}{x+\sqrt{x^2-x+1}}$$

Yechish:

Integral ostidagi ifodada ax^2+bx+c kvadrat uchhadi qatnashgan. Bu yerda $c=1>0$ bo‘lgani uchun **ikkinchi Eyler almashtirishidan** foydalanish maqsadga muvofiq:

$$\sqrt{x^2-x+1}=tx+1$$

1-qadam: x o‘zgaruvchisini t orqali ifodalash. Berilgan almashtirishning har ikki tomonini kvadratga ko‘taramiz:

$$x^2-x+1=(tx+1)^2$$

$$x^2-x+1=t^2x^2+2tx+1$$

x ga nisbatan chiziqli tenglama hosil qilish uchun ifodani soddalashtiramiz $(x\neq 0)$:

$$x-1=t^2x+2t\Rightarrow x(1-t^2)=2t+1$$

Bundan: $x=\dfrac{2t+1}{1-t^2}$

2-qadam: Differensialni topish x ning t bo‘yicha hosilasini hisoblaymiz:

$$dx=(\frac{2t+1}{1-t^2})'dt=\frac{2(1-t^2)-(-2t)(2t+1)}{(1-t^2)^2}dt=\frac{2t^2+2t+2}{(1-t^2)^2}dt$$

3-qadam: Maxrajdagi ifodani soddalashtirish. Integral maxrajidagi $x+\sqrt{x^2-x+1}$ ifodani t orqali yozamiz: $x+(tx+1)=x(1+t)+1$

x ning qiymatini o‘rniga qo‘yamiz:

$$\frac{2t+1}{(1-t)(1+t)}(1+t)+1=\frac{2t+1}{1-t}+1=\frac{2t+1+1-t}{1-t}=\frac{t+2}{1-t}$$

4-qadam: Integralni hisoblash. Barcha topilgan ifodalarni boshlang‘ich integralga qo‘yamiz:

$$\int\frac{1-t}{t+2}\frac{2(t^2+t+1)}{(1-t)^2(1+t)^2}dt=\int\frac{2(t^2+t+1)}{(t+2)(1-t)(1+t)^2}dt$$

Hosil bo‘lgan ratsional kasrni oddiy kasrlarga yoyish orqali quyidagi natijaga erishamiz:

$$\frac{2(t^2+t+1)}{(t+2)(1-t)(1+t)^2}=\frac{A}{t+2}+\frac{B}{1-t}+\frac{C}{1+t}+\frac{D}{(1+t)^2}$$

Noma’lum koeffitsiyentlar usuli yordamida quyidagi qiymatlarni topamiz:

$A=2\quad B=1\quad C=-3\quad D=1$

Integrallash jarayoni: $\int(\frac{2}{t+2}+\frac{1}{1-t}-\frac{3}{1+t}+\frac{1}{(1+t)^2})dt$

Har bir hadni alohida integrallaymiz:

1. $\int\frac{2}{t+2}dt=2\ln|t+2|$

2. $\int\frac{1}{t+2}dt=-\ln|1-t|$

3. $\int\frac{-3}{1+t}dt=-3\ln|1+t|$

4. $\int\frac{1}{(1+t)^2}dt=-\frac{1}{1+t}$

Bularni birlashtirsak: $2\ln|t+2|-\ln|1-t|-3\ln|1+t|-\frac{1}{1+t}+C$

Logarifm xossalariga ko‘ra ixchamlashtiramiz: $\ln|\frac{(t+2)^2}{(1-t)(1+t)^3}|-\frac{1}{1+t}+C$

Yakuniy natija:

Bunda $t=\frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{x}$ ekanligini hisobga olsak, integralning funksional ko‘rinishi quyidagicha bo‘ladi:

$$\ln|\frac{(\frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{x}+2)^2}{(1-\frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{x})(1+\frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{x})^3}|-\frac{1}{1+\frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{x}}+C$$

Aytaylik ushbu $\int\frac{\sqrt[4]{(1+\sqrt[3]{x^2})^3}}{x^2\sqrt[6]{x}}dx$ integralni topish talab qilinsin.

1. Integralni standart ko‘rinishga keltirish. Dastlab integral ostidagi ifodani darajalar ko‘rinishida yozib olamiz:

$$\frac{\sqrt[4]{(1+x^{\frac{2}{3}})^3}}{x^2x^{\frac{1}{6}}}=\frac{(1+x^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{13}{6}}}=x^{-\frac{13}{6}}(1+x^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{4}}$$

Shunday qilib, integral quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$\int x^{-\frac{13}{6}}(1+x^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{4}}dx$$

Bu yerda parametrlar quyidagiga teng:

$$m=-\frac{13}{6},\ \ n=\frac{2}{3},\ \ p=\frac{3}{4},\ \ a=1,\ \ b=1$$

2. Chebishev shartlarini tekshirish

Binomial differensial integrallanishi uchun uchta shartdan biri bajarilishi kerak. Bizning holatda uchinchi shartni tekshiramiz:

$$\frac{m+1}{n}+p=\frac{-\frac{13}{6}+1}{\frac{2}{3}}+\frac{3}{4}=\frac{-\frac{7}{6}}{\frac{2}{3}}+\frac{3}{4}=-\frac{7}{4}+\frac{3}{4}=-1$$

Natija -1 (butun son) bo‘lgani uchun, bu integral **Chebishevning uchinchi sharti** bo‘yicha integrallanadi.

3. O‘zgaruvchini almashtirish

Uchinchi shart bajarilganda $ax^{-n}+b=z^s$ almashtirishidan foydalaniladi (bu yerda $s-p$ daraja maxraji ,ya'ni $s=4$):

$$x^{-\frac{2}{3}}+1=z^4 \Rightarrow \frac{1+x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}}=z^4$$

Bundan x ni topsak: $x^{\frac{2}{3}}=(z^4-1)^{-1} \Rightarrow x=(z^4-1)^{-\frac{3}{2}}$

Differensialni hisoblaymiz: $dx=-\frac{3}{2}(z^4-1)^{-\frac{5}{2}}4z^3dz=-6z^3(z^4-1)^{-\frac{5}{2}}dz$

4. Integralga qo'yish va soddalashtirish

$$\int x^{-\frac{13}{6}}(1+x^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{4}}dx=\int -6(z^4-1)^{\frac{5}{2}}z^6(z^4-1)^{-\frac{5}{2}}dz=-6\int z^6dz=-\frac{6}{7}z^7+C$$

5. O'zgaruvchini qaytarish (Yakuniy javob)

$$z=(x^{-\frac{2}{3}}+1)^{\frac{1}{4}}$$

Natijani yozamiz: $-\frac{6}{7}(\frac{1+\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}})^{\frac{7}{4}}+C$

yoki radikal ko'rinishida: $-\frac{6}{7}\sqrt[4]{(\frac{1+\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}})^7}+C$

Xulosa. Mazkur tezisda irratsional funksiyalar qatnashgan integrallarni hisoblash usullari har tomonlama tahlil qilindi. Ushbu turdagi integrallarni yechishda asosiy yondashuv sifatida o'rin almashtirish (substitutsiya), trigonometrik almashtirishlar hamda ratsionallashtirish usullarining samaradorligi ko'rsatib berildi.

Tadqiqot davomida irratsional ifodalarni soddalashtirish orqali integralni hisoblashni osonlashtirish mumkinligi asoslandi. Ayniqsa, ildiz ostidagi ifodalar qatnashgan hollarda mos o'zgaruvchilarni tanlash muhim ahamiyat kasb etishi aniqlandi.

Shuningdek, ushbu integrallarni hisoblash usullarining nazariy asoslari matematik analiz qonunlari va teoremalariga tayangan holda yoritildi. Olingan natijalar irratsional funksiyalar bilan bog'liq masalalarni yechishda umumiy yondashuvni shakllantirishga xizmat qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Fikhtengolts G.M. Matematik analiz kursi. – Moskva: Nauka, 1983.
2. Demidovich B.P. Matematik analizdan masalalar to'plami. – Moskva: Nauka, 1990.
3. Kudryavtsev L.D. Matematik analiz kursi. – Moskva: Vysshaya shkola, 1988.
4. Smirnov V.I. Oliy matematika kursi. – Moskva: Nauka, 1985.
5. Bronshteyn I.N., Semendyayev K.A. Matematik qo'llanma. – Moskva: Nauka, 1986.
6. Ayupov Sh.A., Sadullayev A. Matematik analiz asoslari. – Toshkent: O'qituvchi, 2005.
7. Xudoyberganov G'. Oliy matematika. – Toshkent: Fan, 2010.

IRRATSIONAL TIPDAGI INTEGRALLARNI YECHISH USULLARINING SAMARADORLIGINI TAHLIL QILISH

Sayfulloyeva G.S.

Navoiy davlat universiteti

Quvondiqova Z.A., Hasanova F.J.

Navoiy davlat universiteti

Annotatsiya. Ushbu maqola irratsional tipdagi funksiyalarni, xususan $\sqrt{a^2-x^2}$ ko‘rinishdagi ifodalarni integrallash usullarini tahlil qilishga bag‘ishlangan bo‘lib unda irratsional tipdagi integrallarni yechishda qo‘llaniladigan asosiy metodlar – trigonometrik almashtirish, bo‘laklab integrallash va geometrik yondashuvlar o‘zaro bog‘liq holda ko‘rib chiqiladi. Har bir usulning matematik mohiyati ochib berilib, ularning samaradorligi va qo‘llanish chegaralari misol orqali asoslanadi. Ayniqsa, trigonometrik almashtirish yordamida irratsional ifodani soddalashtirish hamda geometrik usul orqali integralning aylana tenglamasi bilan bog‘liqligini tushuntirishga alohida e’tibor qaratiladi. Ushbu yondashuvlar murakkab integrallarni tushunish va ularni hisoblashda muhim nazariy hamda amaliy ahamiyatga ega.

Kalit so‘zlar. Irratsional funksiyalar, integral, trigonometrik almashtirish, bo‘laklab integrallash, geometrik usul, ildizli ifodalar, matematik analiz, analitik yondashuv, geometrik talqin.

Kirish. Hozirgi kunda matematik analiz fanining muhim bo‘limlaridan biri bo‘lgan integral hisoblash nazariyasi nafaqat sof matematika, balki fizika, texnika, iqtisodiyot va boshqa ko‘plab sohalarda keng qo‘llanilmoqda. Xususan, irratsional funksiyalar qatnashgan integrallarni hisoblash masalasi murakkabligi va amaliy ahamiyati bilan ajralib turadi. Bunday integrallar ko‘pincha oddiy elementar funksiyalar orqali ifodalanmaydi va ularni yechishda maxsus usullarni qo‘llash talab etiladi. Irratsional tipdagi integrallarni hisoblash jarayonida turli algebraik va trigonometrik almashtirishlar, ratsionallashtirish usullari hamda parametrik yondashuvlar keng qo‘llaniladi. Ushbu usullar yordamida murakkab ko‘rinishdagi integrallar soddalashtirilib, ularni hisoblash imkoniyati yaratiladi. Shu sababli mazkur yo‘nalishni chuqur o‘rganish muhim ilmiy va amaliy ahamiyatga ega.

Mazkur tezisning maqsadi – irratsional tipdagi integrallarni hisoblash usullarini tahlil qilish, ularning nazariy asoslarini yoritish hamda amaliy masalalardagi qo‘llanilishini ko‘rsatishdan iborat. Shu bilan birga, turli usullarni solishtirish orqali ularning samaradorligini aniqlash ham ko‘zda tutilgan.

Tadqiqot davomida irratsional funksiyalar qatnashgan integrallarni yechishning asosiy usullari o‘rganilib, ular misollar orqali yoritiladi va natijalar umumlashtiriladi. Matematik analiz fanida integrallarni hisoblash muhim o‘rin egallaydi. Ayniqsa, irratsional tipdagi funksiyalarni integrallash masalalari ko‘plab murakkabliklarni yuzaga keltiradi. Bunday funksiyalar tarkibida ildiz ostidagi ifodalar mavjud bo‘lib, ularni oddiy usull yordamida yechish har doim ham oson emas. Shu sababli, irratsional funksiyalarni integrallashda maxsus usullar – trigonometrik almashtirish, bo‘laklab integrallash va geometrik yondashuvlar keng qo‘llaniladi. Ushbu usullar yordamida murakkab ko‘rinishdagi integrallar soddalashtirilib, hisoblash imkoniyati yaratiladi.

Mazkur tezisda $\sqrt{a^2-x^2}$ ko‘rinishdagi ifodani integrallash misoli orqali yuqoridagi usullar bosqichma-bosqich tahlil qilinadi. Har bir usulning afzalliklari, qo‘llash shartlari va natijaga olib keluvchi jarayonlari batafsil yoritiladi.

Shuningdek, geometrik usul yordamida integralning ma’nosi vizual tarzda tushuntirilib, aylana tenglamasi bilan bog‘liqligi ko‘rsatib beriladi. Bu esa mavzuni nafaqat analitik, balki intuitiv jihatdan ham tushunishga yordam beradi.

Masalani qo‘yilishi.

Quyidagi irratsional integralni hisoblaymiz: $\int \sqrt{a^2-x^2}dx$

Bu integral irratsional funksiyalar sinfiga kiradi va uni hisoblash uchun maxsus usullardan foydalanish talab etiladi.

Yechish:

1- usul. Trigonometrik almashtirish: Ildiz ostidagi ifodani soddalashtirish uchun quyidagi almashtirishni kiritamiz:

$$x = asint$$

Bu holda quyidagi munosabatlar o‘rinli bo‘ladi:

$$dx = acostdt$$

$$\sqrt{a^2-x^2}=acost$$

Natijada integral quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$\int acost*acostdt=a^2\int cos^2tdt=\frac{a^2}{2}\int(1+cos2t)dt=\frac{a^2}{2}\left(t+\frac{1}{2}sin2t\right)+C$$

Yuqorida daraja pasaytirish formulasidan foydalanilgan: $\cos^2 t=\frac{1+cos2t}{2}$

$$t=arcsin\frac{x}{a}$$

$$\frac{a^2}{2}arcsin\frac{x}{a}+\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2}+C$$

2 – usul. Bo‘laklab integrallash. Bu usulda biz hech qanday almashtirishsiz, integralni o‘ziga-o‘zini qaytarish orqali yechamiz.

1. $u=\sqrt{a^2-x^2}$ va $dv=dx$ deb olamiz.

2. U holda $du=\frac{-x}{\sqrt{a^2-x^2}}dx$ va $v=x$.

3. Formula: $\int udv=uv-\int vdu$

$$I=x\sqrt{a^2-x^2}-\int\frac{-x^2}{\sqrt{a^2-x^2}}dx$$

4. Suratdagi x^2 ni $a^2-\left(a^2-x^2\right)$ ko‘rinishida yozamiz:

$$I=x\sqrt{a^2-x^2}-\int\frac{a^2-\left(a^2-x^2\right)}{\sqrt{a^2-x^2}}dx$$

$$I=x\sqrt{a^2-x^2}-a^2\int\frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}+\int\sqrt{a^2-x^2}dx$$

5. Oxirgi qism yana bizning integralimiz (I) ga teng. Shunda:

$$2I=x\sqrt{a^2-x^2}+a^2arcsin\frac{x}{a}$$

6. Natijada yuqoridagidek chiqadi.

3-usul. Geometrik usuli: Bu usul hisob-kitobni emas, balki integralning geometric ma’nosini tushunishga yordam beradi.

1. $y=\sqrt{a^2-x^2}$ – funksiya radiusi a ga teng bo‘lgan yarim aylananing tenglasidir.

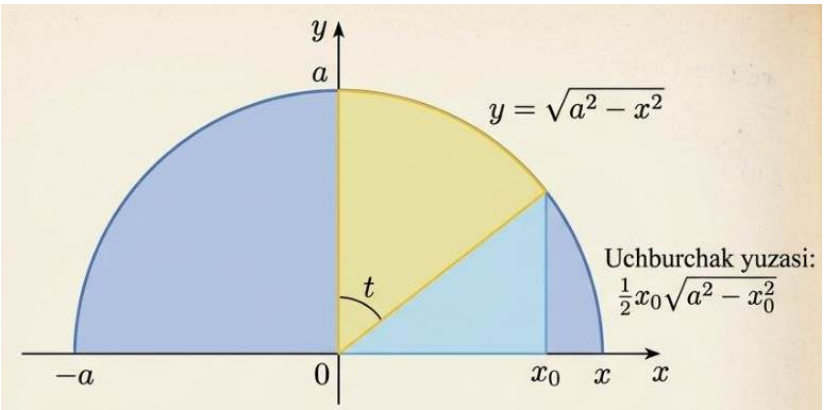
2. $\int\sqrt{a^2-x^2}dx$ – bu shu yarim aylana ostidagi yuzani anglatadi.

3. Chizmada bu yuzani ikkita sektorga ajratish mumkin:

- To‘g‘ri burchakli uchburchak yuzasi;
- Doiraviy sektor yuzasi.

4. Ularning yuzalarini qo‘shsak, aynan yuqoridagi formula kelib chiqadi.

$$\int\frac{1}{x^2\sqrt{1-x^2}}dx=\int\frac{cos\theta}{sin^2\theta*cos\theta}d\theta=\int cos^2\theta d\theta=-cos\theta+C=-\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}+C$$



Area=Doiraviy sektor+To‘g‘ri burchakli uchburchak

Doiraviy sektor yuzasi: $\frac{1}{2}a^2t = \frac{a^2}{2}arcsin\frac{x_0}{a}$

Uchburchak yuzasi: $\frac{1}{2}x_0\sqrt{a^2 - x_0^2}$

Demak, $\int\sqrt{a^2 - x^2}dx = \frac{a^2}{2}arcsin\frac{x}{a} + \frac{x}{2}\sqrt{a^2 - x^2} + C$

Xulosa. Mazkur maqolada irratsional tipdagi integrallarni hisoblash usullari o‘rganildi va ularning nazariy asoslari tahlil qilindi. Irratsional funksiyalar qatnashgan integrallarni yechishda qo‘llaniladigan asosiy usullar - o‘zgaruvchini almashtirish, ratsionallashtirish hamda trigonometrik almashtirish usullarining ahamiyati yoritildi. Amaliy misollar yordamida irratsional integrallarni hisoblash jarayoni ko‘rsatildi va turli usullarning samaradorligi taqqoslandi. Natijada, ushbu usullar nafaqat nazariy jihatdan, balki amaliy masalalarni yechishda ham muhim ekanligi aniqlandi.

Umuman olganda, irratsional tipdagi integrallarni o‘rganish matematik analiz fanini chuqurroq anglashga xizmat qiladi hamda ularni hisoblash usullarini egallash kelgusida murakkab masalalarni hal etishda muhim vosita bo‘lib xizmat qiladi. Ushbu tezisda irratsional tipdagi funksiyalarni integrallash $\sqrt{a^2 - x^2}$ misolida tahlil qilinib, trigonometrik almashtirish usuli eng samarali yondashuv sifatida asoslandi hamda integralning geometrik ma’nosi aylana bilan bog‘liqlik orqali yoritildi. Natijada murakkab integrallarni yechishda to‘g‘ri usul tanlash va yondashuvlarni uyg‘un qo‘llash muhimligi ko‘rsatildi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. G.M.Fikhtengolts – Matematik analiz kursi. – Moskva: Nauka, 1981.
2. B.P.Demidovich – Matematik analizdan masalalar to‘plami. – Moskva: Nauka, 1986.
3. I.I.Privalov – Matematik analizga kirish. – Moskva: Nauka, 1982.
4. A.N.Kolmogorov, S. V. Fomin – Elementlar analiz nazariyasidan. – Moskva: Nauka, 1976.
5. K.A.Rasulov – Matematik analiz asoslari. – Toshkent: O‘qituvchi, 2005.
6. O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligi – Matematik analiz fanidan o‘quv qo‘llanma. – Toshkent, 2018.
7. Sh.A.Alimov – Algebra va analiz asoslari. – Toshkent: O‘qituvchi, 2010.
8. Wolfram Alpha – Onlayn matematik hisoblash tizimi: www.wolframalpha.com
9. Khan Academy – Onlayn ta’lim platformasi: www.khanacademy.org.
10. Wikipedia – Integral hisob va irratsional funksiyalar bo‘yicha maqolalar.

DVORETSKIY-KIEFER -VOLFOVITS TENGSIZLIGIDAGI KUCHAYTIRILGAN O‘ZGARMAS

Sayfulloyeva G.S
Navoiy davlat universiteti Matematika kafedrasi dotsenti
Yuldosheva D. O.
Navoiy Davlat Universiteti Matematika kafedrasi magistranti

Annotatsiya. Ushbu tezis Dvoretzky–Kiefer–Volfovitz tengsizligining nazariy asoslari, uning ehtimollar nazariyasi va matematik statistika sohasidagi o‘rni hamda amaliy qo‘llanilishiga bag‘ishlangan. Mazkur tengsizlik empirik taqsimot funksiyasi bilan haqiqiy taqsimot funksiyasi orasidagi og‘ishni baholash imkonini beradi va statistik baholashlarda muhim rol o‘ynaydi. Ishda tengsizlikning asosiy formulasi, undagi o‘zgarmasning optimal qiymati hamda uni qo‘llash orqali ishonchlilik intervallarini qurish masalalari tahlil qilinadi. Shuningdek, natijaning aniqligini oshirishda uning ahamiyati va zamonaviy tadqiqotlardagi o‘rni yoritilgan.

Kirish. Hozirgi kunda ehtimollar nazariyasi va matematik statistika fanlari ilm-fan va amaliyotning ko‘plab sohalarida muhim ahamiyat kasb etmoqda. Ayniqsa, tasodifiy jarayonlarni o‘rganish, ma’lumotlarni tahlil qilish va ishonchli xulosalar chiqarishda statistik usullarning roli beqiyosdir. Shu nuqtai nazardan, empirik taqsimot funksiyasining haqiqiy taqsimot funksiyasiga yaqinlashuvini baholovchi tengsizliklar alohida ahamiyatga ega.

Shunday muhim natijalardan biri bu Dvoretzky–Kiefer–Volfovitz tengsizligidir. Ushbu tengsizlik tanlanma asosida qurilgan empirik taqsimot funksiyasining haqiqiy taqsimotdan maksimal og‘ishini yuqori ehtimollik bilan chegaralaydi. Bu esa statistik baholashlar, ishonchlilik intervallari va gipotezalarni tekshirish jarayonlarida keng qo‘llaniladi.

Mazkur tezisning asosiy maqsadi — Dvoretzky–Kiefer–Volfovitz tengsizligining nazariy asoslarini o‘rganish, undagi o‘zgarmaslarning ahamiyatini tahlil qilish hamda uni amaliy masalalarda qo‘llash imkoniyatlarini ko‘rsatishdan iborat. Shuningdek, tengsizlikning zamonaviy statistik tadqiqotlardagi o‘rni va uning rivojlanish bosqichlari ham ko‘rib chiqiladi.

Aytaylik, F_n taqsimot funksiyasi F bo‘lgan n ta o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan va bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar tanlanmasining empirik taqsimot funksiyasi bo‘lsin. 1956-yilda Dvoretskiy, Kiefer va Volfovits quyidagini isbotladilar:

$$P\left(\sqrt{n}\sup_x\left(F_n(x)-F(x)\right)>\lambda\right)\le C\exp\left(-2\lambda^2\right),$$

Bunda C —aniqlanmagan qandaydir o‘zgarmas son. Biz C ni 1 ga teng deb olish mumkinligini ko‘rsatamiz (bu 1958-yilda Birnbaum va Makkarti tomonidan taxmin qilingan edi), bunda $\exp\left(-2\lambda^2\right)\le\frac{1}{2}$ bo‘lishi shart. Xususan, ikki tomonlama tengsizlik:

$$P\left(\sqrt{n}\sup_x\left(F_n(x)-F(x)\right)>\lambda\right)\le 2\exp\left(-2\lambda^2\right)$$

λ uchun hech qanday cheklovlarsiz o‘rinlidir. Bir tomonlama va ikki tomonlama holatlarda ham o‘zgarmaslarni yanada yaxshilab bo‘lmaydi.

$x_1,\ldots,x_n$ bog‘liq bo‘lmagan, bir xil taqsimlangan, uzluksiz taqsimot funksiyasi F bo‘lgan haqiqiy qiymatli tasodifiy miqdorlar bo‘lsin. Quyidagicha aniqlanadigan F_n empirik taqsimot funksiyasi bo‘lsin:

$$F_n(x)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}II_{(x_i\le x)}.$$

So‘ngra, $\sqrt{n}\left(F_n-F\right)$ ko‘rinishidagi markazlashtirilgan va normallashgan empiric jarayonni Z_n orqali belgilaymiz. Muvofiqlik darajasini tekshirish uchun odatda quyidagi statistikalar qo‘llaniladi:

$$D_n^+=\sup_{x\in\mathbb{R}}Z_n(x),\qquad D_n^-=\sup_{x\in\mathbb{R}}-Z_n(x)\quad\text{va}\quad D_n=\sup_{x\in\mathbb{R}}\left|Z_n(x)\right|.$$

Smirnov (1944) va Kolmogorov (1933) birinchi bo‘lib ushbu statistikalarni kiritgan va o‘rgangan hamda ularning taqsimoti F ga bog‘liq emasligini ko‘rsatgan. Bundan tashqari, bir tomonlama statistikalar D_n^+ va D_n^- bir xil qonuniyatga ega va quyidagi asimptotik natijalar o‘rinli:

$$\lim_{n\to\infty} P\left(D_n^{\rightarrow}\lambda\right) = \exp\left(-2\lambda^2\right) \qquad (1.1)$$

$$\lim_{n\to\infty} P\left(D_n > \lambda\right) = 2\sum_{k=1}^{\infty}\left(-1\right)^{k+1}\exp\left(-2k^2\lambda^2\right). \qquad (1.2)$$

Ushbu natijalar keyinchalik Donskerning funksional markaziy limit teoremasi orqali yoritildi. Bu teorema D_n^- va D_n ning mos ravishda $\sup_{x\in[0,1]} Z\left(x\right)$ va $\sup_{x\in[0,1]}\left|Z\left(x\right)\right|$ ga kuchsiz yaqinlashishini anglatadi, bunda Z — Broun ko‘prigi.

(1.1) formulaga bog‘liq holda, Dvoretskiy, Kiefer va Volfovits (1956) quyidagi ko‘rinishdagi chegarani isbotladilar:

$$P\left(D_n^{\rightarrow}\lambda\right) \le C\exp\left(-2\lambda^2\right)$$

bunda C — qandaydi raniqlanmagan o‘zgarmas.

Birnbaum va Makkarti (1958) C ni 1 deb olish mumkinligi haqidaf araz (gipoteza) ilgari surgan edilar. Ushbu faraz bir tomondan asimptotik yoyilma bilan ham tasdiqlanadi [Smirnov (1944) ga ko‘ra].

$$P\left(D_n^{\rightarrow}\lambda\right) = \exp\left(-2\lambda^2\right)\left(1-\frac{2\lambda}{3\sqrt{n}}+\mathbb{O}\left(n^{-1}\right)\right), \text{ bunda } \lambda = \mathbb{O}\left(n^{1/6}\right), \qquad (1.3)$$

Ikkinchi tomondan esa sonli hisoblashlar bilan [Birnbaum va Makkarti (1958) ga qarang]. Eng yaxshi C o‘zgarmasini hisoblash uchun bir qancha urinishlar qilingan. Devroye va Uayz (1979) $C \le 306$ ekanligini ko‘rsatdi. Shorak va Vellner (1986) esa $C \le 29$ natijani berdi. Nihoyat, ma’lum bo‘lgan eng yaxshi natija Hu (1985) ga tegishl ibo‘lib, u $C \le 2\sqrt{2}$ ekanligini isbotlagan.

ADABIYOTLAR

1. BIRNBAUM, Z. W. and McCARTY, R. C. (1958). A distribution-free upper confidence bound for P(Y<X) based on independent samples of X and Y. Ann. Math. Statist. 29 558–562.
2. BRETAGNOLLE, J. and MASSART, P. (1989). Hungarian constructions from the nonasymptotic viewpoint. Ann. Probab. 17 239–256.
3. CSÁKI, E. (1974). Investigations concerning the empirical distribution function. Magyar Tud. Akad. Mat. Fiz. Oszt. Közl. 23 239–327. [In Hungarian; English translation in Selected Transl. Math. Statist. Probab. 15 (1981) 229–317.]
4. DEVROYE, L. P. and WISE, G. L. (1979). On the recovery of discrete probability densities from imperfect measurements. J. Franklin Inst. 307 1–20.
5. DVORETZKY, A., KIEFER, J. C. and WOLFOWITZ, J. (1956). Asymptotic minimax character of the sample distribution function and of the classical multinomial estimator. Ann. Math. Statist. 33 642–669.
6. SMIRNOV N.V. (1944). Approximate laws of distribution of random variables from empirical data. 179-206. (In Russian) .

UCH O‘LCHAMLI QO‘ZG‘ALISHGA EGA UMUMLASHGAN FRIDRIXS MODELLARI OILASINING XOS QIYMATLARI

Sayliyeva G.R. *g.r.saylieva@buxdu.uz*

Buxoro davlat universiteti

Fridrixs modellari oilasining spektral xossalarini o‘rganish masalasi kvant mexanikasi, statistik mexanika, gidrodinamika kabi sohalarda masalalarida dolzarb ahamiyat kasb etadi. Bunday turdagi operatorlarning xos qiymatlari soni, joylashuv o‘rni va ularning mavjudlik shartlarini aniqlash operatorlar nazariyasining ko‘p o‘rganiladigan obyektlaridan biridir. Ushbu

ishda uch o‘lchamli qo‘zg‘alishga ega umumlashgan Fridrixs modellari oilasining xos qiymatlarini o‘rganish masalasi, bir va ikki o‘lchamli qo‘zg‘alishlarga ega operatorlarning xos qiymatlarini o‘rganish masalasiga keltirilgan.

Aytaylik, $\mathbb{C}$ bir o‘lchamli kompleks sonlar to‘plami, $\mathbb{T}^d$- d o‘lchamli tor, $L_2(\mathbb{T}^d)$ esa $\mathbb{T}^d$ torda aniqlangan kvadrati bilan integrallanuvchi (kompleks qiymatli) funksiyalarning Hilbert fazosi bo‘lsin. $\mathcal{H}_0 := \mathbb{C}$ va $\mathcal{H}_1 := L_2(\mathbb{T}^d)$ fazolarning to‘g‘ri yig‘indisidan tashkil topgan $\mathcal{H} := \mathcal{H}_0 \oplus \mathcal{H}_1$ Hilbert fazosida aniqlangan

$$h_{\mu,\lambda}(x) := \begin{pmatrix} h_{00}(x) & \frac{\mu}{\sqrt{2}} h_{01} \\ \frac{\mu}{\sqrt{2}} h_{01}^* & h_{11}(x) - \lambda\vartheta \end{pmatrix}, \qquad x \in \mathbb{T}^d$$

operatorli matritsalar oilasini qaraymiz. Odatda $h_{\mu,\lambda}(x)$, $x \in \mathbb{T}^d$ operatorli matritsaga “Umumlashgan Fridrixs modellari oilasi” deb ataladi. Bu yerda μ va λ nomanfiy haqiqiy sonlar, matritsaviy elementlar esa quyidagicha ta’sir formulalariga ega:

$$h_{00}(x)f_0 = \omega_1(x)f_0, \quad h_{01}f_1 = \int_{\mathbb{T}^d} v_1(t)\, f_1(t)dt, \qquad (h_{01}^* f_0)(x) = v_1(x)\, f_0;$$

$$(h_{11}(x)\, f_1)(y) = \omega_2(x,y) f_1(y), \qquad (\vartheta f_1)(y) = v_2(y) \int_{\mathbb{T}^d} v_2(t)\, f_1(t)dt.$$

Bu yerda $\omega_1(\cdot), v_1(\cdot)$ va $v_2(\cdot)$ funksiyalar $\mathbb{T}^d$ torda aniqlangan haqiqiy qiymatli uzluksiz funksiyalar, $\omega_2(\cdot,\cdot)$ esa $(\mathbb{T}^d)^2$ torda aniqlangan haqiqiy qiymatli uzluksiz, funksiyadir. Parametrlarga qo‘yilgan bunday shartlarda $h_{\mu,\lambda}(x)$ Umumlashgan Fridrixs modellari oilasi $\mathcal{H}$ Hilbert fazosida chiziqli, chegaralangan va o‘z-o‘ziga qo‘shma operator bo‘ladi.

Mazkur ishda $\omega_2(\cdot,\cdot)$ juft funksiya hamda $v_1(\cdot)$ va $v_2(\cdot)$ funksiyalarning tashuvchilari hisoblanadigan

$$\operatorname{supp}\{v_1(\cdot)\} = \overline{\{x \in \mathbb{T}^d : v_1(x) \neq 0\}}, \qquad \operatorname{supp}\{v_1(\cdot)\} = \overline{\{x \in \mathbb{T}^d : v_1(x) \neq 0\}}$$

to‘plamlar kesishmalarining Lebeg o‘lchovi uchun quyidagi munosabat o‘rinli bo‘lgan hol qaralgan:

$$\operatorname{mes}(\operatorname{supp}\{v_1(\cdot)\} \cap \operatorname{supp}\{v_2(\cdot)\}) = 0. \qquad (1)$$

Sodda hisoblashlar orqali $h_{\mu,\lambda}(x)$, $x \in \mathbb{T}^d$ operator uch o‘lchamli qo‘zg‘alishga ega ekanligini ko‘rsatish mumkin. Shu sababli chekli o‘lchamli qo‘zg‘alishlarda muhim spektrning o‘zgarmasligi haqidagi mashhur Veyl teoremasiga ko‘ra $h_{\mu,\lambda}(x)$, $x \in \mathbb{T}^d$ operatorning muhim spektri $\sigma_{\text{ess}}\left(h_{\mu,\lambda}(x)\right)$ uchun quyidagi:

$$\sigma_{\text{ess}}\left(h_{\mu,\lambda}(x)\right) = \sigma_{\text{ess}}\left(h_{0.0}(x)\right) = [m(x), M(x)], \qquad x \in \mathbb{T}^d,$$

tenglik o‘rinlidir, bu yerda

$$m(x) := \min_{y \in \mathbb{T}^d} \omega_2(x,y), \quad x \in \mathbb{T}^d, \qquad M(x) := \max_{y \in \mathbb{T}^d} \omega_2(x,y), \quad x \in \mathbb{T}^d.$$

$h_{\mu,\lambda}(x), x \in \mathbb{T}^d$ operatorning diskret spektrini o‘rganish maqsadida mos ravishda $\mathcal{H}$ va $\mathcal{H}_1$ Hilbert fazolarida

$$h_\mu^{(1)}(x) := \begin{pmatrix} h_{00}(x) & \frac{\mu}{\sqrt{2}} h_{01} \\ \frac{\mu}{\sqrt{2}} h_{01}^* & h_{11}(x) \end{pmatrix}, \qquad h_\lambda^{(2)}(x) := h_{11}(x) - \lambda\vartheta, \qquad x \in \mathbb{T}^d$$

ko‘rinishida aniqlangan yordamchi operatorlarni kiritamiz.

$h_\mu^{(1)}(x)$ va $h_\lambda^{(2)}(x)$ operatorlar mos ravishda $h_0^{(1)}(x)$ va $h_0^{(2)}(x)$ qo‘zg‘almas operatorlar bilan chekli o‘lchamli qo‘zg‘alishga ega ekanligidan, ularning muhim spektrlari uchun

$$\sigma_{\text{ess}}\left(h_\mu^{(1)}(x)\right) = \sigma_{\text{ess}}\left(h_\lambda^{(2)}(x)\right) = [m(x), M(x)], \quad x \in \mathbb{T}^d$$

tenglikning o‘rinli ekanligi kelib chiqadi. Har bir fiksrlangan $x \in \mathbb{T}^d$ uchun $\mathbb{C} \setminus [m(x), M(x)]$ sohada regular bo‘lgan

$$\Delta_{\mu}^{(1)}(x,z) := \omega_1(x) - z - \frac{\mu^2}{2}\int\limits_{\mathbb{T}^d} \frac{v_1^2(t)dt}{\omega_2(x,t)-z};$$

$$\Delta_{\lambda}^{(2)}(x,z) := 1 - \lambda \int\limits_{\mathbb{T}^d} \frac{v_2^2(t)dt}{\omega_2(x,t)-z}$$

funksiyalarni qaraymiz. Odatda bu funksiyalar mos ravishda $h_{\mu}^{(1)}(x)$ va $h_{\lambda}^{(2)}(x)$ operatorlari uchun Fredgolm determinantlari deb ataladi.

Quyidagi lemma $h_{\mu}^{(1)}(x), x \in \mathbb{T}^d$ va $h_{\lambda}^{(2)}(x), x \in \mathbb{T}^d$ operatorlarning xos qiymatlari va mos ravishda $\Delta_{\mu}^{(1)}(x,\cdot)$ va $\Delta_{\lambda}^{(2)}(x,\cdot)$ funksiyalarning nollari orasidagi bog‘lanishni tavsiflaydi.

1-lemma. $z \in \mathbb{C}\backslash[m(x), M(x)]$ soni $h_{\mu}^{(1)}(x),\ x \in \mathbb{T}^d$ ($h_{\lambda}^{(2)}(x),\ x \in \mathbb{T}^d$) operatorning xos qiymati bo‘lishi uchun $\Delta_{\mu}^{(1)}(x,z) = 0$ ($\Delta_{\lambda}^{(2)}(x,z) = 0$) tenglikning bajarilishi zarur va yetarli.

Endi ishning asosiy natijasini quyidagi teorema yordamida bayon qilamiz.

1-teorema. Faraz qilaylik, (1) shart bajarilsin. U holda $z \in \mathbb{C}\backslash\sigma_{\text{ess}}\left(h_{\mu,\lambda}(x)\right)$ soni $h_{\mu,\lambda}(x)$, $x \in \mathbb{T}^d$ operatorning xos qiymati bo‘lishi uchun bu z soni $h_{\mu}^{(1)}(x)$ va $h_{\lambda}^{(2)}(x), x \in \mathbb{T}^d$ operatorlarning kamida bittasining xos qiymati bo‘lishi zarur va yetarli.

Ushbu teorema uch o‘lchamli qo‘zg‘alishga ega $h_{\mu,\lambda}(x), x \in \mathbb{T}^d$ operatorning xos qiymatlarini aniqlash masalasini ikki va bir o‘lchamli operatorlarning xos qiymatlarini o‘rganish masalasiga keltiradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Tretter C. Spectral Theory of Block Operator Matrices and Applications, London, Imperial College Press, 2008.

2. Rasulov T., Study of the essential spectrum of a matrix operator, Theor. Math. Phys., 164:1, 2010, 883-895.

3. Albeverio S., Lakaev S.N. and Rasulov T.H., On the spektrum of an Hamiltonian in Fock space. Discrete spectrum asymptotics, J.stat. Phys., 127:2, 2007, 191-220.

4. T.Kh.Rasulov. Branches of the essential spectrum of the lattice spin-boson model with at most two photons.Theor. Math. Phys., 186:2, 2016, pp. 251-267.

GRUPPALAR NAZARIYASINING ALGEBRAIK TENGLAMALARNI YECHISHGA TATBIQLARI

Shotemirov Y. S., Ashurov N.

Navoiy davlat universiteti

Algebraik tenglamalarning yechimlarini topish matematikada asrlar davomida markaziy o‘rin egallagan. Agar kvadrat tenglamalar qadimdan ma'lum bo‘lsa, uchinchi va to‘rtinchi darajali tenglamalar yechimi Uyg‘onish davrida (Kardano, Ferrari) topilgan. Biroq, beshinchi va undan yuqori darajali tenglamalar uchun umumiy formulaning yo‘qligi matematiklar oldiga yangi fundamental savollarni qo‘ydi. Gruppalar nazariyasi aynan shu muammoni hal qilish natijasida paydo bo‘ldi.

Faraz qilaylik, bizda biron bir algebraik tenglama bor (masalan, $x^4 - 10x^2 + 1 = 0$). Bu tenglamaning bir nechta ildizlari mavjud. Galua nazariyasining asosiy g‘oyasi shundaki, biz bu ildizlarning o‘rnini bir-biri bilan almashtirishimiz mumkin, lekin bunda ildizlar orasidagi barcha algebraik munosabatlar o‘zgarmasdan qolishi kerak.

Tenglamaning ildizlarini algebraik munosabatlarni buzmagan holda almashtirish usullari to‘plami Galua gruppasi deb ataladi. Agar gruppa "kuchli simmetriyaga" ega bo‘lsa (ya’ni ildizlarni ko‘p usullar bilan almashtirish mumkin bo‘lsa), bu tenglamani yechish murakkabroq bo‘ladi. Galua gruppasi tenglamaning "murakkablik darajasini" o‘lchaydigan o‘lchovdir.

Galua nazariyasining eng go‘zal qismi bu — Galua mosligidir (Galua correspondence). U ikki xil matematik dunyoni birlashtiradi:

1. Gruppalar dunyosi: Faqat elementlarni almashtirish va simmetriyalar bilan shug‘ullanadi.
2. Maydonlar dunyosi: Sonlar va amallar (ildiz chiqarish, qo‘shish) bilan shug‘ullanadi.

Har bir oraliq maydon kengaytmasiga ma’lum bir qism gruppa mos keladi. Bu xuddi murakkab xaritani oddiyroq simmetriya chizmalariga o‘tkazishga o‘xshaydi.

Nima uchun 5-darajali tenglamalar algoritmlarda yechilmaydi?

Nils Abel va Evarist Galua isbotladilarki, umumiy 5-darajali tenglamaning Galua gruppasi — S_5 (5 ta elementning barcha o‘rinlashtirishlari gruppasi) juda "tartibsiz" simmetriyaga ega.

Tenglamaning radikallarda yechilishi (ya'ni ildiz belgisi va arifmetik amallar orqali ifodalanishi) uning Galua gruppasining **yechiluvchanlik** xossasiga bog‘liq.

- **Yechiluvchan gruppalar:** Agar gruppa ma'lum bir kommutantlar zanjiriga ega bo‘lsa, u yechiluvchan deyiladi.
- **Abel-Ruffini teoremasi:** n =5 bo‘lganda, umumiy ko‘rinishdagi tenglamalarning Galua gruppai S_n (simmetrik gruppa) bo‘lib, u yechiluvchan emas. Aynan shu sababli beshinchi va undan yuqori darajali tenglamalar uchun umumiy radikal formula mavjud emas.

Gruppalar nazariyasi nafaqat yechim yo‘qligini isbotlaydi, balki:

- Qaysi konkret yuqori darajali tenglamalar radikallarda yechilishini aniqlash imkonini beradi.
- Geometrik yasashlar (masalan, burchak trisektsiyasi yoki doira kvadraturasi) mumkin emasligini algebraik tilda isbotlaydi.
- Zamonaviy kriptografiya va kvant fizikasidagi simmetriyalarni o‘rganishda poydevor bo‘lib xizmat qiladi.

Gruppalar nazariyasining algebraik tenglamalarga tatbiqi matematikada inqilob yasadi. U e'tiborni sonli qiymatlardan **struktura** va **simmetriya**ga qaratdi. Bu yondashuv zamonaviy algebraning shakllanishiga va nazariy matematikaning boshqa sohalari bilan uzviy bog‘lanishiga olib keldi.

ADABIYOTLAR

1. **Lang, S.** (2002). *Algebra*. Springer-Verlag. (Galua nazariyasi bo‘limi: 261–320-betlar).
2. **Stewart, I.** (2015). *Galois Theory*. CRC Press. (Radikallar orqali yechish: 150–190-betlar).
3. **Artin, E.** (1998). *Galois Theory*. Dover Publications. (Asosiy teoremalar: 40–75-betlar).

SONLAR TO‘PLAMLARINI KIRITISHDA AKSIOMATIK USULLARDAN FOYDALANISH METODIKASI

[1] Y. S. Shotemirov, [2] A. Shomurodov

Nav DU

Matematikada son tushunchasi insoniyat sivilizatsiyasi bilan birga rivojlanib kelgan. Biroq, XIX asr oxiriga kelib, matematik tahlil va algebraning rivojlanishi sonlarni faqat intuitiv tushunish yetarli emasligini ko‘rsatdi. Sonlar to‘plamlarini (natural, butun, ratsional, haqiqiy va kompleks) aksiomatik usulda qurish matematik poydevorni mustahkamlashning asosiy vositasi bo‘ldi.

Natural sonlarning Peano aksiomalari. Natural sonlar to‘plami ***N*** aksiomatik qurilishning boshlang‘ich nuqtasi hisoblanadi. Juzeppe Peano tomonidan taklif etilgan aksiomalar sistemasi "keyin kelishlik" (*S(n) funksiyasi*) tushunchasiga asoslanadi:

- 1 natural sondir.
- Har bir ***n*** sondan g yagona $\mathbf{n}^+$ soni keyin keladi.
- 1 hech bir sondan keyin kelmaydi.
- **Matematik induktsiya printsipi:** Agar biron bir xossa 1 uchun o‘rinli bo‘lsa va ***n*** uchun o‘rinli bo‘lishidan $\mathbf{n}^+$ uchun ham o‘rinli ekanligi kelib chiqsa, u barcha natural sonlar uchun o‘rinli.

Natural sonlardan butun va ratsional sonlarga o‘tish abstrakt algebraning ekvivalentlik munosabati va faktor-struktura tushunchalari yordamida amalga oshiriladi:

Butun sonlar Z: Natural sonlar juftliklari ***(a, b)*** ustida ekvivalentlik munosabati orqali (bu yerda ***a-b*** tushunchasi kiritiladi) quriladi. Grotendik guruhi konstruksiyasi bunga misol bo‘ladi.

Ratsional sonlar Q: Butun sonlar juftliklari ***(p, q)***, **q ≠0** orqali kiritilib, maydon aksiomalarini qanoatlantiruvchi eng kichik maydon sifatida qaraladi.

Haqiqiy sonlar to‘plamining aksiomatikasi *R*: Haqiqiy sonlar to‘plami R ni qurishda ikki asosiy aksiomatik yondashuv mavjud:

1. **Dedekind kesimlari:** Ratsional sonlar to‘plamini ikki qismga ajratish orqali uzluksizlikni ta’minlash.
2. **Hilbert aksiomatikasi: *R*** — tartiblangan, Arximed xossasiga ega va **to‘liq** (Kantedor yoki Veyershtrass ma’nosida) maydon sifatida ta’riflanadi.

Kompleks sonlar va algebraik yopiqlik: Kompleks sonlar ***C*** to‘plami R^2 tekisligida kiritilib, u algebraik yopiq maydon xossasiga ko‘ra aksiomalanadi. Bu yerda ixtiyoriy ***n***-darajali ko‘phad ildizga ega bo‘lishi (Algebraning asosiy teoremasi) muhim aksiomatik talabdir.

Aksiomatik usul sonlar to‘plamlarini nafaqat hisoblash vositasi, balki qat’iy mantiqiy struktura sifatida namoyon etadi. Bu yondashuv abstrakt algebrada gruppalar, halqalar va maydonlar nazariyasining shakllanishiga poydevor bo‘ldi va zamonaviy matematikaning barcha sohalarida bir xil tillarni qo‘llash imkonini berdi.

ADABIYOTLAR

1. Peano, G. (1889). *Arithmetices principia, nova methodo exposita*. (Aksiomalar tizimining asosi: 1–20-betlar).
2. Landau, E. (1966). *Foundations of Analysis*. Chelsea Pub Co. (Natural sonlardan kompleks sonlargacha konstruksiya: 1–150-betlar).
3. BIRKHOFF, G., MAC LANE, S. (1997). A SURVEY OF MODERN ALGEBRA. AK PETERS/CRC PRESS. (NUMBER SYSTEMS: 1–60-BETLAR).
4. **Feferman, S.** (1989). *The Number Systems: Foundations of Algebra and Analysis*. AMS Chelsea Publishing. (Aksiomatik yondashuv: 30–120-betlar).
5. **Kostrikin, A. I.** (2000). *Vvedenie v algebru*. Fizmatlit. (Algebraik strukturalar: 50–90-betlar).

UMUMLASHGAN FRIDRIXS MODELINING BIRINCHI VA IKKINCHI SHUR TO‘LDIRUVCHILARI

Shukurullayeva M.F.
Buxoro davlat universiteti,
mohinurshukurullayeva2611@gmail.com

Ma’lumki, Shur to‘ldiruvchisi blok operatorli matritsalar nazariyasining muhim vositalardan biri hisoblanadi [1]. Xususan, Shur to‘ldiruvchi operatorli matritsalarning spektral xossalarini kichikroq o‘lchamli operatorli matritsalar yordamida tahlil qilish imkonini beradi. Ushbu ishda esa umumlashgan Fridrixs modeli uchun Shur to‘ldiruvchilari qurilgan va ushbu modelning xos qiymatlari unga mos Shur to‘ldiruvchisi yordamida tahlil qilingan.

Dastlab, $\mathbb{T}^d$ orqali d o‘lchamli torni, $\mathcal{H}_1 := \mathbb{C}$ – bir o‘lchamli kompleks fazoni, $\mathcal{H}_2 := L_2(\mathbb{T}^d)$ orqali $\mathbb{T}^d$ torda aniqlangan kvadrati bilan integrallanuvchi funksiyalarning Hilbert fazosini belgilaymiz. Ushbu fazolarning to‘g‘ri yig‘indisini

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_1 \oplus \mathcal{H}_2$$

kabi aniqlaymiz. $\mathcal{H}$ fazoning elementlari $f = (f_1, f_2)$ ko‘rinishdagi vektorlardan iborat bo‘lib, bu yerda $f_i \in \mathcal{H}_i,\ i = 1,2$.

Endi $\mathcal{H}$ fazoda

$$\mathcal{A} := \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$$

operatorli matritsani qaraymiz. $\mathcal{A}$ operatorli matritsaning $A_{ij}, i,j = 1,2$ elementlari quyidagicha aniqlanadi:

$$A_{11}f_1 = af_1, \qquad A_{12}f_2 = \int_{\mathbb{T}^d} v(t)\, f_2(t)\, dt$$

$(A_{21}f_1)(x) = v(x)f_1\,,\ (A_{22}f_2)(x) = u(x)f_2(x),$

bu yerda, a ixtiyoriy haqiqiy son, $f_i \in \mathcal{H}_i, i = 1,2$, $u(\cdot)$ va $v(\cdot)$ funksiyalar $\mathbb{T}^d$ torda aniqlangan haqiqiy qiymatli uzluksiz funksiyalardir.

Operatorli matritsaning matritsaviy elementlari aniqlanishiga ko‘ra, $A_{21} = A_{12}^*$ munosabat bajariladi. Demak, $\mathcal{A}$ operatorli matritsa o‘z-o‘ziga qo‘shma operatorni ifodalaydi.

Dastlab, $\mathcal{A}$ operatorli matritsaning muhim spektrini tahlil qilamiz. Chekli o‘lchamli qo‘zga’lishlarda muhim spektrning o‘zgarmasligi haqidagi Veyl teoremasiga ko‘ra $\mathcal{A}$ operatorli matritsaning muhim spektri uchun

$$\sigma_{\text{ess}}(\mathcal{A}) = [m, M]$$

tenglik o‘rinli. Bu yerda

$$m := \min_{x\in\mathbb{T}^d} u(x)\,, \quad M := \max_{x\in\mathbb{T}^d} u(x).$$

Endi $\mathcal{A}$ operatorli matritsaning diskret spektrini o‘rganish maqsadida $\mathbb{C} \setminus [m, M]$ sohada regulyar bo‘lgan

$$\Delta(z) := a - z - \int_{\mathbb{T}^d} \frac{v^2(t)}{u(t) - z}\, dt$$

funksiyani qaraymiz. Odatda, $\Delta(z)$ funksiya $\mathcal{A}$ operatorli matritsaga mos Fredgolm determinant deyiladi.

Quyidagi lemma $\mathcal{A}$ operatorli matritsaning xos qiymatlari va $\Delta(z)$ funksiyaning nollari orasidagi bog‘lanishni tavsiflaydi.

Lemma. $z \in \mathbb{C} \setminus [m, M]$ soni $\mathcal{A}$ operatorli matritsaning xos qiymati bo‘lishi uchun $\Delta(z) = 0$ bo‘lishi zarur va yetarli.

Ushbu lemmadan $\mathcal{A}$ operatorli matritsaning diskret spektri uchun quyidagi munosabat kelib chiqadi:

$$\sigma_{\text{disc}}(\mathcal{A}) := \{z \in \mathbb{C} \setminus [m, M] : \Delta(z) = 0\}.$$

Faraz qilaylik, z soni A_{22} operatorning regular nuqtalar to‘plamiga tegishli bo‘lsin ya’ni $z \in \rho(A_{22})$ bo‘lsin. U holda $\mathcal{A}$ operatorli matritsaga mos birinchi Shur to‘ldiruvchisi

$$S_1(z) := A_{11} - z - A_{12}(A_{22} - zI)^{-1}A_{21}$$

formula orqali aniqlanadi.

Berilgan operatorli matritsa uchun birinchi Shur to‘ldiruvchisining ta’siri quyidagi tenglik yordamida ifodalanadi:

$$S_1(z)f_1 = \left(a - z - \int_{\mathbb{T}^d} \frac{v^2(t)}{u(t) - z}\, dt\right) f_1, \qquad f_1 \in \mathcal{H}_1.$$

Aytaylik, $z \in \rho(A_{11})$ bo‘lsin. U holda $\mathcal{A}$ operatorli matritsaga mos ikkinchi Shur to‘ldiruvchisi

$$S_2(z) := A_{22} - zI - A_{21}(A_{11} - zI)^{-1}A_{12}$$

formula orqali aniqlanadi. Berilgan operatorli matritsa uchun ikkinchi Shur to‘ldiruvchining ta’siri

$$(S_2(z)f_2)(x) = (u(x) - z)f_2(x) - \frac{v(x)}{a - z}\int_{\mathbb{T}^d} v(t)\, f_2(t)\, dt, \qquad f_2 \in \mathcal{H}_2,$$

ko‘rinishda ifodalanadi.

1-teorema. Agar $z \in \mathbb{R} \setminus [m, M]$ bo‘lsa, u holda z soni $\mathcal{A}$ operatorli matritsaning xos qiymat bo‘lishi uchun 0 soni $S_1(z)$ operatorning uchun xos qiymat bo‘lishi zarur va yetarlidir.

2-teorema. Agar $z \in \mathbb{R} \setminus ([m, M] \cup \{a\})$ bo‘lsa, u holda z soni $\mathcal{A}$ operatorli matritsaning xos qiymat bo‘lishi uchun 0 soni $S_2(z)$ operatorning uchun xos qiymat bo‘lishi zarur va yetarlidir.

ADABIYOTLAR

1. C. Tretter. Spectral theory of block operator matrices and applications. Imperial College Press. 2008.

KO‘P MEZONLI OPTIMALLASHTIRISH MASALALARINI VAZNLI YIG‘INDI USULI VA DIFFERENSIAL TENGLAMALAR YORDAMIDA YECHISH

Sipatdinova B.K. Oliy matematika kafedrasi f.-m.f.f.d (PhD),dotsent v.b. sbiybinaz@mail.ru

Safarov X.Z. Matematik injinering yo‘nalishi 4-kurs talabasi,xondamirsafarov98@gmail.com

Toshkent davlat transport universiteti

Annotatsiya: Ushbu tezisda dinamik tizimlarda ko‘p mezonli optimallashtirish masalalarini yechishning samarali yondashuvlaridan biri – vaznli yig‘indi usuli tahlil qilingan. Qayd etilgan usul yordamida haroratni boshqarish jarayonini tavsiflovchi oddiy differensial tenglama (ODT) misolida, aniqlik va energiya sarfini minimallashtirish bo‘yicha Pareto-optimal yechimlar modelini qurish ko‘rsatib berilgan.

Tayanch so‘zlar: Ko‘p mezonli optimallashtirish, Pareto-optimal yechim, vaznli yig‘indi usuli, differensial tenglama, optimal boshqaruv, maqsad funksiyasi.

Kirish

Muhandislik va texnologik jarayonlarni boshqarishda qaror qabul qiluvchi shaxs ko‘pincha bir-biriga zid bo‘lgan bir nechta maqsadlarga bir vaqtda erishishiga to‘g‘ri keladi. Masalan, isitish tizimlarida berilgan haroratga tez va aniq erishish hamda shu jarayonda sarflanadigan energiyani minimallashtirish talab etiladi. Bunday turdagi masalalar matematik yondashuvda ko‘p mezonli optimallashtirish (KMO) va optimal boshqaruv masalalari deb ataladi. KMO masalalarining o‘ziga xos xususiyati shundaki, ularda barcha maqsadlar uchun birdaniga eng yaxshi bo‘lgan yagona yechim mavjud bo‘lmaydi. Buning o‘rniga Pareto-optimal yechimlar to‘plami izlanadi [1].

Masalaning matematik qo‘yilishi va vaznli yig‘indi usuli

Dinamik jarayonlarda ko‘p mezonli optimallashtirish masalasini yechish uchun ko‘pincha vaznli yig‘indi usulidan foydalaniladi. Uning asosiy g‘oyasi k ta maqsad funksiyasini ularning muhimlik darajasini belgilovchi vazn koeffitsiyentlariga (w_i) ko‘paytirib, bitta umumiy skalyar funksiyaga yig‘ishdan iborat

$$J(u) = \sum_{i=1}^{k} w_i J_i(u) \to \min$$

Bu yerda $J_i(u)$ – i-chi maqsad funksiyasi (funksionali), $w_i \geq 0$ va $\sum_{i=1}^{k} w_i = 1$ shart qanoatlantiriladi. Vaznlar vektorini o‘zgartirish orqali turli xil muqobil Pareto-optimal yechimlarni topish mumkin.

Differensial tenglamaga asoslangan amaliy masala. Vaznli yig‘indi usulining dinamik tizimlarda qanday ishlashini ko‘rsatish uchun jismlarning isish jarayonini tavsiflovchi quyidagi chiziqli oddiy differensial tenglamani ko‘rib chiqamiz:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T(t) - T_{tashqi}) + u(t), \quad T(0) = T_0$$

Bu yerda $T(t)$ – jismning t vaqtdagi harorati, T_{tashqi} – atrof-muhit harorati (o‘zgarmas), k – issiqlik almashinuv koeffitsiyenti, $u(t)$ – boshqaruv funksiyasi (isitish qurilmasining quvvati), T_0 – boshlang‘ich harorat, t_k – jarayonning oxirgi (yakuniy) vaqti.

Tizim $t \in [0, t_k]$ vaqt oralig‘ida ishlaydi. Bizning oldimizda ikkita raqobatlashuvchi maqsad turibdi:

1. **Jarayon aniqligi (J_1).** Jism harorati $T(t)$ ni talab qilingan T_{maqsad} haroratiga iloji boricha yaqinlashtirish (xatolikni minimallashtirish)

$$J_1(u) = \int_0^{t_k} (T(t) - T_{maqsad})^2 dt \to \min$$

1. Energiya tejamkorligi (J_2). Boshqaruv jarayonida sarflanadigan umumiy energiyani minimallashtirish

$$J_2(u) = \int_0^{t_k} u^2(t) dt \to \min$$

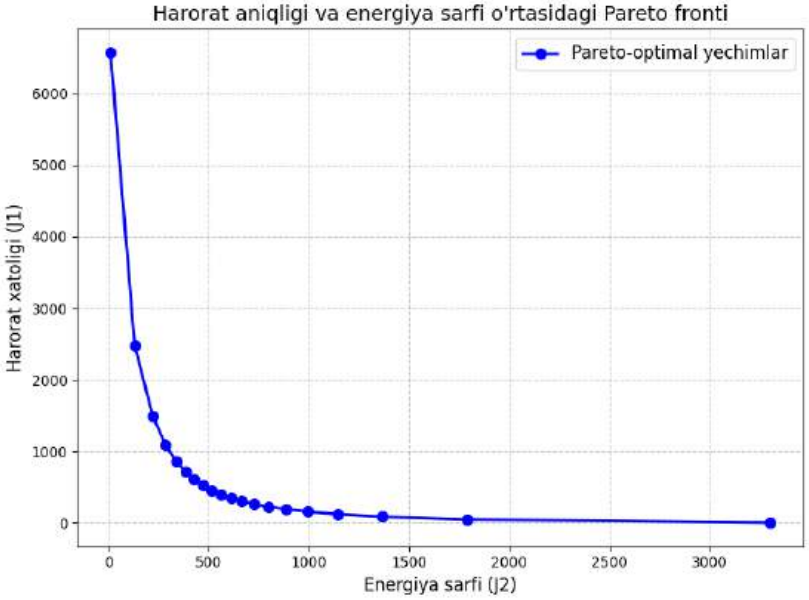
Ikkala maqsadni bitta skalyar funksionalga birlashtirish uchun vaznli yig‘indi usulini qo‘llaymiz ($w_1 + w_2 = 1$):

$$J(u) = w_1 \int_0^{t_k} (T(t) - T_{maqsad})^2 dt + w_2 \int_0^{t_k} u^2(t) dt \to \min.$$

Ushbu uzluksiz masalani kompyuterda yechish uchun vaqt oralig‘i Δt qadam bilan diskretlanadi. Differensial tenglama Eyler usuli yordamida algebraik ko‘rinishga keltiriladi [2]:

$$T_{i+1} = T_i + \Delta t \cdot (-k(T_i - T_{tashqi}) + u_i)$$

Bunda maqsad funksiyasi integraldan yig‘indiga aylanadi. Endi hosil bo‘lgan standart kvadratik dasturlash masalasini sonli usullar yordamida turli w_1 koeffitsiyentlari ($0 \le w_1 \le 1$) uchun yechib, Pareto-optimal boshqaruvlar to‘plamini $u^*(t)$ topish mumkin. Agar w_1 katta bo‘lsa, tizim tez isitiladi, lekin energiya sarfi yuqori bo‘ladi. Agar w_2 katta bo‘lsa, energiya tejaladi, lekin kerakli haroratga erishish vaqti cho‘ziladi yoki to‘liq erishilmaydi.



1-rasm. Harorat aniqligi va energiya sarfi o‘rtasidagi Pareto-optimal yechimlar fronti

KMO masalalarida vaznli yig‘indi usuli matematik jihatdan tushunarli va hisoblash jarayoni amaliy algoritmlarga oson tushadigan usuldir. Differensial tenglamalar bilan bog‘langan jarayonlarda bu yondashuv parametrlar va boshqaruv funksiyalarini samarali optimallashtirish imkonini beradi [3]. Turli xil vazn koeffitsiyentlarini tanlash orqali qaror qabul qiluvchi shaxs

tizim tezkorligi va energiya resurslari o‘rtasidagi eng maqbul muvozanatni aniq matematik asosda tanlab olishi mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Deb k. Multi-objective optimization using evolutionary algorithms. John wiley sons, 2001.
2. Salohiddinov M.S., Nasriddinov G‘.N. *Oddiy differensial tenglamalar*. – Toshkent: “O‘zbekiston”, 1994.
3. Yusupbekov N.R., Igamberdiyev H.Z. va boshq. *Texnologik jarayonlarni modellashtirish va optimallashtirish asoslari*. O‘quv qo‘llanma. – Toshkent: “Fan va texnologiya”, 2015.

GALILEY FAZOSIDA TO‘G‘RILOVCHI QIYA SPIRAL CHIZIQLAR

Sultanov B.M.,[1,2] Mahmodova N.O.[3] Sobirova B.Sh.,[1]

[1]Abu Rayhon Beruniy nomidagi Urganch davlat universiteti

[2]Ranch universiteti

[3]Urganch davlat pedagogika instituti , bek_4747@bk.ru

Differensial geometriyada chiziqlarni o‘rganish muhim yo‘nalishlardan biridir. To‘g‘rilovchi chiziqlar tushunchasi Chen tomonidan kiritilgan bo‘lib, u chiziqning radius-vektori uning to‘g‘rilovchi tekisligida yotishi bilan xarakterlanadi.

Qiya spiral esa shunday chiziqki, uning asosiy normal vektori fazodagi biror yo‘nalish bilan doimiy burchak hosil qiladi.

Ushbu ishda Galiley fazosida to‘g‘rilovchi qiya spiral chiziqlar o‘rganilib, ularning egriliklari, differensial tenglamalari va parametrik ko‘rinishlari aniqlangan.

Galiley fazosida chiziq quyidagicha beriladi:

$r(s)=(s,y(s),z(s))$.

Uning Frene reperi quyidagicha aniqlanadi:

$$t=(1,y',z'),\quad n=\frac{1}{\kappa}(0,y'',z''),\quad b=\frac{1}{\kappa}(0,-z'',y'').$$

Egrilik va burilish quyidagicha aniqlanadi:

$$\kappa=\sqrt{y''^2+z''^2},\quad \sigma=\frac{1}{\kappa^2}\det(r',r'',r''').$$

Frene formulalari quyidagiga teng:

$$\begin{pmatrix} t' \\ n' \\ b' \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & \kappa & 0 \\ 0 & 0 & \tau \\ 0 & -\tau & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} t \\ n \\ b \end{pmatrix}$$

1-ta’rif. Agar chiziqning radius-vektori uning to‘g‘rilovchi tekisligida yotsa, u to‘g‘rilovchi chiziq deyiladi.

1-teorema. Chiziq to‘g‘rilovchi bo‘lishi uchun quyidagi shart bajarlishi zarur va yearli:

$$\frac{\tau}{\kappa}=c_1s+c_2,\quad c_1\neq 0.$$

2- ta’rif. Agar chiziqning asosiy normal vektori biror o‘zgarmas yo‘nalish bilan doimiy burchak hosil qilsa, u qiya spiral deyiladi.

2- teorema. To‘g‘rilovchi qiya spiral uchun egrilik va buralish quyidagicha bo‘ladi:

$$\kappa=\frac{c}{(c_1s+c_2)^3},\quad \sigma=\frac{c}{(c_1s+c_2)^2}.$$

3- teorema. To‘g‘rilovchi qiya spiral quyidagi tenglamani qanoatlantiradi:

$$v''+f^2\kappa^2v=0,$$

bu yerda $f = \frac{\tau}{\kappa}$.

Bu tenglama chiziqning geometrik xossalarini aniqlashda muhim rol o‘ynaydi.

4- teorema. To‘g‘rilovchi qiya spiral quyidagicha ifodalanadi:

$$r_1 = s,$$

$$r_2 = -\frac{c}{c_1^2}(c_1 s + c_2)\cos\left(\frac{1}{c_1 s + c_2}\right),$$

$$r_3 = \frac{c}{c_1^2}(c_1 s + c_2)\sin\left(\frac{1}{c_1 s + c_2}\right).$$

Galiley fazosida to‘g‘rilovchi qiya spiral chiziqlar egrilik va burilish funksiyalari orqali to‘liq aniqlanadi. Ularning differensial tenglamalari va parametrik ko‘rinishlari chiziqning geometrik tabiatini chuqur tahlil qilish imkonini beradi.

ADABIYOTLAR

1. Artykbaev A., Sultanov B.M., Ismoilov Sh.Sh. Geometry of semi-Euclidian space: isotropic and Galilean. Publishing house *"Transport"* 2024. – 225 pp

2. Yaglom, I.M. A Simple Non-Euclidean Geometry and its Physical Basis. Springer, New York (1979). -326 pp.

3. A. OGRENMIS¸, M. ERGUT, AND M. BEKTAS¸, ON THE HELICES IN THE GALILEAN SPACE G3; IRANIAN JOURNAL OF SCIENCE TECHNOLOGY, TRANSACTION A, PRINTED IN THE ISLAMIC REPUBLIC OF IRAN, VOL:31, NO.A2 (2007).

4. Z.M. Sipus, Ruled Weingarten surfaces in the Galilean space, Period. Math. Hungar. 56, 213-225, 2008.

5. H. Oztekin, Normal and rectifying curves in Galilean space G3, Proc IAM., Vol:5, (2016), 98-109.

6. J. Yu, X. Yin, X. Gu, L. McMillan and S. Gortler, Focal surfaces of discrete geometry, Eurographics Symposium on Geometry Processing, 2007.

GALILEY FAZOSIDA AYLANMA SIRTLAR VA ULARNING FOKUS SIRTLARI

Sultanov B.M.,[1,2] Shermetova D.J.,[1] Abdukarimova Z.X.[1] Amatova M.O.[1]

[1]Abu Rayhon Beruniy nomidagi Urganch davlat universiteti

[2]Ranch universiteti, bek_4747@bk.ru

Galiley geometriyasi noevklid geometriyaning muhim yo‘nalishlaridan biri bo‘lib, klassik mexanika bilan chambarchas bog‘liqdir. Ushbu fazoda sirtlarning geometrik xossalari Evklid fazosidan sezilarli darajada farq qiladi. Aylanma sirtlar va ularning fokus sirtlari differensial geometriyada muhim rol o‘ynaydi.

Fokus sirtlar berilgan sirtning asosiy egriliklari yordamida aniqlanadi va ular sirtning normal yo‘nalishlari orqali quriladi.

Galiley fazosida sirt $X(u,v) = (u, y(u,v), z(u,v))$ ko‘rinishda beriladi. Normal vektor quyidagicha aniqlanadi:

$$N = \frac{1}{W}(0, -x_u z_v + x_v z_u, x_u y_v - x_v y_u)$$

bu yerda

$$W = \sqrt{(x_u z_v - x_v z_u)^2 + (x_v y_u - x_u y_v)^2}.$$

Galiley fazosida to‘la va o‘rtacha egriliklar quyidagicha hisoblanadi:

$$K = \frac{L_{11}L_{22} - L_{12}^2}{W^2}, \quad H = \frac{1}{2}\frac{L_{11} - 2L_{12} + L_{22}}{W^2}.$$

Fokus sirtni quyidagicha aniqlaymiz:

$$X^*(u,v) = X(u,v) + \frac{1}{\kappa_i} N(u,v), \quad i = 1,2.$$

Galiley fazosida aylanma sirtlari uch turga ajratiladi. I-tur aylanma sirti

$$X(u,v) = \left(u, f(v) + \frac{u^2}{2}, g(v) \right).$$

1-teorema. I tur aylanma sirtning bosh egriliklari quyidagiga teng bo‘lib $\kappa_1 = f'(v)g''(v) - f''(v)g'(v), \quad \kappa_2 = -g'(v),$ uning fokus sirtlari

$$X_1^*(u,v) = \left(u, f(v) - \frac{g'(v)}{\kappa_1(v)} + \frac{u^2}{2}, g(v) + \frac{f'(v)}{\kappa_1(v)} \right).$$

$$X_2^*(u,v) = \left(u, f(v) + \frac{u^2}{2} + 1, g(v) - \frac{f'(v)}{g'(v)} \right).$$

bo‘ladi.

II-tur aylanma sirt

$$X(u,v) = \left(u + v, g(v), uv + \frac{u^2}{2} \right).$$

2-teorema. II-tur sirt uchun egriliklar profil chiziqqa bog‘liq holda aniqlanadi va fokus sirtlar shunga mos ravishda hosil qilinadi. III-tur aylanma sirti

$$X(u,v) = \left(v, g(v)\cos u, -g(v)\sin u \right).$$

3-teorema. III-tur aylanma sirtining fokus sirtlari mavjud bo‘lishi uchun $\kappa_i \neq 0$ bo‘lishi zarur va yetarli.

1- misol. $f(v) = \cos v$, $g(v) = \sin v$ bo‘lsa uning focus siti quyidagicha bo‘ladi:

$$X(u,v) = \left(u, \cos v + \frac{u^2}{2}, \sin v \right).$$

2 - misol. $f(v) = v^2$ bo‘lsa, sirt murakkab parametrik ko‘rinishga ega bo‘ladi.

Galiley fazosida aylanma sirtlarning fokus sirtlari ularning egriliklariga bog‘liq bo‘lib, ayrim hollarda mavjud emas yoki sirt turini o‘zgartiradi.

Aylanma sirtlari va ularning fokus sirtlari Galiley geometriyasida muhim rol o‘ynaydi. Olingan natijalar bu fazoda sirtlar nazariyasini rivojlantirishga xizmat qiladi.

ADABIYOTLAR

1. Artykbaev A., Sultanov B.M., Ismoilov Sh.Sh. Geometry of semi-Euclidian space: isotropic and Galilean. Publishing house *"Transport"* 2024. – 225 pp

2. Yaglom, I.M. A Simple Non-Euclidean Geometry and its Physical Basis. Springer, New York (1979). -326 pp.

3. B.J. Pavkovic and I. Kamenarovic, The equiform differential geometry of curves in the Galilean space, Glas. Mat. Ser. III 22, 449-457, 1987.

4. Z.M. Sipus, Ruled Weingarten surfaces in the Galilean space, Period. Math. Hungar. 56, 213-225, 2008.

5. D.W. Yoon, Surfaces of revolution in the three dimensional pseudo-Galilean space, Glas. Mat. Ser. III 48, 415-428, 2013.

BIR O‘LCHAMLI KASR TARTIBLI TELEGRAF TENGLAMASI UCHUN QO‘YILGAN KOSHI MASALASI

Tuxtayev Q.H.

Navoiy viloyat pedagogik mahorat markazi

Aniq va tabiiy fanlar metodikasi kafedrasi katta o‘qituvchisi

quvonchbektuxtayev157@gmail.com

Zamonaviy matematika va uning tatbiqiy yo‘nalishlarida kasr tartibli differensial tenglamalar nazariyasi tez sur’atlar bilan rivojlanib bormoqda. Ushbu yo‘nalish klassik butun tartibli hosilalar asosidagi modellarning kengaytirilgan ko‘rinishi bo‘lib, real fizik, biologik, iqtisodiy va muhandislik jarayonlarini yanada aniqroq ifodalash imkonini beradi. Ayniqsa, so‘nggi o‘n yilliklarda kasr tartibli modellar yordamida xotirali tizimlar, anomal diffuziya jarayonlari, sekin so‘nuvchi tebranishlar hamda murakkab to‘lqin tarqalish hodisalari muvaffaqiyatli tavsiflanmoqda. Telegraf tenglamasi esa klassik matematik fizikaning muhim tenglamalaridan biri bo‘lib, elektr uzatish liniyalaridagi signallar tarqalishi, to‘lqinlarning so‘nishi va dissipativ jarayonlarni matematik modellashtirishda keng qo‘llaniladi.

Biroq real tizimlarda ko‘plab jarayonlar klassik model bilan to‘liq ifodalanmaydi. Masalan, muhitning “xotira effekti”, materiallarning viskoelastik xususiyatlari yoki signalning noan’anaviy so‘nishi kabi holatlar oddiy differensial tenglamalar yordamida yetarlicha aniq tavsiflanmaydi. Shu sababli kasr tartibli hosilalarga asoslangan telegraf tenglamasi modeli joriy etiladi. Bu yondashuv orqali vaqt bo‘yicha hosilaning butun bo‘lmagan tartibda olinishi natijasida tizimning o‘tmishdagi holatlarga bog‘liqligi matematik jihatdan ifodalanadi.

Quyida kasr tartibli giperbolik telegraf tenglamasi va unga qo‘yilgan Koshi masalasi qaraladi.

$$ {}^{C}D_t^{\alpha}u(x,t)+2\beta\,{}^{C}D_t^{\frac{\alpha}{2}}u(x,t)=c^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x,t)+q(t)u(x,t)+f(x,t) \qquad (1)$$

$$ u(x,0)=\varphi(x) \qquad (2)$$

Teorema. Agar $\varphi(x)\in H^2(R)$ bo‘lsa, u holda kasr tartibli telegraf uchun (1)-(2) Koshi masalasi $u(x,t)\in C([0,T];L^2(R))\cap C^1((0,T];L^2(R))$ fazoda yagona yechimga ega.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

1. Kilbas A.A. Srivastava H.M., Trujillo J.J. Teory and applications aof fractional differential equations, Mathematical Studies (Elsevier, Amsterdam, 2006).

2. Samko S.G., Kilbas A.A. Marichev O.I. Fractional integrals and derivatives. Theory and applications, (Gordon and Breach Science Publishers, Yveron, 1993).

3. Podlubny I. Fractional Differential Equations of Mathematics in Science and Engineering, vol. 198, (Academic Press, New York, NY, USA, 1999).

4. Metzler R. and Klafter J. Subdiffusive transport close to thermal equilibrium : from the Langevin equation to fractional diffusion, Phys . Rev.E. 61, 6308-6311 (2000).

5. Sakamoto K. and Yamamoto M. Initial value/boundary value problems for fractional diffusion-wave equations and applications to some inverse problems, J.Math.Anal. Appl. 382, 426-447 (2011).

6. Durdiev D.K. Shishkina E. and Sitnik S. The explicit formula for solution of anomalous diffusion equation in the multidimensional space, Lobachevskii J. Math. 42 (6), 1264-1273 (2021).

GRIN FORMULALARI VA ULARNING TADBIQLARI

Tuychiyeva S.T.

Toshkent davlat transport universiteti,Oliy matematika kafedrasi dotsenti, fiz.-mat.f.f.d.

sayyora-tohirzoda@mail.ru

Ziyatov F.Sh.

Toshkent davlat transport universiteti ,Matematik inginiring yo‘nalishi 4-bosqich talabasi

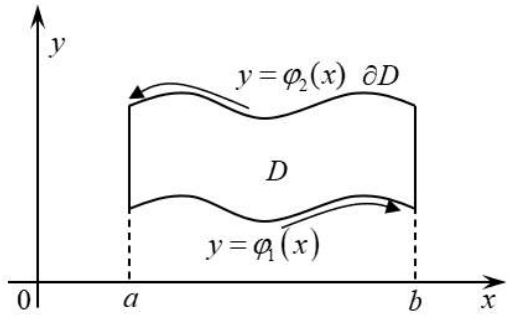
fazliddinziyatov@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu tezisda Grin formulasi va uning matematik analizdagi o‘rni batafsil yoritilgan. Formulaning umumiy ko‘rinishi, undan maxsus ko‘rinishlarni hosil qilish jarayoni hamda egri chiziqli integrallarni ikki karrali integralga keltirish usullari tahlil qilingan. Shuningdek, Grin formulasining soha yuzasini hisoblashdagi ahamiyati misollar asosida ko‘rsatib

berilgan. Fizik mazmundagi masalalarda, xususan, vektor maydonlarda bajarilgan ishni aniqlashda qo‘llanishi aniq yechimlar orqali tushuntirilgan. Keltirilgan misollar Grin formulasining amaliy va nazariy jihatdan muhim vosita ekanligini tasdiqlaydi [1-7].

Kalit so‘zlar: matematik analiz, integral hisob, soha, yopiq kontur, Grin formulasi, egri chiziqli integral, ikki karrali integral, vektor maydon.

Yuqoridan hamda pastdan $[a,b]$ da uzluksiz bo‘lgan $y=\varphi_2(x),\ \ y=\varphi_1(x)$ funksiya grafiklari, yon tomondan $x=a,\ \ x=b$ vertikal chiziqlar bilan chegaralangan D sohani – egri chiziqli trapetsiya qaraymiz. Uning chegarasini (konturini) ∂D bilan belgilaymiz. Ma’lumki, u holda $\overline{D}=D\bigcup\partial D$ (1-rasm).



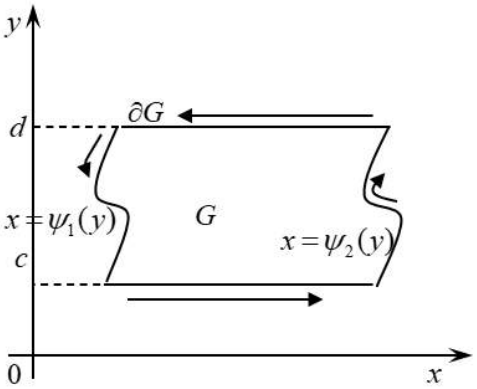
1-rasm

1-teorema [1-3]. $P(x,y)$ funksiya $\overline{D}$ sohada berilgan va uzluksiz bo‘lsin. Agar bu funksiya D sohada uzluksiz $\dfrac{\partial P(x,y)}{\partial y}$ xususiy hosilaga ega bo‘lsa, u holda

$$\oint_{\partial D} P(x,y)dx=-\iint_{D}\frac{\partial P(x,y)}{\partial y}dxdy \qquad (1)$$

bo‘ladi.

Endi yuqoridan $y=d$, pastdan $y=c$ gorizontal chiziqlar bilan, yon tomondan $[c,d]$ da uzluksiz bo‘lgan $x=\psi_1(y),\ \ x=\psi_2(y)$ funksiyalar grafiklari bilan chegaralangan G sohani – egri chiziqli trapetsiyani qaraymiz.Uning konturini ∂G bilan belgilaymiz (2-rasm).



2-rasm

2-teorema [1-3]. $Q(x,y)$ funksiya $\overline{G}$ sohada berilgan va uzluksiz bo‘lsin. Agar bu funksiya G sohada uzluksiz $\dfrac{\partial Q(x,y)}{\partial x}$ xususiy hosilaga ega bo‘lsa, u holda

$$\oint_{\partial G} Q(x,y)dy=\iint_{G}\frac{\partial Q(x,y)}{\partial x}dxdy \qquad (2)$$

bo‘ladi.

Endi tekislikdagi F soha yuqoridagi ikki holda qaralgan sohaning har birining xususiyatiga ega bo‘lsin. $P(x,y)$ hamda $Q(x,y)$ funksiyalar $\overline{F}$ da berilgan va uzluksiz. Agar bu funksiyalar F da uzluksiz $\frac{\partial P(x,y)}{\partial y}$, $\frac{\partial Q(x,y)}{\partial x}$ xususiy hosilalarga ega bo‘lsa, u holda

$$\oint_{\partial F} P(x,y)dx + Q(x,y)dy = \iint_F \left(\frac{\partial Q(x,y)}{\partial x} - \frac{\partial P(x,y)}{\partial y} \right) dxdy \qquad (3)$$

bo‘ladi.

Odatda (1), (2) va (3) formulalar **Grin formulalari** deyiladi. Ko‘pincha Grin formulasining (3) ko‘rinishidan foydalaniladi. Demak, Grin formulasi to‘plam bo‘yicha olingan ikki karrali integral bilan shu to‘plam chegarasi bo‘yicha olingan egri chiziqli integralning bog‘lanishini ifodalaydi.

Grin formulasi nazariy va amaliy jihatdan juda keng qo‘llaniladi. Quyida uning asosiy tatbiqlarini ko‘rib chiqamiz.

1. Egri chiziqli integrallarni hisoblash: Ba’zi hollarda egri chiziq parametrik tenglamalar orqali berilgan bo‘lib, integralni to‘g‘ridan-to‘g‘ri hisoblash murakkab bo‘ladi. Bunday vaziyatlarda Grin formulasi yordamida integralni ikki karrali integralga o‘tkazib, hisoblash osonlashadi.

Masalan, quyidagi egri chiziqli integralni hisoblash talab etilsin:

$$\oint_{\partial F} (x^2 - y)dx + (x + y^2)dy$$

bu yerda ∂F – uchlari $(0,0), (1,0), (1,1), (0,1)$ nuqtalarda joylashgan kvadratning chegarasi (musbat yo‘nalishda aylangan).

(3) – formulaga ko‘ra:

$P = x^2 - y$, $Q = x + y^2$ bo‘ladi.

Hosilalarni hisoblaymiz

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial (x + y^2)}{\partial x} = 1, \quad \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial (x^2 - y)}{\partial y} = -1.$$

(3) - formulaga qo‘yamiz

$$\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} = 1 - (-1) = 2.$$

Shunday qilib:

$$\oint_{\partial F} (Pdx + Qdy) = \iint_F 2dxdy$$

ga ega bo‘lamiz va ikki karrali integralni hisoblaymiz.

Soha F – birlik kvadrat:

$0 \le x \le 1, \ 0 \le y \le 1$

$$\iint_F 2dxdy = 2\int_0^1 dx \int_0^1 dy = 2\int_0^1 y\Big|_0^1 dx = 2x\Big|_0^1 = 2.$$

Demak, javob 2 ga teng bo‘ladi.

Agar bu integralni to‘g‘ridan-to‘g‘ri (har bir tomon bo‘yicha alohida) hisoblasak, ancha uzun va murakkab chiqadi. Grin formulasi esa uni juda tez va qulay hisoblash imkonini berdi.

2. Soha yuzasini topish: Grin formulasidan foydalanib, tekislikdagi soha yuzasini ham hisoblash mumkin [4-5].

Masalan, $C - x^2 + y^2 = a^2$ aylana bilan chegaralangan sohaning yuzasi topilsin.

Grin formulasining maxsus ko‘rinishidan foydalanamiz:

$$S = \oint_C xdy .$$

Bu formula yopiq egri chiziq bilan chegaralangan soha yuzasini topish imkonini beradi.
Egri chiziqni parametrik ko‘rinishda yozib olamiz.
Aylana tenglamasi:
$x^2 + y^2 = a^2$
Parametrik ko‘rinishi:
$x = a\cos t,\ \ y = a\sin t,\ \ 0 \le t \le 2\pi$
Shundan:
$dy = acostdt$
Integralga qo‘yamiz va integralni hisoblaymiz:

$$S = \oint_C xdy = \int_0^{2\pi} (a\cos t)\cdot(a\cos t)dt = a^2\int_0^{2\pi} \cos^2 tdt =$$

$$= a^2\int_0^{2\pi} \frac{1+\cos 2t}{2}\,dt = \frac{a^2}{2}\left(\int_0^{2\pi} 1dt + \int_0^{2\pi} \cos 2tdt\right) = \frac{a^2}{2}\left(t\Big|_0^{2\pi} + \frac{\sin 2t}{2}\Big|_0^{2\pi}\right) = \frac{a^2}{2}\cdot 2\pi = \pi a^2.$$

Ko‘rinib turibdiki, Grin formulasi yordamida biz aylana yuzasini odatdagi geometrik formulaga mos holda hosil qildik. Bu usul ayniqsa, murakkab egri chiziqlar, parametrik ko‘rinishda berilgan chegaralar uchun juda qulay hisoblanadi.

3. Fizik masalalarda qo‘llanishi: suyuqliklar oqimini o‘rganishda, elektromagnit va potensial maydonlarni tahlil qilishda, aylanish (rotatsiya) va divergensiya tushunchalarini aniqlashda foydalaniladi.

Misol uchun tekislikda berilgan vektor maydon:
$\vec{F} = (P,Q) = (-y,x)$
C – birlik aylana $x^2 + y^2 = 1$ bo‘ylab (musbat yo‘nalishda).
Shu maydon bo‘ylab zarracha harakatlanganda bajarilgan ishni toping:

$$A = \oint_C (-ydx + xdy)$$

(3) – formulani qo‘llaymiz, bunda
$P = -y,\ \ Q = x.$
Hosilalarni hisoblaymiz

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = 1,\ \ \frac{\partial P}{\partial y} = -1,\ \ \Rightarrow \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} = 1 - (-1) = 2$$

Ikki karrali integralga o‘tamiz

$$A = \iint_D 2dxdy$$

Bu yerda D – birlik doira $(x^2 + y^2 \le 1)$. Birlik doira yuzasi: $S = \pi\cdot 1^2 = \pi$. Shuning uchun:
$A = 2\cdot\pi = 2\pi$
Bu natija nimani anglatadi?

- Maydon $\vec{F} = (-y,x)$ – bu **aylanma (rotatsion) maydon**
- Zarracha aylana bo‘ylab harakat qilganda, maydon uni “aylantirib turadi”
- Natijada yopiq trayektoriya bo‘yicha **nol bo‘lmagan ish** bajariladi

Bu holat:

- suyuqliklar girdobi,
- magnit maydon,
- aylanishli oqimlar

kabi fizik jarayonlarda uchraydi.
Agar:

$\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \neq 0$ bo‘lsa, maydon **potensial emas** va yopiq kontur bo‘yicha ish nolga teng bo‘lmaydi.

Yuqoridagilardan shuni xulosa qilish mumkinki, Grin formulasi matematik analizning muhim natijalaridan biri bo‘lib, egri chiziqli integrallarni hisoblashni sezilarli darajada soddalashtiradi. Ushbu formula yordamida murakkab chiziqlar bo‘yicha integrallarni ikki karrali integrallar orqali ifodalash mumkin. Bundan tashqari, u geometrik va fizik masalalarda ham keng qo‘llanadi [4-7].

Amaliy misollar yordamida egri chiziqli integrallarni hisoblash, soha yuzasini aniqlash va fizik masalalarda (masalan, aylanishli maydonlarda bajarilgan ishni topishda) Grin formulasining samarali qo‘llanishi namoyish etildi. Xususan, formuladan foydalanish orqali murakkab hisoblashlar oddiyroq ikki karrali integrallarga keltirilishi mumkinligi isbotlandi.

Grin formulasini chuqur o‘rganish nafaqat nazariy bilimlarni mustahkamlaydi, balki amaliy masalalarni yechishda ham muhim ahamiyat kasb etadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Xudayberganov G., Vorisov A. K., Mansurov X. T., Shoimqulov B. A. Matematik analizdan ma’ruzalar, II q. T. – Voris-nashriyot, 2010.
2. Фихтенгольц Г.М. *Основы математического анализа*, – Учебник, Часть 2. Издательство «Лань», 2008, – 464 с.
3. Зорич В. А. *Математический анализ.* – Учебник — Часть II. Изд. 9-е. – М.: МЦНМО, 2019, – 676 с.
4. Sadullayev A., Mansurov X. T., Xudoyberganov G., Vorisov A. K., Gulomov R. *Matematik analiz kursidan misol va masalalar to‘plami*, T. – O‘qituvchi, 2000.
5. Демидович Б. П. *Сборник задач и упражнений по математическому анализу*: Учебное пособие для вузов. Издательство «Лань», 2023, 624 с.
6. Tao T. Analysis 1, 2. *Hindustan Book Agency*, India, 2014.
7. C. Canuto, A. Tabacco. *Mathematical Analysis I-II*. Springer-Verlag Italia, Milan 2008.

FRIDRIXS MODELLARI OILASI UCHUN FREDGOLM DETERMINANTINING ASIMPTOTIK YOYILMASI: BIR O‘LCHAMLI HOL

Umirqulova G.H.

Buxoro davlat universiteti g.h.umirqulova@buxdu.uz

Bugungi kunda zamonaviy matematik fizikaning dolzarb yo‘nalishlaridan biri uch zarrachali kvant sistemalarining matematik modellarini o‘rganishdir. Bunday sistemalar uchun panjaradagi model operatorlarining spektral xususiyatlarini o‘rganish, nafaqat nazariy, balki amaliy jihatdan ham alohida ahamiyat kasb etadi. Shu sababli, Fridrixs modellari oilasining muhim va diskret spektrlarini, shuningdek, xos qiymatlarning soni, joylashuvi va mavjudlik shartlarini o‘rganish dolzarb hisoblanadi [1,2,3]. Ushbu ishda ham bir o‘lchamli panjaradagi uchta zarrachalar sistemasiga mos model operatorlarning spektral xossalarini o‘rganishda muhim bo‘lgan chiziqli, chegaralangan va o‘z-o‘ziga qo‘shma Fridrixs modellari oilasi qaralgan.

T –bir o‘lchamli tor, $L_2(T)$ Hilbert fazosida chiziqli, chegaralangan va o‘z-o‘ziga qo‘shma Fridrixs modellari oilasini qaraymiz:

$$h_\mu^{(\gamma)}(k) := h_0^{(\gamma)}(k) - \mu v,$$

bunda $h_0^{(\gamma)}(k)$ operator $E_\gamma(k,\cdot)$ funksiyaga ko‘paytirish operatori:

$$\left(h_0^{(\gamma)}(k)f\right)(x) = E_\gamma(k,x)f(x), \qquad f \in L_2(T),$$

$$E_\gamma(k,x) := \varepsilon(k) + \varepsilon(x) + \gamma\varepsilon(k+x),$$

v operator esa lokal bo‘lmagan potensial operator:

$$(vf)(x) = sin(x)\int_T sin(t)f(t)dt.$$

Chekli o‘lchamli qo‘zg‘alishlarda muhim spektrning o‘zgarmasligi haqidagi Veyl teoremasiga ko‘ra $h_\mu^{(\gamma)}(k)$ operatorning muhim spektri $h_0^{(\gamma)}(k)$ operatorning muhim spektri bilan ustma–ust tushadi va quyidagi

$$\sigma_{ess}\left(h_\mu^{(\gamma)}(k)\right) = \left[\mathrm{m}_\gamma(k); \mathrm{M}_\gamma(k)\right]$$

tenglik o‘rinlidir, bu yerda

$$\mathrm{m}_\gamma(k) := \min_{x\in T} E_\gamma(k,x), \quad \mathrm{M}_\gamma(k) := \max_{x\in \mathrm{T}} E_\gamma(k,x)$$

Har bir fiksirlangan $\mu, \gamma > 0$ sonlari va $k \in T$ element uchun $C\backslash\left[\mathrm{m}_\gamma(k); \mathrm{M}_\gamma(k)\right]$ sohada analitik bo‘lgan

$$\Delta_\mu^{(\gamma)}(k,z) := 1 - \mu \int_T \frac{sin^2(t)dt}{E_\gamma(k,x) - z}$$

yordamchi funksiyani kiritamiz.

Xususiyatiga ko‘ra $\Delta_\mu^{(\gamma)}(k,\cdot)$ funksiyaga $h_\mu^{(\gamma)}(k)$ operatorga mos Fredgolm determinanti deyiladi.

1-lemma. Har bir fiksirlangan $k \in T$ element va $\mu, \gamma > 0$ sonlari uchun $z \in C\backslash\left[\mathrm{m}_\gamma(k); \mathrm{M}_\gamma(k)\right]$ soni $h_\mu^{(\gamma)}(k)$ operatorning xos qiymati bo‘lishi uchun $\Delta_\mu^{(\gamma)}(k,z) = 0$ bo‘lishi zarur va yetarlidir.

1-natija. $h_\mu^{(\gamma)}(k)$ operatorning diskret spektri uchun

$$\sigma_{disc}\left(h_\mu^{(\gamma)}(k)\right) = \left\{z \in C\backslash\left[\mathrm{m}_\gamma(k); \mathrm{M}_\gamma(k)\right]: \Delta_\mu^{(\gamma)}(k,z) = 0\right\}$$

tenglik o‘rinlidir.

$h_\mu^{(\gamma)}(k)$ Fridrixs modellari oilasining xos qiymatlarini tahlil qilishda muhim bo‘lgan lemmani keltiramiz.

2-lemma. Har bir fiksirlangan $k \in T$ element va $\mu, \gamma > 0$ sonlar uchun $\Delta_\mu^{(\gamma)}(k;\cdot)$ funksiya $\left(-\infty; \mathrm{m}_\gamma(k)\right)$ va $\left(\mathrm{M}_\gamma(k); +\infty\right)$ oraliqlarda monoton kamayuvchi funksiyadir.

3-lemma. Har qanday o‘zgarmas $\mu, \gamma > 0$ va $k \in T$ sonlari uchun $h_\mu^{(\gamma)}(k)$ Fridrixs modeli $\mathrm{m}_\gamma(k)$ nuqtadan chapda ko‘pi bilan bitta oddiy xos qiymatga ega va $\mathrm{M}_\gamma(k)$ nuqtadan o‘ngda xos qiymatga ega emas.

Har qanday $\gamma > 0$ soni uchun $E_\gamma(\cdot,\cdot)$ funksiya $(0,0) \in T^2$ nuqtada yagona global minimumga erishadi va uning qiymati nolga teng. Shuning uchun quyidagi yoyilma o‘rinli bo‘ladi:

$$E_\gamma(x,y) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 E_\gamma(0,0)}{\partial x^2}x^2 + 2\frac{\partial^2 E_\gamma(0,0)}{\partial x \partial y}xy + \frac{\partial^2 E_\gamma(0,0)}{\partial y^2}y^2\right) + o(x^2) + o(y^2)$$

ya’ni $x, y \to 0$ bo‘lganda yuqoridagi tenglik bajariladi. Shu sababli, shunday $C_1(\gamma), C_2(\gamma) > 0$ o‘zgarmas sonlar va $\delta_\gamma > 0$ soni mavjud bo‘lib, quyidagilar munosabatlar bajariladi:

$$C_1(\gamma)(x^2+y^2) \le E_\gamma(x,y) \le C_2(\gamma)(x^2+y^2), (x,y) \in \left(-\delta_\gamma; \delta_\gamma\right) \times \left(-\delta_\gamma; \delta_\gamma\right), \quad (4)$$

$$E_\gamma(x,y) \ge C_1(\gamma), \ (x,y) \notin \left(-\delta_\gamma; \delta_\gamma\right) \times \left(-\delta_\gamma; \delta_\gamma\right). \quad (5)$$

(4), (5) tengsizliklar va $x \to 0$ bo‘lganda $sinx \sim x$ asimptotik munosabatga tayangan holda, quyidagi integral

$$\int_T \frac{sin^2(t)dt}{E_\gamma(k,t)}$$

har qanday $\gamma > 0$ va $k \in T$ sonlar uchun musbat va chekli bo‘lishini hosil qilamiz. Shuning uchun integral belgisi ostida limitga o‘tish haqidagi Lebeg teoremasiga ko‘ra $\Delta_\mu^{(\gamma)}(0;0) = \lim_{k\to 0} \Delta_\mu^{(\gamma)}(k;0)$ tenglik bajariladi, ya’ni $\Delta_\mu^{(\gamma)}(\cdot\,;0)$ funksiya T torda uzluksiz.

Quyidagicha belgilash kiritamiz:

$$\mu_\gamma^0 = (1+\gamma)\left(\int_T \frac{sin^2(t)dt}{\varepsilon(t)}\right)^{-1}$$

Aniqlanishiga ko‘ra faqat $\mu = \mu_\gamma^0$ munosabat bajarilganda $\Delta_\mu^{(\gamma)}(0;0) = 0$ tenglik o‘rinli bo‘ladi. Endi Fridrixs modellari oilasining $k = 0$ bo‘lgandagi xos qiymatlari haqidagi teoremani keltiramiz.

1-teorema. Agar $0 < \mu \le \mu_\gamma^0$ bo‘lsa, u holda $h_\mu^{(\gamma)}(0)$ operator xos qiymatga ega emas, ixtiyoriy $\mu > \mu_\gamma^0$ soni uchun $h_\mu^{(\gamma)}(0)$ operator yagona manfiy xos qiymatga ega.

2-teorema. Faraz qilaylik, $\mu, \gamma > 0$ o‘zgarmas sonlar bo‘lsin. Quyidagi yoyilma

$$\Delta_\mu^{(\gamma)}(k;z) = \Delta_\mu^{(\gamma)}(0;0) + \frac{2\mu\pi(1+2\gamma-\gamma^2)}{(1+\gamma)^2\sqrt{1+2\gamma}}\sqrt{k^2 - \frac{2(1+\gamma)}{1+2\gamma}z} + \\ +O(k^2) + O\left(\sqrt{|z|}\right)$$

$x \to 0$ va $z \to -0$ bo‘lganda bajariladi.

2-natija. Shunday $C_1(\gamma), C_2(\gamma) > 0$ va $\delta_\gamma > 0$ sonlari topilib

$$C_1(\gamma)|k| \le \left|\Delta_{\mu_\gamma^0}^{(\gamma)}(k;0)\right| \le C_2(\gamma)|k|,\ k \in U_{\delta_\gamma}(0)$$

qo‘sh tengsizlik o‘rinli bo‘ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Rasulov T.H., Bahronov B.I. Existence of the eigenvalues of a tensor sum of the Friedrichs models with rank 2 perturbation. Nanosystems: Phys. Chem. Math., 14:2 (2023), pp. 151–157.
2. Albeverio S., Lakaev S.N., Djumanova R.Kh. The essential and discrete spectrum of a model operator associated to a system of three identical particles. Reports on Mathematical Physics. 63:3 (2009), pp. 359–380.
3. Umirqulova G.H. Panjaradagi uch zarrachali sistema gamiltonianiga mos kanal operatorlar. Ilm sarchashmalari №11 (2022), 3-7 b.

BO‘LAKLI UZLUKSIZ ARGUMENTLI BIR JINSLI BO‘LMAGAN CHIZIQLI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR SISTEMASI UCHUN KOSHI MASALASI

Xolikov Suyunjon Xamroqul o‘g‘li
Navoiy davlat universiteti,Matematika kafedrasi dotsenti
xolikovsuyunjon@gmail.com
Ibragimov Temurmalik Akbar o‘g‘li
Osiyo xalqaro universiteti magistri
timurmalikibragimov@gmail.com

Dinamik jarayonlarni matematik modellar yordamida tavsiflash ilmiy tadqiqotlarning muhim yo‘nalishlaridan biri hisoblanadi. Ko‘plab tabiiy va texnologik tizimlarda kuzatiladigan o‘zgarishlar vaqtga bog‘liq bo‘lib, bunday jarayonlarni ifodalashda differensial tenglamalar asosiy matematik vositalardan biri sifatida xizmat qiladi. Ushbu tenglamalar yordamida jarayonlarning rivojlanish qonuniyatlarini aniqlash, ularning xossalarini o‘rganish hamda kelajakdagi holatini bashorat qilish imkoniyati paydo bo‘ladi. Amaliy masalalarda uchraydigan ko‘plab tizimlar uzluksiz jarayonlar bilan bir qatorda ayrim diskret xususiyatlarga ham ega bo‘ladi. Bunday holatlarda model tarkibida vaqtning butun qiymatlari yoki ma’lum bosqichlari bilan bog‘liq ifodalar paydo bo‘ladi. Shu sababli differensial tenglamalarning maxsus sinfi argumenti bo‘lakli tarzda o‘zgaradigan tenglamalar yuzaga keladi. Bu turdagi tenglamalarda argumentning butun qismi muhim rol o‘ynaydi va natijada modelda uzluksiz va diskret elementlar bir vaqtning o‘zida namoyon bo‘ladi. Argumentning butun qismi ishtirok etadigan tenglamalar ko‘plab jarayonlarning

matematik tasvirida uchraydi. Masalan, ayrim iqtisodiy tizimlarda ma'lumotlar faqat ma'lum davr oxirida yangilanadi, biologik jarayonlarda ayrim populyatsiyalar soni ma'lum vaqt bosqichlarida o'zgaradi, texnik qurilmalarda esa signal yoki parametrlar ma'lum diskret vaqt oralig'ida qayd etiladi. Shu kabi vaziyatlarda model tenglamalarida vaqtning butun qismi orqali ifodalangan funksiyalar paydo bo'ladi.

Bunday tenglamalarni o'rganishda muhim vazifalardan biri boshlang'ich qiymatlar bilan bog'liq masalalarni tahlil qilishdan iborat. Boshlang'ich shartlar berilgan holda tizimning keyingi rivojlanishini aniqlash matematik modellashtirishning asosiy bosqichlaridan biridir. Aynan shu turdagi masalalar Koshi masalalari deb ataladi. Koshi masalasi yordamida model tenglamasining aniq yechimini qurish yoki uning xossalarini aniqlash mumkin bo'ladi. Ko'pincha modellar tarkibida tashqi omillarni ifodalovchi qo'shimcha hadlar ham mavjud bo'ladi. Bunday holatda tenglama bir jinsli bo'lmagan ko'rinishga ega bo'ladi. Bu esa tizim dinamikasiga tashqi ta'sirlar mavjudligini bildiradi. Shu sababli bunday tenglamalar amaliy modellashtirishda alohida ahamiyatga ega. Mazkur ishda argumentning butun qismi qatnashadigan chiziqli differensial tenglamalar sistemasi qaraladi. Sistema o'ng tomonida qo'shimcha funksiyalar mavjud bo'lgani sababli u bir jinsli bo'lmagan turga kiradi. Bunday sistemalarni o'rganishda muhim bosqichlardan biri ular uchun qo'yilgan boshlang'ich masalaning yechimini aniqlash hisoblanadi.

$$\begin{cases} x'(t) = ax(t) + by([t]) + f([t]) \\ y'(t) = cy(t) + dx([t]) + g([t]) \end{cases} \qquad (1)$$

$$x(0) = x_0, \qquad y(0) = y_0 \qquad (2)$$

Teorema. $(x(t), y(t)) \in PC^1([0,+\infty), R^2)$ sinfga tegishli (1) - (2) masalaning yagona yechimi mavjud bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

[1] J. K. Hale, Theory of Functional Differential Equations (Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin, 1977).

[2] O. Arino and I. Ciyöri, Necessary and sufficient condition for oscillation of a neutral differential system with several delays, J. Differential Equations 81 (1989), 98—105.

[3]. AFTABIZADEH, A.R., WIENER, J. and XU, J.-M., Oscillatory and periodic solutions of delay.

differential equations with piecewise constant argument, Proc. Amer. Math. Soc. 99 (1987), 673 679.

[4]. WIENER, J. and COOKE, K.L., Oscillations in systems of differential equations with piecewise constant argument, J. Math. Anal. Appl. 137 (1989), 221-239.

[5]. WIENER, J. and DEBNATH, L., Partial differential equations with piecewise constant delay, Internat. J. Math. andMath. Sct. 14 (1991), 485-496.

[6] Y. Kitamura and T. Kusano, Oscillation of first-order nonlinear differential equations with deviating argument, Proc. Amer. Math. Soc. 78 (1980), 64—68.

[7]. Huseyin Bereketoglua , Mehtap Lafcia., Behavior of the Solutions of a Partial Differential Equation with a Piecewise Constant Argument, Filomat 31:19 (2017), 5931–5943 https://doi.org/10.2298/FIL1719931B

[8]. M. U. Akhmetov, NewResultsonaPartialDifferentialEquationwithGeneralPiecewise ConstantArgumen, Turk.J.Math.Comput.Sci. x(x)(20yy) 1–8 ©MatDer DOI:10.47000/tjmcs.XX

EYLER FORMULASI YORDAMIDA KOSHI INTEGRAL FORMULASINI ASOSLASH MASALASI

Xolikov S. X

Navoiy davlat universiteti, dotsenti ,

xolikovsuyunjon@gmail.com

Qodirova M. Z,
Navoiy davlat universiteti, magistranti

Kompleks analizda Koshi integral formulasi fundamental o‘rin egallaydi. U analitik funksiyaning kontur ichidagi qiymatini faqat kontur bo‘yicha integrallar orqali ifodalash imkonini beradi. Bu natija nafaqat nazariy jihatdan muhim, balki amaliy hisoblashlarda ham katta ahamiyatga ega.

$$e^{it} = \cos t + i\sin t \qquad (1)$$

(1) tenglik Eyler formulasi bo‘lib kompleks eksponenta va trigonometrik funksiyalar o‘rtasidagi bog‘lanishni ifodalaydi. Ushbu formula yordamida kompleks tekislikdagi aylana harakati analitik ko‘rinishga o‘tkaziladi. Shu sababli Koshi integral formulasini tushunishda Eyler formulasi muhim vosita hisoblanadi.

Teorema. Agar $f(z)$ funksiya yopiq Γ kontur ichida analitik bo‘lsa, a nuqta shu kontur ichida yotsa u holda quyidagi tenglik o‘rinli bo‘ladi.

$$f(a) = \frac{1}{2\pi i}\oint_{\Gamma}\frac{f(z)}{z-a}dz \qquad (2)$$

Isbot. $f(z)$ funksiyani a nuqta atrofida Teylor qatoriga yoyib (2) tenglikni o‘ng tomonidagi integralni quyidagicha yozamiz:

$$\oint_{\Gamma}\frac{f(z)}{z-a}dz = \oint_{\Gamma}\frac{f(a)+\frac{f'(a)(z-a)}{1!}+\frac{f''(a)(z-a)^2}{2!}+\ldots}{z-a}dz$$

$$= \oint_{\Gamma}\frac{f(a)}{z-a}dz + \oint_{\Gamma}(f'(a)+\frac{f''(a)(z-a)}{2!}+..)dz \qquad (3)$$

$f(z)$ funksiya yopiq Γ kontur ichida analitik ekanligidan quyidagi tenglikga ega bo‘lamiz.

$$\oint_{\Gamma}(f'(a)+\frac{f''(a)(z-a)}{2!}+..)dz = 0 \qquad (4)$$

$$\oint_{\Gamma}\frac{f(z)}{z-a}dz = f(a)\oint_{\Gamma}\frac{1}{z-a}dz \qquad (5)$$

(5) tenglikning o‘ng tomonidagi integralni hisoblashda (1) tenglikdan foydalanamiz:

$z-a = re^{it}$, $0 \le t \le 2\pi$, $dz = ire^{it}dt$

$$\oint_{\Gamma}\frac{f(z)}{z-a}dz = f(a)\oint_{\Gamma}\frac{1}{z-a}dz = f(a)\int_0^{2\pi}\frac{1}{re^{it}}\cdot ire^{it}dt = 2\pi i f(a)$$

Teorema isbotlandi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

[1]. Ahlfors, L. V.Complex Analysis.Mc Graw-Hill Education, 3rd Edition, 1979.

[2]. Conway, J. B. Functions of One Complex Variable I. Springer-Verlag, Graduate Texts in Mathematics, 1978.

[3]. Rudin, W. Real and Complex Analysis. Mc Graw-Hill, 3rd Edition, 1987.

BIR JINSLI BO‘LMAGAN BO‘LAKLI UZLUKSIZ KECHIKUVCHI ARGUMENTLI ISSIQLIK O‘TKAZUVCHANLIK TENGLAMASI UCHUN TO‘G‘RI MASALA

Xolikov S. X
Navoiy davlat universiteti,Matematika kafedrasi dotsenti
xolikovsuyunjon@gmail.com

Shokirova D. Sh
Navoiy davlat universiteti,Matematika kafedrasi o'qituvchisi
Namozova F. Sh
Navoiy davlat universiteti, talabasi

Zamonaviy matematik fizika masalalarida ko'plab jarayonlar vaqt va fazoga bog'liq bo'lgan differensial tenglamalar orqali tavsiflanadi. Bunday tenglamalar ichida issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi alohida o'rin egallaydi, chunki u turli muhitlarda energiya almashinuvi jarayonlarini modellashtirishda keng qo'llaniladi. Klassik issiqlik tenglamasi muhitning joriy holati faqat shu vaqt momentidagi parametrlar bilan aniqlanadi degan farazga asoslanadi. Ammo real jarayonlarda tizimning holati ko'pincha oldingi vaqt momentlaridagi qiymatlarga ham bog'liq bo'ladi. Bunday hodisalar texnik tizimlarda issiqlik inertsiya jarayonlari, biologik modellar, kimyoviy reaksiyalar dinamikasi hamda boshqaruv tizimlarida kuzatiladi. Shu sababli matematik modellashtirishda kechikuvchi argumentli differensial tenglamalar muhim tadqiqot obyektiga aylangan.

Ayrim hollarda kechikish funksiyasi vaqtning diskret o'zgarishlari bilan bog'liq bo'lib, bunday modellar bo'lakli uzluksiz argumentli differensial tenglamalar orqali ifodalanadi. Ushbu turdagi tenglamalar klassik differensial tenglamalardan farqli ravishda tizimning uzluksiz va diskret xususiyatlarini birlashtiradi. Shu sababli ular nazariy jihatdan ham, amaliy jihatdan ham katta qiziqish uyg'otadi. Mazkur maqolada bir jinsli bo'lmagan bo'lakli uzluksiz kechikuvchi argumentli issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi uchun boshlang'ich-chegaraviy masala ko'rib chiqiladi.

$$u_t(x,t) = a^2 u_{xx}(x,t) - bu_{xx}(x,[t]) + cu_{xx}(x,[t-1]) + q(t)u(x,t) + f(x,[t]), (x,t) \in D, t \geq 1, \quad (1)$$

$$u(0,t) = u(1,t) = 0, \qquad 0 \prec t \leq T, \quad (2)$$

$$u(x,0) = \varphi(x), 0 \leq x \leq 1, \quad (3)$$

$$\infty$$

Teorema. $D = \bigcup_{n=0} D_n$, $D_n = [0,1] \times [n, n+1)$ sohada aniqlangan $C^{2,1}(D) := \{u(x,t) \in C(D_n) : \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x,t) \in C(D_n); \frac{\partial}{\partial t} u(x,t) \in C(D_n)\}$ sinfga tegishli (1) - (3) masalaning yagona yechimi mavjud bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

[1] J. K. Hale, Theory of Functional Differential Equations (Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin, 1977).

[2] O. Arino and I. Ciyöri, Necessary and sufficient condition for oscillation of a neutral differential system with several delays, J. Differential Equations 81 (1989), 98—105.

[3]. AFTABIZADEH, A.R., WIENER, J. and XU, J.-M., Oscillatory and periodic solutions of delay.

differential equations with piecewise constant argument, Proc. Amer. Math. Soc. 99 (1987), 673 679.

[4]. WIENER, J. and COOKE, K.L., Oscillations in systems of differential equations with piecewise constant argument, J. Math. Anal. Appl. 137 (1989), 221-239.

[5]. WIENER, J. and DEBNATH, L., Partial differential equations with piecewise constant delay, Internat. J. Math. andMath. Sct. 14 (1991), 485-496.

[6] Y. Kitamura and T. Kusano, Oscillation of first-order nonlinear differential equations with deviating argument, Proc. Amer. Math. Soc. 78 (1980), 64—68.

[7]. Huseyin Bereketoglua , Mehtap Lafcia., Behavior of the Solutions of a Partial Differential Equation with a Piecewise Constant Argument, Filomat 31:19 (2017), 5931–5943 https://doi.org/10.2298/FIL1719931B

[8]. M. U. Akhmetov, NewResultsonaPartialDifferentialEquationwithGeneralPiecewise ConstantArgumen, Turk.J.Math.Comput.Sci. x(x)(20yy) 1–8 ©MatDer DOI:10.47000/tjmcs.XX

BO‘LAKLI UZLUKSIZ ARGUMENTLI BIR JINSLI BO‘LMAGAN ISSIQLIK O‘TKAZUVCHANLIK TENGLAMASI UCHUN TO‘G‘RI MASALA

Xolikov S. X

Navoiy davlat universiteti,Matematika kafedrasi dotsenti

xolikovsuyunjon@gmail.com

Sunnatova N. O

Navoiy davlat universiteti magistranti

Matematik fizika tenglamalari ko‘plab tabiiy jarayonlarni modellashtirishda muhim rol o‘ynaydi. Xususan, issiqlik o‘tkazuvchanlik tenglamasi fizikada, texnikada, biologiyada hamda boshqa ko‘plab sohalarda uchraydigan issiqlik almashinuvi jarayonlarini tavsiflashda keng qo‘llaniladi. Klassik issiqlik tenglamasi ko‘pincha uzluksiz argumentli funksiyalar orqali ifodalanadi. Biroq real jarayonlarda ayrim hollarda jarayonning rivojlanishi vaqtning yoki fazoning bo‘lakli uzluksiz argumentlari orqali bog‘liq bo‘lishi mumkin.

Bo‘lakli uzluksiz argumentli differensial tenglamalar zamonaviy matematikada faol o‘rganilayotgan yo‘nalishlardan biri hisoblanadi. Bunday tenglamalar texnik tizimlarda diskret boshqaruv jarayonlari, iqtisodiy modellar, biologik populyatsiyalar dinamikasi va issiqlik almashinuvi kabi jarayonlarni modellashtirishda muhim ahamiyat kasb etadi. Ushbu ishda bo‘lakli uzluksiz argumentli bir jinsli bo‘lmagan issiqlik o‘tkazuvchanlik tenglamasi uchun to‘g‘ri masala o‘rganiladi. Masalaning yechimining mavjudligi, yagonaligi hamda boshlang‘ich ma’lumotlarga uzluksiz bog‘liqligi ko‘rib chiqiladi.

$$u_t(x,t) = a^2 u_{xx}(x,t) - bu(x,[t]) + f(x,[t]), (x,t) \in D, \qquad (1)$$

$$u(0,t) = u(1,t) = 0, \qquad 0 \prec t \le T, \qquad (2)$$

$$u(x,0) = \varphi(x),\ 0 \le x \le 1, \qquad (3)$$

Teorema. $D = \bigcup_{n=0}^{\infty} D_n$, $D_n = [0,1]\times[n,n+1)$ sohada aniqlangan $C^{2,1}(D) := \{u(x,t) \in C(D_n) : \frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x,t) \in C(D_n); \frac{\partial}{\partial t}u(x,t) \in C(D_n)\}$ sinfga tegishli (1) - (3) masalaning yagona yechimi mavjud bo‘ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

[1] J. K. Hale, Theory of Functional Differential Equations (Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin, 1977).

[2] O. Arino and I. Ciyöri, Necessary and sufficient condition for oscillation of a neutral differential system with several delays, J. Differential Equations 81 (1989), 98—105.

[3]. AFTABIZADEH, A.R., WIENER, J. and XU, J.-M., Oscillatory and periodic solutions of delay. differential equations with piecewise constant argument, Proc. Amer. Math. Soc. 99 (1987), 673 679.

[4]. WIENER, J. and COOKE, K.L., Oscillations in systems of differential equations with piecewise constant argument, J. Math. Anal. Appl. 137 (1989), 221-239.

[5]. WIENER, J. and DEBNATH, L., Partial differential equations with piecewise constant delay, Internat. J. Math. andMath. Sct. 14 (1991), 485-496.

[6] Y. Kitamura and T. Kusano, Oscillation of first-order nonlinear differential equations with deviating argument, Proc. Amer. Math. Soc. 78 (1980), 64—68.

[7]. Huseyin Bereketoglua , Mehtap Lafcia., Behavior of the Solutions of a Partial Differential Equation with a Piecewise Constant Argument, Filomat 31:19 (2017), 5931–5943 https://doi.org/10.2298/FIL1719931B

[8]. M. U. Akhmetov, NewResultsonaPartialDifferentialEquationwithGeneralPiecewise ConstantArgumen, Turk.J.Math.Comput.Sci. x(x)(20yy) 1–8 ©MatDer DOI:10.47000/tjmcs.XX

BO‘LAKLI UZLUKSIZ ARGUMENTLI EYLER DIFFERENSIAL TENGLAMASI UCHUN QO‘YILGAN KOSHI MASALASINING KORREKTLIGI

Xolikov S. X

Navoiy davlat universiteti,Matematika kafedrasi dotsenti

xolikovsuyunjon@gmail.com

Xolikov O. X

Osiyo xalaqaro universiteti magistri

Bo‘lakli uzluksiz argumentli differensial tenglamalar nazariyasi uzluksiz va diskret dinamik jarayonlar o‘rtasidagi ko‘prik vazifasini o‘taydi. Ushbu turdagi tenglamalar differensial tenglamalarning uzluksiz tabiatini va differensli tenglamalarning diskret xususiyatlarini o‘zida mujassamlashtiradi. Bunday matematik modellar, ayniqsa, **avtomatik boshqaruv tizimlarida**, impulsimon ta’sirga ega bo‘lgan biologik populyatsiyalar dinamikasida va iqtisodiy o‘sish modellarida keng qo‘llaniladi.

Masalan, Eyler tenglamasi ko‘pincha fizikada markaziy kuchlar maydonidagi harakatni yoki elastiklik nazariyasidagi muvozanat holatlarini tavsiflaydi. O‘ng tomonda $y([t])$ hadining mavjudligi tizimga ma’lum vaqt intervallarida (masalan, har bir birlik vaqt qadamida) tashqi boshqaruv signali yoki qayta aloqa ta’sir qilayotganini anglatadi. Bu real vaqtdagi raqamli boshqaruv pultlari orqali boshqariladigan mexanik tizimlarning aniq modelidir. Ushbu modelni o‘rganish tizimning barqarorligini va yechimning asimptotik xulq-atvorini tahlil qilishda muhim ilmiy ahamiyatga ega.

Zamonaviy differensial tenglamalar nazariyasida argumenti kechikuvchi yoki bo‘lakli uzluksiz argumentga ega bo‘lgan tenglamalar alohida o‘rin tutadi. Ushbu maqolada biz quyidagi ko‘rinishdagi ikkinchi tartibli Eyler tipidagi bo‘lakli uzluksiz argumentli differensial tenglama uchun qo‘yilgan Koshi masalasini ko‘rib chiqamiz:

$$t^2 y''(t) + aty'(t) + by(t) = cy([t]) \qquad (1)$$

$t \in [0,\infty)$ sohada

$$y(n) = y_n, \;\; y'(n) = y'_n, \;\; n \in N \cup \{0\} \qquad (2)$$

Teorema. uzluksiz funksiyalar fazosida (1) - (2) masalaning $y(t) \in C([0,\infty) \cap C^2(R^+ / N)$ sinfga tegishli yagona yechimi mavjud bo‘ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

[1] J. K. Hale, Theory of Functional Differential Equations (Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin, 1977).

[2] O. Arino and I. Ciyöri, Necessary and sufficient condition for oscillation of a neutral differential system with several delays, J. Differential Equations 81 (1989), 98—105.

[3]. AFTABIZADEH, A.R., WIENER, J. and XU, J.-M., Oscillatory and periodic solutions of delay.

differential equations with piecewise constant argument, Proc. Amer. Math. Soc. 99 (1987), 673 679.

[4]. WIENER, J. and COOKE, K.L., Oscillations in systems of differential equations with piecewise constant argument, J. Math. Anal. Appl. 137 (1989), 221-239.

[5]. WIENER, J. and DEBNATH, L., Partial differential equations with piecewise constant delay, Internat. J. Math. andMath. Sct. 14 (1991), 485-496.

[6] Y. Kitamura and T. Kusano, Oscillation of first-order nonlinear differential equations with deviating argument, Proc. Amer. Math. Soc. 78 (1980), 64—68.

[7]. Huseyin Bereketoglua , Mehtap Lafcia., Behavior of the Solutions of a Partial Differential Equation with a Piecewise Constant Argument, Filomat 31:19 (2017), 5931–5943 https://doi.org/10.2298/FIL1719931B

[8]. M. U. Akhmetov, NewResultsonaPartialDifferentialEquationwithGeneralPiecewise ConstantArgumen, Turk.J.Math.Comput.Sci. x(x)(20yy) 1–8 ©MatDer DOI:10.47000/tjmcs.XX

BO‘LAKLI UZLUKSIZ ILGARILOVCHI ARGUMENTLI ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN KOSHI MASALASINING QO‘YILISHI VA YECHIM FAZOSI

Xolikov S.X.

Navoiy davlat universiteti, Matematika kafedrasi dotsenti

Keldiyorova M.N.

Osiyo xalaqaro universiteti magistranti

Differensial tenglamalar zamonaviy matematikaning muhim bo‘limlaridan biri bo‘lib, ular yordamida tabiiy va texnik jarayonlarning matematik modellari quriladi. Fizika, biologiya, iqtisodiyot, mexanika, boshqaruv nazariyasi va boshqa ko‘plab fanlarda uchraydigan jarayonlarning rivojlanishi ko‘pincha vaqt bo‘yicha o‘zgaruvchi funksiyalar orqali tavsiflanadi. Bunday jarayonlarni modellashtirishda odifferensial tenglamalar keng qo‘llaniladi.

So‘nggi yillarda ilmiy tadqiqotlarda bo‘lakli uzluksiz argumentli differensial tenglamalar alohida ahamiyat kasb etmoqda. Bu turdagi tenglamalarda funksiya argumenti butun qism funksiyasi orqali aniqlanadi. Natijada model uzluksiz va diskret jarayonlarning kombinatsiyasini ifodalaydi. Shu sababli ular ko‘plab real jarayonlarni aniqroq modellashtirish imkonini beradi. Bo‘lakli uzluksiz argumentli differensial tenglamalar quyidagi sohalarda keng qo‘llaniladi populyatsiya dinamikasi va avlod almashinuvi modellarida, tebranish jarayonlari, relaksatsiya hodisalari va issiqlik almashinuvi modellarida, boshqaruv nazariyasida kechikishli yoki oldindan ta’sir qiluvchi signal mavjud bo‘lgan avtomatik boshqaruv tizimlarini tahlil qilishda. Keng qo‘llaniladi. Agar tenglamada argument oldinga siljigan bo‘lsa, ya’ni $y([t+1])$ ko‘rinishida qatnashsa, bunday tenglamalar ilgarilovchi argumentli differensial tenglamalar deb ataladi. Ushbu tadqiqot ishida bo‘lakli uzluksiz ilgarilovchi argumentli quyidagi Bernulli turidagi differensial tenglamasi va unga qo‘yilgan Koshi masalasi qaraladi

$$y'(t)+ay(t)+by([t+1])=cy^n(t) \qquad (1)$$

$$y(t_0)=y_0 \qquad (2)$$

Teorema. uzluksiz funksiyalar fazosida (1) - (2) masalaning $y(t)\in C([t_0,\infty)\cap C^1([t_0,\infty))$ sinfga tegishli yagona yechimi mavjud bo‘ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

[1] J. K. Hale, Theory of Functional Differential Equations (Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin, 1977).

[2] O. Arino and I. Ciyöri, Necessary and sufficient condition for oscillation of a neutral differential system with several delays, J. Differential Equations 81 (1989), 98—105.

[3]. AFTABIZADEH, A.R., WIENER, J. and XU, J.-M., Oscillatory and periodic solutions of delay.

differential equations with piecewise constant argument, Proc. Amer. Math. Soc. 99 (1987), 673 679.

[4]. WIENER, J. and COOKE, K.L., Oscillations in systems of differential equations with piecewise constant argument, J. Math. Anal. Appl. 137 (1989), 221-239.

[5]. WIENER, J. and DEBNATH, L., Partial differential equations with piecewise constant delay, Internat. J. Math. andMath. Sct. 14 (1991), 485-496.

[6] Y. Kitamura and T. Kusano, Oscillation of first-order nonlinear differential equations with deviating argument, Proc. Amer. Math. Soc. 78 (1980), 64—68.

[7]. Huseyin Bereketoglua , Mehtap Lafcia., Behavior of the Solutions of a Partial Differential Equation with a Piecewise Constant Argument, Filomat 31:19 (2017), 5931–5943 https://doi.org/10.2298/FIL1719931B

[8]. M. U. Akhmetov, NewResultsonaPartialDifferentialEquationwithGeneralPiecewise ConstantArgumen, Turk.J.Math.Comput.Sci. x(x)(20yy) 1–8 ©MatDer DOI:10.47000/tjmcs.XX

BO‘LAKLI UZLUKSIZ ARGUMENTLI DIFFUZIYA TO‘LQIN TENGLAMASI UCHUN QO‘YILGAN TO‘G‘RI MASALA

Xolikov S.X.

Navoiy davlat universiteti, Matematika kafedrasi dotsenti

Namozova Z.Sh.

Navoiy davlat universiteti,Aniq fanlar fakulteti talabasi

Ushbu ishda Riemann-Liouvill kasr hosilasi orqali berilgan diffuziya to‘lqin tenglamasi uchun boshlangi’ch chegaraviy masala qaralgan. Bu masala bo‘lakli uzluksiz argument, Koshi tipidagi shartlar hamda chegaraviy masaladan tashkil topgan.

$\Omega_T = \{(x,\ t) : 0 \le x \le 1,\ 0 < t \le T\}$sohada quyidagi ko‘rinishdagi Koshi tipidagi boshlang‘ich shart va chegaraviy shartlar bilan berilgan bo‘lakli uzluksiz argumentli kasr tartibli differensial tenglamani qaraymiz:

$$D_t^{\alpha}u(x,t) = a^2u_{xx}(x,t) + bu_{xx}(x,[t]) + q(t)u(x,t) + f(x,[t]), \alpha \in (1,2) \qquad (1)$$

$$D_t^{\alpha-1}u(x,t)\big|_{t=0} = \varphi(x), \quad D_t^{\alpha-2}u(x,t)\big|_{t=0} = \psi(x), \qquad (2)$$

$$u(0,t) = u(1,t) = 0 \qquad (3)$$

bu yerda $D_t^{\alpha}u$ vaqt o‘zgaruvchisi bo‘yicha berilgan $1 < \alpha < 2$ tartibli Riman-Liuvil kasr hosilasi, $\varphi(x), \psi(x)$- berilgan silliq funksiyalar.

$\varphi(x), \psi(x), f(x,t)$funksiyalar quyidagi shartlarni qanoatlantiradi deb faraz qilamiz:

A1) $\varphi(x) \in C^2[0,l], \varphi^3(x) \in L_2[0,l], \varphi(0) = \varphi(l) = \varphi'(0) = \varphi'(l) = \varphi''(0) = \varphi''(l) = 0;$

A2) $\psi(x) \in C^1[0,l], \psi^3(x) \in L_2[0,l], \psi(0) = \psi(l) = \psi'(0) = \psi'(l) = \psi''(0) = \psi''(l) = 0;$

A3)

$f \in C^2[0,l], f^3(t) \in L_2[0,T], f(0,t) = f(l,t) = f'(0,t) = f'(l,t) = f''(0,t) = f''(l,t) = 0;$

Teorema. Faraz qilaylik, A1) - A3) shartlar bajarilgan bo‘lsa, u holda (1) - (4) to‘g‘ri masalaning $u(x,t) \in C^{2,\alpha}(\Omega_T) \bigcap C_{t,x}^{1,0}(\Omega_T)$sinfga tegishli yagona yechimi mavjud bo‘ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

1. Kilbas A.A. Srivastava H.M., Trujillo J.J. Teory and applications aof fractional differential equations, Mathematical Studies (Elsevier, Amsterdam, 2006).

2. Samko S.G., Kilbas A.A. Marichev O.I. Fractional integrals and derivatives. Theory and applications, (Gordon and Breach Science Publishers, Yveron, 1993).

3. Podlubny I. Fractional Differential Equations of Mathematics in Science and Engineering, vol. 198, (Academic Press, New York, NY, USA, 1999).
4. Metzler R. and Klafter J. Subdiffusive transport close to thermal equilibrium : from the Langevin equation to fractional diffusion, Phys . Rev.E. 61, 6308-6311 (2000).
5. Sakamoto K. and Yamamoto M. Initial value/boundary value problems for fractional diffusion-wave equations and applications to some inverse problems, J.Math.Anal. Appl. 382, 426-447 (2011).
6. Durdiev D.K. Shishkina E. and Sitnik S. The explicit formula for solution of anomalous diffusion equation in the multidimensional space, Lobachevskii J. Math. 42 (6), 1264-1273 (2021).

NANO SUYUQLIKLARDA ISSIQLIK ALMASHINUVI JARAYONLARINI MATEMATIK MODELLASHTIRISH, SONLI TADQIQ ETISH VA DASTURIY REALIZATSIYASI

Nizomiddinova G. S.
Qarshi davlat universiteti, nizomiddinova1996@gmail.com

Annotatsiya. Mazkur maqolada nano suyuqliklarda issiqlik almashinuvi jarayonlarini matematik modellashtirish, ularni sonli usullar yordamida yechish hamda dasturiy realizatsiya qilish masalalari ko‘rib chiqilgan. Nano suyuqliklarning issiqlik o‘tkazuvchanlik xususiyatlari klassik suyuqliklarga nisbatan yuqori bo‘lib, bu jarayonlarni to‘g‘ri modellashtirish zamonaviy sanoat va energetika tizimlarida muhim ahamiyatga ega. Tadqiqotda issiqlik uzatish jarayonlari uchun fizik va matematik model tuzilib, chekli hajm usuli asosida sonli yechimlar olingan hamda OpenFOAM muhitida dasturiy modellashtirish amalga oshirilgan.

Kalit so‘zlar: *nano suyuqlik, issiqlik almashinuvi, matematik model, chekli hajm usuli, sonli yechim, OpenFOAM.*

Zamonaviy ilmiy-texnik taraqqiyot sharoitida issiqlik almashinuvi jarayonlarining samaradorligini oshirish muammosi energetika, sanoat va mikroelektronika tizimlarida dolzarb ahamiyat kasb etmoqda. An’anaviy issiqlik tashuvchilar (suv, moy, etilenglikol va boshqalar) issiqlik-fizik xususiyatlarining cheklanganligi yangi, yuqori samarali ishchi muhitlarni izlash zaruratini yuzaga keltiradi. Shu nuqtai nazardan, nano o‘lchamdagi zarrachalar bilan boyitilgan suyuqliklar-nano suyuqliklar issiqlik uzatish jarayonlarini intensivlashtirishning istiqbolli yo‘nalishi sifatida ilmiy tadqiqotlar markaziga aylangan.

Nano suyuqliklarda issiqlik o‘tkazish jarayonlari murakkab va ko‘p omilli xarakterga ega bo‘lib, ular Braun harakati, zarrachalararo o‘zaro ta’sir, termoforez va fazalararo issiqlik almashinuvi kabi jarayonlar bilan belgilanadi. Ushbu mexanizmlar issiqlik uzatish samaradorligini sezilarli darajada oshiradi, biroq ularni klassik nazariyalar asosida to‘liq tushuntirish mumkin emas. Shu sababli nano suyuqliklarda issiqlik almashinuvi jarayonlarini matematik modellashtirish, ularni differensial tenglamalar orqali ifodalash va sonli usullar yordamida tahlil qilish ilmiy jihatdan muhim vazifa hisoblanadi.

Mazkur maqolaning maqsadi nano suyuqliklarda issiqlik almashinuvi jarayonlarini matematik modellashtirish, ularni sonli usullar asosida tadqiq etish hamda dasturiy realizatsiyasini ishlab chiqishdan iborat. Ushbu maqsadga erishish uchun issiqlik uzatish jarayonlarining matematik modeli tuziladi, chekli hajm usuli asosida sonli yechimlar olinadi va zamonaviy hisoblash muhitlarida modellashtirish amalga oshiriladi. Olingan natijalar nano suyuqliklar asosidagi issiqlik tizimlarini optimallashtirish va ularning samaradorligini oshirishda muhim ilmiy-amaliy ahamiyatga ega.

Nano suyuqliklarda issiqlik almashinuvi jarayonlarini matematik modellashtirish uzluksiz muhit mexanikasi va issiqlik uzatish nazariyasiga asoslanadi. Mazkur jarayonlar ko‘p omilli bo‘lib, suyuqlik oqimi, issiqlik o‘tkazuvchanlik va nanozarrachalarning dinamik xatti-harakatlari bilan uzviy bog‘liq. Amaliy hisoblashlarda nano suyuqlik odatda bir fazali samarali muhit sifatida qaraladi va uning holati massaning, impulsning hamda energiyaning saqlanish qonunlari orqali ifodalanadi. Shu asosda tizim uzluksizlik, Navye–Stoks va energiya tenglamalari orqali

tavsiflanadi. Bu tenglamalarda nano suyuqlikning samarali fizik xossalari — zichlik, yopishqoqlik va issiqlik o‘tkazuvchanlik koeffitsiyentlari nanozarrachalar konsentratsiyasi va ularning fizik xususiyatlariga bog‘liq holda aniqlanadi, bu esa modelning parametrik xarakterini belgilaydi.

Nano suyuqliklarda issiqlik uzatish samaradorligi asosan samarali issiqlik o‘tkazuvchanlik koeffitsiyenti orqali aniqlanadi. Ushbu parametrni baholashda Maxwell modeli keng qo‘llanilib, u nanozarrachalar hajmiy ulushi oshishi bilan issiqlik o‘tkazuvchanlik ortishini matematik jihatdan asoslaydi:

$$k_{nf} = k_f \cdot \frac{k_p + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_p)}{k_p + 2k_f + \varphi(k_f - k_p)} \quad (1)$$

Mazkur ifoda nano suyuqliklarda issiqlik uzatish intensivligining oshishini tushuntiradi. Biroq zarracha konsentratsiyasining ortishi bilan yopishqoqlik ham oshadi, bu esa oqim qarshiligini kuchaytiradi va tizim samaradorligiga qarama-qarshi ta’sir ko‘rsatadi. Shu sababli matematik modellashtirish orqali optimal parametrlarni aniqlash muhim ilmiy vazifa hisoblanadi.

Issiqlik almashinuvi samaradorligini baholashda Nusselt soni asosiy mezon sifatida qo‘llaniladi:

$$Nu = \frac{hL}{k_{nf}} \quad (2)$$

Ushbu o‘lchamsiz ko‘rsatkich issiqlik uzatish intensivligini tavsiflaydi va nano suyuqliklardan foydalanish natijasida uning qiymati sezilarli darajada ortishi kuzatiladi. Demak, nanozarrachalar qo‘shilishi issiqlik almashinuvi jarayonining makro darajadagi samaradorligini oshiradi. Shu bilan birga, Nusselt sonining Reynolds va Prandtl sonlariga bog‘liqligi sonli tajribalar asosida aniqlanib, issiqlik jarayonlarining umumiy qonuniyatlarini ifodalovchi empirik bog‘lanishlar olinadi.

Tenglamalar tizimining analitik yechimi murakkab bo‘lganligi sababli ularni sonli usullar yordamida yechish zarur. Mazkur tadqiqotda chekli hajm usuli asosiy hisoblash vositasi sifatida qo‘llanilib, hisoblash sohasi nazorat hajmlariga ajratildi va differensial tenglamalar integral ko‘rinishda diskretlashtirildi. Natijada algebraik tenglamalar tizimi hosil bo‘lib, u iteratsion usullar yordamida yechildi. Oqim va bosim bog‘liqligini ta’minlash uchun SIMPLE algoritmidan foydalanildi, bu esa hisoblash jarayonining barqarorligi va yaqinlashuvchanligini ta’minlaydi. Ushbu yondashuv fizik jarayonlarni matematik jihatdan aniq va konservativ shaklda ifodalash imkonini beradi.

Matematik model va sonli usullarni amaliy jihatdan qo‘llash uchun hisoblash jarayonlari OpenFOAM muhitida dasturiy realizatsiya qilindi. Hisoblash natijalari shuni ko‘rsatdiki, nanozarrachalar konsentratsiyasi oshishi bilan issiqlik uzatish koeffitsiyenti ortadi, ayniqsa kichik konsentratsiyalarda (1–3%) sezilarli samaradorlikka erishiladi. Biroq yuqori konsentratsiyalarda yopishqoqlik ortishi hisobiga gidravlik yo‘qotishlar kuchayadi. Shunday qilib, nano suyuqliklarda issiqlik almashinuvi jarayonlarini matematik modellashtirish, sonli tadqiq etish va dasturiy realizatsiya qilish orqali ularning optimal ish rejimlarini aniqlash, energiya samaradorligini oshirish va sanoat tizimlarida qo‘llash uchun muhim ilmiy asos yaratiladi.

Mazkur tadqiqotda nano suyuqliklarda issiqlik almashinuvi jarayonlari matematik modellashtirish, sonli usullar asosida tahlil qilish va dasturiy realizatsiya nuqtai nazaridan kompleks o‘rganildi. Tadqiqot natijasida nano suyuqliklar issiqlik uzatish samaradorligini oshirishda yuqori potensialga ega ekani matematik modellar va sonli hisoblashlar orqali asoslab berildi. Xususan, nanozarrachalar konsentratsiyasi issiqlik o‘tkazuvchanlikka bevosita ta’sir ko‘rsatishi, biroq shu bilan birga yopishqoqlik ortishi orqali oqim qarshiligini kuchaytirishi aniqlanib, optimal parametrlarni tanlash zarurligi ko‘rsatildi. Matematik model sifatida uzluksizlik, Navye–Stoks va energiya tenglamalariga asoslangan bog‘langan differensial tenglamalar tizimi qurildi hamda nano suyuqlikning samarali fizik xossalari Maxwell va boshqa empirik modellarga tayangan holda aniqlashtirildi. Ushbu model chekli hajm usuli asosida diskretlashtirilib, iteratsion algoritmlar yordamida yechildi. Hisoblash jarayonida bosim va tezlik

maydonlarining bog‘liqligini ta’minlash uchun SIMPLE algoritmi qo‘llanildi, bu esa sonli sxemaning barqarorligini ta’minladi.

Dasturiy realizatsiya natijalari nano suyuqliklardan foydalanish issiqlik almashinuvi samaradorligini sezilarli oshirishini ko‘rsatdi. Ayniqsa kichik konsentratsiyalarda yuqori samaradorlikka erishilishi, yuqori konsentratsiyalarda esa gidravlik yo‘qotishlar ortishi sababli tizim optimallashtirish zarurligi aniqlandi. Shunday qilib, matematik modellashtirish va sonli tadqiq etish nano suyuqliklar asosidagi issiqlik tizimlarini loyihalash va takomillashtirishda samarali ilmiy vosita ekanligi isbotlandi. Umuman olganda, olib borilgan tadqiqotlar nano suyuqliklarda issiqlik almashinuvi jarayonlarini chuqur tushunish, ularning parametrik xususiyatlarini aniqlash va sanoat tizimlarida qo‘llash uchun muhim nazariy va amaliy asos yaratadi. Kelgusida ushbu yo‘nalishda ko‘p fazali modellarni ishlab chiqish, turbulensiya effektlarini hisobga olish va eksperimental tadqiqotlar bilan integratsiya qilish istiqbolli ilmiy yo‘nalishlar hisoblanadi.

ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

1. Versteeg H. K., Malalasekera W. An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. – 2nd ed. – London: Pearson Education, 2007. – 503 p.
2. Incropera F. P., DeWitt D. P. Fundamentals of Heat and Mass Transfer. – 7th ed. – New York: Wiley, 2011. – 997 p.
3. Murshed S. M. S., Leong K. C., Yang C. Enhanced thermal conductivity of TiO_2-water based nanofluids // International Journal of Thermal Sciences. – 2005. – Vol. 44. – P. 367–373.
4. OpenFOAM Foundation. OpenFOAM User Guide. – 2023. – Available at: www.openfoam.org

FREDGOLM INTEGRAL OPERATORINING KOMPAKTLIGI

Xolikov S.X.

Navoiy davlat universiteti Matematika kafedrasi dotsenti

xolikovsuyunjon@gmail.com

Xamroyev R.R.

Osiyo xalaqaro universiteti magistri

Funksional analiz zamonaviy matematikaning eng muhim va keng qo‘llaniladigan yo‘nalishlaridan biri bo‘lib, u chiziqli operatorlar, fazolar va ularning xossalarini o‘rganadi. Ayniqsa, cheksiz o‘lchovli fazolarda aniqlangan operatorlar nazariyasi matematik fizika, differensial tenglamalar, kvant mexanikasi va hisoblash matematikasining nazariy asosini tashkil etadi. Shu doirada Fredgolm integral operatorlari alohida o‘rin egallaydi. Ular integral tenglamalarni o‘rganishda tabiiy ravishda yuzaga keladi va ko‘plab fizik jarayonlarning matematik modelini ifodalaydi. Fredgolm integral operatorlari nafaqat nazariy matematika, balki ko‘plab amaliy sohalarda ham muhim ahamiyatga ega:

-Matematik fizika: Issiqlik tarqalishi, to‘lqin tenglamalari va elastiklik nazariyasida uchraydigan masalalar integral tenglamalarga keltiriladi va Fredgolm operatorlari yordamida yechiladi.

-Kvant mexanikasi: Zarrachalarning holatini ifodalovchi Schrödinger tenglamasi ba’zi hollarda integral operatorlar ko‘rinishiga keltiriladi, bunda Fredgolm operatorlari asosiy rol o‘ynaydi.

-Elektrodinamika: Elektr maydon va magnit maydonlarni hisoblashda integral tenglamalar qo‘llanilib, ular Fredgolm operatorlari orqali tahlil qilinadi.

-Sonli analiz va hisoblash matematikasi: Kompakt operatorlar xossasi diskret yaqinlashuvlarni (matritsali approksimatsiya) qurishda qulaylik yaratadi, bu esa kompyuter hisoblashlarida katta ahamiyatga ega.

Bundan tshqari teskari masalalar, geofizika va signallarni qayta ishlashda Fredgolm tipidagi integral tenglamalar keng ishlatiladi. Shu sababli Fredgolm integral operatorlarining kompaktligini o‘rganish nafaqat nazariy qiziqish, balki ko‘plab amaliy muammolarni yechishda ham muhim ilmiy asos bo‘lib xizmat qiladi. Fredgolm integral operatorlarining eng muhim xususiyatlaridan biri ularning kompaktligi bo‘lib, bu xossa operatorning spektral xatti-harakatini aniqlashda, shuningdek, integral tenglamalarning yechim mavjudligi va yagonaligini o‘rganishda hal qiluvchi rol o‘ynaydi.

Teorema. Agar $K(t,s) \in C([a,b]\times[a,b])$ bo‘lsa u holda

$$(Ax)(t) = \int_a^b K(t,s)x(s)ds \qquad (1)$$

(1) ko‘rinishidagi Fredgolm integral operatori $C([a,b])$ fazoda kompakt operator deyiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

[1].Kantorovich L. V., Akilov G. P. Functional Analysis. Pergamon Press, 1982.1

[2].Tricomi F. G. Integral Equations. Dover Publications, 1985.

[3].Polyanin A. D., Manzhirov A. V. Handbook of Integral Equations. CRC Press, 2008.

[4]. Maksudov Sh. T. Chiziqli integral tenglamalar elementlari. Toshkent, 1975.

BO‘LAKLI UZLUKSIZ ARGUMENTLI BERNULLI DIFFERENSIAL TENGLAMASI UCHUN QO‘YILGAN KOSHI MASALASI

Xolikov S.X

Navoiy davlat universiteti Matematika kafedrasi dotsenti

Allaberganov A.Y

Osiyo xalaqaro universiteti magistri

Oddiy differensial tenglamalar matematik analizning eng muhim bo‘limlaridan biri bo‘lib, ular real jarayonlarning vaqt yoki fazo bo‘yicha o‘zgarishini ifodalashda asosiy matematik model vazifasini bajaradi. Klassik differensial tenglamalar bilan bir qatorda so‘nggi yillarda kechikuvchi argumentli, ilgarilanuvchi argumentli va bo‘lakli uzluksiz argumentli differensial tenglamalar ham keng tadqiq etilmoqda, chunki bunday modellar real tizimlarning diskret va uzluksiz xususiyatlarini birgalikda ifodalash imkonini beradi. Ayniqsa, bo‘lakli uzluksiz argumentli Bernulli tipidagi differensial tenglamalar klassik Bernulli tenglamasining umumlashtirilgan ko‘rinishi bo‘lib, unda noma’lum funksiya nafaqat joriy vaqtga, balki uning bo‘lakli qiymatlariga ham bog‘liq bo‘ladi va bu holat tizimni intervallarga ajratilgan murakkab dinamikaga olib keladi. Bunday tenglama va unga qo‘yilgan Koshi masalasi quyidagi ko‘rinishda ifodalanadi:

$$y'(t)+p(t)y(t)=q(t)y^n(t)+r(t)y^n([t]) \qquad (1)$$

$$y(t_0) = y_0 \qquad (2)$$

Bu yerda $[t]-$ butun qism funksiyasi bo‘lib, u vaqt o‘zgaruvchisini diskret intervallarga ajratadi va har bir intervalda tenglama alohida dinamik xatti-harakatga ega bo‘ladi. Ushbu turdagi tenglamalarning muhim jihati shundaki, ular uzluksiz va diskret jarayonlarni birlashtiradi, natijada rekurrent (ketma-ket) tizimlar hosil bo‘ladi.

Bo‘lakli uzluksiz argumentli Bernulli tenglamalar nafaqat nazariy matematika nuqtayi nazaridan, balki amaliy fanlar uchun ham katta ahamiyatga ega. Fizikada bunday tenglamalar kechikkan yoki diskret vaqtli jarayonlarni, masalan, issiqlik almashinuvi, zarracha harakati va kvant mexanikasidagi ayrim modellarni ifodalashda qo‘llaniladi. Biologiyada esa ular populyatsiya o‘sishi, epidemiyalar tarqalishi va genetik jarayonlarni modellashtirishda muhim rol o‘ynaydi. Iqtisodiyotda bu tenglamalar bozor dinamikasi, investitsiya jarayonlaridagi kechikishlar

va talab–taklif o‘zgarishlarini tahlil qilishda ishlatiladi. Muhandislik va boshqaruv nazariyasida esa avtomatik boshqaruv tizimlari, signalni qayta ishlash va feedback mexanizmlarini o‘rganishda qo‘llaniladi. Bundan tashqari, kompyuter fanlarida diskret algoritmlar, tarmoq dinamikasi va iterativ hisoblash jarayonlarini modellashtirishda ham muhim matematik vosita sifatida xizmat qiladi.

Yuqorida keltirilgan Bo‘lakli uzluksiz argumentli Bernulli tenglamasi uchun qo‘yilgan (1)-(2) Koshi masalasining

Teorema. uzluksiz funksiyalar fazosida $y(t) \in C[a,b]$

(1) - (2) masalaning $y(t) \in C^1([a,b])$sinfga tegishli yagona yechimi mavjud bo‘ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

[1] J. K. Hale, Theory of Functional Differential Equations (Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin, 1977).

[2] O. Arino and I. Ciyöri, Necessary and sufficient condition for oscillation of a neutral differential system with several delays, J. Differential Equations 81 (1989), 98—105.

[3]. AFTABIZADEH, A.R., WIENER, J. and XU, J.-M., Oscillatory and periodic solutions of delay.

differential equations with piecewise constant argument, Proc. Amer. Math. Soc. 99 (1987), 673 679.

[4]. WIENER, J. and COOKE, K.L., Oscillations in systems of differential equations with piecewise constant argument, J. Math. Anal. Appl. 137 (1989), 221-239.

[5]. WIENER, J. and DEBNATH, L., Partial differential equations with piecewise constant delay, Internat. J. Math. andMath. Sct. 14 (1991), 485-496.

[6] Y. Kitamura and T. Kusano, Oscillation of first-order nonlinear differential equations with deviating argument, Proc. Amer. Math. Soc. 78 (1980), 64—68.

[7]. Huseyin Bereketoglua , Mehtap Lafcia., Behavior of the Solutions of a Partial Differential Equation with a Piecewise Constant Argument, Filomat 31:19 (2017), 5931–5943 https://doi.org/10.2298/FIL1719931B

[8]. M. U. Akhmetov, NewResultsonaPartialDifferentialEquationwithGeneralPiecewise ConstantArgumen, Turk.J.Math.Comput.Sci. x(x)(20yy) 1–8 ©MatDer DOI:10.47000/tjmcs.XX

O‘SIMLIKLAR TARKIBIDAGI RADIONUKLIDLARNI ANIQLASH METODLARINING QIYOSIY TAHLILI

Xudayberdiyev E.N. *NavDU professori*

Bekpulatova N.B. *NavDU magistranti*

So‘nggi yillarda atrof-muhitning radioaktiv ifloslanishi global ekologik muammolardan biri sifatida e’tirof etilmoqda. “Radionuklidlar sanoat faoliyati, yadroviy sinovlar, atom energetikasi obyektlari hamda tabiiy geokimyoviy jarayonlar natijasida biosferaga tarqaladi” [1]. Ularning tuproq, suv va atmosfera orqali migratsiyasi ekologik tizimlarning barqarorligiga sezilarli ta’sir ko‘rsatadi[2].

O‘simliklar esa radionuklidlarning biosferadagi aylanishida muhim bo‘g‘in hisoblanadi. Ular tuproq eritmasi orqali radionuklidlarni ildiz tizimi yordamida o‘zlashtiradi va ularni biomassa tarkibida to‘playdi [3]. Natijada radionuklidlar oziq-ovqat zanjiri orqali hayvonlar va inson organizmiga o‘tadi [4]. Shu sababli o‘simliklar tarkibidagi radioaktiv moddalarning miqdorini aniqlash radiatsion xavfsizlikni ta’minlash, ekologik monitoringni olib borish hamda aholi salomatligini himoya qilishda muhim ahamiyat kasb etadi[5].

Bundan tashqari, o‘simliklar turli radionuklidlarni turlicha darajada to‘plash xususiyatiga ega bo‘lib, bu jarayon ularning biologik xususiyatlari, tuproq tarkibi, iqlim sharoiti va radionuklidlarning fizik-kimyoviy holatiga bog‘liq[6]. Ayrim o‘simlik turlari radionuklidlarni yuqori darajada akkumulyatsiya qilish xususiyatiga ega bo‘lib, ular bioindikator sifatida atrof-muhitning radiatsion holatini baholashda keng qo‘llaniladi[7].

Hozirgi kunda o‘simliklar tarkibidagi radionuklidlarni aniqlash uchun turli xil radiometrik va spektrometrik metodlar ishlab chiqilgan. Har bir metod o‘zining sezuvchanligi, aniqligi, texnik murakkabligi va qo‘llanish sohasi bilan farqlanadi[8]. Shu bois aniq va ishonchli natijalarni olish uchun metodlarni qiyosiy tahlil qilish va ularning imkoniyatlarini baholash muhim ilmiy vazifa hisoblanadi.

Mazkur maqolaning maqsadi - o‘simliklar tarkibidagi radionuklidlarni aniqlashda qo‘llaniladigan asosiy metodlarni tahlil qilish, ularning afzallik va kamchiliklarini aniqlash hamda ekologik monitoringdagi samaradorligini baholashdan iborat.

Radionuklidlarning o‘simliklarda to‘planishi bir qator omillarga bog‘liq bo‘lib, jumladan:

- ✓ tuproqning mexanik va kimyoviy tarkibi;
- ✓ radionuklidlarning fizik-kimyoviy xossalari;
- ✓ o‘simlik turi va uning biologik xususiyatlari;
- ✓ iqlim sharoiti va agrotexnik tadbirlar[3].

Ayniqsa, ^{40}K, ^{226}Ra, ^{232}Th kabi tabiiy radionuklidlar hamda ^{137}Cs va ^{90}Sr kabi texnogen radionuklidlar o‘simliklarda keng tarqalgan hisoblanadi [4].

Radionuklidlarni aniqlashda qo‘llaniladigan asosiy metodlar:

Gamma-spektrometrik metod: O‘simlik namunalari tarkibidagi gamma-nurlanuvchi radionuklidlarni aniqlashda eng samarali va keng qo‘llaniladigan usullardan biridir[5]. Ushbu metod asosida radionuklidlarning energiya spektri tahlil qilinadi. Uning afzalliklari quyidagicha:

Namuna tayyorlash jarayoni oson va kimyoviy ishlovsiz tekshiriladi, bir vaqtning o‘zida bir nechta radionuklid aniqlash mumkin, ekologik monitoring uchun qulay, noyob buzilmas (nondestruktiv) metod. Shu bilan birga, ushbu metodning bir qator kamchiliklari bor, jumladan, sof alfa va beta nurlanuvchi radionuklidlarni aniqlash imkoniyati cheklangan va yuqori aniqlikdagi detektorlarlarning tannarxi juda qimmat.

Alfa-spektrometrik metod: Alfa-spektrometriya asosan uran, radiy, poloniy izotoplarini aniqlashda qo‘llaniladi[6]. Bu metod yuqori aniqlik talab etiladigan ilmiy tadqiqotlarda muhim o‘rin tutadi. Uning afzalliklari sirasiga juda past konsentratsiyadagi radionuklidlarni aniqlash imkoniyatiga ega va izotoplarni aniq farqlash mumkin. Lekin shu bilan birga ushbu usulning kamchiliklari ham mavjud bo‘lib, namuna tayyorlash jarayoni murakkab va kimyoviy ajratish bosqichlari talab etadi.

Beta-radiometrik metod: Beta-radiometriya asosan ^{90}Sr kabi beta-nurlanuvchi radionuklidlarni aniqlashda qo‘llaniladi[7]. Ushbu metod radiatsion nazoratda juda keng qo‘llaniladi. Uning afzalliklari sifatida asbob-uskunalar nisbatan sodda va tezkor tahlil qilish imkoniyati mavjudligi bilan izohlansa, kamchiliklari esa spektral aniqlikning pastligi, boshqa beta-nurlanuvchi radionuklidlar aralashuvi xatoliklarni keltirib chiqarishi mumkinligi bilan tushuntiriladi.

Neytron-faollashtirish tahlili: Neytron-faollashtirish tahlili o‘simlik namunalaridagi mikroelementlar va radionuklidlarni aniqlashda yuqori aniqlikni ta’minlaydi[8]. Uning afzalliklari sirasiga juda yuqori sezuvchanlikka ega va kompleks tarkibli namunalarni tahlil qilish imkoniyatini berishini, kamchiliklari qatoriga esa yadroviy reaktor yoki neytron manbai talab etilishini va amaliy monitoring uchun qimmatligini aytishimiz mumkin.

Quyidagi jadvalda yuqoridagi metodlarning qiyosiy tahlili keltirilgan (1-jadval)

Metod nomi	**Aniqlik**	**Namuna tayyorlash**	**Qo‘llanilish sohasi**
Gamma-spektrometriya	Yuqori	Oson	Ekologik monitoring
Alfa-spektrometriya	Juda yuqori	Murakkab	Ilmiy tadqiqot
Beta-radiometriya	O‘rtacha	O‘rtacha	Maxsus nazorat
Neytron-faollashtirish	Juda yuqori	Murakkab	Fundamental tadqiqot

Quyidagi jadvalda atrof-muhitni ekologik monitoring metodlarining samaradorligi keltirilgan bo‘lib, sezuvchanlik, aniqlik, nisbiy xatolik, tahlil vaqti va monitoringga mosligi kabi me’zonlar bo‘yicha (2-jadval)

Metod	**Sezuvchanlik (Bk/kg)**	**Aniqlik (%)**	**Nisbiy xatolik (%)**	**Tahlil vaqti (soat)**	**Monitoringga mosligi (%)**
Gamma-spektrometriya	0.1 – 1	90 – 95	5 – 10	0.5 – 2	85 – 95
Alfa-spektrometriya	0.001 – 0.01	95 – 99	1 – 5	5 – 24	50 – 70
Beta-radiometriya	1 – 10	80 – 90	10 – 20	0.2 – 1	70 – 85
Neytron-faollashtirish	0.0001 – 0.001	97 – 99.9	0.1 – 3	12 – 48	30 – 60

Ushbu jadvaldan ko‘rinib turibdiki, gamma-spektrometriya ekologik monitoring uchun eng optimal metod hisoblanadi, chunki u tezkor, nisbatan arzon va ko‘p radionuklidlarni bir vaqtning o‘zida aniqlash imkonini beradi. Alfa-spektrometriya va neytron-faollashtirish tahlili yuqori aniqlik berishiga qaramay, ularning murakkabligi va yuqori xarajatlari sababli amaliy monitoringda cheklangan holda qo‘llaniladi. Beta-radiometriya esa tezkor va iqtisodiy jihatdan qulay bo‘lib, maxsus radionuklidlarni nazorat qilishda samarali hisoblanadi.

O‘simliklar tarkibidagi radionuklidlarni aniqlash metodlarining qiyosiy tahlili shuni ko‘rsatadiki, radiometrik va spektrometrik usullar radiatsion ekologiya va atrof-muhit monitoringida muhim ilmiy-amaliy ahamiyatga ega. O‘simliklar radionuklidlarni tuproq, suv va atmosfera orqali faol o‘zlashtirishi sababli, ular radiatsion ifloslanish darajasini baholashda ishonchli bioindikator vazifasini bajaradi. Shu bois, o‘simliklarda radionuklidlar miqdorini aniqlash nafaqat ekologik holatni baholash, balki aholi salomatligini muhofaza qilish nuqtayi nazaridan ham dolzarb hisoblanadi.

Tahlil natijalari shuni ko‘rsatdiki, gamma-spektrometrik metod amaliy va tezkorligi sababli ekologik monitoring ishlarida eng keng qo‘llaniladigan usul hisoblanadi. Ushbu metod yordamida o‘simlik namunalari tarkibidagi ^{40}K, ^{137}Cs, ^{226}Ra kabi gamma-nurlanuvchi radionuklidlarni buzmasdan, yuqori aniqlikda aniqlash mumkin. Ayniqsa, katta hajmdagi namunalarni qisqa vaqt ichida tahlil qilish imkoniyati uning amaliy ustunligini ta’minlaydi. Alfa-spektrometriya yuqori aniqlik va sezuvchanlikka ega bo‘lib, past konsentratsiyadagi alfa-nurlanuvchi radionuklidlarni aniqlashda muhim ahamiyat kasb etadi. Biroq namuna tayyorlashning murakkabligi, kimyoviy ajratish bosqichlarining ko‘pligi va vaqt talab etilishi ushbu metodni asosan fundamental va maxsus ilmiy tadqiqotlar doirasida qo‘llashga sabab bo‘ladi. Shunga qaramay, alfa-spektrometriya yordamida olingan natijalar radionuklidlarning izotop tarkibini chuqur tahlil qilish imkonini beradi.

Beta-radiometrik metod esa maqsadli radionuklidlar, xususan ^{90}Sr kabi beta-nurlanuvchi izotoplarni aniqlashda samarali bo‘lib, radiatsion nazorat va sanitariya-gigiyenik baholashda qo‘llaniladi. Ushbu metodning nisbatan sodda va iqtisodiy jihatdan qulayligi uni amaliy tekshiruvlarda qo‘llash imkonini oshiradi, biroq spektral aniqlikning pastligi ayrim holatlarda xatolik ehtimolini keltirib chiqaradi.

Neytron-faollashtirish tahlili esa o‘simlik namunalari tarkibidagi radionuklidlar va mikroelementlarni aniqlashda juda yuqori aniqlikni ta’minlaydi. Ushbu metod ilmiy tadqiqotlar uchun muhim bo‘lsa-da, maxsus texnik bazaning zarurligi va yuqori xarajatlar uni keng miqyosli ekologik monitoringda qo‘llashni cheklaydi.

Umuman olganda, o‘simliklar tarkibidagi radionuklidlarni aniqlashda yagona universal metod mavjud emas. Tadqiqot maqsadi, radionuklid turi, aniqlik darajasi va mavjud texnik imkoniyatlarni inobatga olgan holda metod tanlash maqsadga muvofiqdir. Amaliy monitoring ishlarida gamma-spektrometriya asosiy metod sifatida qo‘llanilib, zarur hollarda alfa- va beta-

spektrometrik usullar bilan to‘ldirilishi lozim. Ushbu kompleks yondashuv radiatsion xavfsizlikni ta’minlash va atrof-muhitni muhofaza qilishda ishonchli ilmiy asos bo‘lib xizmat qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Xudoyberganov A.X. Radiatsion ekologiya asoslari. – Toshkent: Fan, 2015.
2. Abdurahmonov N.A. Atrof-muhit radiatsion monitoringi. – Toshkent: O‘qituvchi, 2017.
3. Titayeva N.A. O‘simliklar va radionuklidlar. – Toshkent: Fan va texnologiya, 2014.
4. Ibrohimov B.Sh. Radioekologiya. – Samarqand: SamDU nashriyoti, 2016.
5. Knoll G.F. Radiation Detection and Measurement. – New York: Wiley, 2010.
6. Ivanov A.A. Alfa-spektrometriya usullari. – Moskva: Atomizdat, 2008.
7. UNSCEAR. Sources and Effects of Ionizing Radiation. – United Nations, 2016.
8. De Corte F. Neutron Activation Analysis. – Leuven University Press, 2001.

TASODIFIY MIQDORLARNING BOG‘LIQMASLIGI

Yormatova M.K.

Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti talabasi.

1-ta’rif. $_1,_2,\ldots,_n$ tasodifiy miqdorlar, agar istalgan $B_1, B_2, \ldots, B_n \in B(R)$ Borel to‘plamlari uchun quyidagi tenglik bajarilsa,jamlanmasi bilan bog‘liqmas deyiladi:

$$\mathrm{P}(\xi_1 \in B_1, \ldots, \xi_n \in B_n) = \mathrm{P}(\xi_1 \in B_1) \cdot \ldots \cdot \mathrm{P}(\xi_n \in B_n).$$

Tasodifiy miqdorlarning bog‘liqmasligi ehtimollik nazariyasining asosiy tushunchalaridan biri bo‘lib, deyarli barcha ehtimollik-statistik qaror qabul qilish usullarining asosini tashkil etadi.

2-ta'rif. Elementar hodisalarning bir xil fazosida aniqlangan X va Y tasodifiy miqdorlari, agar istalgan a va b sonlari uchun {X=a} va {Y=b} hodisalari bog‘liqmas bo‘lsa, bog‘liqmas deb ataladi.

1-tasdiq. Agar X va Y tasodifiy miqdorlar bog‘liqmas bo‘lsa va a va b ma'lum sonlar bo‘lsa, unda X + a va Y + b tasodifiy miqdorlari ham bog‘liqmasdir.

Darhaqiqat, {X + a = c} va {Y + b = d} hodisalari mos ravishda {X = c - a} va {Y = d - b} hodisalari bilan mos keladi va shuning uchun bog‘liqmasdir.

1-misol. Bog‘liqmas sinovlarni loyihalashda turli sinovlar natijalaridan aniqlangan tasodifiy miqdorlar o‘zlari bog‘liqmasdir. Bu tasodifiy miqdorarning bog‘liqmasligini aniqlash uchun ishlatiladigan hodisalar turli sinovlar natijalaridan aniqlanganligi va shuning uchun bog‘liqmas sinovlar ta'rifi bilan bog‘liqmas ekanligidan kelib chiqadi.

Qaror qabul qilishning ehtimollik-statistik usullarida quyidagi fakt doimiy ravishda qo‘llaniladi: agar X va Y bog‘liqmas tasodifiy miqdorlar bo‘lsa, f(X) va g(Y) ma'lum f va g funktsiyalari yordamida X va Y dan olingan tasodifiy miqdorar bo‘lsa, u holda f(X) va g(Y) ham bog‘liqmas tasodifiy miqdorardir. Masalan, agar X va Y bog‘liqmas bo‘lsa, u holda X^2 va 2Y+3 bog‘liqmas, logX va logY esa bog‘liqmasdir. Bu faktning isboti maqola oxiridagi sinov masalalaridan birining mavzusidir.

Amalda qo‘llaniladigan ehtimollik-statistik modellarning aksariyati bog‘liqmas tasodifiy miqdorar kontseptsiyasiga asoslangan. Shunday qilib, kuzatishlar, o‘lchovlar, sinovlar, tahlillar va tajribalar natijalari odatda bog‘liqmas tasodifiy miqdorar bilan modellashtiriladi. Ko‘pincha kuzatuvlar bog‘liqmas sinovlar sxemasiga muvofiq o‘tkaziladi deb taxmin qilinadi. Masalan, korxonalarning moliyaviy va iqtisodiy ko‘rsatkichlari, ishchilarning unumdorligi, statistik jarayonlarni nazorat qilish jarayonida namunalar olingan mahsulotlar uchun boshqariladigan parametrni o‘lchash natijalari (ma'lumotlari), marketing so‘rovnomalarida iste'molchilarning javoblari va qaror qabul qilishda ishlatiladigan boshqa turdagi ma'lumotlar odatda bog‘liqmas

tasodifiy miqdorlar, vektorlar yoki elementlar deb hisoblanadi. Tasodifiy miqdorlarning bog‘liqmasligi kontseptsiyasining mashhurligining sababi shundaki, nazariya endi bog‘liq bo‘lganlarga qaraganda bog‘liqmas tasodifiy miqdorlar uchun ancha oldinga siljidi.

Bog‘liqmas tasodifiy miqdorlarning quyidagi xossasi ko‘pincha qo‘llaniladi.

2-tasdiq. Agar tasodifiy miqdorlar X va Y bo‘g‘liqmas bo‘lsa, XY ko‘paytmasining matematik kutilishii X va Y matematik kutilishlarining ko‘paytmasiga teng, ya'ni

M(XY) = M(X)M(Y).

Isbot. X- $x_1, x_2,\ldots, x_m$ qiymatlarini, Y esa $y_1, y_2,\ldots, y_k$ qiymatlarini qabul qilsin. Biz hadlarni M(XY) ni aniqlovchi yig‘indida guruhlaymiz, bunda X va Y o‘zgarmas qiymatlarni qabul qiladi:

$$M\left(XY\right)=\sum_{1\le i\le m,1\le j\le k}\left(\sum_{\omega:X\left(\omega\right)=x_i,\omega:Y\left(\omega\right)=y_j}X\left(\omega\right)Y\left(\omega\right)P\left(\omega\right)\right)$$

O‘zgarmas koeffitsient yig‘indi belgisidan tashqariga ko‘chirilishi mumkinligi sababli,

$$\sum_{\omega:X\left(\omega\right)=x_i,\omega:Y\left(\omega\right)=y_j}X\left(\omega\right)Y\left(\omega\right)P\left(\omega\right)=x_iy_j\sum_{\omega:X\left(\omega\right)=x_i,\omega:Y\left(\omega\right)=y_j}P\left(\omega\right)$$

Oxirgi tenglik va hodisa ehtimolligining ta'rifidan kelib chiqib, yuqoridagi tenglikni quyidagi shaklga o‘zgartirish mumkin degan xulosaga kelamiz:

$$M\left(XY\right)=\sum_{1\le i\le m,1\le j\le k}x_iy_jP\left(X=x_i\right)P\left(Y=y_j\right)$$

X va Y bog‘liqmas bo‘lganligi sababli\

$$P\left(X=x_i,Y=y_j\right)=P\left(X=x_i\right)P\left(Y=y_j\right)$$

Ushbu tenglik va yig‘indi belgisining xossasidan foydalanib

$$M(XY)=\left(\sum_{1\le i\le m}x_iP(X=x_i)\right)\left(\sum_{1\le j\le k}y_jP(Y=y_j)\right).$$

Bu tenglamadan kelib chiqadiki, uning o‘ng tomonidagi birinchi koeffitsient M(X), ikkinchisi esa M(Y), shuni isbotlash talab qilingan edi.

2-misol. M(XY) = M(X)M(Y) tengligi X va Y tasodifiy miqdorlarning bog‘liqmasligini anglatmasligini ko‘rsatadigan misol tuzaylik. Ehtimollik fazosi uchta

$\omega_1, \omega_2, \omega_3$

teng ehtimolli elementdan iborat bo‘lsin.

$X(\omega_1)=1, X(\omega_2)=0, X(\omega_3)=-1, Y(\omega_1)=Y(\omega_3)=1, Y(\omega_2)=0$

U holda XY = X, M(X) = M(XY) = 0, shuning uchun M(XY) = M(X)M(Y). Biroq,

P(X=0) = P(Y=0) = P(X=0, Y=0) = $P\left(\omega_2\right)=1/3$, bog‘liqmasl X va Y holatida

{X=0, Y=0} hodisasining ehtimolligi $\frac{1}{3}*\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$ ga teng bo‘lishi kerak.

Bir nechta tasodifiy miqdorarning X, Y, Z,… bog‘liqmasligi ta’rifi bo‘yicha har qanday x, y, z,… sonlari uchun

P(X=x, Y=y, Z=z,…) = P(X=x) P(Y=y) P(Z=z)…

tengligi bajarilishini anglatadi.

Masalan, agar tasodifiy miqdorar bog‘liqmas sinovlar sxemasida turli sinovlar natijalari asosida aniqlansa, ular bog‘liqmasdir.

3-ta'rif. $_1,_2,\ldots,_n$ tasodifiy miqdorlar juf-juft bo‘gliqmas deyiladi, agar ularning istalgan ikkitasi bog‘liqmas bo‘lsa.

Bu ikkala ta'rif nafaqat tasodifiy miqdorlarning chekli to‘plami uchun, balki ularning cheksiz ketma-ketligi uchun ham amal qiladi.

Izoh. Jamlanmadagi tasodifiy miqdorlarning bog‘liqmasligi juf-juft bog‘liqmaslikni keltirib chiqaradi. Bog‘liqmaslik ta'rifida bir nechta Borel to‘plamlari sifatida R son to‘g‘ri chizig‘ini olish yetarli.

3-misol. Bernshteyn misolini eslaymiz.A,B,C hodisalari bilan , bu hodisalarning indikatorlari- $_{1,2}$ va $_3$ tasodifiy miqdorlarni bog‘laymiz. Masalan, $_1 = 1$, agar A sodir bo‘lgan bo‘lsa va , $_1 = 0$ agar A sodir bo‘lmagan bo‘lsa. , $_{1,2}$ va $_3$ tasodifiy miqdorlar juft-juft bog‘liqmas (tekshiring), lekin jamlanmasi bilan bog‘liq:

$$\mathsf{P}(\xi_1 = 1, \xi_2 = 1, \xi_3 = 1) = \mathsf{P}(A \cap B \cap C) = \frac{1}{4},$$

$$\mathsf{P}(\xi_1 = 1)\mathsf{P}(\xi_2 = 1)\mathsf{P}(\xi_3 = 1) = \mathsf{P}(A)\mathsf{P}(B)\mathsf{P}(C) = \frac{1}{8}.$$

Tasodifiy miqdorlarning juf-juft bog‘liqmasligi kam uchraydi. Shuning uchun, biz "bog‘liqmas" atamasini qayerda ishlatsak ham,jamlanmasi bilan bog‘liqmaslikni nazarda tutamiz.

Bog‘liqmaslik ta'rifini taqsimot funktsiyalari nuqtai nazaridan shakllantirish mumkin:

4-ta'rif. $_{1,2},\ldots,_n$ tasodifiy miqdorilar bog‘iqmas, agar har qanday $x_1, x_2, \ldots, x_n$ uchun quyidagi tenglik bajarilsa:

$$F_{\xi_1,\ldots,\xi_n}(x_1, \ldots, x_n) = F_{\xi_1}(x_1) \cdot \ldots \cdot F_{\xi_n}(x_n).$$

Diskret taqsimotga ega tasodifiy miqdorlar uchun bog‘liqmaslikning ekvivalent ta'rifi quyidagicha:

5-ta'rif. Diskret taqsimotga ega . $_{1,2},\ldots,_n$tasodifiy miqdorlar, agar . $a_1, a_2, \ldots, a_n$ istalgan sonlar uchun quyidagi tenglik o‘rinli bo‘lsa, bog‘liqmas bo‘ladi:

$$\mathsf{P}(\xi_1 = a_1, \ldots, \xi_n = a_n) = \mathsf{P}(\xi_1 = a_1) \cdot \ldots \cdot \mathsf{P}(\xi_n = a_n).$$

Mutlaq uzluksiz qo‘shma taqsimotga ega tasodifiy miqdorlar uchun bog‘liqmaslik ta'rifini quyidagicha shakllantirish mumkin:

6-ta'rif. Mutlaq uzluksiz qo‘shma taqsimotga ega . $_{1,2},\ldots,_n$tasodifiy miqdorlar, agar qo‘shma taqsimotning zichligi. $_{1,2},\ldots,_n$ tasodifiy miqdorlar zichliklarining ko‘paytmasiga teng bo‘lsa, bog‘liqmas (agregatda) bo‘ladi, ya'ni istalgan $x_1, x_2, \ldots, x_n$ uchun quyidagi tenglik o‘rinli bo‘ladi:

$$f_{\xi_1,\ldots,\xi_n}(x_1, \ldots, x_n) = f_{\xi_1}(x_1) \cdot \ldots \cdot f_{\xi_n}(x_n)$$

Izoh. Taqsimot zichligi Lebeg o‘lchovi nol to‘plamidagi qiymatlarigacha aniqlanadi (taqsimot nol o‘lchov to‘plamidagi zichlikning o‘zgarishi bilan o‘zgarmaydi). Shuning uchun, qo‘shma taqsimot zichligi va zichliklar ko‘paytmasining tengligini "deyarli hamma joyda" tenglik sifatida ham tushunish mumkin.

4 va 6-ta'riflarning ekvivalentligini isbotlaylik.

Isbot. Agar qo‘shma taqsimot absolyut uzluksiz bo‘lsa, unda individual zichliklar ham absolyut uzluksiz taqsimotlarga ega. Tasodifiy miqdorlar 4-ta'rif ma'nosida bog‘liqmas bo‘lsin, ya'ni istalgan $x_1, x_2, \ldots, x_n$ uchun

$$F_{\xi_1,\ldots,\xi_n}(x_1, \ldots, x_n) = F_{\xi_1}(x_1) \cdot \ldots \cdot F_{\xi_n}(x_n).$$

Ammo qo‘shma taqsimot funksiyasi

$$F_{\xi_1,\ldots,\xi_n}(x_1, \ldots, x_n) = \int_{-\infty}^{x_1} \ldots \int_{-\infty}^{x_n} f_{\xi_1,\ldots,\xi_n}(s_1, \ldots, s_n)\, ds_1 \ldots\ ds_n = I_1,$$

va taqsimot funksiyalarining ko‘paytmasi integrallarning ko‘paytmasi yoki bir o‘lchovli integral sifatida yoziladi:

$$F_{\xi_1}(x_1)\cdot\ldots\cdot F_{\xi_n}(x_n)=\int\limits_{-\infty}^{x_1} f_{\xi_1}(s_1)ds_1\cdot\ldots\cdot\int\limits_{-\infty}^{x_n} f_{\xi_n}(s_n)ds_n=$$

$$=\int\limits_{-\infty}^{x_1}\ldots\int\limits_{-\infty}^{x_n} f_{\xi_1}(s_1)\ldots f_{\xi_n}(s_n)\ ds_1\ldots\ ds_n=I_2.$$

Barcha $x_1,x_2,\ldots,x_n$ qiymatlar uchun integrallarning tengligi, $x_1,x_2,\ldots,x_n$ bo‘yicha differentsiallashdan keyin, deyarli hamma joyda integrallarning tengligini (differentsiallash deyarli hamma joyda mumkin), ya'ni 6-ta'rif ma'nosida bog‘liqmaslikni anglatadi. Buning aksini isbotlash uchun teskari tartibda bir xil tengliklardan foydalanish mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

1. Агапов Г.И. Задачник по теории вероятностей: Учеб. пособие для студентов втузов. – М., “Высшая школа”, 1986. – 80 с.

2. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей (задачи и упражнения). – М. “Наука”. Главн. ред. физ.-мат. лит. , 1969. – 368 с.

3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: “Высшая школа”, 1998.

4. Емельянов Г.В., Скитович В.П. Задачник по теории вероятностей и математической статистике. – Л.: Издат. ЛГУ, 1967. – 332 с.

5. Сборник задач по теории вероятностей математической статистике и теории случайных функций / Под ред. А. А. Свешникова. – М.: Издат. дом “Лань”, 2007.

6. Севастьянов Б.А., Чистяков В.П., Зубков А.М. Сборник задач по теории вероятностей. – М. “Наука”, 1980.

7. Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И,В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. – М. “Наука”. Главн. ред. физ.-мат. лит. , 1965. – 512 с.

8. Справочник по теории вероятностей и математической статистике / В.С. Королюк, Н.И. Портенко, А.В. Скороход, А.Ф. Турбин. – М. “Наука”. Главн. ред. физ.-мат. лит. , 1985. – 640 с.

9. Четыркин Е.М., Калихман И.Л. Вероятность и статистика. – М.: “Финансы и статистика”, 1982. – 319 с.

10. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. – М.: Издат. дом “Лань”, 2008.

SHARTLI TAQSIMOTLAR VA ULARNING TADBIQLARI

Yusupov N. A., Tursunova M. A., To‘xtayeva N. N.

Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti talabasi.

1. Ikki o‘lchovli tasodifiy miqdorning ehtimollik zichligi taqsimoti

(X, Y) ikki o‘lchovli tasodifiy miqdorning tomonlari Δx va Δy bo‘lgan to‘rtburchakka tushish ehtimolini topaylik, ehtimollik taqsimoti funksiyasi F(x, y) ni uzluksiz va differentsiallanuvchi deb faraz qilaylik. To‘rtburchakning uchlari A(x; y), B(x; y + Δy), C(x + Δx; y + Δy) va D(x + Δx; y) nuqtalari bo‘lsin. U holda $P\{x \le X < x+\Delta x,\ y \le Y < y+\Delta y\} = F(x+\Delta x, y+\Delta y) - F(x, y+\Delta y) - F(x+\Delta x, y) + F(x, y)$. Bu ehtimollikni $\Delta x\Delta y$ ga bo‘laylik va $\Delta x\to 0$ va $\Delta y\to 0$ limitga o‘tamiz:

$$\lim_{\substack{\Delta x\to 0,\\ \Delta y\to 0}} \frac{P\{x \le X < x+\Delta x,\ y \le Y < y+\Delta y\}}{\Delta x\Delta y} =$$

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{1}{\Delta x}\Big\{\lim_{\Delta y\to 0}\frac{F(x+\Delta x, y+\Delta y)-F(x+\Delta x, y)}{\Delta y} - \lim_{\Delta y\to 0}\frac{F(x, y+\Delta y)-F(x, y)}{\Delta y}\Big\} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{\Delta x} \{ \frac{\partial F(x + \Delta x, y)}{\partial y} - \frac{\partial F(x, y)}{\partial y} \}.$$

Oxirgi limit shubhasiz, ikkinchi aralash xususiy hosilaga teng.

Bu limit (X, Y) ikki o‘lchovli tasodifiy miqdorning f(x, y) ehtimollik zichligi funksiyasi yoki ikki o‘lchovli ehtimollik zichlik taqsimoti deb ataladi:

$$f(x,y)=\frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x \partial y} \qquad (1)$$

Ehtimollik zichligi funksiyasi tasodifiy miqdorlarning ehtimollik taqsimot qonunini belgilashning qulay shaklidir, ammo uning qo‘llanilishi uzluksiz tasodifiy miqdorlar bilan cheklangan. Ikki o‘lchovli ehtimollik zichligi funksiyasining grafigi XOY koordinata tekisligi ustida joylashgan sirtdir. Ikki o‘lchovli ehtimollik zichligi funksiyasi quyidagi xossalarga ega[1].

1. Har doim $f(x, y) \geq 0$, chunki F(x, y) kamaymaydigan funksiya.

2. Quyidagi tenglik to‘g‘ridan-to‘g‘ri (4) dan kelib chiqadi:

$$F(x,y)=\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} f(u,v)dvdu \qquad (2)$$

3.2-xossadan foydalanib va $F(\infty, \infty) = 1$ ekanligini hisobga olsak, quyidagilarni olamiz:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(u,v)dvdu=1 \qquad (3)$$

4. (X, Y) tasodifiy nuqtaning ixtiyoriy D sohasiga tushish ehtimoli bu sohadagi ehtimollik zichligi funksiyadan olingan integraliga teng:

$$P\{(X,Y) \in D\}=\iint_D f(x,y)dxdy \qquad (4)$$

Agar D - uchlari A(a; c), B(a; d), C(b; d) va E(b; c) nuqtalarida bo‘lgan to‘rtburchak bo‘lsa, unda

$$P\{(X,Y) \in D\}=\int_a^b dx \int_c^d f(x,y)dy \qquad (5)$$

1. (5) dan

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dy=f_X(x) \quad \text{va} \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dx=f_Y(y) \qquad (6)$$

kelib chiqadi.

Darhaqiqat, $F(x, \infty) = F_X(x)$ va $f_X(x) = F'_X(x)$. Boshqa tomondan, 2-xossaga asosan

$$F(x,\infty)=\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{\infty} f(u,v)dvdu$$

Bu tenglikni x ga nisbatan differentsiallash (9) dagi birinchi tenglikni beradi.

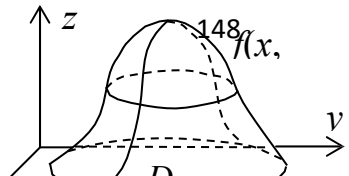
2-xossa ehtimolliklar uchun normallashtirish shartini ifodalaydi. Agar D X va Y komponentlarining barcha mumkin bo‘lgan qiymatlarini qamrab olsa, (6) quyidagicha yozilishi mumkin:

$$\iint_D f(x,y)dxdy=1 \qquad (7)$$

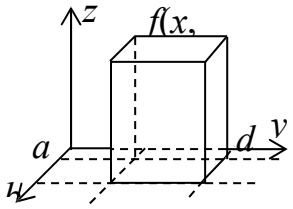
Bu shuni anglatadiki, z = f(x, y) sirt va XOY koordinata tekisligi orasida joylashgan jismning hajmi har doim birga teng bo‘ladi. 3-rasmda Barcha mumkin bo‘lgan (x, y) qiymatlari D sohada joylashgan(X, Y) miqdor ehtimollik zichligi funksiyasi ko‘rsatilgan. 4-rasmda to‘g‘ri to‘rtburchakli sohada tekis taqsimlangan (X, Y) tasodifiy miqdorning ehtimollik zichligi funksiyasining grafigi ko‘rsatilgan:

$f(x, y) = 1/S_D$, agar $(x, y) \in D$ bo‘lsa va $f(x, y) = 0$, agar $(x, y) \notin D$,

$S_D = (b – a)(d – c)$ bo‘lsa.



3-rasm. D sohada (X, Y) miqdor ehtimollik zichligi funksiyasigrafigi



4-rasm. To‘g‘ri to‘rtburchakli sohada tekis taqsimlangan (X, Y) tasodifiy miqdorning ehtimollik zichligi funksiyasi grafigi.

5-xossa n o‘lchamli ehtimollik zichligi funksiyalaridan n – 1 o‘lchamli ehtimollik zichligi funksiyalariga o‘tishning umumiy qoidasidir[2].[3],[4].

Ushbu o‘tishni amalga oshirish uchun n o‘lchamli ehtimollik zichligi funksiyasini uning argumentlaridan biri bo‘yicha $-\infty$ dan ∞ gacha bo‘lgan oraliqda integrallash kifoya.

3-misol. (X, Y) miqdorning ehtimollik zichligi funksiyasi quyidagicha berilgan:

$$f(x,y)=a\cdot\cos(x-y),\ 0\le x\le\frac{\pi}{2},\ 0\le y\le\frac{\pi}{2}$$

a koeffitsientini aniqlang. $f_X(x)$ va $f_Y(y)$ bir o‘lchovli zichliklarni toping.

Biz ehtimollikni normallashtirish shartidan (3) foydalanamiz:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}f(x,y)dydx=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}a\cdot\cos(x-y)dydx=$$

$$a\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}[\sin(\frac{\pi}{2}-y)-\sin(-y)]dy=a\cdot[\cos(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2})-\cos(\frac{\pi}{2})+\cos(0)]=2a=1.$$

Bundan a = 1/2.

Bir o‘lchovli zichliklarni 5-xossa bilan aniqlaymiz

$$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{\infty}f(x,y)dx=\frac{1}{2}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\cos(x-y)dx=\frac{1}{2}[\sin(\frac{\pi}{2}-y)+\sin y],$$

$$f_X(x)=\int_{-\infty}^{\infty}f(x,y)dx=\frac{1}{2}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\cos(x-y)dy=\frac{1}{2}[\sin(x-\frac{\pi}{2})-\sin x],$$

Sinus uchun keltirish formulalarini qo‘llasak, quyidagilarni olamiz:

$$f_X(x)=\frac{1}{2}[\cos x+\sin x],0\le x\le\frac{\pi}{2};f_Y(y)=\frac{1}{2}[\cos y+\sin y],0\le y\le\frac{\pi}{2}].$$

Shartli taqsimot qonunlari. Statistik bog‘liqlik. (X, Y) ikki o‘lchovli tasodifiy miqdorning ehtimollik zichligi funksiyasini bilib, biz 5-xossa yordamida $f_X(x)$ va $f_Y(y)$ bir o‘lchovli taqsimot zichliklarini aniqlashimiz mumkin. Ushbu o‘tishda X va Y o‘rtasidagi bog‘liqlikning tabiati haqidagi barcha ma'lumotlar yo‘qoladi. $f_X(x)$ va $f_Y(y)$ bir o‘lchovli zichliklardan f(x, y) ikki o‘lchovli zichlik funksiyasiga teskari o‘tish mumkin emas.[5]

Ikki o‘lchovli va bir o‘lchovli ehtimollik taqsimot zichliklari o‘rtasidagi bog‘liqlikni o‘rnatish uchun shartli ehtimollik zichligi funksiyasi tushunchasi kiritiladi. Y tasodifiy

miqdorning X ga nisbatan shartli ehtimollik zichligi funksiyasi - bu X x qiymatini olgan taqdirda hisoblangan Y ning ehtimollik zichligi funksiyasi. U f(y|x) bilan belgilanadi. Ikki uzluksiz miqdor uchun

$$f(x, y) = f(y \mid x) \cdot f_X(x) \text{ va } f(x, y) = f(x \mid y) \cdot f_Y(y) \qquad (8)$$

ekanligini ko‘rsatish mumkin.

Ikki o‘lchovli ehtimollik zichligi funksiyasi ushbu miqdorlardan birining boshqasiga nisbatan shartli ehtimollik zichligi funksiyasi va ikkinchi miqdorning shartsiz ehtimollik zichligi funksiyasining ko‘paytmasiga teng. Ikki o‘lchovli zichlik funksiyasini qayta tiklash uchun shartli zichliklardan biri va unga mos keladigan bir o‘lchovli zichlik funksiyasi ma'lum bo‘lishi kerak. (8) formulalar ehtimollik zichligi funksiyalari uchun ko‘paytirish formulalari deb ataladi. Ularning tuzilishi hodisa ehtimolliklari uchun ko‘paytirish formulasining tuzilishi bilan bir xil.

Shartli ehtimollik zichligi funksiyalari tasodifiy miqdorlar orasidagi bog‘liqlik haqidagi barcha ma'lumotlarni o‘z ichiga oladi. Ma'lum bo‘lishicha, shartli zichlik funksiyasi shartsiz zichlik funksiyasi bilan to‘liq mos keladi. Bu holda, miqdorlar statistik jihatdan mustaqil deyiladi. E'tibor bering, agar Ymiqdor X ga bog‘liqmas bo‘lsa, u holda X ham Y ga bog‘liqmas. Darhaqiqat, $f(y \mid x) = f_Y(y)$ bo‘lsin. (8) tengliklarning chap tomonlari teng, shuning uchun o‘ng tomonlari ham teng, ya'ni

$$f(x \mid y) \cdot f_Y(y) = f(y \mid x) \cdot f_X(x) \text{ yoki } f(x \mid y) = \frac{f(y \mid x) \cdot f_X(x)}{f_Y(y)}$$

Bundan kelib chiqadiki, agar $f(y \mid x) = f_Y(y)$ bo‘lsa, u holda

$$f(y \mid x) = f_X(x).$$

Agar shartli ehtimollik taqsimot zichligi shartsiz zichliklarga teng bo‘lmasa, unda X va Y tasodifiy miqdorlar statistik jihatdan bog‘liqdir. Taqsimot zichligini ko‘paytirish formulalari (8) har qanday holatda ham amal qiladi. Statistik jihatdan mustaqil miqdorlar uchun formulalar bittaga kamayadi:

$$f(x, y) = f_X(x) \cdot f_Y(y) \qquad (9)$$

Bu tenglik tasodifiy miqdorlarning bog‘liqmasligining alomatidir.Yozma munosabatlardan ikki o‘lchovli zichlikdan shartli ehtimollik taqsimoti zichligini aniqlash uchun quyidagi formula kelib chiqadi:

$$f(y \mid x) = \frac{f(x, y)}{\int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)dy} \text{ va } f(x \mid y) = \frac{f(x, y)}{\int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)dx} \qquad (10)$$

Shartli ehtimollik zichligi funksiyasi tushunchasi yuqori o‘lchamli ko‘p o‘lhovli miqdorlar uchun ham xuddi shunday kiritiladi.

Umuman olganda, bitta tasodifiy miqdorning boshqasiga nisbatan shartli ehtimollik taqsimot qonuni uning ikkinchi miqdor ma'lum bir qiymatni qabul qilgandagi taqsimot qonunidir. (X, Y) diskret tasodifiy miqdor bo‘lsin. X komponentining mumkin bo‘lgan qiymatlari $x_1, x_2, ..., x_s$ va Y ning mumkin bo‘lgan qiymatlari $y_1, y_2, ..., y_s$. Ehtimolliklar $p_{ij} = P\{X = x_i, Y = y_j\}$ bilan berilgan. Y y_j qiymatini olganligi sababli X ning shartli ehtimollik taqsimot qonuni quyidagi shaklga ega bo‘ladi:

$$P\{X = x_i, Y = y_j\} = \frac{p_{ij}}{\sum_{i=1}^{s} p_{ij}} = \frac{p_{ij}}{p_{*j}}, \; i=1,2,..,s \qquad (11)$$

Bu yerda i indeksi o‘zgaradi, lekin j indeksi o‘zgarmaydi. E'tibor bering, bu formula o‘z ma'nosida (10) dan ikkinchi formulaga to‘liq tengdir. Boshqacha qilib aytganda, ehtimollik jadvalidagi p_{ij} (istalgan satr (istalgan ustun), o‘sha satrning (o‘sha ustunning) ehtimolliklari yig‘indisiga bo‘lingan holda, miqdorlardan birining boshqa miqdorning belgilangan qiymatiga nisbatan shartli ehtimollik taqsimot qonunini ifodalaydi. Masalan,

jadvalning ikkinchi satridagi barcha ehtimolliklar p_{2*} ga bo‘linsa, biz tasodifiy Y miqdorsining shartli taqsimot qonunini olamiz,

X miqdor x_2 qiymatini qabul qilgan shartda.

Diskret miqdorlar uchun statistik bog‘liqlik shunga o‘xshash tarzda aniqlanadi.

Agar bir miqdorning boshqasiga nisbatan shartli ehtimollik taqsimoti shartsiz qonunga mos kelsa, ya'ni $P\{X = x_i, Y = y_j\}=p_{i*}$, i = 1, 2, …, s, j = 1, 2, …, q bo‘lsa, u holda X va Y kattaliklari statistik jihatdan bog‘liqmas. Agar bu shart bajarilmasa, u holda miqdorlar statistik jihatdan bog‘liqdir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

1. Кожевников Ю.В. Теория вероятностей и математическая статистика. М., Машиностроение, 2002.

2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М., Высшая школа, 2005.

3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., Высшая школа, 2005.

Лисьев В**.**П**.** Теория вероятностей и математическая статистика**:** Учебное пособие/ Московский государственный университет экономики, статистики и информатики. – М., 2006. – 199 с

5.Ватутин В.А., Ивченко Г.И., Медведев В.П. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах. Учебное пособие для вузов. М., Дрофа, 2003.

ТЕОРЕМА О ГРАНИЦАХ СПЕКТРА ИНТЕРВАЛЬНОЙ МАТРИЦЫ В ОБОБЩЕННОЙ ЗАДАЧЕ НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

Ибрагимов А.А.[1], Фозилов О.О.[2], Махмудова М. Ё.[3], Эргашова Л.А.[3]

[1]Кафедра цифровых технологий Навоийского государственного университета

[2]Кафедра высшей математики и информационных технологий Навоийского государственного горно-технологического университета

[3]Студент направлений бакалавриата “Механика и математическое моделирование”

При решении прикладных задач, сводящихся к проблеме собственных значений, часто требуется учет неопределённостей исходных данных [1, 2]. Наиболее распространёнными подходами к моделированию неопределённостей являются вероятностные, интервальные и нечёткие методы [3]. Интервальный подход, оперирующий лишь границами возможных значений параметров, отличается простотой и позволяет комплексно учитывать все виды погрешностей - от исходных данных до численных расчётов [4]. Также в настоящее время существуют некоторые гибридные методы, в котором воплощает в себе лучшие свойство трех упомянутых выше моделей неопределенности [5, 6].

Интервальная проблема собственных значений появляется в тех задачах, когда значения элементов заданной матрицы колеблется при известной амплитуде, т.е. ограничена снизу и сверху определенными числами. Такая ситуация возникает, когда природа физических параметров моделируемой задачи неоднородна, т.е. имеют интервальная неопределенность. Такие задачи имеют важное прикладное значение в теории управления [7], вибрационном анализе [8, 9, 10], робототехнике [11] и других областях, где требуется анализ систем с параметрическими неопределённостями.

В данной работе мы следуем международному стандарту обозначения интервального анализа, согласованному ведущими специалистами [12]: все интервальные величины выделяются жирно-курсивным шрифтом.

Интервальная матрица $\boldsymbol{A} \in \mathbb{IR}^{n\times n}$ является множеством вещественных матриц:

$$\boldsymbol{A} = \left\{ A \in \mathbb{R}^{n\times n} \mid \underline{A} \le A \le \overline{A} \right\}, \qquad (4)$$

где матрицы $\overline{A}, \underline{A} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ограничивают этого множества снизу и сверху соответственно, а знаки соотношения «≤» и «≥» трактуются как поэлементные операции. Тогда, средняя и радиусная матрица определяются как

$$A_c = \frac{\underline{A} + \overline{A}}{2}, \quad \Delta A = \frac{\overline{A} - \underline{A}}{2}. \tag{5}$$

Интервальную матрицу (4), иногда удобно представлять через матрицы середины и радиуса A_c, $\Delta A \in \mathbb{R}^{n\times n}$:

$$\boldsymbol{A} = \left[A_c - \Delta A,\ A_c + \Delta A\right] = \left\{A \in \mathbb{R}^{n\times n} \ \mid \ A_c - \Delta A \le A \le A_c + \Delta A\right\}.$$

Аналогичные определения имеет место и для интервальных векторов

$$\boldsymbol{b} = [b_c - \Delta b, b_c + \Delta b] = \left\{b \mid b_c - \Delta b \le b \le b_c + \Delta b\right\}.$$

Определение 1 [13]. Интервальная матрица $\boldsymbol{A}$ называется симметричной, если матрицы A_c и ΔA симметричны.

Симметричная интервальная матрица удовлетворяет условию $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}^T$ и в терминах множеств обозначается как:

$$\boldsymbol{A} = \left\{A \ \mid \ A = A^T\right\}.$$

Определение 2 [14]. Интервальная матрица $\boldsymbol{A}$ называется положительно определенной, если каждая $A \in \boldsymbol{A}$ является положительно определенной.

Определение 3 [2]. Точечная матрица $A \in \boldsymbol{A}$ называется вершинной матрицей, если ij-ым элементом которых является $\underline{a}_{ij}$ или $\overline{a}_{ij}$. Множество всех вершинных матриц обозначается как

$$\operatorname{vert} \boldsymbol{A} := \left\{A \in {}^{\sim}{}^{n\times n} \ \mid \ A = (a_{ij}),\ a_{ij} \in \{\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}\}\right\}.$$

Обобщенная задача собственных значений для произвольной пары интервальных матриц $\left(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}\right) \in \mathbb{IR}^{n\times n}$ обычно формулируется в следующем виде:

$$Ax = \lambda Bx, \quad A \in \boldsymbol{A}, \ B \in \boldsymbol{B}, \ x \ne 0, \tag{1}$$

тогда множество всех собственных значений и собственных векторов для задачи (1) соответственно записываются как

$$\Lambda = \left\{\lambda \in \mathbb{C} \ \mid\mid Ax = \lambda Bx, \ A \in \boldsymbol{A}, \ B \in \boldsymbol{B}, \ x \ne 0\right\}, \tag{2}$$

$$X_{\Lambda} = \left\{x \in \mathbb{C}^n \ \mid\mid Ax = \lambda Bx, \ A \in \boldsymbol{A}, \ B \in \boldsymbol{B}, \ x \ne 0\right\}. \tag{3}$$

Точное вычисление множества Λ требует перебора бесконечного числа точечных матриц $A \in \boldsymbol{A}$, что невозможно за конечное время. Даже аппроксимация этого множество (например, нахождение его точных границ) является сложной задачей, так как спектр интервальной матрицы может быть невыпуклым и состоять из нескольких несвязных компонент. В общем, задача определения множества Λ собственных значений и для стандартной, и для обобщенной задачи с интервальными матрицами NP-трудна. Поэтому, на практике, данная задача решаются с применением методов внешнего и/или внутреннего интервального оценивания [2, 15]. Методы интервального оценивания для задачи о собственных значениях интервальных матриц можно разделить на две категории: первые (глобальные методы) предназначены для оценивания всего спектра интервальной матрицы, а вторые (локальные методы) — для оценивания отдельных кластеров (связных подмножеств) собственных значений. При этом кластером принято считать связное подмножество спектра, содержащее все возмущённые значения, соответствующие одному λ_i^c при вариациях параметров матрицы в заданных интервалах.

Глобальную интервальную оценку для множества Λ обозначим как $\boldsymbol{\Lambda}$. Её можно рассматривать как объединение локальных интервальных оценок $\boldsymbol{\Lambda} = \boldsymbol{\lambda}_1 \cup \boldsymbol{\lambda}_2 \cup \ldots \cup \boldsymbol{\lambda}_n$, такие, что $\boldsymbol{\lambda}_i = \left[\underline{\lambda}_i, \overline{\lambda}_i\right]$, $i = 1, 2, \ldots, n$. Здесь очевидно, что если известны локальные оценки,

то объединяя их, можно получит глобальную оценку. Также обозначим через $\boldsymbol{x}_i$ интервальные собственные векторы, ассоциированные с интервальными собственными значениями $\boldsymbol{\lambda}_i$:

$$\boldsymbol{x}_i = \left([\underline{x}_1, \overline{x}_1],[\underline{x}_2, \overline{x}_2],\ldots,[\underline{x}_n, \overline{x}_n]\right)^T, \quad i = 1,2,\ldots,n.$$

Таким образом, для задачи (1) каждое собственное значение $\lambda_i \in \boldsymbol{\lambda}_i$ и соответствующий ему собственный вектор $x_i \in \boldsymbol{x}_i$ удовлетворяют уравнению $Ax_i = \lambda_i Bx_i$, $\left(x_i \neq 0\right)$ для $i = 1,2,\ldots,n$.

В данной работе рассмотрим симметричный случай. Предположим, что интервальные матрицы для задачи (1) действительны и симметричны $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}^T$, $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}^T$, причем матрица $\boldsymbol{B}$ положительно определена. Тогда все обобщенные собственные значения и соответствующие им собственные векторы для всех пар $\left(A,B\right) \in \left(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}\right)$ действительны, т.е. $\lambda(A,B) \in \mathbb{R}$ и $x(A,B) \in \mathbb{R}^n$.

Для стандартной интервальной задачи на собственные значения

$$\boldsymbol{A}x = \lambda x, \ \boldsymbol{A} \in \mathbb{IR}^{n\times n}, \ x \neq 0, \tag{4}$$

Дейфом [16] предложен метод определения границ каждого интервала $\boldsymbol{\lambda}_i$ при условии, что соответствующие собственные векторы сохраняют свои знаковые паттерны на этом интервале. Мы обобщаем данный результат на обобщённую интервальную задачу на собственные значения (1). Для этого сначала напомним известную теорему Оэттли — Прагера [17] для интервальных систем линейных алгебраических уравнений.

Теорема 1 (Оеттли-Прагер [17]). *Вектор $x \in \tilde{}^{\,n}$ принадлежит множеству решений интервальной системы линейных уравнений $\boldsymbol{A}x = \boldsymbol{b}$ тогда и только тогда, когда выполняется условие*

$$\left|A_c x - b_c\right| \leq \Delta A\,|x| + \Delta b. \tag{5}$$

где A_c и b_c — центры интервальной матрицы и вектора правой части, а ΔA и Δb — их радиусы, соответственно.

Теорема 1 даёт необходимое и достаточное условие принадлежности вектора x к объединенному множеству решений [2]

$$\Xi = \left\{x \in \tilde{}^{\,n} \mid (\exists A \in \boldsymbol{A})(\exists b \in \boldsymbol{b})(Ax = b)\right\}. \tag{6}$$

На основе теоремы 1 сформулирована и доказана следующая теорема 2 для обобщенной интервальной задачи на собственные значения (1).

Теорема 2. *Для обобщенной интервальной задачи $\boldsymbol{A}x = \lambda \boldsymbol{B}x$, пара $\left(\lambda, x\right)$ является собственной парой тогда и только тогда, когда выполняется условие*

$$\left|A_c x - \lambda B_c x\right| \leq (\Delta A - |\,\lambda\,|\,\Delta B)\,|x|. \tag{7}$$

Большинство аналитических методов решения задачи на собственные значения используют отношение Релея. Для обобщённой точечной задачи с вещественными матрицами оно записывается как:

$$\lambda(A,B) = \frac{x^T Ax}{x^T Bx} \tag{8}$$

На основе теоремы Рона [Теорема 1, из 18] и условия (7), обобщим соотношение (8) для задачи (1):

$$\Lambda \subseteq \boldsymbol{\Lambda} = \left[\min_{x\neq 0}\left\{\frac{x^T A_c x - |x|^T \Delta A |x|}{x^T B_c x + |x|^T \Delta B |x|}\right\}, \max_{x\neq 0}\left\{\frac{x^T A_c x + |x|^T \Delta A |x|}{x^T B_c x - |x|^T \Delta B |x|}\right\}\right]. \tag{9}$$

Отношение Релея для интервальной задачи (1) достигает экстремумов на границах спектра, соответствующих минимальным и максимальным собственным значениям. Далее

мы предположим, что для любого собственного значения $\lambda \in \boldsymbol{\lambda}_i$, знаки компонентов соответствующих собственных векторов $x \in \boldsymbol{x}_i$ не меняются для всех пар $(A,B) \in (\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$. Как и в [16], введём знаковые матрицы в диагональной форме

$$S^i = \operatorname{diag}\left(\operatorname{sgn}(x_1^i), \operatorname{sgn}(x_2^i), \ldots, \operatorname{sgn}(x_n^i)\right),$$ где

$$\operatorname{sgn}(x_j) = \begin{cases} 1 & \text{if} \quad x_j \geq 0, \\ -1 & \text{if} \quad x_j < 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad i, j = 1, 2, \ldots, n.$$

Здесь каждая матрица S^i содержит в диагонали только +1 или -1, отражая знаки компонентов x^i, и удовлетворяет условию $S^i x^i = |x^i| > 0$. На основе этих предположений сформулирована и доказана теорема о границах собственных значений для обобщенной интервальной задачи (1).

Теорема 3. *Пусть* $\boldsymbol{A}$ *и* $\boldsymbol{B}$ *симметричные интервальные матрицы порядка n, причем* $\boldsymbol{B}$ *положительно определенна, а* S^i *- знаковая матрица, полученная из* $x^i(A_c, B_c)$. *Если* S^i *сохраняет свой знак для всех пар* $(A,B) \in (\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$, *то каждое собственное значение* $\lambda_i(A,B)$ *принадлежит интервалу*

$$\boldsymbol{\lambda}_i = \left[\underline{\lambda}_i\left(A_c - S^i \Delta A S^i,\ B_c + S^i \Delta A S^i\right),\ \overline{\lambda}_i\left(A_c + S^i \Delta A S^i,\ B_c - S^i \Delta A S^i\right)\right], \quad i = 1, 2, \ldots, n. \quad (10)$$

Из (10) следует, что для нахождения границ каждого $\boldsymbol{\lambda}_i(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$ и собственных векторов $\boldsymbol{x}^i(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$ требуется построит всего две пары специальных вершинных матриц $\left(A_c \mp S^i \Delta A S^i,\ B_c \pm S^i \Delta B S^i\right)$. Однако, для произвольной квадратной вещественной интервальной матрицы размерности *n* общее количество вершинных матриц составляет 2^{n^2}, это делает задачу вычислительно неразрешимой уже для $n \geq 5$ (например, для $n = 5$ число вершинных матриц превышает 33 миллиона). Предлагаемый метод сокращает число вершинных матриц до 4*n*, т.е. две пары для каждого $\boldsymbol{\lambda}_i$.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

4. G. Mayer, Interval analysis and automatic result verification (De Gruyter, Berlin, 2017), p. 517.

5. S. P. Shary, Finite-Dimensional Interval Analysis, (“XYZ”, Novosibirsk, 2022), p. 654.

6. O. Kosheleva, S. P. Shary, G. Xiang, R. Zapatin, Beyond Traditional Probabilistic Data Processing Techniques: Interval, Fuzzy etc. Methods and Their Applications (Springer Nature, Switzerland, 2020), p. 638.

7. A. A. Ibragimov, M. B. Bazarov, Yu. I. Shokin, Z. KH. Yuldashev, Mathematical modeling by interval methods (Fan, Tashkent, 2013), p. 170.

8. A.N. Bazhenov, S.I. Zhilin, S.I. Kumkov, S.P. Shary, Processing and analysis of interval data (Regular and Chaotic Dynamics, Moscow–Izhevsk, 2024), p. 363.

9. J. Wu, Zh. Luo, H. Li, N. Zhang, A new hybrid uncertainty optimization method for structures using orthogonal series expansion, App. Math. Model., Vol. 45, 474-490 (2017).

10. M. Firouzbahrami et.al., Improved bounds for the spectrum of interval matrices, IET Control Theory Appl., 7(7), 1022-1028 (2013).

11. C. Jiang et al. Interval Uncertain Optimization of Vehicle Suspension for Ride Comfort, CMES, 98(4), 443-467 (2014).

12. A. D. Dimarogonas, Interval analysis of vibrating systems. *J. Sound Vib.*, 183(4), 739–749 (1995).

13. F. Gioia, C. N. Lauro, Principal component analysis on interval data. *Comput. Stat.*, **21(2)**, 343–363(2006).

14. D. Chablat et al., An interval analysis based study for the design and the comparison of 3-dof parallel kinematic machines. *Int. J. of Robotics Res.,* **23(6)**, 615–624, 2004.
15. R. B. Kearfott, M. T. Nakao, A. Neumaier, S. M. Rump, Shary S.P., P. Hentenryck, “Standardized notation in interval analysis” Comp. Techn. 15 (1), 7–13 (2010).
16. J. Rohn, A handbook of results on interval linear problems (Ins. Comp.Sc., Prague, 2012).
17. J. Rohn, Positive definiteness and stability of interval matrices, SIAM J. Matrix Anal. Appl. 15(1) (1994) 175–184. https://doi.org/10.1137/S0895479891219216
18. Hladik M., Daney D. and Tsigaridas Elias P., An algorithm for addressing the real interval eigenvalue problem, Journal of Computational and Applied Mathematics, 235(8) (2011) 2715-2730.
19. A. Deif. The interval eigenvalue problem. Z.Angew.Math.Mech., **71**, 61-64 (1991).
20. Oettli W., Prager W. Compatibility of approximate solutions of linear equations with given error bounds for coefficients and right-hand sides // Number. Math. N 6 (1964): pp.405-409.
21. J. Rohn, Bounds on eigenvalues of interval matrices // Z.Angew. Math.Mech., 78 (Suppl. 3): 1998, pp.1049-1050.

БАЪЗИ СОНЛИ КЕТМА-КЕТЛИКЛАРНИНГ ЙИҒИНДИСИ ВА КЎПАЙТМАСИНИ ҲИСОБЛАШ УСУЛИ

ҲАКИМОВ А,
НавДУ математика кафедраси доценти.
ТОЛИБОВА З,
НавДУ магистри.

Ҳозирги даврдаги жамият ривожининг асосий йўналишларидан бири таълим тизимига замонавий ахборот-коммуникация технологияларини жорий этишдан иборат бўлган ахборот жараёни билан тавсифланади. Жамиятда рўй бераётган туб ўзгаришлар таълим концепцияларини мукаммаллаштиришни тақозо қилади. Бунда олий таълим муассасаларида тайёрланадиган ўқитувчи-кадрлар муҳим рол ўйнайди. Шунинг учун олий таълим муассасалари олидидаги асосий мақсад – бу жамият эҳтиёжларига мослаштирилган хусусиятларга эга бўлган, зарурий билим асосларини ва ахборот-коммуникация технологияларидан фойдаланиш бўйича шахсий тажрибаларни эгаллаган, уларни ўқув жараёнида қўллаш бўйича методик тайёргарликка эга бўлган мутахассисларни тайёрлашдан иборат [1].

Юқоридагиларни ҳисобга олганда, барча фанлар сингари “Олий математика” фанини ўрганиш жараёнидаги назарий билимлар мажмуасини замонавий ахборот-коммуникация асосида, ихчам, содда, равон, тушунарли баён қилиш ва уларни амалий масалаларга тадбиқ этиш соҳаларини кенгайтиришни тақозо қилади.

Бизга маълумки сонли кетма-кетлик, ажойиб лимитлар, функция лимити тушунчалари математиканинг фундаментал тушунчалари ҳисобланади. Бу таянч тушунчалар математиканинг ривожланиши жараёнида ўта муҳим аҳамият касб этади.

Университетлар ва техника олий ўқув юртларида таълим олувчи талабалар “Сонли функционал кетма-кетлик йиғиндиси ва уларнинг кўпайтмасини” ҳисоблаш жараёнида бир қанча қийинчиликлар, маълум бир муаммоларга дуч келади, чунки исталган сонли ёки функционал кетма-кетликларни йиғинди ёки кўпайтмасини аниқлайдиган универсал усуллар ёки теоремалар мавжуд эмас.

Ушбу мақолада $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n} f(n,k)$ ва $\lim\limits_{n\to\infty}\prod\limits_{k=1}^{n} f(n,k)$ кўринишдаги баъзи бир синфга тегишли сонли функционал кетма-кетликлар йиғиндиси ва кўпайтмасини аниқлашни

осонлаштирувчи теоремалар келтирилиб, уларни ҳисоблашда ажойиб лимитларни қўллаш ҳақида фикр юритилади.

1-теорема. Агар x_0 нуқта атрофида $\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to 0}\phi(x) = 0$ шарт бажарилса, у ҳолда қуйидаги муносабатлар ўринли

а) $\lim_{x\to x_0}\frac{\sin f(x)}{\phi(x)} = \lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{\phi(x)}$,

б) $\lim_{x\to x_0}\left(1+f(x)\right)^{\frac{1}{\phi(x)}} = e^{\alpha}$.

Бу ерда $\alpha = \lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{\phi(x)}\cdot\lim_{x\to x_0}\frac{\sqrt[n]{1+f(x)}-1}{\phi(x)} = \frac{\alpha}{n}$.

2-теорема. Агар $\lim_{x\to 0}\frac{\phi(x)}{\psi(x)} = 1, \alpha_{mn}\to 0$ бажарилиб, m ва n лар шундай α_{mn} кетма-кетлик мавжуд бўлсаки, у қуйидаги шартларни қаноатлантирса

а) $m\in N, n\to\infty\ \alpha_{mn}\to 0$;

б) $|\alpha_{mn}| < \varepsilon > 0$,

у ҳолда қуйидаги муносабат ўринли

$\lim_{x\to\infty}\left(\phi(\alpha_{1n})+\phi(\alpha_{2n})+...+\phi(\alpha_{mn})\right) = \lim_{x\to\infty}\left(\psi(\alpha_{1n})+\psi(\alpha_{2n})+...+\psi(\alpha_{mn})\right)$.

Бу ерда $\phi(\alpha_{kn})>0$ ва $\psi(\alpha_{kn})>0$.

Биринчи ва иккинчи теоремаларни [2] ва [3] дан фойдаланиб, осонгина исботлаш мумкин.

Ушбу теоремаларни кетма-кетликлар йиғиндисини аниқлашга татбиқ этайлик:

1. $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left(\sqrt[3]{1+\frac{k}{n}}-1\right)$ ни ҳисобланг. Йиғиндини ҳисоблаш учун қуйидаги муносабатлардан фойдаланайлик.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{1+\frac{k}{n^2}}-1}{\frac{k}{3n^2}} = 1 \qquad (1)$$

2-теорема шартини ва (1) ни ҳисобга олсак

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left(\sqrt[3]{1+\frac{k}{n}}-1\right) = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{3n^2}\sum_{k=1}^{n}k\right) = \frac{1}{6}\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)n}{n^2} = \frac{1}{6}$$

2. $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left(\sqrt[m]{1+\frac{k\alpha}{n^2}}-1\right)$ (2) ни ҳисоблайлик.

Бу ерда $\alpha\ge 0$, $m\in N$ (яъни умумий ҳолни қарайлик)

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt[m]{1+\frac{k\alpha}{n^2}}-1}{\frac{mk\alpha}{n^2}} = 1$$

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left(\sqrt[m]{1+\frac{k\alpha}{n^2}}-1\right) = \lim_{n\to\infty}\frac{\alpha}{mn^2}\sum_{k=1}^{n}k = \frac{\alpha}{m}\lim_{n\to\infty}\frac{n(n+1)}{2n^2} = \frac{\alpha}{2m}$$

3. Қуйидаги кетма-кетлик йиғиндисини аниқланг.

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\ln\left(1+\sin\frac{k\alpha}{n^2}\right) \qquad (3)$$

(2) дан фойдаланиб (3) ни қуйидаги кўринишдаги йиғиндини аниқлашга олиб келиш мумкин [2].

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\ln\left(1+\sin\frac{k\alpha}{n^2}\right)=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\sin\frac{k\alpha}{n^2} \qquad (4)$$

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sin\frac{k\alpha}{n^2}}{\frac{k\alpha}{n^2}}=1$ ни ҳисобга олиб, (4) нинг ўнг томонидаги лимитни топайлик:

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sin\frac{k\alpha}{n^2}}{\frac{k\alpha}{n^2}}=1$ дан фойдаланамиз.

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left(\sin\frac{k\alpha}{n^2}\right)=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\alpha}{n^2}\sum_{k=1}^{n}k\right)=\frac{\alpha}{2}\lim_{n\to\infty}\frac{n(n+1)}{n^2}=\frac{\alpha}{2}$$

Демак $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\ln\left(1+\sin\frac{k\alpha}{n^2}\right)=\frac{\alpha}{2}$

1. Умумий ҳолда юқоридаги теоремаларни бир неча марта қўллаб қуйидаги муносабатларни ўринли эканлигини исботлаш мумкин.

$1^0.\ \lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\left(\sqrt[m]{1+\frac{k^2}{n^4}}-1\right)=\frac{1}{4m}$

$2^0.\ \lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\left(\sqrt[m]{1+\frac{k^p}{n^{p+1}}}-1\right)=\frac{1}{m(p+1)}$

$3^0.\ \lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\sin\frac{k^p x}{n^{p+1}}=\frac{x}{p+1}$

бу ерда $p\in N$.

Энди баъзи каррали функционал қаторлар кўпайтмасини топишга мисолларни қараймиз:

$$\lim_{n\to\infty}\prod_{k=1}^{n}\left(1+\frac{k^p}{n^{p+1}}\right)=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\left(\ln\left(1+\frac{k^p}{n^{p+1}}\right)\right)}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\ln\left(1+\frac{k^p}{n^{p+1}}\right)}{\frac{k^p}{n^{p+1}}}=1$$

$$\lim_{n\to\infty}\prod_{k=1}^{n}\left(1+\frac{k^p}{n^{p+1}}\right)=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\left(\ln\left(1+\frac{k^p}{n^{p+1}}\right)\right)}=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^{p+1}}\sum\limits_{k=1}^{n}k^p\right)}$$

Катта n-лар учун $\sum\limits_{k=1}^{n}k^p=\frac{n^{p+1}}{p+1}+An^p+\ldots$ эканини ҳисобга олсак: [4]

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{n^{p+1}}{p+1}+An^p+\ldots}{n^{p+1}}=\frac{1}{p+1}$$

Демак: $\lim\limits_{n\to\infty}\prod\limits_{k=1}^{n}\left(1+\frac{k^p}{n^{p+1}}\right)=e^{\frac{1}{p+1}}$

2. Умумий ҳолда қуйидаги формулаларни ўринли эканлигини кўрсатиш мумкин:

$$\lim_{n\to\infty}\prod_{k=1}^{n}\left(1\pm\frac{\alpha^p k^p}{n^{p+1}}\right)=e^{\pm\frac{\alpha^p}{p+1}}$$

Хусусий ҳолда

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\prod\limits_{k=1}^{n}\left(1+\frac{k}{n\sqrt{n}}\right)=e^{\frac{1}{2}}$, чунки $p=1,\ \alpha=1.$

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\prod\limits_{k=1}^{n}\cos\frac{\alpha k^p}{n^{p+\frac{1}{2}}}$ ни ҳисобланг.

$$\lim_{n\to\infty}\prod_{k=1}^{n}\cos\frac{\alpha k^p}{n^{p+\frac{1}{2}}}=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{\ln(\phi(n,k))}{n^{p+\frac{1}{2}}}}=e^{\frac{1}{2}\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{\ln(\psi(n,k))}{\frac{\alpha k^p}{n^{p+\frac{1}{2}}}}}.$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\psi(n,k)}{\left(\frac{\alpha k^p}{n^{p+\frac{1}{2}}}\right)}=1 \qquad \lim_{n\to\infty}\sum_{n=1}^{k}\frac{\alpha^2k^{2p}}{n^{2p+1}}=e^2\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{k^{2p}}{n^{2p1}n}=\alpha\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^{2p+1}}\sum_{k=1}^{n}k^{2p}.$$

Бу ерда $\phi(n,k)=\frac{\cos\left(\alpha\cdot k^p\right)}{n^{p+\frac{1}{2}}},\psi(n,k)=\frac{1-\sin^2\left(\alpha\cdot k^p\right)}{n^{p+\frac{1}{2}}}.$

Етарли катта n лар учун қуйидаги муносабат ўринли [4]

$$\sum_{k=1}^{n}n^{2p}=\frac{n^{2p+1}}{2p+1}+0\left(n^{2p}\right).$$

Бу ерда $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{0\left(n^{2p}\right)}{n^{2p+1}}=0$ эканлигини ҳисобга олсак, охирги йиғиндини ҳисоблаш имконияти пайдо бўлади.

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{\alpha^2k^{2p}}{n^{2p+1}}=\alpha^2\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{n^{2p+1}}{2p+1}+0\left(n^{2p}\right)\right)}{n^{2p+1}}=\alpha^2\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2p+1}+\frac{0\left(n^{2p}\right)}{n^{2p+1}}\right)=\frac{\alpha^2}{2p+1}.$$

$$\lim_{n\to\infty}\prod_{k=1}^{n}\left(\cos\frac{\alpha k^p}{n^p\cdot n^{\frac{1}{2}}}\right)=e^{\frac{\alpha^2}{2(2p+1)}}.$$

Демак, $\lim\limits_{n\to\infty}\prod\limits_{k=1}^{n}f(x,n)$ кўринишдаги кўпайтмани ҳисоблаш учун кўпайтмани қуйидаги йиғиндини ҳисоблашга олиб келиш мумкин экан: $\lim\limits_{n\to\infty}\prod\limits_{k=1}^{n}f(x,n)=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\ln(f(k,n))}$.

АДАБИЁТЛАР

1. Р.Юсупов ва бошқалар. Математиканализ курсини ўқитишда ахборот-коммуникация технологиясидан фойдаланиш. Бухоро:/Педагогик маҳорат. №3, 2013 й. 67-70 бетлар.

2. Ҳакимов А., ва бошқалар. Умумлашган ажойиб лимитлар ҳақида теоремалар. Бухоро:/Педагогик маҳорат. №3, 2013 й. 57-60 бетлар.

3. Ляшко и др. Справочное пособие по математическому анализа. Изд. «Выща школа» Киев 1984.
4. Виноградов И.М. Основы теории чисел. «Наука» М. 1972.

A PURSUIT PROBLEM IN THE LINEAR GAME WITH CONSTANT COEFFICIENT UNDER EXPONENTIAL H −CONSTRAINTS

Akbarov A
Andijan state university
Sulaymonov S
Andijan state university

In this paper, we investigate the pursuit problem in a linear differential game where the players' controls are subject to differential constraints expressed in the form of Gronwall-type integral inequalities [1]. The proposed method provides a rigorous justification of the parallel approach strategy, and new sufficient conditions for the solvability of the pursuit problem are established.

Let the motions of the pursuer P and the evader E be described by the following differential equations, initial conditions and Gronwall type constraints (briefly, Gr -constraint)

$$P: \dot{x} + ax = u, \quad x(0) = x_0, \qquad (1)$$

$$E: \dot{y} + ay = v, \quad y(0) = y_0, \qquad (2)$$

where $x, y, u, v \in R^n$, $n \geq 2$, and a is arbitrary; u is the velocity vector of the pursuer and here the temporal variation of u must be a measurable function $u(\cdot):[0,\infty) \to R^n$. We denote by U_{Gr} the set of all measurable functions $u(\cdot)$ satisfying Gr -constraint:

$$|u(t)| \leq \rho e^{-kt} + k\int_0^t |u(s)|ds \qquad (3)$$

Similarly, v is the velocity vector of the evader and here the temporal variation of v must be a measurable function $v(\cdot):[0,+\infty) \to \mathbf{R}^n$. We denote by $\mathbf{V}_{Gr}$ the set of all measurable functions $v(\cdot)$ satisfying Gr -constraint:

$$|v(t)| \leq \sigma e^{-kt} + k\int_0^t |v(s)|ds \qquad (4)$$

where ρ, σ are nonnegative numbers and k is positive number.

By virtue of the equations (1)-(2) each pair of $(x_0, u(\cdot))$ and $(y_0, v(\cdot))$ generates the trajectories of motion

$$x(t) = e^{-at}\left(x_0 + \int_0^t u(\tau)e^{a\tau}d\tau\right), \qquad y(t) = e^{-at}\left(y_0 + \int_0^t v(\tau)e^{a\tau}d\tau\right).$$

The goal of the pursuer P is capture the evader E i.e., achievement of the equality $x(t) = y(t)$ and evader E strives to avoid an encounter.

Lemma. (Gronwall type inequality). If $|f(t)| \leq ae^{-b_1 t} + b_2\int_0^t |f(s)|ds$ is satisfied, then $|f(t)| \leq \frac{a}{b_1 + b_2}\left(b_2 e^{b_2 t} + b_1 e^{-b_1 t}\right)$ for all $t \geq 0$, where $f(t)$ is a measurable function, and a, b_1, b_2 are positive numbers.

Definition. In the pursuit problem (1)-(4), the function [2-4]

$$u_{Gr}(t,v) = v - \lambda_{Gr}(t,v)\xi_0 \qquad (5)$$

is called Π_{Gr}-strategy of the pursuer, where $\lambda_{Gr}(t,v) = < v,\xi_0 > + \sqrt{< v,\xi_0 >^2 + \mu(t)^2 - |v|^2}$, where $\mu(t) = \rho ch\, kt$, $\xi_0 = \dfrac{z_0}{|z_0|}$ and $< v,\xi_0 >$ is a scalar product of the vectors v and ξ_0 in the space R^n.

Property. If $\rho \geq \sigma$ then the function $\lambda_{Gr}(t,v)$ is continuous and non-negative for all $(t,v) \in [0,\infty) \times \mathbb{R}^n$.

Theorem. If $\rho > \sigma + \dfrac{|z_0|\left(a^2 - k^2\right)}{a}$ and $a \in \left(k, +\infty\right)$ in the game (1)-(4), then the Π_{Gr}-strategy (6) is winning on the time interval $\left[0, T_{Gr}\right]$, where T_{Gr} is the smallest positive root of the equation:

$$|z_0| - \frac{\rho - \sigma}{2}\left(\frac{e^{(k-a)t} - 1}{k - a} - \frac{e^{-(k+a)t} - 1}{k + a}\right) = 0.$$

REFERENCES

1. Gronwall T.H. Note on the derivatives with respect to a parameter of the solutions of a system of differential equations. Ann. Math., 1919, 20(2): 293-296.
2. Нуримов Т.Н., Филатов А.Н., Шаров Л.В. Интегралъные неравенства. Ташкент: Фан, 1991. 192 с.
2. Azamov A.A., Samatov B.T. Π-Strategy. An Elementary introduction to the Theory of Differential Games. - T.: National Univ. of Uzb., 2000. - 32 p.
3. Azamov A.A., Samatov B.T. The Π-Strategy: Analogies and Appli-cations, The Fourth International Conference Game Theory and Management, June 28-30, 2010, St. Petersburg, Russia, Collected papers. P.33-47.
4. Samatov B.T., Akbarov A.Kh., Soyibboev U.B. A linear differential game with gronwall type constraint // Scientific Bulletin. Physical and Mathematical Research. Andijan. 2020. No. 2, pp. 17-26.

INTEGRATION OF THE LOADED NEGATIVE ORDER NONLINEAR SCHRÖDINGER EQUATION WITH SELF-CONSISTENT SOURCE

Baltaeva I. I., Jumanazarov J. M.

Urgench State University, Urgench, Uzbekistan,

irada-b@mail.ru, jumanazarovjavlon6@gmail.com

Abstract : This thesis studies the loaded negative order nonlinear Schr¨odinger equation with a self-consistent source. The evolution of scattering data and the solution properties of the corresponding Cauchy problem are analyzed.

Keywords: The loaded nonlinear Schrödinger equation, self-consistent source, Jost solution, recursion operator, scattering data, Cauchy problem.

In 1967, Gardner, Greene, Kruskal, and Miura integrated the Cauchy problem for the Korteweg–de Vries equation using the method of the inverse scattering problem in the class of fast decaying functions [1]. In 1968, Lax [2] showed that the method of the inverse scattering problem was universal. Using this idea, in 1972, Zakharov and Shabat [3] showed the complete integrability of the nonlinear Schrödinger equation

$$iu_t \pm 2|u|^2 u + u_{xx} = 0.$$

In the present work, soliton solutions of the negative-order nonlinear Schrödinger equation with a self-consistent source are studied.

We consider the following system of equations:

$$\begin{cases} \mu_x = |u|_t^2, \\ iu_{xt} + 2\mu u + iu_x + i\gamma(t)(u(0,t) + u^*(0,t))u = i\sum\limits_{k=1}^{2N}\left(\Phi_{k1}^2 - \Phi_{k2}^{*2}\right) \end{cases} \quad (1)$$

where $\gamma(t)$ is a bounded continuous non-zero real function; $u(x,t)$ is a complex-valued continuous function; and $\Phi_k = \left(\Phi_{k1}(x,t), \Phi_{k2}(x,t)\right)^T$ is the eigenvector function of the operator

$$L(t) = i\begin{pmatrix} \dfrac{d}{dx} & -u(x,t) \\ -u^*(x,t) & -\dfrac{d}{dx} \end{pmatrix}$$

corresponding to the eigenvalue ξ_k. We assume that the sum on the right-hand side of (1) first includes terms with $Im\xi_k > 0$, $k = 1,2,\ldots,N$. It is also assumed that

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{k1}\Phi_{k2}\,dx = A_k(t), \quad k = 1,2,\ldots,2N, \quad (2)$$

with given continuous non-zero functions $A_k(t)$ satisfying $A_k(t) = A_n(t)$ for $\xi_k = -\xi_n$.

The problem $(1)-(2)$ is considered with the initial condition

$$u(x,0) = u_0(x), \quad x \in \mathbb{R}, \quad (3)$$

where the initial function $u_0(x)$, $-\infty < x < \infty$, satisfies:

1) $\int_{-\infty}^{\infty}(1+|x|)|u_0(x)|dx < \infty$;

2) The operator $L(0) = i\begin{pmatrix} \dfrac{\partial}{\partial x} & -u_0(x) \\ -u_0^*(x) & -\dfrac{\partial}{\partial x} \end{pmatrix}$ has no spectral singularities and has exactly $2N$ simple eigenvalues $\xi_1(0), \xi_2(0), \ldots, \xi_{2N}(0)$.

Let $u = u(x,t)$ be a complex-valued sufficiently smooth function and $\mu = \mu(x,t)$ be a sufficiently smooth real function such that for all $t \geq 0$:

$$\int_{-\infty}^{\infty}(1+|x|)\left(|u(x,t)| + |u_x(x,t)|\right)dx < \infty, \quad (4)$$
$$\mu(x,t) \to c^2 \quad \text{as} \quad x \to \pm\infty.$$

In this work, we obtain the evolution of scattering data for the solution $(\mu(x,t), u(x,t), \Phi_k(x,t), k = 1,2,\ldots,N)$ of the problem $(1)-(4)$ via the inverse scattering transform method for the Dirac operator.

REFERENCES

1. Gardner C.S., Greene J.M., Kruskal M.D., Miura R.M. *Method for solving the Korteweg–de Vries equation.* Phys. Rev. Lett. – 1967. – 19. – P. 1095–1097.
2. Lax P.D. *Integrals of nonlinear equations of evolution and solitary waves.* Commun. Pure Appl. Math. – 1968. – 21:5. – P. 467–490.
3. Zakharov V.E., Shabat A.B. *Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media.* Sov. Phys. JETP. – 1972. – 34:1. – P. 62–69.

EXPLICT SECOND-ORDER ASYMPTOTICS FOR MARKOV BRANCHING SYSTEMS

Imomov A. A,
Karshi State University, Professor, D.Sc. in Physics and Mathematics
Zayniddinova D. X.
Navai State Univesity, PhD student

This work develops a refined asymptotic framework for continuous-time Markov branching (MB) systems by incorporating Karamata slowly varying functions into the analysis of long-time behavior. Extending classical results of Zolotarev and Sevastyanov, we obtain explicit asymptotic representations for survival probabilities and generating functions in the noncritical regime. In particular, we show that the deviation from the principal exponential scaling is governed by a slowly varying function, leading to a functional characterization of the generalized Kolmogorov constant. Furthermore, under additional structural assumptions, we derive quantitative convergence rates and second-order asymptotic refinements. These results provide a unified analytical approach applicable to both finite-variance and heavy-tailed branching mechanisms.

Branching processes play a central role in stochastic modeling of population dynamics. In continuous-time Markov branching systems, the evolution of the population size $Z(t)$ is governed by branching rates and can be described via generating functions.

A classical problem is to determine the asymptotic behavior of the survival probability:

$Q(t) = \mathrm{P}\{Z(t) > 0\}$

In the subcritical case, Sevastyanov established the exponential asymptotic:

$Q(t) \sim Ke^{mt}, \quad t \to \infty$

However, classical approaches provide only leading-order behavior. A deeper understanding requires refined asymptotics capturing deviations from exponential scaling. This motivates the use of Karamata slowly varying (SV) functions.

A measurable function $L(x)$ is said to be slowly varying if

$$\frac{L(\lambda x)}{L(x)} \to 1, \qquad x \to \infty,$$

Consider a continuous-time Markov branching system with generating function $f(s)$ and transition generating function $F(t;s)$. Let q denote the extinction probability and define

$$R(t;s) = q - F(t;s), \qquad A(t;s) = \frac{R(t;s)}{\beta^t},$$

The quantity $A(t) = A(t;0)$ plays a central role in describing the asymptotic structure of the system.

We assume that the transformed generating function satisfies the representation

$$f_q(s) = \left|f_q'(1)\right|(1-s) + (1-s)^{1+\upsilon} L\left(\frac{1}{1-s}\right),$$

This condition captures both:

-finite variance case $(\upsilon = 1)$;

-heavy-tailed case $(\upsilon < 1)$;

thus providing a unified framework.

Theorem 1 (General Asymptotic Behavior). Without additional assumptions, the function $A(t)$ belongs to the class of slowly varying functions $A(t) \in SV_\infty$. If the structural condition above holds, then

$$A(t) \to K_q = q\, exp\{J_\upsilon\}, \qquad t \to \infty,$$

$$J_\upsilon = \int_1^\infty u^{-(1+\upsilon)} L_\upsilon(u)\, du.$$

This result provides an explicit representation of the generalized Kolmogorov constant.

Theorem 2 (Refined Asymptotics). Under the same assumptions, the function $A(t)$ admits the representation

$$A(t) = \frac{q}{\left(1+\Delta_\beta(t)\right)^{\frac{1}{\upsilon}}},$$

$$\Delta_\beta(t) = \frac{1}{|\ln\beta|} L_Q(t),$$

$$\frac{L_Q(t)}{L\left(\frac{1}{\beta^t}\right)} \to 1.$$

This theorem reveals that the slowly varying component determines the deviation from pure exponential behavior.

A central role is played by the following lemma on convolution-type integrals.

Lemma (Asymptotic Integral Estimate). Let $L \in SV_\infty$ with controlled remainder. Then for

$$I(t) = \int_0^t e^{-\upsilon a(t-u)} L(t-u)\, du,$$

$$\frac{e^{\upsilon a t} I(t)}{L(t)} \to \frac{1}{\upsilon|a|}, \qquad t \to \infty.$$

This result is crucial for deriving the refined asymptotic expansions.

The obtained results demonstrate that classical exponential asymptotics are only the first-order approximation, slowly varying functions encode second-order structure, the generalized Kolmogorov constant emerges naturally from this refined framework. Importantly, the approach works uniformly for both finite and infinite variance branching laws.

We developed a unified asymptotic framework for Markov branching systems based on Karamata slowly varying functions. The results extend classical limit theorems by providing:

-explicit asymptotic representations;

-convergence rate estimates;

-structural interpretation of deviations from exponential growth.

This approach opens the way for further applications to branching systems with immigration and more complex stochastic structures.

REFERENCES:

1. Athreya KB, Ney PE. Branching processes. New York: Springer; 1972.

2. Harris TE. Theory of branching stochastic processes. Berlin: Springer; 1963.

3. JAGERS P. BRANCHING PROCESSES WITH BIOLOGICAL APPLICATIONS. UK: JW SONS, PITMAN PRESS; 1975.

4. Sevastyanov B. A. Branching processes. Moscow: Nauka; 1971, [Russian].

5. Sevastyanov B. A. The theory of branching stochastic process. Uspekhi Mat Nauk 1951;6(46):47–99.

6. Imomov AA. On conditioned limit structure of the Markov branching process without finite second moment. Malays J Math Sci 2017;11(3):393–422.

7. Imomov AA, Tukhtaev EE. On asymptotic structure of critical Galton–Watson branching processes allowing immigration with infinite variance. Stoch Models 2023;39(1):118–40.

8. Imomov AA, Meyliev A Kh. On asymptotic structure of continuous-time Markov branching processes allowing immigration without higher-order moments. Ufim Mat Zh 2021;13:137–47.

EXTINCTION PROBABILITIES FOR AGE-DEPENDENT CRITICAL BRANCHING PROCESSES

[1] Imomov A. A, [2] Fayzullayeva S.

[1]Karshi State University, [2]Navoi State University

Abstract. This study is concerned with the asymptotic analysis of an age-dependent critical branching process, within which it is rigorously established that extinction occurs almost surely in the critical regime. The work derives the asymptotic law governing the temporal decay of the survival probability and shows that the corresponding rate is fundamentally determined by the underlying distribution of individual lifetimes. The results obtained extend the classical theory of critical branching processes by embedding an explicit age-structured mechanism, thereby yielding a more refined and analytically precise characterization of the long-term stochastic behavior of the process.

Keywords: age-dependent branching process, critical branching process, asymptotic analysis, extinction probability, asymptotic decay rate, lifetime distribution

Branching processes constitute an important area of probability theory [1,2,4] and are widely used for modelling random reproduction phenomena in population dynamics, biological systems, and related stochastic environments. In classical models, individuals reproduce under identical conditions; however, in real-world systems, reproduction behavior often depends on age. For this reason, age-dependent branching processes are considered more realistic and provide a refined mathematical framework.

In particular, the critical case—when the expected number of offspring equals one—plays a central role in the theory [1-2]. Although it is well known that in this case the process becomes extinct with probability one [1-2], the long-term temporal behavior of the process remains a non-trivial and interesting problem.

This work is devoted to the asymptotic behavior of the survival probability in an age-dependent critical branching process. More precisely, we investigate the asymptotic behavior of

$$\mathrm{P}\left(\mathrm{Z}(t)>0\right), \quad t\to\infty$$

where $Z(t)$ denotes the number of individuals alive at time t.

We consider an age-dependent branching process in which each individual is characterized by a random lifetime and a random offspring number, with reproduction occurring either during its lifetime or at the moment of death. The process is assumed to be critical, that is, the mean offspring number is equal to one. Under this condition, extinction occurs with probability one [1-2], and the problem is to determine the asymptotic behavior of the survival probability and its dependence on the lifetime distribution.

Let L denote the lifetime of an individual and ξ the corresponding offspring number. The reproduction mechanism may depend on the age of the individual, so that the process is an age-dependent [4] branching process.

The mean offspring number is defined by

$$m=\mathrm{E}\left[\xi\right]$$

and the process is called critical if $m=1$. In this case, extinction occurs with probability one.

The principal quantity of interest is the survival function

$$\mathrm{P}\left(\mathrm{Z}(t)>0\right),\ \ t\geq 0$$

where $Z(t)$ denotes the population size at time t. The asymptotic behavior of this function as $t\to\infty$ constitutes the central object of the analysis. In particular, under standard regularity conditions, the survival probability admits the asymptotic representation

$$\mathrm{P}\left\{\mathrm{Z}(t)>0\right\}\sim\frac{C}{t},\ t\to\infty,$$

where C is a positive constant determined by the characteristics of the offspring distribution and the lifetime law.

The model is based on the classical branching process framework developed by Athreya and Ney [2] and its age-dependent extension introduced by Jagers [1].

The following main results are obtained for the age-dependent critical branching process.

Result 1. (classical extinction criterion). If the mean offspring number satisfies the criticality condition m=1, then the branching process becomes extinct almost surely, i.e [1-2]

$$\mathrm{P}\left(extinction\right)=1$$

Result 2. (asymptotic survival probability). Let $Z(t)$ denote an age-dependent branching process in the critical regime. Under standard regularity conditions on the lifetime distribution and reproduction mechanism, the survival probability satisfies the asymptotic relation

$$\mathrm{P}\left\{\mathrm{Z}(t)>0\right\}\sim C\cdot\Psi(t),\ \ t\to\infty,$$

where $\Psi(t)$ is a regularly varying function determined by the tail behavior of the lifetime distribution, and $C>0$ is a finite constant depending on the reproduction kernel and age-dependent lifetime law of the process.

Theorem (Asymptotic decay regimes). Let $Z(t)$ be an age-dependent critical branching process satisfying standard renewal-type assumptions. Then the survival probability $\mathrm{P}\left(\mathrm{Z}(t)>0\right)$, exhibits the following asymptotic behavior as $t\to\infty$:

If the lifetime distribution is exponential, then

$$\mathrm{P}\left(\mathrm{Z}(t)>0\right)\sim Ce^{-\lambda t}.$$

If the lifetime distribution is regularly varying with index $\alpha\in(0,1)$., then

$$\mathrm{P}\left(\mathrm{Z}(t)>0\right)\sim C^{*}t^{-\alpha}l(t).$$

Here $C,C^{*}>0$ are constants determined by the age-dependent branching mechanism.

Proof. The proof is based on a renewal equation formulation and asymptotic analysis of integral representations. The exponential case is treated via spectral methods (see, e.g., standard results in operator theory), while the heavy-tailed case follows from Tauberian theorems for regularly varying functions (see, e.g., Bingham–Goldie–Teugels, *Regular Variation*) [6].

This study examines the asymptotic behavior of an age-dependent critical branching process and rigorously establishes that, in the critical regime, extinction occurs almost surely. It is further shown that the survival probability obeys a precise asymptotic decay law, and that the corresponding decay rate is strongly determined by the distribution of individual lifetimes. The obtained results extend the classical theory of critical branching processes by incorporating an explicit age-structured framework into the analysis of long-term stochastic dynamics, thereby providing a more general and refined probabilistic characterization of the process.

REFERENCES

1. Jagers P. Branching Processes with Biological Applications. Wiley, 1975.

2. Athreya K.B., Ney P.E. Branching Processes. Springer, 1972.

3. Imomov AA. On conditioned limit structure of the Markov branching process without finite second moment. Malays J Math Sci 2017;11(3):393–422.

4. Harris TE. Theory of branching stochastic processes. Springer, Berlin, 1963.
5. Imomov AA, Tukhtaev EE. On asymptotic structure of critical Galton–Watson branching processes allowing immigration with infinite variance. Stoch Models 2023;39(1):118–40.
6. Bingham N. H., Goldie C. M., Teugels J. L. Regular Variation. Cambridge: Cambridge University Press, 1987.

ASYMPTOTIC PROPERTIES AND LIMIT DISTRIBUTIONS OF MARKOV BRANCHING SYSTEMS WITH HEAVY-TAILED IMMIGRATION

Imomov A. A. *Karshi State University*
Zayniddinova D. X. *Navai State University*
Fayzullayeva S. A. *Navai State University*
Islomova M. G. *Karshi state University*

Abstract: This article explores the long-term behavior of Markov branching processes with immigration (MBIS) under the condition of regular variation. We establish new limit theorems for the state-space distributions and the convergence rates of the process $X(t)$ *as* $t \to \infty$, utilizing the structural properties of Karamata functions.

Stochastic branching models represent a fundamental class of probabilistic frameworks used to describe the evolution of populations consisting of reproducing individuals. These models provide insight into a wide range of random phenomena observed in both natural processes and engineered systems. Originally introduced in the late nineteenth century through the Galton–Watson model to analyze family survival, branching processes have since evolved into a broad and versatile theory encompassing numerous extensions and modifications. Their applications now span multiple disciplines, including graph theory, queueing systems, combinatorics, and molecular biology, significantly enriching the study of population dynamics.

The primary aim of this work is to develop a unified analytical approach that incorporates slowly varying functions into the study of asymptotic behavior in continuous-time Markov branching systems. By extending classical results and refining asymptotic representations, we provide a more detailed description of survival probabilities and generating functions. This framework not only clarifies the role of slow variation in branching dynamics but also enables sharper estimates, including explicit convergence rates. Furthermore, the approach naturally extends to more general models, such as branching systems with immigration, thereby broadening its applicability.

Let $\{X(t),\ t \geq 0\}$ be a Markov Branching process with Immigration. The dynamics are governed by:

-f(s): the generating function (GF) of the offspring distribution.

-g(s): the GF of the immigration rates.

-The transition GF $H(t;s) = \mathrm{E}\left[s^{X(t)} X(0) = 0 \right]$ satisfies the equation:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = H(t;s) \frac{g(s)}{f(s)} \frac{\partial F(t;s)}{\partial t}$$

Assume the offspring GF f(s) satisfies the non-critical condition with a root q. We focus on the regular variation property of the immigration function g(s) near the point of extinction q:

Condition (C1):

$$g(s) = (q-s)^{\delta} L_g\left(\frac{1}{q-s} \right),\ \delta > 0$$

where $L_g(\bullet)$ is a slowly varying (SV) function.

Theorem 1 (Convergence to Stationary Measure). Let the system be subcritical (m<0). If the immigration function satisfies Condition (C1), then as $t \to \infty$, the GF $H(t;s)$ converges to a limit GF $H^*(s)$ of the stationary distribution π_j:

$$H^*(s) = \exp\left(\int_0^s \frac{g(x)}{f(x)} d(x) \right)$$

Furthermore, the tail of the stationary distribution

$$\sum_{k=n}^{\infty} \pi_k \sim \frac{1}{\Gamma(1-\delta)} n^{\delta-1} L_g(n) \ \ as \ n \to \infty .$$

Theorem 2 (Limit Theorem for the supercritical Case). In the supercritical case (m > 0), where the population grows infinitely, the normalized process $W(t) = X(t) / E\left[X(t)\right]$ converges in distribution to a random variable W. The Laplace transform $\phi(\theta) = E\left[e^{-\theta W}\right]$ satisfies the following functional equation:

$$\phi(\theta) = \exp\left(\int_0^{\infty} \frac{g\left(F\left(t;e^{-\theta}\right)\right)}{f\left(F\left(t;e^{-\theta}\right)\right)} dt \right)$$

Under the SV-condition, the distribution of W has a density function $\omega(x)$ that exhibits power-law behavior at infinity:

$$\omega(x) \sim x^{-(1+\delta)} L_W(x) \ \ as \ x \to \infty.$$

Theorem 3 (Asymptotic of the Infinitesimal Mean). Let $M(t) = E\left[X(t)\right]$. If $f'(q) = \alpha$, the following asymptotic representation holds:

$$M(t) = \frac{g'(q)}{|\alpha|}\left(1 - e^{\alpha t}\right) + \mathrm{O}\left(t \cdot L\left(e^{|\alpha| t}\right)\right)$$

The results were obtained using a combination of:

Method of Characteristics: Solving the partial differential equation for $H(t;s)$ by transforming it into an ordinary differential equation along the paths of the branching process.

Asymptotic Inversion: Using the property that if $U(x) \sim x^{\rho} L(x)$, then its integral and derivative maintain regular variation with shifted indices.

Renewal Theory: Applying the key renewal theorem to handle the immigration arrival times.

Numerical simulations confirm that when the immigration index δ is small, the system experiences "bursts" of high population even in subcritical states. The Karamata functions allow us to model these spikes much more accurately than the classical Gaussian approximation. In biological terms, this represents a species that is technically declining but is frequently "rescued" by large immigration events.

This theorem refines the classical linear growth by adding a remainder term that depends on the SV-function L, providing a more precise estimate for biological modeling.

The research presented in this article establishes a robust analytical bridge between the theory of Karamata slowly varying (SV) functions and the asymptotic evolution of Markov Branching Processes with Immigration (MBIS). The synthesis of these two fields allows for a more granular understanding of population dynamics, especially in systems where classical moments (like variance) may not exist.

These theorems extend the classical Sevastyanov results to systems where immigration does not necessarily have a finite mean. The use of Karamata functions allows us to capture "heavy-tailed" immigration effects, which are crucial for modeling sudden population spikes in ecology and epidemiology.

REFERENCES:

1. Athreya KB, Ney PE. Branching processes. New York: Springer; 1972.
2. Harris TE. Theory of branching stochastic processes. Berlin: Springer; 1963.
3. Zolotarev VM. More exact statements of several theorems in the theory of branching processes. Theory Prob Appl 1957;2:245–53.
4. Pakes AG. Limit theorems for the simple branching process allowing immigration, I. The case of finite offspring mean. Adv Appl Prob 1979;11:31–62.
5. Sevastyanov BA. Branching processes. Moscow: Nauka; 1971, [Russian].
6.Sevastyanov BA. The theory of branching stochastic process. Uspekhi Mat Nauk 1951;6(46):47–99.
7. Imomov AA. On long-term behavior of continuous-time markov branching processes allowing immigration. J Sib Fed Univ Math Phys 2014;7(4):443–54

ASYMPTOTIC PROPERTIES AND LIMIT THEOREMS FOR CONTINUOUS-TIME MARKOV BRANCHING SYSTEMS

Imomov A.A, Iskandarov S. B and Xaytbayev S. X.
Karshi State University, Uzbekistan
Urgench State University, Uzbekistan

Introduction. Continuous-time Markov branching systems (MBS) serve as a fundamental framework for modeling population dynamics, epidemiology, and various stochastic phenomena in physics. The long-term behavior of these processes, particularly their extinction probabilities and limiting structural theorems, constitutes a central pillar of classical branching process theory [1].

In recent years, the focus has shifted toward refining the asymptotic characteristics of these systems. Key challenges include determining the explicit forms of the Kolmogorov constants and developing higher-order asymptotic expansions for transition probabilities [2]. This work aims to enhance the asymptotic analysis of continuous-time Markov branching systems by revisiting and extending limiting structural theorems. Specifically, we investigate the relationship between unregulated branching systems and those augmented by immigration, providing a rigorous treatment of their behavior in critical and subcritical regimes [3].

The next theorem, which establishes the asymptotic relation between the local probability $p_1(t)$ and the survival probability $q(t)$, follows as an immediate consequence of Lemma 1 serves as the fundamental "cornerstone" (or "foundation") in the proofs of Theorems 1 and 2. This lemma characterizes the asymptotic behavior between the following two key probabilities: $p_1(t)$: The local probability, representing the probability that there is exactly one individual in the system at time t.

$q(t)$: The survival probability, representing the probability that the system has not reached extinction by time t.

The core essence of the theorem lies in establishing that as time approaches infinity ($t \to \infty$), these two probabilities maintain a specific proportional relationship (asymptotic ratio).

Main Results:

Lemma 1 [see [4]]. *Under the conditions* $\int_0^\infty v\,B(dv) < \infty$, $\int_0^\infty v\ln v\,B(dv) < \infty$ *and* $\int_0^\infty v\,A(dv) < \infty$, *the following relation holds:*

$$\frac{\partial R(t;s)}{\partial s} = \frac{R(t;s)}{f(s)}\left[\frac{1}{vt}\left(1 + \frac{\ln\left(1-s\right)vt}{\alpha^2 t}\right) + r(t;s)\right], \tag{1}$$

where $r(t;s) = o\left(\ln t/t\right)$ *uniformly in* $s \in [0,1)$ *as* $t \to \infty$.

Theorem 1. Let conditions $\left[f_V\right]$, $\left[\mathcal{L}_V\right]$ *and* $\left[\mathsf{w}_V\right]$ be sutisfied. Then

$$\frac{p_1(t)}{q(t)} = \frac{1}{a_0 vt}\left(1 + \frac{\ln a_0 vt}{v^2 t}\left(1 + o(1)\right)\right) \text{ as } t \to \infty \quad \bullet \tag{2}$$

The statements of last two theorems imply that $(vt)^{1+1/v} p_1(t)$ belongs to the class of slowly varying functions at infinity with the remainder, and we write the following

Theorem 2. Under the assumptions of Theorem 1, we derive the following asymptotic relation.

$$(vt)^{1+1/v} p_1(t) = \frac{1}{a_0}\mathsf{N}_{\mathcal{L}}(t), \tag{3}$$

where $\mathsf{N}_{\mathcal{L}}(t) \in SV_{\bullet}(\mathsf{w})$ and $\mathsf{N}_{\mathcal{L}}(t)/\mathsf{N}(t) = 1 + \mathsf{q}(\ln t/t)$ as $t \to \infty$ $\bullet$

Remark 1. Utilizing the monotone ratio convergence principle [6], it can be verified that the probability functions $p_1(t) \in SV_{\bullet}(\mathsf{w})$ belong to the class $(SV_{\bullet}(\mathsf{w}))$. Furthermore, this result provides a basis for obtaining a refined asymptotic representation of these probability functions.

To conclude this section, we introduce a specific characteristic of the function $(\mathcal{L}(\cdot))$, which highlights the regularity of its behavior with respect to a given functional. This property, earlier discussed in [5], not only captures the inherent structure of $(\mathcal{L}(\cdot))$, but also serves as an essential tool in the analysis developed in the following sections. A precise formulation of this statement is presented below in the form of a lemma.

Lemma 2[[see [4]]]. Let $K(y)$ be a positive function defined on $y \in (0,\bullet)$, such that $K(y) \to 0$ as $y \to 0$, and define $\mathsf{f}(y) := y - yK(y)$. If conditions $[f_V]$, $[\mathcal{L}_V]$ and $[\mathsf{w}_V]$ hold, then the following asymptotic relation holds as $y \to 0$:

$$\mathcal{L}\left(\frac{1}{\mathsf{f}(y)}\right) = \mathcal{L}\left(\frac{1}{y}\right)\left(1 + K(y)\mathsf{w}\left(\frac{1}{y}\right)\right). \tag{4}$$

REFERENCES

1. ATHREYA, K.B., NEY, PE. (1972). BRANCHING PROCESSES. SPRINGER-VERLAG, BERLIN.

2. Imomov, A.A. (2025). "On the Kolmogorov Constant Explicit Form in the Theory of Stochastic Continuous-time Markov Branching Systems," *Journal of Theoretical Probability*, 38(2), 1-21.

3. CHEN, A., RENSHAW, E. (2000). "EXISTENCE, RECURRENCE AND EQUILIBRIUM PROPERTIES OF MARKOV BRANCHING PROCESSES WITH INSTANTANEOUS IMMIGRATION," STOCHASTIC PROCESSES AND THEIR APPLICATIONS, 88(2), 177-193.

4. Imomov A.A, S.B. Iskandarov, Azimov JB, Jumaqulov HQ. Enhanced asymptotic analysis of continuous-time Markov branching systems: Revisiting limiting structural theorems. Chaos Solitons Fractals 2025;200(2):117079. http://dx.doi.org/10.1016/j.chaos.2025.117079, 2025.

5. Imomov A.A., Iskandarov S.B. Further Improvement of the Basic Lemma of Critical Bienayme-Galton-Watson Branching Systems and Its Applications. Inf. Tech. Math. Mod. Queueing Theory Appl.: Proc. Conf. ITMM'2023, Tomsk,Russia CCIS 2163 2024, pp. 228–240.

6. Imomov A.A. Limit properties of transition function of continuous-time Markov Branching Processes. Int. J. Stoc. Anal. 2014, doi.org/10.1155/2014/409345.

INVARIANT SURFACES IN ISOTROPIC SPACE WITH RESPECT TO DUAL MAPPING.

Ismoilov Sh. and Doniyorov S.

ABSTRACT

In this paper, we investigate invariant surfaces in isotropic space R_3^2 with respect to dual mapping. We present the fundamental definitions, basic concepts, and explicit formulas for the principal geometric characteristics of surfaces in isotropic geometry, including tangent vectors, normal vectors, and curvature quantities adapted to the degenerate metric structure. Special attention is devoted to clarifying the geometric interpretation of dual mapping and its role within the transformation theory of isotropic space. Furthermore, we analyze the invariance conditions for surfaces under such mappings and describe the corresponding classes of invariant surfaces.

INTRODUCTION

Differential geometry of isotropic spaces was first investigated by K. Strubecker [10]. The works by E.M. Aydin [7], M.S. Lone and M.K. Karacan [8] are devoted to the reconstruction of a surface with constant total curvature. In the paper [4], we solve the question of the existence of a surface with a given total and mean curvature in the isotropic space R_3^2. The work by H.Sachs is devoted to groups of the motion of an isotropic space;

SOME EXAMPLES TO GET STARTED

Consider an affine space A_3 with the coordinate system $Oxyz$. Let $X(x_1,y_1,z_1)$ and $Y(x_2,y_2,z_2)$ be vectors of A_3.

Definition 1. If the scalar product of the vectors X and Y is defined by the formula

$$(X,Y)_1 = x_1x_2 + y_1y_2 \quad \text{if} \quad x_1x_2 + y_1y_2 = 0, \quad (1)$$
$$(X,Y)_2 = z_1z_2 \quad \text{if} \quad x_1x_2 + y_1y_2 = 0,$$

then A_3 is said to be an isotropic space R_3^2. [2]

As it is known, the norm of a vector X is defined by $|\vec{X}| = \sqrt{(\vec{X},\vec{X}}$ the formula), and the distance

between points $A(x_1,y_1,z_1)$ and $B(x_2,y_2,z_2)$ is defined as the norm of the vector: $|AB| = (AB,AB)$. From here we obtain the definition of the distance d between A and B :

$$d = \begin{cases} \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2} & \text{if } (x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 \neq 0, \\ |z_2-z_1| & \text{if } (x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 = 0. \end{cases} \quad (2)$$

The geometry in a plane of an isotropic space will be Euclidean if it is not parallel to the axis Oz. When a plane is parallel to Oz, the geometry on it will be Galilean [5].

Since an isotropic space has an affine structure, there is an affine transformation that preserves the distance determined by formula (2). This motion of an isotropic space is given by the formula [**?**]

$$\begin{cases} x' = x\cos\alpha - y\sin\alpha + a, \\ y' = x\sin\alpha + y\cos\alpha + b, \\ z' = Ax + By + z + c. \end{cases} \quad (3)$$

The matrix of this transformation has the form:

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ A & B & 1 \end{pmatrix}.$$

The sphere of an isotropic space, that is, the set of points in the space equidistant from one point, has the equation

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2 \quad (4)$$

here (x_0,y_0,z) is the center of the sphere (4), r is its radius. When the center coincides with the origin, the equation of the sphere is $x^2 + y^2 = r^2$.

SURFACE THEORY IN ISOTROPIC SPACE, DUALITY

Let a regular surface from the class C^2 be given in an isotropic space by the vector equality

$$r(u,v) = (x(u,v);y(u,v);z(u,v)), \quad (u,v) \in D. \quad (5)$$

We introduce the concept of an isotropic surface normal vector [

10] $\vec{n}_m(0,0,1)$ and a normal to a surface as in Euclidean space: $\rightarrow -n = [r_u,r_v]$. In this case, we will use the superimposed space method, that is, the coordinate system $Oxyz$ will be considered as the

$$I = ds^2 = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2, \quad (6)$$

Where

Euclidean Cartesian coordinate system. Moreover, the surface will be considered as a surface of Euclidean space.

By analogy with an Euclidean space, we define the first and second quadratic forms of the surface (5). The first quadratic form

$$\begin{cases} E = r_u^2 = x_u^2 + y_u^2, \\ G = r_v^2 = x_v^2 + y_v^2, \\ F = r_u r_v = x_u x_v + y_u y_v \end{cases} \quad (7)$$

.

The second quadratic form

$$II = (d^2r,n) = Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2, \quad (8)$$

where

$$\begin{cases} L = (r_{uu}, n) = \dfrac{(r_{uu}, r_u, r_v)}{\sqrt{EG - F^2}} \\ M = (r_{uv}, n) = \dfrac{(r_{uv}, r_u, r_v)}{\sqrt{EG - F^2}} \\ N = (r_{vv}, n) = \dfrac{(r_{vv}, r_u, r_v)}{\sqrt{EG - F^2}} \end{cases}.$$

Consider also the second quadratic form of the surface (5) with respect to the isotropic normal to the surface

$$II = (d^2r,n_m) = L_m du^2 + 2M_m dudv + N_m dv^2, \quad (9)$$

where □ $Lm = (ruu,nm) = zuu,$

□

$Mm = (ruv,nm) = zuv,$ □ $Nm = (rvv,nm) = zvv.$

We define the normal section of the surface in the given direction by a plane passing in the given direction and the isotropic normal n_m.

The normal curvature of a curve is defined as the curvature of the curve resulting from the normal section. Since the isotropic normal n_m is directed along the axis Oz, the geometry of the normal plane will be Galilean [1].

The normal curvature of a curve is defined by the formula [3]

$$k_n = \frac{II_m}{I}. \quad (10)$$

There are two kinds of spheres in an isotropic space. The definition of the first of them we gave in the previous paragraph (see (4)).

The second sphere is defined as a surface with the constant normal curvature. This sphere of the unit radius has the equation [6]

$$x^2 + y^2 = 2z, \tag{11}$$

we call it the isotropic sphere.

The total and mean curvature of the surface, defined by analogy with the Euclidean space, respectively, have the following form

$$K = \frac{LN - M^2}{EG - F^2}, \quad \text{and} \quad 2H = \frac{EN - 2FM + GL}{EG - F^2}.$$

When considering surfaces that are uniquely projected onto the plane Oxy, the formulas for the total and mean curvature of the surface are further simplified and have the following form

$$K = LN - M^2, \quad \text{and} \quad 2H = L + N.$$

Definition 2. Minimal surface is a surface whose mean curvature at any point is zero.

By definition, it will be $L + N = 0$.

Let a plane π be given in R_3^2, which is not parallel to the axis Oz of the space. Consider the section of the isotropic sphere by the plane π and denote it by Γ. Since an isotropic sphere is a paraboloid of revolution, the section Γ by a plane will be a closed curve. It was proved in [2] that Γ is an ellipse.

Draw tangent planes to isotropic sphere (11) through points $M \in \Gamma$. Denote the set of tangent planes to points F by $\{\pi\}$.

The following statement holds.

Theorem 1. All planes of the set $\{\pi\}$ intersect at one point. [**?**] If a plane π_0 is given by the equation

$$z = Ax + By + C, \tag{12}$$

then the intersection point of the planes of the set $\{\pi\}$ will be $(A,B,-C)$.

Definition 3. The point $(A,B,-C)$ is said to be dual to plane (12) with respect to isotropic sphere (11) [1].

Consider the plane $z = H$ and its section Γ by an isotropic sphere. Let the surface F be given by the equation

$$F : \{z = f(x,y) | (x,y) \in D'\}, \tag{13}$$

and the edge of the surface be the curve Γ. The surface (13) itself is convex and contained in the inner part of the space bounded by the plane and the isotropic sphere.

Let us draw the tangent plane π_M to the surface F at the point $M(x_0,y_0,z_0)$. Denote by M^* the dual image of the tangent space π_M with respect to the isotropic sphere. When the point $M \in F$ changes on the surface F, its dual image describes a surface F^*.

Definition 4. The surface F^* is said to be the dual surface to the surface F in an isotropic space [1].

When F is given by the equation $z = f(x,y)$, F^* has the equations $x^*(u,v) = f_u'(u,v)$,

$$y^*(u,v) = f_v'(u,v), \tag{14}$$

$$z^*(u,v) = u \cdot f_u'(u,v) + v \cdot f_v'(u,v) - f(u,v).$$

Theorem 2. In the isotropic space R_3^2, the surface given by

$$z = \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$$

is invariant under the dual (associated) mapping.

REFERENCES

[1] Artykbaev, A., Ismoilov Sh.Sh. The dual surfaces of an isotropic space R_3^2. Bulletin of the Institute of Mathematics, Vol.4, Issue 4, 1-8 (2021).

[2] Artikbayev A., Ismoilov Sh. Sphere with a plane in isotropic spaces R_3^2. Scientific Journal of Samarkand University, vol-5(123), 84-89 (2020).

[3] Artikbaev A., Ismoilov Sh.Sh. Special mean and total curvature of a dual surface in isotropic spaces. International electronic journal of geometry, Vol. 15, Issue 1, 1-10, (2022).

[4] Artikbayev A., Ismoilov Sh.Sh. Surface recovering by a give total and mean curvature in isotropic space, Palestine journal of mathematics, Vol. 11. Issue 3. 351-361, (2022)

[5] Artykbaev A., Sultanov B.M., Invariants of surface indicatrix in a Special linear transformation. Mathematics and Statistics, 7.4, 106-115 (2019).

[6] Aydin M. E. Mihai A., Ruled surfaces generated by elliptic cylindrical curves in the isotropic space. Georgian Math.Jour. Vol.26, Issue 3, 331-340 (2019).

[7] Aydin M. E., Classification results on surfaces in the isotropic 3-space. AKU J.Sci.Eng., Vol.16, 239-246 (2016).

[8] Lone M.S., Karacan M.K. Dual translation surfaces in the three dimensional simply isotropic space I_3^1. Tam.Jour.math. Vol.49, Issue 1, 67-77 (2018)

[9] Ismoilov Sh., Sultanov B.M., Invariant geometric characteristics under the dual mapping of an isotropic space. Asia Pac. J. Math. Vol. 10, 20 (2023).

[10] Strubecker K. Differentialgeometrie des isotropen Raumes III. Math.Z., Vol.48, 369-427 (1943).

[11] Yo on, D.W., Lee J.W. Linear Weingarten helicoidal surfaces in isotropic space. Symmerty, Vol. 8, Issue 11, 1-7 (2016).

SOME THEOREMS FOR RANDOM SUMS OF RANDOM VARIABLES

Jumaqulov H,

Candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of the "International tourism and economics" department of the Kokand University

Bomurotova D,

Master's student at Karshi State University

Abstract. *In the paper the problem of existence of the expectations of functions of random sums is considered. Using total expectation formula the existence of the expectation of function of random sum is proved, in the case when summands do not depend on the index of summation.*

Keywords: *Random sums, nonnegative random variables, branching presses.*

Let a sequence of random variables be defined on some probability space (Ω, F, P)

$$\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots \qquad (1)$$

and a non-negative integer random variable ν.

In the theory of summation of random variables, a random sum is a quantity

$$S_\nu = \xi_1 + \xi_2 + \ldots + \xi_\nu,$$

i.e. the sum of a random number of random variables (see [5]). In the case where the sequence (1) consists of non-negative independent random variables, the random sum S_ν plays a significant role in the theory of branching random processes ([6], [9]), as well as in reliability theory ([2]). For example, for the study of the asymptotic properties of branching random processes (the probabilities of degeneration and continuation of the process, the limit distributions of the sum of the total number of particles, etc.), B.A. Sevastyanov's problem of describing the class of measurable functions $g(x)$ defined on $[0,\infty)$ such that from the existence of $Eg(\xi_i)$ $(i \in \mathbf{N})$ and $Eg(\nu)$ the existence of mathematical expectation follows $Eg(S_\nu)$.

We first examine the formulated problem for random sums S_ν, where the terms $\xi_1, \xi_2, \ldots$ are independent random variables and ν is an independent integer non-negative random variable. According to the formula for the total mathematical expectation, the characteristic function of a random sum S_ν has the following form:

$$\Psi(t) = Ee^{itS_\nu} = \sum_{n=0}^{\infty} E(e^{itS_n}; \nu = n) = \sum_{n=0}^{\infty} P(\nu = n) Ee^{itS_n} =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} P(\nu = n) \prod_{k=1}^{n} f_k(t), \qquad (2)$$

where $S_0 = 0$, $f_k(t) = Ee^{it\xi_k}$ is the characteristic function of random variables. ξ_k. From here on, the entry $E(\xi; A)$ means that the averaging of random variables ξ is performed over a set A, i.e.

$$E(\xi; A) = \int_A \xi(\omega) P(d\omega), \quad A \in F.$$

Taking into account the formulas $ES_\nu^r = i^{-r}\Psi^{(r)}(0)$ from equality (2), we conclude that the existence of a mathematical expectation $max(E\nu^r, E\xi_i^r) < \infty$, $i \in \mathbf{N}$, for an integer , $r > 0$ entails $ES_\nu^r < \infty$, and the value ES_ν^r is a function of the values $E\xi_i^{r_1}$, $E\nu^{r_1}$ for integers r_1 $(0 < r_1 \le r)$. For example, in the case when random variables ξ_i are identically distributed (see [5]),

$$ES_\nu = E\nu E\xi_1, \quad ES_\nu^2 = E\nu[E\xi_1^2 - (E\xi_1)^2] + E\nu^2 (E\xi_1)^2$$

etc.

From the above it follows that bounded functions and power functions $g(x) = x^r$, $r = 1, 2, \ldots$ belong to the class of measurable functions possessing the properties formulated in the given problem of B.A. Sevastyanov . Below we will establish fairly broad conditions for functions to belong $g(\cdot)$ to the class of functions considered in this problem.

Following B.A. Sevastyanov [6], we introduce the following classes of functions:

1) We will say that a function $g(x)$ defined on $[0, \infty)$ belongs to the class G_1 if $g(x)$ it is non-negative and there exists such $C > 0$ that for any $x, y \ge 0$

$$g(xy) \le Cg(x)g(y). \qquad (3)$$

2) We will say that a function $g(x)$ defined on $[0, \infty)$ belongs to the class G_2 if it is non-negative, non-decreasing and convex.

The following theorem holds:

Theorem 1 [6] . Let the random variables ξ_i of sequence (1) be independent and identically distributed, and let be ν an independent integer non-negative random variable. Then for any function $g \in G_1 \cap G_2$ the inequality holds.

$$Eg(S_\nu) \le CEg(\xi_1)Eg(\nu). \qquad (4)$$

Now we turn to the generalization of Theorem 1 for the case when ξ_i there is a certain dependence between the random variables $F_{k,n} = \sigma(\xi_k, \ldots, \xi_n)$ of the sequence (1) and the integer random variable . Let be the $\nu \geq 0$-algebra σ generated by $n-k+1$ random variables $\xi_k, \ldots, \xi_n$.

As is well known [7], a random variable ν is called independent of the future if the event $(\nu \leq n)$ does not depend on $F_{n+1,\infty}$ i.e. equality

$$P((\nu \leq n) \cap A) = P(\nu \leq n)P(A)$$

is satisfied for any $A \in F_{n+1,\infty}$.

In the book by A.A. Borovkov [1] for the case $g(x) = x$ there is the following statement (Kolmogorov-Prokhorov theorem): Let an integer non-negative random variable ν not depend on the future. Then, if

$$\sum_{k=1}^{\infty} P(\nu \geq k) E \mid \xi_k \mid < \infty, \tag{5}$$

That

$$ES_\nu = \sum_{k=1}^{\infty} P(\nu \geq k) E\xi_k. \tag{6}$$

If the random variables are $\xi_k \geq 0$, then condition (5) is redundant. But the non-negativity of the mathematical expectations of the random variables $(E\xi_k \geq 0)$ does not ensure the validity of equality (6) (oral communication by A.A. Borovkov). The latter means that the above Kolmogorov-Prokhorov theorem is unimprovable . It should also be noted that in the case $x = g(x) \in G_1 \cap G_2$ (with a constant $C = 1$), inequality (4) turns into equality. In fact, if the random variables ξ_i are identically distributed and

$$\nu,\ \xi_1,\ \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$$

- a sequence of independent random variables (not necessarily non-negative), then equality (6) turns into equality

$$ES_\nu = E\xi_1 \sum_{n=1}^{\infty} P(\nu \geq n). \tag{7}$$

Now let us prove the following simple statement.

Lemma 1. If N is a random variable with values from $\mathbf{N}$ and $EN < \infty$, then

$$EN = \sum_{n=1}^{\infty} P(N \geq n). \tag{8}$$

Proof of Lemma 1. For $k > 1$we have

$$\sum_{n=1}^{k} nP(N = n) = \sum_{n=1}^{k} n[P(N \geq n) - P(N \geq n+1)] =$$

$$= \sum_{n=1}^{k} n[P(N > n-1) - P(N > n)] =$$

$$= \sum_{n=1}^{k} (n-1)P(N > n-1) + \sum_{n=1}^{k} P(N > n-1) - \sum_{n=1}^{k} nP(N > n) =$$

$$= \sum_{n=1}^{k} P(N \geq n) - kP(N > k). \quad (9)$$

But

$$kP(N > k) = k \sum_{n=k+1}^{\infty} P(N = n) \leq \frac{k}{k+1} \sum_{n=k+1}^{\infty} nP(N = n).$$

Because

$$EN = \sum_{n=1}^{\infty} nP(N = n) < \infty,$$

That

$$\lim_{k \to \infty} kP(N > k) = 0. \quad (10)$$

Equality (8) follows from relations (9), (10) taking into account that

$$EN = \lim_{k \to \infty} \sum_{n=1}^{k} nP(N = n).$$

The proof of Lemma 1 is complete.

Remark 1. The assertion of the lemma is well known. However, the given proof is not found in the literature on probability theory.

According to the proven lemma, equality (7) can be rewritten as

$$ES_{\nu} = E\xi_1 E\nu. \quad (11)$$

The last equality (11) is the famous Wald identity , which plays an important role in the theory of statistical inference.

We now turn to a generalization of the theorem for the case where ν is a random variable independent of the future with respect to the sequence of random variables (1). In some cases, ν it is also called a Wald random variable (see [5]).

Theorem 2. Let be $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ a sequence of independent non-negative random variables (not necessarily identically distributed), and the random variable ν does not depend on the future. Then for each function $g(x) \in G_1 \cap G_2$ the inequality holds.

$$Eg(S_{\nu}) \leq C \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} Eg(\xi_k) \right) g(n) P\{\nu = n\}. \quad (12)$$

Proof of Theorem 2. According to the formula of total mathematical expectation

$$Eg(S_{\nu}) = \sum_{n=1}^{\infty} E\left[g(S_{\nu}); \nu = n\right] = \sum_{n=1}^{\infty} E\left[g(S_n); \nu = n\right].$$

Since the function is $g(\cdot) \in G_1 \cap G_2$, we have

$$Eg(S_{\nu}) \leq C \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{g(n)}{n} \sum_{k=1}^{n} E[g(\xi_k); \nu = n] \right) =$$

$$= C\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{g(n)}{n}E[g(\xi_k);\nu=n]. \qquad (13)$$

Changing the order of summation in (13) according to the formula

$$\sum_{n=1}^{\infty}a_n\sum_{k=1}^{n}b_k=\sum_{k=1}^{\infty}b_k\sum_{n=k}^{\infty}a_n$$

we get that

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{g(n)}{n}\sum_{k=1}^{n}E[g(\xi_k);\nu=n]=\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=k}^{\infty}\frac{g(n)}{n}E[g(\xi_k);\nu=n]. \qquad (14)$$

Now we need the following

Lemma 2. Let events A and B $(B\subset A)$ are independent of the event D. Then $A\setminus B$ they D will be independent events.

Proof of Lemma 2. By the conditions of the lemma, the following equalities are satisfied:

$$P\{AD\}=P\{A\}P\{D\},\ P\{BD\}=P\{B\}P\{D\}.$$

Because $B\subset A$, that

$$P\{(A\setminus B)\cap D\}=P\{A\cap D\}-P\{B\cap D\}=P\{A\}P\{D\}-P\{B\}P\{D\}=$$
$$=\left[P\{A\}-P\{B\}\right]P\{D\}=P\{A\setminus B\}P\{D\}.$$

Lemma 2 is proven.

Let us continue the proof of Theorem 2. It is easy to see that the independence of events A and B implies the independence of events $\overline{A}=\Omega\setminus A$ and B. Therefore, since ν is a random variable independent of the future, the event does not depend $(\nu>k-1)=(\overline{\nu\le k-1})$ on the σ-algebra . $F_{k,\infty}$.Consequently, this event does not depend on σ the -algebra $\sigma(\xi_k)$. In exactly the same way, the event $(\nu>k-1)$ does not depend on σ the -algebra $\sigma(\xi_{k+1})$. Since the equality holds

$$(\nu=n)=(\nu>n-1)\setminus(\nu>n),$$

then, by Lemma 2, the event $(\nu=n)$ at $n\ge k$ does not depend on σ the -algebra $\sigma(\xi_k)$. Consequently, at $n\ge k$

$$E[g(\xi_k);\nu=n]=Eg(\xi_k)P\{\nu=n\}. \qquad (15)$$

Taking into account (15), we rewrite the right-hand side of equality (14) in the form

$$\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=k}^{\infty}\frac{g(n)}{n}Eg(\xi_k)P\{\nu=n\}=\sum_{k=1}^{\infty}Eg(\xi_k)\sum_{n=k}^{\infty}\frac{g(n)}{n}P\{\nu=n\}=$$

$$=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}Eg(\xi_k)\right)g(n)P\{\nu=n\}. \qquad (16)$$

Now the proof of Theorem 2 follows from relations (13)-(16).

The proof of Theorem 2 is complete.

Remark 2. Theorem 2 is a generalization of B.A. Sevastyanov's result (Theorem 1). First, the condition of independence of the number of terms ν from the sequence of random variables (1) is replaced by a more general condition of independence of the random variable ν from the future. Second, if the random variables $g(\xi_k)$ have the same mathematical expectations, i.e.

$$Eg(\xi_1) = Eg(\xi_2) = \ldots = Eg(\xi_n) = \ldots,$$

then inequality (12) turns into estimate (4).

Remark 2. As shown by B.A. Sevastyanov [6], the conditions for the existence $Eg(\nu) < \infty$ and membership of a function g in the class of convex functions G_2 cannot be weakened.

Remarks 4. Functions from the class G_1 with a constant $C = 1$ are called semimultiplicative . From the proof of Theorems 1-2, we can conclude that if the conditions for convexity of functions $g(\cdot)$ are replaced by the condition of concavity, then lower bounds for can be obtained $Eg(S_\nu)$. It should also be noted that semimultiplicative convex functions play an important role in the theory of linear operators (see [3], [4]).

This research work was carried out within the framework of the project program FL-8824063218 of the Ministry of Higher Education, Science, and Innovations of the Republic of Uzbekistan.

REFERENCES

1. Боровков. Теория вероятностей. М. "Наука", 1986. 431 стр.
2. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. Основные характеристики надежности и их статистический анализ. –М. “Наука”, 1965. –524 с.
3. Красносельский М.А., Рутицкий Я.Б. Выпуклые функции и пространства Орлича. – М.: Физматгиз, 1958. – 393 с.
4. Крейн С.Г., Петунин Ю.И., Семенов Е.М. Интерполция линейных операторов. – М.: Наука, 1978. –399 с.
5. Круглов В.М., Королев В.Ю. Предельные теоремы для случайных величин. Изд-во Московского Университета. 1990. –269 с.
6. Севастьянов Б.А. Ветвящиеся процессы. – М.: Наука, 1971. –436 с.
7. Жумакулов Х. К., Каримова Ш. Я. К. НЕКОТОРЫЙ ЗАДАЧИ ВЕТВЯЩИХСЯ ПРОЦЕССОВ //Science and innovation. – 2024. – Т. 3. – №. Special Issue 50. – С. 28-33.
8. Zhumakulov, H. K. "Conditions for the convergence of branching processes with immigration starting from a large number of particles." Galaxy International Interdisciplinary Research Journal 10.12 (2022): 309-313.
9. Rahimov I.Random Sums and Branching stochastic processes. –New York: Spring-Verlag, 1995. –199 p.

THE LOCALIZATION OF SPECTRUM OF COMPLEX MATRICES

MUTTI-UR REHMAN

Department of Mathematics and Informatics, Al-Khwarizmi University, Urgench, 220100, Uzbekistan

Abstract. The localization and computation of spectrum of complex-valued matrices is an important task in matrix theory which offers a concise and computable descriptions on the location of spectrum in the complex plane. The Gorgerin-type regions, and pseudo-spectrum allows to analyze the stability, and spectral separation without full eigenvalue computation. In this article, we proposed some new results in order to localize the spectrum of complex-valued matrices in the

complex plan. The proposed methodology is based on collection of various tools from matrix theory and numerical linear algebra.

The notation $M \in \mathbb{C}^{n,n}$ represent a n-dimensional complex-valued matrix. The radius of Gresgorin disk with center mii is denoted with $R_i = \sum_{j \in N \setminus \{i\}} |m_{ij}|$. The real part of spectrum (the set of eigenvalues) is represented by $Re(\lambda_i)$. Next, We recall definitions, propositions, theorems from [3].

Definition 1. *Let* $M = [m_{ij}] \in \mathbb{C}^{n,n}$. *The i-th deleted absolute row sum of a matrix or for the i-th row of M, the sum of absolute values of all entries of a matrix except the diagonal entry* m_{ii} *is defined as*

$$R_i(M) := \sum_{j \in N\{i\}} |m_{ij}|, \qquad \forall i \in \mathbb{N} \qquad where \quad \mathbb{N}; = \{1,2,3, \dots, n\}.$$

Proposition 1. *Let* $M \in \mathbb{C}^{n,n}$ *be Hermitian. Then*

(1) The matrix has all real eigenvalues, that is, $\sigma(M) \subset \mathbb{R}$.

(2) The eigenvectors corresponding to distinct eigenvalues are orthogonal.

(3) For all $x \in \mathbb{C}^n$, *the quadratic form* $x^* M x$ *is real.*

Definition 2. *Let* $M \in \mathbb{C}^{n,n}$. *The Gershgorin disk corresponding to the i-th row is defined as*

$$D(m_{ii}, R_i) = \{ z \in \mathbb{C} : |z - m_{ii}| \leq R_i \}.$$

Here $D(m_{ii}, R_i)$ *can be written as* $D_i(M)$. *The* i*-th Gershgorin disk in the complex plane , has center at* m_{ii} *and radius* $R_i(M)$. *The union of all these Gershgorin disks of* M *is called the Gershgorin set and is defined as*

$$D(M) = \bigcup_{\{i=1\}}^{n} D(m_{ii}, R_i) = \bigcup_{\{i=1\}}^{n} D_i(M).$$

The following theorem shows that all eigenvalues of the matrix M must lie within the union of these disks, thereby providing a clear and useful localization of the spectrum.

Theorem 1. *Let* $M \in \mathbb{C}^n$ *and any* $\lambda \in \sigma(M)$. *Then there exists* $k \in$ *such that* $|\lambda - m_{kk}| \leq R_k(M)$. *Consequently,* $\lambda \in D_k(M)$, *and thus* $\lambda \in D(M)$. *Since this is true for every* $\lambda \in \sigma(M)$, *then* $\sigma(M) \subseteq D(M)$.

The following Theorem 2 is to show that the real part of all eigenvalues of $M \in \mathbb{C}^n$ is strictly positive. All of these eigenvalues are positive if $M = M^*$.

Theorem 2. *Let* $M \in \mathbb{C}^n$ *such that* $|m_{ii}| \geq \sum_{\{j \neq i\}} |m_{ij}|$, *for all* i.

(i) If for all $i = 1,2, ...,n$ *we have* $|m_{ii}| \rangle 0$, *then* $Re(\lambda_i(M)) > 0$.

(ii) If $M^* = M$ *and* $|m_{ii}| \rangle 0$ *for all* $i = 1,2, ...,n$, *then* $\lambda_i(M) > 0$ *for all* i, *where * denotes the conjugate transpose of the matrix.*

The following Theorem 3 show that if M is diagonally dominant and $|m_{i,i}| \rangle \sum |m_{ij}|$ for at least $(n-1)$ values of $i \in \{1,2, \cdots, n\}$, then none of its eigenvalue of is zero.

Theorem 3. Let $M \in \mathbb{C}^n$ such that it has non-zero diagonal entries. If M is diagonally dominant and $|m_{i,i}| \rangle \sum |m_{ij}|$ for at least $(n-1)$ values of $i \in \{1,2, \cdots, n\}$, then $\prod_i \lambda_i(M) \neq 0$, $\forall i$, where $\prod_i \lambda_i(M)$ denotes the product of $\lambda_i(M)$, $\forall i$.

The derived Gershgorin-type estimates ensure sharper and computationally tractable eigenvalue localization.

REFERENCES

[1] Anna Dall'Acqua, Delio Mugnolo, and Michael Schelling. A new gershgorin-type result for the localization of the spectrum of matrices. arXiv preprint arXiv:1409.5133, 2014.

[2] Semen Aronovich Gershgorin. Uber die abgrenzung der eigenwerte einer matrix. Izvestiya Rossiiskoi AkademiiNauk. Seriya Matematicheskaya, (6):749–754, 1931.

[3] Richard S. Varga. Gershgorin and His Circles, volume 36. Springer, 2011.[4] J. Wu, D. Wang, and J. Zhao. Localization of eigenvalues and estimation of the spread for complex matrices. Izvestiya: Mathematics, 79(1):217–224, 2015.

[5] J. Wu and J. Zhao. A survey of the progress of locating methods of complex matrices' eigenvalues and somenew location theorem and their applications. IMA Journal of Applied Mathematics, 2014. Advance Access publication.

ON THE DISCRETE SPECTRUM OF THE SCHRÖDINGER OPERATOR ON A LATTICE

Makhmudov KH.Sh. [1] ***, Davronov F.*** [2]

[1] *Samarkand State University named after Sharof Rashidov, University Boulevard, 15, Samarkand, 140104, Uzbekistan,*

[2] *Navoi State University, Ibn Sino 45, Navoi 210100, Uzbekistan*

mahmudovh276@gmail.com

Abstract. In this work, we consider the operator $H_n^o(k), n \in \mathbb{N}$, acting in the Hilbert space $L_2^o(\mathbb{T})$. We determine the critical values $C_1(n)$ and $C_2(n)$ and give conditions under which the operator $H_n^o(k)$ has no eigenvalues or one or two eigenvalues lying below the essential spectrum, depending on these values.

Keywords: Schrödinger operator, essential spectrum, eigenvalue, lattice.

The operator $H_n^o(k)$ acting in the Hilbert space of odd functions $L_2^o(\mathbb{T})$ is defined by

$$H_n^o(k) := H_0(k) - V_n^o,$$

where the operator $H_0(k)$ acts as a multiplication operator,

$$\left(H_0(k)f\right)(p) = \varepsilon_k(p)f(p),\ \varepsilon_k(p) = 4 - 2\cos\frac{k}{2}\cos p,\ f \in L_2^o(\mathbb{T})$$

The perturbation operator $V_n^o, n \in \mathbb{N}$ acts in $L_2^o(\mathbb{T})$ as

$$\left(V_n^o f\right)(p) = \frac{1}{\pi}\int_{\mathbb{T}}\left[e^{-n}\sin p\sin q + e^{-n-1}\sin 2p\sin 2q\right]f(p)dp,\ f \in L_2^o(\mathbb{T})$$

The spectral structures of the operators $H_0(k)$ and V_n^o are known. That is the operator $H_0(k)$ acts in the space $L_2^o(\mathbb{T})$ as the multiplication operator by the function $\varepsilon_k(q)$. Accordingly, its spectrum coincides with the range of this function:

$$\sigma\left(H_0(k)\right) = \left[m(k), M(k)\right],$$

where

$$m(k) = \min_{p\in\mathbb{T}}\varepsilon_k(p),\ M(k) = \max_{p\in\mathbb{T}}\varepsilon_k(p)$$

The quantity $w(k)=M(k)-m(k)$ is called the width of the continuous spectrum of the operator $H_n^o(k)$. Note that the width $w(k)$ of the essential spectrum of the operator $H_n^o(k)$ does not depend on n and

$$w(k)=4\cos\frac{k}{2}.$$

By continuity of the function $\varepsilon_k(q)$ on the compact set $\mathbb{T}$, the spectrum of the operator $H_0(k)$ is purely continuous; therefore,

$$\sigma(H_0(k))=\sigma_{\text{ess}}(H_0(k))$$

The interaction operator V_n^o belongs to the Hilbert-Schmidt class in $L_2^o(\mathbb{T})$ and hence is compact. By Weyl's theorem (see [4]), the essential spectrum of $H_n^o(k)$ coincides with the spectrum of $H_0(k)$, that is,

$$\sigma_{ess}(H_n^o(k))=[m(k),M(k)]$$

Since the operator $H_n^o(k):=H_0(k)-V_n^o$ is self-adjoint and V_n^o is positive, we have

$$\sigma(H_n^o(k))\cap(M(k),\infty)=\varnothing$$

Therefore

$$\sigma_{disc}(H_n^o(k))\subset(-\infty,m(k))$$

For any $n\in\mathbb{N}$, we introduce the following notation:

$$C_1(n)=\frac{c^+}{e^{n+1}},C_2(n)=\frac{c^-}{e^{n+1}}\#(3)$$

where

$$c^+=e+2+\sqrt{e^2+4}\approx 8.0930,\ c^-=e+2-\sqrt{e^2+4}\approx 1.3435$$

We have $c^+>c^-$. Hence, the inequality $C_1(n)>C_2(n)$ holds for any $n\in\mathbb{N}$.

Teopema 0.1. Let $n\in\mathbb{N}$ and $k\in(-\pi,\pi]$.

a) If

$$C_1(n)<\frac{w(k)}{2}$$

then the operator $H_n^o(k)$ has no eigenvalues lying below the essential spectrum;

b) if

$$C_1(n)<\frac{w(k)}{2}<C_2(n)$$

then the operator $H_n^o(k)$ has exactly one eigenvalue lying below the essential spectrum;

c) if

$$C_2(n)>\frac{w(k)}{2}$$

then the operator $H_n^o(k)$ has two eigenvalues lying below the essential spectrum.

REFERENCES

[1] Lakaev S. N., Dell'Antonio G., Khalkhuzhaev A. M. Existence of an isolated band in a system of three particles in an optical lattice. J. Phys. A: Math. Theor. 2016. 49. 145204.
[2] Lakaev S.N., Khalkhuzhaev A. M. Spectrum of the two-particle Schrödinger operator on a lattice. Theoret. and Math. Phys. 2008. 155 (2). 754-765.

[3] Lakaev S. N., Khalkhuzhaev A. M. The number of eigenvalues of the two-particle discrete Schrödinger operator. Theor. Math. Phys. 2009. 158 (2). 221-232.
[4] Reed M., Simon B. Methods of Modern Mathematical Physics IV: Analysis of Operators. Academic. New York.: 1979.

ESTIMATES FOR THE SOLUTIONS OF A NON-DIVERGENT PARABOLIC SYSTEM

Matyakubov A, Ibragimova D.
National University of Uzbekistan,dinaraazamatovna03@gmail.com

Today, the rapid development of science and technology creates a foundation for the wide application of mathematical modeling and computer programming methods in practical fields. To deeply analyze, forecast, and manage any complex process, it is first necessary to represent them based on a mathematical model. Especially, through modeling the complex interactions occurring in physical, technological, and socio-economic processes, opportunities arise to understand their internal structure, find solutions, and achieve improvements.

The research results allow for the numerical analysis of complex models of physical and biological processes, their practical simulation, visualization of diffusion or heat distribution processes observed in real environments, as well as their application in scientific projects. The developed algorithms and software products are suitable for use in the educational process, practical coursework, and research projects. At the same time, models developed based on real parameters can also be applied in fields such as industry, ecology, and energy.

As a problem, let us consider a cross-diffusing system of equations (i.e., a cross-diffusion system) given in non-divergent form with Cauchy conditions, where we assume $D=\{(t,x): t>0, x\in {}^{\sim}{}^{N}\}$:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\vartheta^{\alpha_1}\nabla\left(u^{m_1-1}\nabla u\right)+u^{\beta_1},$$
$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t}=u^{\alpha_2}\nabla\left(\vartheta^{m_2-1}\nabla \vartheta\right)+\vartheta^{\beta_2}, \quad (1)$$

$$u(0,x)=u_0(x), \vartheta(0,x)=\vartheta_0(x), x\in {}^{\sim}{}^{N}. \quad (2)$$

In this system of equations, $\alpha_1,\alpha_2,m_1,m_2,\beta_1,\beta_2$ are numerical parameters, $\nabla(\cdot)$ represents the gradient operator, and the functions $u=u(t,x)\geq 0, \vartheta=\vartheta(t,x)\geq 0$ are considered the solutions [3].

Equations and systems in non-divergent form are often used to describe physical phenomena such as diffusion processes of biological species, resistive diffusion in weak magnetic fields, bending processes, and the spread of infectious diseases.

We seek the solution in the following form:

$$u(x,t)=\bar{u}(t)\omega(\tau(t),r),$$
$$\vartheta(x,t)=\bar{\vartheta}(t)\omega(\tau(t),r). \quad (3)$$

We can choose $\bar{u}(t),\bar{\vartheta}(t)$ as follows:

$$\bar{u}(t)=(T+t)^{1/(1-\beta_1)}, \bar{v}(t)=(T+t)^{1/(1-\beta_2)}. \quad (4)$$

Using initial calculations and substitutions, and introducing the notations $\bar{\vartheta}^{-\alpha_1}\bar{u}^{1-m_1}\frac{\partial\tau}{\partial t}=1$ and $\bar{u}^{-\alpha_2}\bar{\vartheta}^{1-m_2}\frac{\partial\tau}{\partial t}=1$ we estimate τ. Taking (4) into account, we can rewrite the system in the following form.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \omega}{\partial \tau} = \psi^{\alpha_1} r^{1-N} \dfrac{\partial}{\partial r}\left(r^{N-1} \omega^{m_1-1} \dfrac{\partial \omega}{\partial r} \right) + \tau^{-1} \left(\omega^{\beta_1} - \dfrac{1}{1-\beta_1} \omega \right) \\ \dfrac{\partial \psi}{\partial \tau} = \omega^{\alpha_2} r^{1-N} \dfrac{\partial}{\partial r}\left(r^{N-1} \psi^{m_2-1} \dfrac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \tau^{-1} \left(\psi^{\beta_1} - \dfrac{1}{1-\beta_2} \psi \right) \end{cases}$$

Reduction to a system of self-similar equations

When $\dfrac{\alpha_1}{1-\beta_2} + \dfrac{m_1-1}{1-\beta_1} + 1 \neq 0$ then $\tau(t) = \int (T+t)^{\frac{\alpha_1}{1-\beta_2} + \frac{m_1-1}{1-\beta_1}} dt = \int (T+t)^{\frac{\alpha_2}{1-\beta_1} + \frac{m_2-1}{1-\beta_2}} dt$,

When $\dfrac{\alpha_1}{1-\beta_2} + \dfrac{m_1-1}{1-\beta_1} + 1 = 0$ then $\tau(t) = \ln(T+t)$,

$$b_i = \left(\frac{\alpha_i}{1-\beta_{3-i}} + \frac{m_i-1}{1-\beta_i} + 1 \right)^{-1}, i = 1,2, r = |x|,$$

and we impose the following condition $\dfrac{\alpha_1}{1-\beta_2} + \dfrac{m_1-1}{1-\beta_2} = \dfrac{\alpha_2}{1-\beta_1} + \dfrac{m_2-1}{1-\beta_2}$ [4,12].

Next $\omega(\tau, r) = f(\xi), \psi(\tau, r) = \phi(\xi), \xi = \dfrac{r}{\tau^{\frac{1}{2}}}$ perform the substitution, and from this the system of self-similar equations is obtained.

$$\begin{cases} \phi^{\alpha_1} \xi^{1-N} \dfrac{d}{d\xi}\left(\xi^{N-1} f^{m_1-1} \dfrac{df}{d\xi} \right) + \dfrac{1}{2} \xi^{N+1} \dfrac{df}{d\xi} + b_1 \xi^N \left(f^{\beta_1} - \dfrac{1}{1-\beta_1} f \right) = 0 \\ f^{\alpha_2} \xi^{1-N} \dfrac{d}{d\xi}\left(\xi^{N-1} \phi^{m_2-1} \dfrac{d\phi}{d\xi} \right) + \dfrac{1}{2} \xi^{N+1} \dfrac{d\phi}{d\xi} + b_2 \xi^N \left(\phi^{\beta_2} - \dfrac{1}{1-\beta_2} \phi \right) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Let us consider nontrivial, nonnegative solutions of system (5) satisfying the following conditions [2]:

$$f(0) = M_1, \phi(0) = M_2, M_1 \in \sim^+, M_2 \in \sim^+,$$

$$f(d_1) = \phi(d_2) = 0, 0 < d_1 < \infty, 0 < d_2 < \infty. \quad (6)$$

Slow diffusion phenomenon $\left(m_{3-i} > 1 + \alpha_i, i = 1,2\right)$. Exact estimates for the solution of problem (1) – (2).

To solve problem (5)–(6), by using the solution comparison method from [1] and the standard equations method from [2], we can obtain estimates for solving problem (1)–(2). We introduce the following notation:

$$\overline{f}(\xi) = A(a - \xi^2)_+^{p_1}, \overline{\phi}(\xi) = B(a - \xi^2)_+^{p_2}, \quad (7)$$

And for $\xi < a^{\frac{1}{2}}$

$$p_i = \frac{m_{3-i} - \alpha_i - 1}{(m_1 - 1)(m_2 - 1) - \alpha_1 \alpha_2}, i = 1,2,$$

$$(b)_+ = \max(0, b),$$

$$a^{p_1} A = M_1, a^{p_2} B = M_2$$

Theorem 1. If $m_{3-i} > 1 + \alpha_i, p_i m_i > 0, i = 1,2$ then,

$$M_i^{\beta_i - 1} \leq \frac{1}{1-\beta_i} + \frac{N}{2} \frac{p_i}{b_i (p_i m_i - 1)}, i = 1,2,$$

$$M_i^{m_i - 1} M_{3-i}^{\alpha_i} = \frac{a}{4(p_i m_i - 1)}, i = 1,2,$$

$u_+(0,x) \geq u_0(x), \vartheta_+(0,x) \geq \vartheta_0(x), x \in \sim^N$.

Then, in domain D, problem (1) – (2) has a global solution with the estimates:

$u(t,x) \leq u_+(t,x) = \overline{u}(t)\overline{f}(\xi)$,

$\vartheta(t,x) \leq \vartheta_+(t,x) = \overline{\vartheta}(t)\overline{\phi}(x)$.

Fast diffusion phenomenon $\left(p_i < 0, i = 1,2\right)$**. Exact estimates for the solution of problem (1) – (2).**

Suppose that the system of equations (6) satisfies the following conditions:

$f'(0) = 0, \phi'(0) = 0, f(\infty) = 0, \phi(\infty) = 0$ (8)

Then, the functions

$$\overline{f}(\xi) = A_1(a+\xi^2)^{p_1}, \overline{\phi}(\xi) = A_2(a+\xi^2)^{p_2}, p_i = \frac{m_{3-i} - 1 - \alpha_i}{(m_1-1)(m_2-1) - \alpha_1\alpha_2}, i = 1,2,$$

must satisfy the equalities in (8) when $a > 0$.

Theorem 2. Let the following be given: $p_i < 0, \beta_i < 1, \frac{p_i}{1-p_i m_i}\frac{N}{2} - \frac{b_i}{1-\beta_i} + b_i a^{p_i(\beta_i - 1)} \geq 0,$

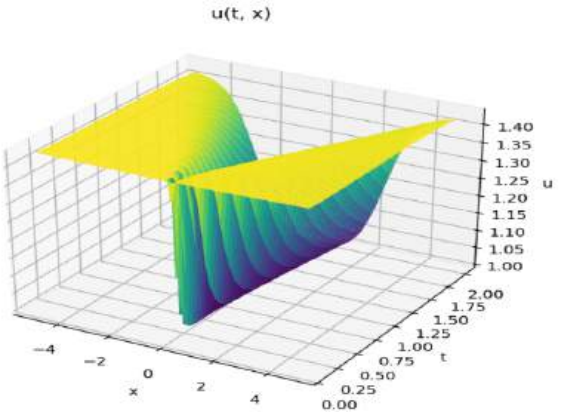
$A_i^{m_i - 1} A_{3-i}^{\alpha_i} = \frac{1}{4 - 4p_i m_i}, i = 1,2, u_0(x) \geq u_(0,x), \vartheta_0(x) \geq \vartheta_(0,x), x \in \sim^N$. [3].

In this case, problem (1) – (2) has a global solution, and the following estimate holds for it: $u(t,x) \geq u_(t,x), \vartheta(t,x) \geq \vartheta_(t,x), x \in \sim$, where $u_(t,x) = \overline{u}(t)\overline{f}(\xi), \vartheta_(t,x) = \overline{\vartheta}(t)\overline{\phi}(\xi)$.

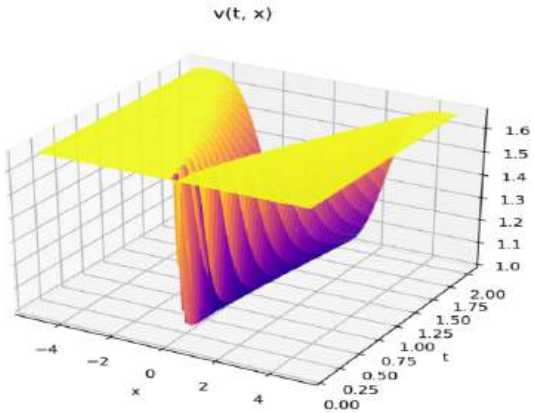
Conclusion. As $\xi = |x|\tau^{-\frac{1}{2}} \to \infty$ the weak solution of problem (1) – (2) has the following asymptotics [2]: where c_3, c_4, p_1, p_2 are constants

$$u_A(t,x) \approx c_3(T+t)^{\frac{1}{1-\beta_1}}\left(a + \left(\frac{|x|}{\tau^{\frac{1}{2}}}\right)^2\right)^{p_1}, \quad u_A(t,x) \approx c_3(T+t)^{\frac{1}{1-\beta_1}}\left(a + \left(\frac{|x|}{\tau^{\frac{1}{2}}}\right)^2\right)^{p_1}.$$

The following graphs represent the variation of the two-variable functions $u(t,x)$ and $\vartheta(t,x)$ with respect to time (t) and the spatial coordinate (x) in a three-dimensional (3D) view. These graphs are constructed based on the self-similar solutions of a system of nonlinear parabolic partial differential equations. For slow diffusion:

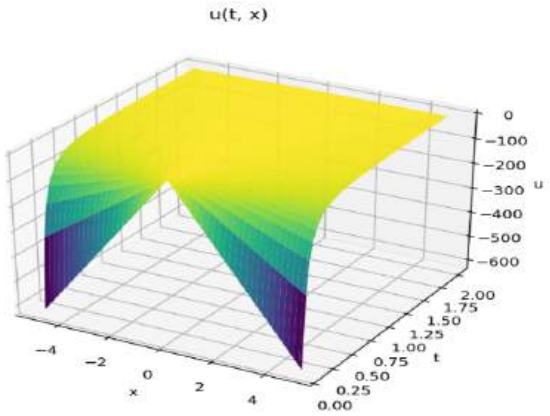


Picture 1. graph for u(t,x)

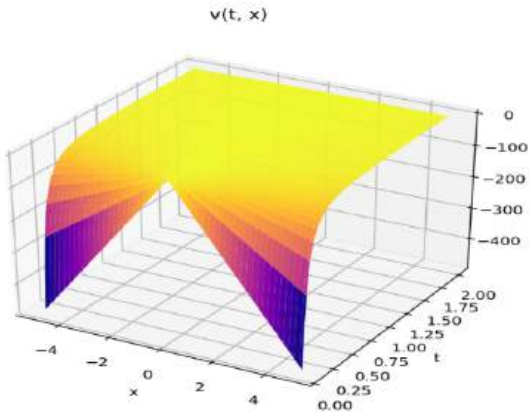


Picture 3. graph for v(t,x)

For fast diffusion:



Picture 3. graph for u(t,x)



Picture 4. graph for v(t,x)

REFERENCES

[1] Samarskiy A.A., Gulin A.V. Matematicheskoe modelirovanie. — M.: Nauka, 1989, 4, c.535.

[2] Aripov M.M., Matyakubov A.S., Selfsimilar solutions of a crossdiffusionparabolic system with variable density: explicit estimates and asymptotic behaviour — NANOSYSTEMS: PHYSICS, CHEMISTRY, MATHEMATICS, 2017, 8 (1), P. 5–12.

[3] Gao Y., Meng Q., Guo Y. Study of properties of solutions for quasilinear parabolic systems. MATEC Web of Conferences, 2016, 61 (1), P. 1–4.

THRESHOLD ANALYSIS OF THE DISCRETE SCHRÖDINGER OPERATOR FOR A TWO-FERMION SYSTEM ON A TRIANGULAR LATTICE

M. I. Muminov, J. A. Pardayev

Abstract. We study the discrete Schrödinger operator on a three dimensional triangular lattice, where the potential function equals zero except for the neighborhood points of zero. We give the existence conditions of eigenvalues for the considered Schrödinger operator.

We consider the operator $H_\lambda(k), k \in \mathbb{T}^3$, acting in the Hilbert space $L_2^o(\mathbb{T}^3) = \{f \in L_2(\mathbb{T}^3) : f(-q) = -f(q)\}$ by the formula

$$H_\lambda(k) = H_0(k) - \lambda V,$$

where

$$\left(H_0(k)f\right)(p) = E_k(p)f(p), \quad (Vf)(p) = (2\pi)^{-\frac{3}{2}} \int_{(\mathbb{T}^3)^2} V(p-s)f(s)ds, \quad f \in L_2^o(\mathbb{T}^3),$$

$$E_k(p) = \varepsilon\left(\frac{1}{2}k + p\right) + \varepsilon\left(\frac{1}{2}k - p\right)$$

Since

$$V(p-s) = \sum_{i=1}^{3} \cos p_i \cos s_i + \sum_{i<j}^{3} \cos(p_i - p_j)\cos(s_i - s_j) + \sum_{i=1}^{3} \sin p_i \sin s_i + \sum_{i<j}^{3} \sin(p_i - p_j)\sin(s_i - s_j),$$

the interaction operator (the perturbation operator) V acts in the Hilbert space $L_2^o(\mathbb{T}^3)$, by the formula

$$(Vf)(p) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}\left[\sum_{i=1}^{3} \sin p_i \int_{\mathbb{T}^3} \sin s_i f(s)ds + \right.$$

$$+\sum_{i<j}^{3}\sin\left(p_i-p_j\right)\int_{\mathbb{T}^3}\sin\left(s_i-s_j\right)f\left(s\right)ds],f\in L_2^o\left(\mathbb{T}^3\right)$$

The Main Results. According to the Weyl theorem on the essential spectrum, the essential spectrum $\sigma_{ess}\left(H_\lambda\left(k\right)\right)$ of $H_\lambda\left(k\right),k\in\mathbb{T}^3$, coincides with the spectrum $\sigma\left(H_0\left(k\right)\right)$ of $H_0\left(k\right)$. i.e., $\sigma_{\text{ess}}\left(H_\lambda\left(k\right)\right)=\sigma\left(H_0\left(k\right)\right)=\left[m_k,M_k\right]$ with

$$m_k=\min_{p\in\mathbb{T}^3}E_k\left(p\right),\quad M_k=\max_{p\in\mathbb{T}^3}E_k\left(p\right).$$

We present $L_2^o\left(T^3\right)$ into the derecf sums of subspsces $L_2^o\left(T^3\right)=L_1\oplus L_2\oplus L_3$ where

$$L_1:=\left\{f\in L_2^o\left(T^3\right):f\left(x_1,x_2,x_3\right)=f\left(x_2,x_1,x_3\right)=f\left(x_3,x_2,x_1\right)\right\},\}$$

$$L_2:=\left\{f\in L_2^o\left(T^3\right):f\left(x_1,x_2,x_3\right)=-f\left(x_2,x_1,x_3\right)\right\},\}$$

$$L_3:=\left\{f\in L_2^o\left(T^3\right):\left(f,\phi\right)=\left(f,\psi\right)=0,\forall\phi\in L_s,\forall\psi\in L_{as}\right\}.$$

We introduce lte integral operators $V_i:L_i\to L_i$,

$$\left(V_if\right)\left(p\right)=\frac{1}{\left(2\pi\right)^{\frac{3}{2}}}\left[\phi_i\left(p\right)\int_{T^3}\phi_i\left(s\right)f\left(s\right)ds+\psi_i\left(p\right)\int_{T^3}\psi_i\left(s\right)f\left(s\right)ds\right],\quad i\in\left\{1,2,3\right\}$$

where

$$\phi_1\left(p\right):=\frac{1}{\sqrt{3}}((\sin p_1+\sin p_2+\sin p_3),\psi_1\left(p\right):=\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\sin\left(p_1-p_2\right)+\sin\left(p_2-p_3\right)+\sin\left(p_3-p_1\right)\right),\tag{1}$$

$$\phi_2\left(p\right):=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sin p_1-\sin p_2\right),\psi_2\left(p\right):=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sin\left(p_2-p_3\right)-\sin\left(p_3-p_1\right)\right),\tag{2}$$

$$\phi_3\left(p\right):=\frac{1}{\sqrt{6}}((\sin p_1+\sin p_2-2\sin p_3),\psi_3\left(p\right):=\frac{1}{\sqrt{6}}\left(\sin\left(p_2-p_3\right)+\sin\left(p_3-p_1\right)-2\sin\left(p_1-p_2\right)\right),\tag{3}$$

Note that the point $p=0,\ 0:=\left(0,0,0\right)\in T^3$ is the unique non-degenerate minimum of the function $E_0\left(p\right)=2\left[6-\left(\sum_{i=1}^{3}\cos\left(p_i\right)+\sum_{i<j}^{3}\cos\left(p_i-p_j\right)\right)\right]$. Therefore, the following integrals exist and are finite

$$a_i=\frac{1}{\left(2\pi\right)^{\frac{3}{2}}}\int_{T^3}\frac{\left(\phi_i\left(q\right)\right)^2}{E_0\left(q\right)}dq,\quad b_i=\frac{1}{\left(2\pi\right)^{\frac{3}{2}}}\int_{T^3}\frac{\phi_i\left(q\right)\psi_i\left(q\right)}{E_0\left(q\right)}dq,\quad c_i=\frac{1}{\left(2\pi\right)^{\frac{3}{2}}}\int_{T^3}\frac{\left(\psi_i\left(q\right)\right)^2}{E_0\left(q\right)}dq,\tag{4}$$

$$\lambda_i^{\pm}=\frac{\left(a_i+c_i\right)\pm\sqrt{\left(a_i-c_i\right)^2+4\left(b_i\right)^2}}{2\left(a_ic_i-\left(b_i\right)^2\right)},\tag{5}$$

where according to the Cauchy inequality $a_ic_i-\left(b_i\right)^2>0$.

The main result is the following theorem.

Theorem 0.1 *For* $\lambda > 0$ *the following statements are true:*

1. For $\lambda \in \left(0, \lambda_i^-\right)$ the operator $H_\lambda^i(0)$ has no any eigenvalue and the number $z = 0$ is a single eigenvalue of the operator $H_\lambda^i(0)$ for $\lambda = \lambda_i^-$.

2. For all $\lambda \in \left(\lambda_i^-, \lambda_i^+\right)$ the operator $H_\lambda^i(0)$ has a unique eigenvalue lying to the left of the essential spectrum, and the number $z = 0$ is the second eigenvalue of $H_\lambda^i(0)$ for $\lambda = \lambda_i^+$.

3. If $\lambda \in \left(\lambda_i^+, \infty\right)$, then the operator $H_\lambda^i(0)$ has two eigenvalues lying to the left of zero.

Let

$$M_1 := \left\{\lambda_1^-, \lambda_1^+, \lambda_2^-, \lambda_2^+, \lambda_3^-, \lambda_3^+\right\}$$

and $M_i := M_{i-1} \setminus \{\gamma_{i-1}\}$, $\gamma_i := \min M_i, i = 2,...,6$. Then, by construction $\gamma_1 \le \ldots \le \gamma_6$. We introduce the following intervals

$$I_0 := (0, \gamma_1], \quad I_i := (\gamma_i, \gamma_{i+1}], \ i = 1,...,5, \quad I_6 := (\gamma_6, \infty).$$

The following statement follows from Theorem 0.1 and the equality

$$\sigma\left(H_\lambda(0)\right) = \sigma\left(H_\lambda^s(0)\right) \bigcup \sigma\left(H_\lambda^{as}(0)\right) \bigcup \sigma\left(H_\lambda^{\perp}(0)\right).$$

Theorem 0.2 *Consider the parameter set* I_n. *For* $\lambda = \gamma_{n+1}$ *the number* $z = 0$ *is a unique eigenvalue of the operator* $H_\lambda(0)$, *and for all* $\lambda \in I_n \setminus \gamma_{n+1}$, *the operator* $H_\lambda(0)$ *has exactly* n *eigenvalues.*

REFERENCES

[1] Y. Hayashi, Y. Higuchi, Y. Nomura, and O. Ogurisu, *On the number of discrete eigenvalues of a discrete Schrödinger operator with a finitely supported potential,* Lett. Math. Phys. **106**, 1465–1478 (2016).

[2] M.I. Muminov, J.A. Pardaev, *The Spectrum of Discrete Schrodinger Operator on a Three Dimensional Triangular Lattice with a Finite-range Potential*, Lobachevskii Journal of Mathematics, **45**, 1722–1728 (2024).

SPECTRAL PROPERTIES OF LINEAR OPERATORS IN FINITE-DIMENSIONAL HILBERT SPACES

[1]***Nurillaev M. E. -*** *Head of the department of Mathematics, NPUU, nurillaev_muzaffar@mail.ru;*

[2]***Rajapov S. Sh. –*** *Second-year Master's student in Teaching Methodology of Exact and Natural Sciences (Mathematics)., srajapov40@gmail.com*

Abstract. This paper presents a brief overview of the spectral properties of linear operators on finite-dimensional Hilbert spaces. In this setting, every linear operator can be represented by a matrix, and its spectrum coincides with the set of its eigenvalues. The study focuses on key concepts such as the characteristic polynomial, algebraic and geometric multiplicities, and conditions for diagonalizability. Special attention is given to self-adjoint and normal operators, whose spectral properties are particularly well-structured. In particular, self-adjoint operators have real spectra and admit an orthonormal basis of eigenvectors, while normal operators are unitarily diagonalizable. The spectral radius is also discussed as the maximum modulus of the eigenvalues.

Key words. Hilbert space, linear operator, eigenvalue, spectrum, regular point.

In the theory of linear operators and their applications, a central role is played by the notion of the "spectrum" of an operator. In talking about the spectrum of an operator, it will always be

tacitly assumed that the operator is defined on a complex space. Let A be a linear operator mapping a topological linear space E into itself. Then a number λ is called an eigenvalue of A if the equation

$$Ax = \lambda x$$

has at least one nonzero solution, and every such solution x is called an eigenvector of A (corresponding to the eigenvalue λ). Suppose E is finite-dimensional. Then the set of all eigenvalues of A is called the spectrum of A, and all other values of λ are said to be regular (points). In other words, λ is regular if and only if the operator $A - \lambda I$ is invertible, where I is identity operator. The operator $(A - \lambda I)^{-1}$ is then automatically bounded, like every operator on a finite-dimensional space. Thus there are just two possibilities in the finite-dimensional case:

1) The equation $Ax = \lambda x$ has a nonzero solution, i.e., λ is an eigenvalue of A, so that the operator $(A - \lambda I)^{-1}$ fails to exist;

2) The operator $(A - \lambda I)^{-1}$ exists and is bounded, i.e., λ is a regular point.

However, in the case where E is infinite-dimensional, there is a third possibility:

3) The operator $(A - \lambda I)^{-1}$ exists (i.e., the equation $Ax = \lambda x$ has no nonzero solutions), but is not bounded.

In this thesis we will give spectral properties of linear operators in finite-dimensional Hilbert spaces.

1. Let $H \cong \boldsymbol{C}^n$ and let $A: H \to H$ be a linear operator (matrix). Then, in finite dimensions spectrum equals eigenvalues, that is $\sigma(A) = \{\lambda \in \boldsymbol{C}: \det(A - \lambda I) = 0\}$.

2. The spectrum is always non-empty, $\sigma(A) \neq \emptyset$ and the number of elements of $\sigma(A)$ is not greater than n, that is $|\sigma(A)| \leq n$.

3. Algebraic and geometric multiplicity have the following relations for each eigenvalue λ:

$1 \leq \dim \ker(A - \lambda I) \leq$ Algebraic multiplicity .

Note that algebraic multiplicity is multiplicity as a root of the characteristic polynomial and $\dim \ker(A - \lambda I)$ is geometric multiplicity.

4. A linear operator A on an n-dimensional space is diagonalizable if and only if:

$\sum_{\lambda \in \sigma(A)} \dim \ker(A - \lambda I) = n$,

equivalently:

$H = \bigoplus_{\lambda \in \sigma(A)} E_\lambda$,

where $E_\lambda = \ker(A - \lambda I)$.

5. Let H be a Hilbert space and let $A: H \to H$ be a linear operator (matrix). If

A is self-adjoint operator, then all eigenvalues of A are real, i.e. $\sigma(A) \subset \boldsymbol{R}$.

6. Spectral radius of a linear operator A on a finite-dimensional Hilbert space is:

$r(A) = \max_{\lambda \in \sigma(A)} |\lambda|$.

Example: Consider the linear operator represented by the matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

1. **Characteristic polynomial:**

$$det(A - \lambda I) = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 1 & 0 \\ 0 & 2-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3-\lambda \end{vmatrix}$$

Since the matrix is triangular:

$det(A - \lambda I) = (2 - \lambda)^2(3 - \lambda)$

2. **Spectrum (eigenvalues):**

$$(2 - \lambda)^2(3 - \lambda) = 0$$

Hence:

$\sigma(A) = \{2, 3\}$.

In this case, algebraic multiplicities are 2 and 1 for $\lambda = 2$ and $\lambda = 3$, respectively.

3. **Geometric Multiplicity**

As mentioned above, geometric multiplicity of A is $\dim\ker(A-\lambda I)$ for λ.

So,for $\lambda = 2$

$$A-2I=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

By solving the equation $(A-2I)x=0$, we will have $\ker(A-2I)=\{x=(t,0,0):\ t\in \boldsymbol{R}\}$ and $\dim\ker(A-\lambda I)=1$. Consequently, geometric multiplicity of A is 1 for $\lambda=2$.

For $\lambda=3$

$$\mathrm{A}-3\mathrm{I}=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

$\ker(A-3I)=\{x=(0,0,t):\ t\in \boldsymbol{R}\}$ and $\dim\ker(A-3I)=1$. Consequently, geometric multiplicity of A is 1 for $\lambda=3$.

4. **Spectral radius** is

$r(A)=\max\{|2|,|3|\}=3.$

REFERENCES

1. Li B.R. Introduction to Operator Algebras. // World Sci. Pub. Co. Pte. Ltd. Singapore, 1992, 738p.
2. Li B.R. Real operator algebras. // World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 2003, 241p.
3. Murray F., von Neumann J. On rings of operators. // I Ann. Math., 1936, Vol. 37. P. 116-229.
4. Sakai S. C*-algebras and W*-algebras. // Berlin: Springer, 1971, IX+256 p.
5. Брателли У., Робинсон Д. Операторные алгебры и квантовая статистическая механика. // М.: Мир, 1982, 511 с.

ON THREE-DIMENSIONAL COMMUTATIVE ALGEBRAS

Rakhimov I.

Faculty of Computer and Mathematical Sciences, Universiti Teknologi MARA (UiTM), Shah Alam,Malaysia

Arzikulova M.

Faculty of exact sciences, Navoiy State University, Navoiy, Uzbekistan

Abstract. The paper is devoted to the problem of classification of commutative algebra structures on

three-dimensional space over a field of characteristic not two and three. In the paper we give list of all

possible commutative algebra structures on two-dimensional vector space over fields of characteristic

is not two and three.

1. INTRODUCTION

Classification of mathematical structures, up to isomorphism, is one of the important problems in

Mathematics. The solution to the problem, in general, is very hard and in algebras case there are

particular solutions as the classifications of various subclasses of algebras with polynomial identities,

such as simple associative, simple(semi-simple) Lie, simple Jordan, simple Malcev etc. In a fixed

n-dimensional case the existing classifications capture a small part of all n-dimensional algebras due

to polynomial identity form conditions.

In [1] U.Bekbaev gave a method of classification of finite-dimensional algebras over any base field

and the method was applied to solve the classification problem of two-dimensional algebra structures

over an arbitrary base field in [2]. In the present paper we modify the method to classify all three-

dimensional commutative algebras.

2. PRELIMINARIES

Definition 1. A vector space $\mathbb{V}$ over a field $\mathbb{F}$ equipped with a function $\cdot : \mathbb{V} \times \mathbb{V} \to \mathbb{V}((x, y) \to x \cdot y)$

such that

$(\alpha x + \beta y) \cdot z = \alpha(x \cdot z) + \beta(y \cdot z),\ \ z \cdot (\alpha x + \beta y) = \alpha(z \cdot x) + \beta(z \cdot y),$

whenever $x, y, z \in \mathbb{V}$ and $\alpha, \beta \in \mathbb{F}$, is said to be algebra $\mathbb{A}=(\mathbb{V},\cdot)$.

Definition 2. Two algebras $\mathbb{A}=(\mathbb{V},\cdot_{\mathbb{A}})$ and $\mathbb{B}=(\mathbb{V},\cdot_{\mathbb{B}})$ are called isomorphic if there is an invertible

linear map $f: \mathbb{V} \to \mathbb{V}$ such that

$$f(x \cdot_{\mathbb{A}} y) = f(x) \cdot_{\mathbb{B}} f(y)$$

where $x, y \in \mathbb{A}$

Definition 3. An invertible linear map $f: \mathbb{V} \to \mathbb{V}$ is said to be an automorphism if

$f(x \cdot y) = f(x) \cdot f(y)$,

whenever $x, y \in \mathbb{A} = (\mathbb{V},\cdot)$.

The set of all automorphisms of an algebra $\mathbb{A}$ forms a group with respect to the composition operation and it is denoted by $Aut(\mathbb{A})$.

Let $\mathbb{A}=(\mathbb{V},\cdot)$ be an n-dimensional algebra over a field $\mathbb{F}$ and $\mathrm{e}=(e_1, e_2, ..., e_n)$ be its basis. Then the

bilinear map $\cdot : \mathbb{V} \times \mathbb{V} \to \mathbb{V}$ is represented by a $n \times n^2$ matrix (called the matrix of structure constant,

shortly MSC)

$$A = \begin{pmatrix} a_{11}^{\ 1} & a_{12}^{\ 1} & \dots & a_{1n}^{\ 1} & a_{21}^{\ 1} & a_{22}^{\ 1} & \dots & a_{2n}^{\ 1} & \dots & a_{n1}^{\ 1} & a_{n2}^{\ 1} & \dots & a_{nn}^{\ 1} \\ a_{11}^{\ 2} & a_{12}^{\ 2} & \dots & a_{1n}^{\ 2} & a_{1n}^{\ 2} & a_{22}^{\ 2} & \dots & a_{2n}^{\ 2} & \dots & a_{n1}^{\ 2} & a_{n2}^{\ 2} & \dots & a_{nn}^{\ 2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{11}^{\ n} & a_{12}^{\ n} & \dots & a_{1n}^{\ n} & a_{1n}^{\ n} & a_{22}^{\ n} & \dots & a_{2n}^{\ n} & \dots & a_{n1}^{\ n} & a_{n2}^{\ n} & \dots & a_{nn}^{\ n} \end{pmatrix}$$

as follows

$e_i \cdot e_j = \sum_{k=1}^{n} a_{ij}^{k} \cdot e_k$, where $i, j = 1, 2, \dots, n.$

This means that if a basis e is fixed then the algebra can be represented as a $(n \times n^2)$ matrix $A \in M_{n \times n^2}(\mathbb{F})$. Further once a basis is fixed we do not make a difference between the algebra $\mathbb{A}$ and

its MSC A, and work with matrices A.

The product on $\mathbb{A}$ with respect to the basis e is written as below

$$\mathrm{x} \cdot \mathrm{y} = \mathrm{e}\, A(x \otimes y) \qquad (2.1)$$

for any $x = e\,x$, $y = e\,y$ where $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^T$ and $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)^T$ are column coordinate vectors of x and y respectively, $x \otimes y$ is the tensor (Kronecker) product of the vectors x and y. Now and onward for the product "$x \cdot y$" on A we use the juxtaposition "xy".

An algebra A is said to be commutative if xy = yx, for all x,y ∈ 𝔸. Obviously, in the MSC of a

commutative algebra the columns corresponding to $e_i\ e_j$ and $e_j\ e_i$ with $i \neq j$ coincide.

Note that in terms of MSC Definition 2 can be rewritten as

$$gB = Ag^{\otimes 2} \Leftrightarrow B = g^{-1}Ag^{\otimes 2} \quad (2.2)$$

and it produces a linear representation of $GL_n(\mathbb{F})$ on $M_{n\times n^2}(\mathbb{F})$ as follows

$$\rho : (GL_n(\mathbb{F}), M_{n\times n^2}(\mathbb{F})) \to M_{n\times n^2}(\mathbb{F}) : \rho(g, A) = gA(g^{-1})^{\otimes 2} \quad (2.3)$$

Let now turn back to three-dimensional case and

$$A=\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 & a_8 & a_9 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 & b_7 & b_8 & b_9 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 & c_6 & c_7 & c_8 & c_9 \end{pmatrix}$$

be MSC of 𝔸.

3. LIST OF TWO-DIMENSIONAL COMMUTATIVE ALGEBRAS OVER A BASE FIELD 𝔽 (Char(𝔽)≠2,3)

AND THEIR AUTOMORPHISM GROUPS

We pick up the list of two-dimensional commutative algebras and their automorphism groups from

[2] and [3], respectively. Note that the commutativity gives for MSC of two-dimensional algebras to

have the second and third columns to be equal. They are given by the following lemma.

Lemma 3.1. The list of two-dimensional commutative algebras and their automorphism groups over

a field F (Char(𝔽)≠2,3) are given as follows:

(1) $A_2(\alpha_1, \alpha_4) = \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 & \alpha_4 \\ 1 & 1-\alpha_1 & 1-\alpha_1 & 0 \end{pmatrix}$

- $Aut(A_2(\alpha_1, \alpha_4)) = \{I\}$

(2) $A_3(\alpha_1, \alpha_4) = \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 & \alpha_4 \\ 0 & 1-\alpha_1 & 1-\alpha_1 & 0 \end{pmatrix}$

- $Aut(A_3(\alpha_1, \alpha_4)) = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \pm 1 \end{pmatrix}\right\}, \alpha_4 \neq 0.$
- $Aut(A_3(\alpha_1, 0)) = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}\right\}\ d \in \mathbb{F}, d \neq 0$
- $Aut(A_3(\alpha_1, 0, 2\alpha_1 - 1)) = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ c & d \end{pmatrix}\right\} c, d \in \mathbb{F}, d \neq 0$

(3) $A_4(\beta_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ \beta_1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

- $Aut(A_4(\beta_1)) = \{I\}$

(4) $A_5\left(\frac{2}{3}\right) = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$

- $Aut(A_5(\alpha_1)) = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ c & 1 \end{pmatrix}\right\}, c \in \mathbb{F}$

(5) $A_{10}(\beta_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ \beta_1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, (where polynomial $(\beta_1 t^3 - 3t - 1)(\beta_1 t^2 + \beta_1 t + 1)(\beta_1{}^2 t^3 + 6\beta_1 t^2 + 3\beta_1 t + \beta_1 - 2)$ has no root in 𝔽)

- $Aut(A_{10}(\beta_1)) = \{I\}$

(6) $A_{11}(\beta_1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ \beta_1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, (where polynomial $\beta_1 - t^3$ *has no root in* $\mathbb{F}, \beta_1 \neq 0$)

- $Aut(A_{11}(\beta_1)) = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a^2 \end{pmatrix} : a \in \mathbb{F}, a^3 = 1 \right\}$

(7) $A_{12}(\beta_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ \beta_1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

- $Aut(A_{12}(0)) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ \beta_1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \left\{ \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} : a \in \mathbb{F}, a \neq 0 \right\} \right\}$

- $Aut(A_{12}(\beta_1)) = \left\{ \left\{ \begin{pmatrix} \pm 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} \cup \left\{ \begin{pmatrix} \pm\frac{1}{2} & b \\ \pm\frac{3}{4b} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \right\} : \beta_1 = \frac{3}{4b^2},\ b \in \mathbb{F} \right\}$

Here is a procedure how to use the method given in [2] for three-dimensional case. We generate the

commutative three-dimensional algebras from the list of Lemma 3.1.

Let $\mathbb{A}$ be a two-dimensional commutative algebra and

$$A(2) = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_2 & \alpha_4 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_2 & \beta_4 \end{pmatrix}$$

be its MSC with respect to the basis e = (e_1 e_2).

Then a three-dimensional algebra containing $A(2)$ as a subalgebra, with respect to the extended

basis e = (e_1 $e_2 e_3$) can be written as follows:

$$A(3) = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & x_3 & \alpha_2 & \alpha_4 & x_6 & x_3 & x_6 & x_9 \\ \beta_1 & \beta_2 & y_3 & \beta_2 & \beta_4 & y_6 & y_3 & y_6 & y_9 \\ 0 & 0 & z_3 & 0 & 0 & z_6 & z_3 & z_6 & z_9 \end{pmatrix}$$

We act on $A(3)$ by the elements of the automorphism group of $A(2)$ to bring MSC of A(3) to a simple form. As the two-dimensional subalgebra $A(2)$ we consider both the trivial algebra and the algebras from Lemma 3.1

4. LIST OF ALL COMMUTATIVE ALGEBRA STRUCTURES ON THREE-DIMENSIONAL VECTOR SPACE OVER A BASE FIELD $\mathbb{F}$ (Char($\mathbb{F}$) ≠2,3)

All possible commutative algebra structures on three-dimensional vector space over a field of characteristic not two and three are given as follows.

Theorem 1. The number of three-dimensional commutative algebras generated from $A_2(\alpha_1, \alpha_4)$, $\alpha_4 \neq 0$ equals 25. They can be given by their MSC explicitly.

Theorem 2. The number of three-dimensional commutative algebras generated from $A_3(\alpha_1, \alpha_4) = \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 & \alpha_4 \\ 0 & 1-\alpha_1 & 1-\alpha_1 & 0 \end{pmatrix}$ equals 115. They can be given by their MSC explicitly.

Theorem 3. The number of three-dimensional commutative algebras generated from $A_4(\beta_1, 1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ \beta_1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ equals 30. They can be given by their MSC explicitly.

Theorem 4. The number of three-dimensional commutative algebras generated from $A_5\left(\frac{2}{3}\right) = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$ equals 29. They can be given by their MSC explicitly.

Theorem 5. The number of three-dimensional commutative algebras generated from $A_{10}(\beta_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ \beta_1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ equals 40. They can be given by their MSC explicitly.

Theorem 6. The number of three-dimensional commutative algebras generated from $A_{11}(\beta_1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ \beta_1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ equals 18. They can be given by their MSC explicitly.

Theorem 7. The number of three-dimensional commutative algebras generated from $A_{12}(\beta_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ \beta_1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ equals 126. They can be given by their MSC explicitly.

Theorem 8. The number of three-dimensional commutative algebras generated from $A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ equals 117. They can be given by their MSC explicitly.

REFERENCES

[1] U. Bekbaev, On classification of finite dimensional algebras, arXiv:1504.01194v3 [math.RA] 23 Sep 2015.

[2] U. Bekbaev, Classification of two-dimensional algebras over any base field, 2023, AIP Conference Proceedings, 2880,030001, https://doi.org/10.1063/5.0165726.

[3] Sh. Eshmirzayev, U. Bekbaev, A description of automorphism groups of all two-dimensional algebras over any basic field, arXiv:2409.08814v1 [math.RA] 13 Sep 2024.

CENTRAL LIMIT THEOREM (CLT) AND ANALYSIS VIA CHARACTERISTIC FUNCTIONS

Sayfulloyeva G. S.
Navoi State University
Qahhorov I. U.
Navoi State University

Annotation: The central limit theorem is one of the cornerstones of probability and statistics. It allows us to determine how the sample mean deviates from the the true mean mean regardless of the underlying probability distribution. In this paper, we discuss how we can analyse the limiting behaviour of sequences of random variables via characteristic functions. The Lindeberg-L´evyFeller theorem is proven and consequences are provided. We mention applications of the central limit theorem, including the delta method and Stirling‘s formula. Rates of convergence and dependence of random variables are also discussed.

Key words: characteristic function, the central limit theorem, distribution functions, random variables.

The central limit theorem (CLT) occupies a fundamental place in probability theory and mathematical statistics and is widely regarded as one of the most significant theoretical results in these fields. Its importance stems from its ability to describe the limiting behavior of sums or averages of random variables under broad and realistic assumptions. In particular, the theorem provides a powerful tool for approximating complex probabilistic models and justifies the widespread use of the normal distribution in both theoretical investigations and practical applications.

The essence of the central limit theorem lies in the fact that, for a sufficiently large number of independent and identically distributed random variables with finite mean and variance, the distribution of their normalized sum tends toward a normal distribution. This remarkable property holds regardless of the original distribution of the individual variables, highlighting the universality of the Gaussian law as a limiting distribution. As a result, the theorem enables researchers and practitioners to replace complicated distributions with the normal distribution when analyzing large-sample behavior.

Theorem 1.1 (Central limit theorem). Suppose $X_1, X_2, ...$iid random variables such that $E(X_n) = \mu, \qquad Var(X_n) = \sigma^2 \prec \infty. \qquad Let\ S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$, and let N be a normally distributed random variable, with E(N)=0, Var(N)=1. Then,

$$\frac{\frac{S_n}{n} - E\left(\frac{S_n}{n}\right)}{\sqrt{Var\left(\frac{S_n}{n}\right)}} = \frac{S_n - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} \Rightarrow N$$

This theorem is important because of its simplicity. It implies that when n is large, $\frac{S_n}{n}$ is approximately normally distributed with mean μ and variance $\frac{\sigma^2}{n}$. The central limit theorem was originally postulated by Abraham deMoivre in 1733 when he used the normal distribution to approximate the distribution of the number of heads that appear after tossing a fair coin. It was largely forgotten until 1812 when Laplace expanded on DeMoivre's work to use the normal distribution to approximate a binomial random variable. It was finally proved by Aleksandr Lyapunov in 1901 . George P´olya coined the term "central limit theorem," referring to it as central due to its importance in probability theory. In this article, we will introduce characteristic functions, which will be handy tools when proving the central limit theorem and its generalizations.

Convergence in Distribution.Throughout this paper, assume we are dealing with an underlying probability space (Ω,M), and N will denote a normally distributed random variable, with E(N) = 0, Var(N) = 1

Characteristic Functions. There are several transforms or generating functions used in mathematics, probability and statistics. In general, they are all integrals of an exponential function, which has the advantage that it converts sums to products. They are all functions defined on $t \in \Re$. We use the notation $i = \sqrt{-1}$. For example:

1. (Probability) Generating function. $g(s) = E(s^x)$.
2. Moment Generating Function. $m(t) = E\left[e^{tX}\right] = \int e^{tx} dF$
3. Fourier Transform. $E\left[e^{-itX}\right] = \int e^{-tx} dF$
4. Characteristic function. $\varphi x(t) = E\left[e^{itX}\right] = \int e^{itx} dF$

Definition 1. (Characteristic function) Define the characteristic function of a random variable X or its cumulative distribution function F_x to be the complex- valued function on $t \in \Re$.

$$\varphi x(t) = E\left[e^{itX}\right] = \int e^{itx} dF = E(\cos(tX)) + iE(\sin(tX))$$

The main advantage of the characteristic function over transforms such as the Laolace transform, probability generating function or the moment generating function is property (a) below. Because we are integrating bounded function; $\left|e^{itx}\right| = 1$ for all x, $t \in \Re$., the integral exists for any probability distribution.

Properties of Characteristic Function:

(a) φ exists for any distribution for X.

(b) $\varphi(0) = 1$.

(c) $\left|\varphi(t)\right| \le 1$ for all t.

(d) φ is uniformly continuous. That is for all $e \succ 0$, there exists $\delta \succ 0$ such that $\left|\varphi(t) - \varphi(s)\right| \le e$whenever $\left|t - s\right| \le \delta$.

(e) The characterististic function of a+bX is $e^{iat}\varphi(bt)$.

(f) The characteristic function of –X is the complex conjugate $\overline{\varphi}(t)$.

(g) A characteristic function φ is real valued if and only if the distribution of the corresponding random variable X has a distribution that is symmetric about zero, that is if and only if $P[X \succ z] = P[X \prec -z]$ for all $z \geq 0$.

(h) The characteristic function of a convolution $F * G$ is $\varphi F(t)\varphi G(t)$.

Proofs.

(a) Note that for each x and t, $\left|e^{itx}\right|^2 = \sin^2(tx) + \cos^2(tx) = 1$ and the constant 1 is integrable. Therefore

$$E\left|e^{itX}\right|^2 = 1$$

It follows that

$$E\left|e^{itX}\right| \leq \sqrt{E\left|e^{itX}\right|^2} = 1$$

and so the function e^{itx} is integrable.

(b) $e^{itX} = 1$ when t=0. Therefore $\varphi(0) = Ee^0 = 1$.

(c) This is included in the proof (a).

(d) Let h=s-t. Assume without loss of generality that $s \succ t$. Then

$$\left|\varphi(t) - \varphi(s)\right| = \left|Ee^{itX}(e^{ihX} - 1)\right| \leq E\left[\left|e^{itX}\left(e^{ihX} - 1\right)\right|\right] \leq E\left[\left|e^{itX}\right|\left|e^{ihX} - 1\right|\right] \leq E\left[\left|e^{ihX} - 1\right|\right].$$

But as $h \to 0$ the function $e^{ihX} - 1$ converges to 0 for each $\omega \in \Omega$ and it is dominated by the constant 2. Therefore, by the Lebesgue Dominated Convergence theorem, $E\left[\left|e^{ihX} - 1\right|\right] \to 0$ as $h \to 0$. So for a given $e \succ 0$, we can choose h sufficiently small, for example $h = |s - t| \leq \delta$ such that $|\varphi(t) - \varphi(s)| \leq e$.

(e) By definition, $Ee^{it(a+bX)} = e^{ita}E\left[e^{itbX}\right] = e^{jat}\varphi(bt)$.

(f) Recall that the complex conjugate of a+bi is a-bi and of e^{iz} is e^{-iz} when a,b, and z are real numbers. Then

$$E\left[e^{it(-X)}\right] = E\left[e^{-itX}\right] = E\left[\cos(tX) + i\sin(-tX)\right] = E\left[\cos(tX) - i\sin(tX)\right] = \overline{\varphi}(t)$$

(g) The distribution of the corresponding random variable X is symmetric if and only if X has the same distribution as does –X. This is true if and only if they have the same characteristic function. By properties (f) and corollary below, this is true if and only if $\varphi(t) = \overline{\varphi}(t)$ which holds if and only if the function $\varphi(t)$ takes on only real values.

(h) Put H=F*G. When there is a possible ambiguity about the variable over which we are integrating, we occasionally use the notation $\int h(x)F(dx - y)$ to indicate the integral $\int h(x)dK(x)$ where K(x) is the cumulative distribution function given by K(x)=F(x-y). then $\int e^{itx}H(dx) = \int e^{itx}\int F(dx - y)G(dy) = \int\int e^{it(z+y)}F(dz)G(dy)$, with z=x-y, and this is $\varphi F(t)\varphi G(t)$.

Then major reason for our interest in characteristic functions is that they uniquely describe the distribution. Probabilities of intervals can be recovered from the characteristic function using the following inversion theorem.

Lindeberg-L´evy-Feller (CLT). The classic central limit theorem requires the random variables to be identically distributed. However, the condition of identically distributed can be weakened as long as the random variables are “nice enough”, which we will going into more detail.

Example. Let $X_1, X_2, ...$ be iid Poison random variables with mean μ, then $\frac{(X_n - n\mu)}{\sqrt{n}} \Rightarrow N$. This example shows that the normal distribution can be used to approximate even discrete random variables.

Conclusion. The classical central limit theorem tells use how the sample mean of iid random variables $X_1, X_2, ...$ deviates from their expected value. In particular, the distribution of the sample mean approaches a normal distribution. Our primary tool to show this were characteristic functions. Characteristic functions allow us to represent the distributions of random variables as uniformly continuous bounded complex-valued functions. We also showed that the representation is unique, and respect sequences given the limit is continuous at the origin. We then introduced and proved Lindeberg-Levy-Feller theorem, which generalizes the classical central limit theorem. It states that you can still get convergence in distribution to the normal distribution, even when the X_n are not identically distributed, as long as the Lindeberg condition is satisfied.

REFERENCES:

1. ATHREYA, K.B.,NEY, P.E.(1972). BRANCHING PROCESSES. SPRINGER-VERLAG, BERLIN.
2. BELLMAN, R., HARRIS, T. E. (1952). ON AGE-DEPENDENT BINARY BRANCHING PROCESSES. ANNALS OF MATHEMATICS, 55(2), 280-295.
3. Harris, T. E. (1963). The Theory of Branching Processes. Springer-Verlag, Berlin.
4. Jagers, P. (1975). Branching Processes with Biological Applications. Wiley, London.
5. KESTEN, H., STIGUM, B. P. (1966). A LIMIT THEOREM FOR MULTIDIMENSIONAL GALTON-WATSON PROCESSES. THE ANNALS OF MATHEMATICAL STATISTICS, 37(5), 1211-1223.
6. Sevast'yanov, B.A. (1951). Limit theorems for branching stochastic processes. 1(1), 68–81.

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЛОГИСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМАХ

Абдуазизов У.А.

Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан; mehmetozdulun@gmail.com

Эшкабилов А.А.

Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан; alisher.eshqobilov@yandex.com

В современных условиях развития экономики транспортно-логистические системы играют ключевую роль в обеспечении эффективного функционирования хозяйственных процессов. Увеличение объемов перевозок и усложнение логистических цепочек требуют применения статистических методов анализа для оценки динамики и эффективности транспортных процессов.

В данной работе проводится статистический анализ грузооборота по видам транспорта в Республике Узбекистан за период 2000–2024 гг. В качестве объекта исследования рассматриваются автомобильный, железнодорожный, трубопроводный и воздушный транспорт. Исследование основано на официальных данных Национального статистического комитета Республики Узбекистан.

Для анализа использованы методы описательной статистики, включая расчет среднего значения, размаха вариации, дисперсии, среднеквадратического отклонения и коэффициента вариации.

Проведённые расчёты показали, что различные виды транспорта характеризуются различной степенью устойчивости. Для автомобильного транспорта коэффициент вариации

составил 33,6%, что свидетельствует о высокой изменчивости показателя. Для железнодорожного транспорта данный показатель равен 16,8%, что указывает на умеренную стабильность. Трубопроводный транспорт характеризуется наименьшей вариацией (11,3%), тогда как воздушный транспорт демонстрирует наибольшую изменчивость (48,2%).

Полученные результаты свидетельствуют о том, что транспортная система Республики Узбекистан сочетает в себе как стабильные, так и динамичные элементы. Наиболее устойчивыми являются трубопроводный и железнодорожный транспорт, тогда как автомобильный и воздушный транспорт более чувствительны к изменениям внешней среды.

Для повышения точности расчетов использовано программное обеспечение Minitab, позволяющее автоматизировать обработку данных и визуализировать результаты анализа.

Таким образом, применение статистических методов позволяет выявить закономерности развития транспортно-логистических процессов и может служить основой для повышения эффективности функционирования транспортной системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Елисеева И.И. *Статистика: учебник для вузов. – М.: Юрайт, 2021. – 463 с.*.
2. Сергеев В.И. *Логистика: учебник. – М.: Юрайт, 2020. – 487 с.*.
3. Ковалев В.В. *Анализ хозяйственной деятельности предприятия: учебник. – М.: Проспект, 2019. – 424 с*.

К ВОПРОСУ ОБ АСИМПТОТИКЕ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Аззамов Т.Ж, Темуров С.Ю.

[1]Джизакский филиал Казанского госуниверситета АН России, г.Джизак
[2]Джизакский государственный педагогический университет, г.Джизак

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы асимптотического поведения решений нелинейных дифференциальных уравнений третьего порядка. Особое внимание уделяется условиям существования и единственности решений, а также их устойчивости при различных начальных условиях. Анализируются методы качественного исследования, включая асимптотические разложения и сравнение решений.

Ключевые слова: нелинейные дифференциальные уравнения, уравнения третьего порядка, асимптотика решений, устойчивость решений, асимптотические разложения.

Abstract. This article examines the asymptotic behavior of solutions to third-order nonlinear differential equations. Particular attention is given to the conditions for the existence and uniqueness of solutions, as well as to their stability under various initial conditions. Qualitative research methods are analyzed, including asymptotic expansions and the comparison of solutions.

Key words: nonlinear differential equations, third-order equations, asymptotic behavior of solutions, stability of solutions, asymptotic expansions.

Рассмотрим дифференциальное уравнение

$$y''' = a_0 p(t)\varphi(y), \qquad (1)$$

где $a_0 \in [-1;1], p:[a,+\infty[\to[0,+\infty[$ - непреривная функция, $\phi:]0,y_0[\to]0,+\infty[$ - дважды непреривно дифференцируемая функция такая, что

$$\lim_{y\to 0}\phi(y) = \begin{cases} либо\ 0, \\ либо\ +\infty. \end{cases},\ \varphi'(y)\neq 0,\ lim\frac{y\varphi''(y)}{\varphi'(y)} = a = const \neq 0.$$

Решение.

$y:\left[t_0,+\infty\right[\to\left]0,y_0\right],\ (t_0\geq a)$ уравнения (1) называется $P_{+\infty}(\lambda_0)$ - решением, если $\lim\limits_{t\to\infty}y(t)=0,\ \lim\limits_{y\to\infty}y^k(t)=\begin{cases}\text{или } 0,\\ \text{или } \pm\infty.\end{cases},\ k(1,2),\ \lim\limits_{y\to\infty}\dfrac{\left(y''(t)\right)^2}{y'''(t)\,y'(t)}=\lambda_0.$

Будем говорить, что функция $\phi(y)$ удовлетворяет условию S_1, если для любой непрерывно дифференцируемой функции $L:\left[t_0,+\infty\right[\to\left]0,+\infty\right[$ такой что

$$\lim_{t\to+\infty}\frac{tL'(t)}{L(t)}=0$$

функция $\psi(y)=\dfrac{\phi(y)}{y(1+0)}$ допускает асимптотическое представление вида $\psi\left(tL(t)\right)=\psi(t)\left[1+0\right[$ при $t\to+\infty$.

При выполнении условия S_1 исследуется вопрос о существовании и асимптотике $P_{+\infty}(0)$ - решений уравнения (1).

Полученные результаты дополняют представление, установленные в [1].

ЛИТЕРАТУРА

[1]. Евтухов В.М., Стехун А.А. Асимптотика нелинейных неавтономных дифференциальных уравнений третьего порядка. - Вестник Львовского университета, - 2001.

ОБ ОБОБЩЕННОЙ ВНЕШНЕЙ КРИВИЗНЕ СЕДЛОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Ибодуллаева Н. М.

Ташкентский Транспортный Университет

Пусть нам задана седловая поверхность F с уравнением $z=f\left(x,y\right),\ \left(x,y\right)\in D$ в декартовой системе координат $Oxyz$.

Известно, что седловая поверхность в малой окрестности любой своей точки X будет иметь вид седла. Легко показать неориентируемость его единичной нормали в произвольной окрестности произвольной точки. Неориентируемость нормали показано на рисунке 1.

Но для седловых поверхностей с однозначной проекцией на плоскость Oxy, можно построить сферическое отображение седловой поверхности обладающей некоторыми свойствами сферического отображения выпуклых поверхностей.

Лемма 1. Сферическое отображение седловой поверхности однозначно проектирующейся в конечную область плоскости Oxy будет однозначным отображением.

Лемма 2. Если M – выпуклое множество на поверхности F с взаимно однозначной проекцией конечной области плоскости Oxy, то его сферическое отображение M^* – тоже выпуклое.

Если обобщенную внешнюю кривизну множества $M\subset F$ определить как площадь его сферического отображения, то справедлива теорема.

Теорема. Обобщенная внешняя кривизна множества $M\subset F$ аддитивная, положительная функция.

Аддитивность следует о аддитивности сферического отображения.

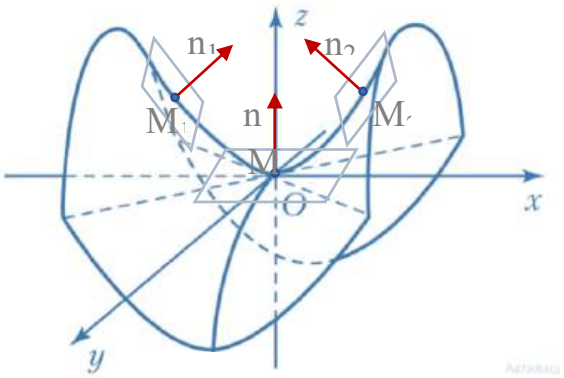


Рис.1.

ЛИТЕРАТУРА

[1] И.Я.Бакельман, А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, *Введение в дифференциальную геометрию «в целом»*. – Москва: Наука, 1973.

РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ МОНЖА-АМПЕРА В МНОГОСВЯЗНОЙ ОБЛАСТИ СО ВТОРЫМ КРАЕВЫМ УСЛОВИЕМ

Ибодуллаева Н. М.
Ташкентский Транспортный Университет

Аннотация: В данном материале рассматривается задача существования решения уравнения Монжа-Ампера со вторым краевым условием в многосвязной области. Основным методом является использование понятия обобщенной внешней кривизны поверхности. Доказано, что при определенных условиях на обобщенную внешнюю кривизну решение существует. Работа основана на результатах, изложенных в трудах И.Я. Бакельмана и современных исследованиях обобщенной внешней кривизны. Рассмотрены также геометрические и аналитические аспекты задачи, а также примеры, иллюстрирующие влияние краевых условий на существование решений.

Ключевые слова: уравнение Монжа-Ампера, обобщенная внешняя кривизна, выпуклая поверхность, многосвязная область, второе краевое условие.

Уравнение Монжа-Ампера представляет собой одно из важнейших нелинейных уравнений в частных производных второго порядка, играющее ключевую роль в современной геометрии, теории оптимального транспорта, а также в различных прикладных дисциплинах – от оптики и теории массового переноса до геометрического моделирования и механики сплошных сред. Его геометрическая интерпретация тесно связана с теорией выпуклых поверхностей и позволяет формулировать фундаментальные задачи восстановления поверхности по заданным метрическим или кривизным характеристикам.

Особый интерес представляет изучение уравнения Монжа-Ампера с так называемым вторым краевым условием, при котором на границе области задается не значение функции или ее нормальной производной, как в классических краевых задачах, а форма касательного или предельного многогранного (или гладкого) конуса, ассоциированного с геометрией искомой выпуклой поверхности. Такие условия возникают, в частности, при исследовании обобщенной внешней кривизны, введенной и изученной в работах А.Д. Александрова, А.В. Погорелова и И.Я. Бакельмана. Подход на основе обобщенной внешней кривизны позволяет рассматривать более широкий класс поверхностей, включая многогранники и поверхности с сингулярностями, что существенно расширяет возможности анализа.

Рассмотрение многосвязных областей в данной постановке придает задаче дополнительную сложность и глубину. В отличие от односвязных областей, в многосвязных областях существенно изменяется как поведение решений, так и характер геометрических

ограничений, накладываемых краевыми условиями. Появляется необходимость учитывать взаимодействие нескольких внутренних границ (дыр) и обеспечивать согласованность предельных условий на каждой из них. Это требует применения как аналитических, так и геометрических методов, а также адаптации классических подходов к новым условиям.

Цель данной статьи – изучение задачи существования решения уравнения Монжа-Ампера со вторым краевым условием в многосвязной выпуклой области, с использованием обобщенной внешней кривизны. В работе обосновываются достаточные условия существования решения, приводятся геометрические конструкции, иллюстрирующие постановку задачи, и обсуждаются связи с теоремами существования и единственности, ранее установленными для односвязных областей.

Настоящее исследование базируется на теоретических основах, заложенных в трудах И.Я. Бакельмана и А.В. Погорелова, и продолжает развитие методов, применяемых к более общим геометрическим конфигурациям и краевым условиям.

Постановка задачи. Рассматривается задача о нахождении решения уравнения Монжа-Ампера в многосвязной области Ω, представляющей собой плоскость с удаленными выпуклыми областями, с заданием второго краевого условия – предельного конуса выпуклой поверхности. Предполагается, что данный конус однозначно проектируется на плоскость, и отсутствуют опорные плоскости, параллельные исходной. При этом необходимо установить условия на обобщенную кривизну поверхности, при которых возможно построение функции, удовлетворяющей как уравнению Монжа-Ампера, так и заданным краевым условиям.

Метод решения. Метод, применяемый для доказательства существования решения уравнения Монжа-Ампера со вторым краевым условием в многосвязной области, основан на использовании понятия обобщенной внешней кривизны поверхности, как оно было сформулировано в [2] и развито в работах [3, 4]. Это понятие обобщает классическое определение кривизны для выпуклых поверхностей и позволяет учитывать случаи, когда поверхность может быть негладкой или многогранной.

Пусть F – выпуклая поверхность, график выпуклой функции $u(x)$, определенной в многосвязной области $\Omega \subset \mathbb{R}^2$. Обобщенная внешняя кривизна $\omega_F(M)$ сопоставляется этой поверхности и переносится на вспомогательную модель – верхний лист гиперболоида, заданного уравнением:

$$z^2 - x^2 = 1,\ z > 0.$$

Предполагается, что функция ω_F положительна и вполне аддитивна на борелевских подмножествах области Ω, что обеспечивает корректность перехода к мере и возможность применения вариационных методов.

Особенность рассматриваемого подхода состоит в построении класса выпуклых поверхностей, однозначно проектирующихся на плоскость Oxy. Это значит, что каждой точке поверхности соответствует единственная вертикальная проекция в область Ω, что исключает самопересечения и обеспечивает корректную интерпретацию решения как функции. Анализ геометрических свойств таких поверхностей, особенно их поведения у границы, позволяет построить последовательность выпуклых многогранных поверхностей (конусов), аппроксимирующих искомую гладкую (или обобщенную) поверхность.

Для построения этой последовательности используется экстремальный метод И.Я. Бакельмана [1], который заключается в минимизации специального функционала, зависящего от положения вершин многогранника и значений обобщенной кривизны в этих вершинах. В класс рассматриваемых фигур включаются многогранники с вершинами, лежащими на заданных лучах, выходящих из внутренних точек области Ω, при этом каждому лучу сопоставляется заранее заданное значение кривизны. Минимизация функционала проводится в замкнутом классе фигур, для которого доказана компактность.

Как показано в [4], при отсутствии опорных плоскостей, параллельных фиксированным направлениям, и при выполнении условий совместимости между геометрией области и заданными значениями кривизны, существует предельная фигура, представляющая собой выпуклую поверхность, удовлетворяющую как уравнению Монжа-Ампера, так и второму краевому условию, выраженному через предельный конус.

Таким образом, данный метод позволяет не только установить факт существования решения, но и предложить конструктивный способ его приближения через последовательность многогранников, что важно как с теоретической, так и с прикладной точки зрения.

Основной результат. Формулируется следующая теорема:

Теорема. Если функция ω положительна и вполне аддитивна на области Ω, то существует решение уравнения Монжа-Ампера в Ω с заданием второго краевого условия.

Доказательство. Доказательство основывается на свойствах обобщенной внешней кривизны, ее аддитивности, а также методе аппроксимации через многогранные конусы, описанном в [3], [4]. Показано, что при стремлении последовательности многогранных конусов к конусу с опорной плоскостью, параллельной оси, соответствующая обобщенная кривизна стремится к бесконечности, что гарантирует существование предельного решения. Важным этапом является проверка условий существования опорной плоскости для предельного тела, а также доказательство сходимости функций кривизны в смысле мер. Учитываются также особенности проектирования на гиперболоид и геометрическая интерпретация условий задачи.

Заключение. Работа демонстрирует возможность использования обобщенной внешней кривизны в задачах геометрии выпуклых поверхностей и уравнений Монжа-Ампера в сложных геометрических условиях. Полученные результаты расширяют область применимости классических методов и открывают путь к новым обобщениям. Рассмотренные методы могут быть применены к более общим уравнениям Монжа-Ампера в пространствах различной кривизны, а также к численным методам восстановления выпуклых тел по интегральным характеристикам кривизны. В дальнейшем планируется развитие представленного подхода с учетом анизотропных поверхностей и краевых условий более общего вида.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Ilya J.Bakelman, Convex Analysis and Nonlinear Geometric Elliptic Equations. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1994.

[2] Artykbaev A., Ibodullaeva N. Generalized extrinsic curvature of a surface. AIP Conference Proceedings, 11 March 2024; 3004(1): 030007. pp. 030007-1–030007-5.

[3] Артикбаев А., Ибодуллаева Н. М. Задача восстановления поверхности по внешней кривизне и решения уравнения Монжа–Ампера // Дифференциальные уравнения, геометрия и топология, Итоги науки и техн. Сер. Соврем. мат. и ее прил. Темат. обз., ВИНИТИ РАН, М., 2021, Том 201. – С. 123–131.

[4] Артикбаев А., Ибодуллаева Н.М. Существование решения уравнения Монжа–Ампера в многосвязных областях // Доклады Академии наук Республики Узбекистан (ДАН), №5, 2022. – С. 3–6.

ТЕНЗОРНЫЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ КОНЕЧНОМЕРНЫХ ГИЛЬБЕРТОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

[1]***Нуриллаев М. Э. -****и.о. профессора кафедры математики НПУУз,*
nurillaev_muzaffar@mail.ru;
[2]***Ризаев Р. К. -*** *старший преподаватель кафедры математики НПУУз,*
rrqobilovich@umail.uz ;
[3]***Файзиев А. С. -*** *магистрант 1 курса по специальности «Методика преподавания точных и естественных наук (математика)» УзМПУ.*

Аннотация. В данной работе рассматриваются тензорные произведения конечномерных гильбертовых пространств. Определяется скалярное произведение в тензорном произведении и рассматривается его пополнение, приводящее к построению тензорного произведения гильбертовых пространств. Особое внимание уделяется конечномерному случаю, где представляется теорема о том, что размерность тензорного произведения равна произведению размерностей исходных пространств. Также формулируется соответствующее следствие, вытекающее из данной теоремы.

Ключевые слова: гильбертово пространство, тензорное произведение, алгебраическое тензорное произведение, скалярное произведение, норма, полнота, размерность, конечномерное пространство, операторная алгебра

Гильбертово пространство – это линейное пространство H над полем *R* или *C*, в котором задано скалярное произведение $<\cdot,\cdot>$ и которое полно относительно нормы, индуцированной этим скалярным произведением.

То есть:

существует скалярное произведение;

норма задаётся как $\|x\| = \sqrt{<x,x>}$;

пространство полно (любая фундаментальная последовательность сходится в H).

Пусть $(H_1,<\cdot,\cdot>_1)$, $(H_2,<\cdot,\cdot>_2)$ – гильбертовы пространства и пусть

$$H_1 \odot H_2 = \left\{ u = \sum_{j=1}^{n} \xi_j^{(1)} \otimes \xi_j^{(2)} \,\middle|\, n = 1,2,...,\xi_j^{(i)} \in H_i, i = 1,2, 1 \le j \le n \right\}$$

– их алгебраическое тензорное произведение. При этом $u = \sum_{j=1}^{n} \xi_j^{(1)} \otimes \xi_j^{(2)}$ есть нулевой элемент (обозначается как $u = \theta$), если

$$<u, \eta_1 \otimes \eta_2> = \sum_{j=1}^{n} <\xi_j^{(1)}, \eta_1> \cdot <\xi_j^{(2)}, \eta_2> = 0$$

для любого $\eta_1 \in H_1$, $\eta_2 \in H_2$. Определим скалярное произведение элементов

$$u = \sum_{j=1}^{n} \xi_j^{(1)} \otimes \xi_j^{(2)},\ \upsilon = \sum_{k=1}^{m} \eta_k^{(1)} \otimes \eta_k^{(2)}$$

как:

$$<u, \upsilon> = \sum_{j,k} <\xi_j^{(1)}, \eta_k^{(1)}> \cdot <\xi_j^{(2)}, \eta_k^{(2)}>.$$

Пополнение линейного пространства $H_1 \odot H_2$, относительно скалярного произведения $<\cdot,\cdot>$, называется *тензорным произведением* комплексных гильбертовых пространств H_1, H_2 и обозначается как $H_1 \otimes H_2$.

Имеется следующая:

Теорема. Пусть H_1, H_2 - конечномерные гильбертовы пространства. Тогда размерность их тензорного произведения равна произведению размерностей этих пространств, то есть

$$\dim(H_1 \otimes H_2) = \dim(H_1) \cdot \dim(H_2).$$

Из этой теоремы следует следующее следствие.

Следствие. $\dim(R^n \otimes R^m) = n \cdot m$ и следовательно, $R^n \otimes R^m \cong R^{nm}$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Li B.R. Introduction to Operator Algebras. // World Sci. Pub. Co. Pte. Ltd. Singapore, 1992, 738p.
2. Murray F., von Neumann J. On rings of operators. // I Ann. Math., 1936, Vol. 37. P. 116-229.
3. Sakai S. C*-algebras and W*-algebras. // Berlin: Springer, 1971, IX+256 p.
4. Брателли У., Робинсон Д. Операторные алгебры и квантовая статистическая механика. // М.: Мир, 1982, 511 с.

ДИНАМИЧЕСКИЕ РЯДЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ЗАДАЧАХ ЭКОНОМИКИ

Садуллаева М. З , *доцент кафедры «Высшая математика»* mavjuda1975m@mail.ru

Мамарайимов Ф, студент группы MI-1 направление (математическая экономика)

mamaraimovfirdavs2@gmail.com

Ташкентский государственный транспортный университет

Аннотация:

В данной работе рассматривается сущность динамических рядов и их значение в экономическом анализе. Раскрываются основные виды динамических рядов, методы их построения и анализа, а также ключевые показатели, используемые для оценки изменений экономических явлений во времени. Особое внимание уделяется практическому применению динамических рядов в задачах прогнозирования, планирования и оценки эффективности экономической деятельности. Показано, что использование динамических рядов позволяет выявлять тенденции развития, анализировать экономические процессы и принимать обоснованные управленческие решения.

Ключевые слова:

Динамические ряды, экономический анализ, временные ряды, темп роста, темп прироста, прогнозирование, экономические показатели, тренд, сезонность, статистика.

Введение

Динамические ряды представляют собой упорядоченную во времени последовательность статистических показателей, отражающих развитие экономических явлений. Они позволяют проследить изменения показателей (например, объёма производства, уровня цен, занятости) во времени и выявить закономерности их развития.

Каждый динамический ряд состоит из двух элементов:

- временного показателя (дата или период);
- уровня ряда (числовое значение показателя).

Классификация динамических рядов

Динамические ряды делятся на несколько видов:

По времени учета:

- **Моментные ряды** — отражают состояние явления на определённую дату (например, численность работников на конец года).
- **Интервальные ряды** — характеризуют явление за определённый промежуток времени (например, объем продаж за месяц или год).

По форме представления:

- абсолютные;

- относительные;
- средние величины.

Основные показатели анализа динамических рядов

Для анализа динамики используются следующие показатели:

Абсолютные показатели:

- **Абсолютный прирост** — разница между уровнями ряда;
- **Базисный и цепной прирост**.

Относительные показатели:

- **Темп роста** — показывает, во сколько раз изменился показатель;
- **Темп прироста** — отражает относительное изменение в процентах.

Средние показатели:

- средний уровень ряда;
- средний абсолютный прирост;
- средний темп роста.

Эти показатели позволяют количественно оценить развитие экономических процессов.

Методы анализа динамических рядов

Для более глубокого анализа применяются специальные методы:

- **Сглаживание (например, метод скользящей средней)** — устраняет случайные колебания;
- **Выявление тренда** — определение основной тенденции развития;
- **Анализ сезонности** — выявление периодических колебаний;
- **Индексы** — позволяют сравнивать изменения различных показателей.

Роль динамических рядов в экономике

Динамические ряды являются важнейшим инструментом экономического анализа, так как они позволяют:

- выявлять тенденции экономического развития;
- оценивать устойчивость роста или спада;
- анализировать цикличность экономики;

сравнивать развитие различных отраслей и регионов.

Практическое применение

Динамические ряды широко используются в экономике:

- **Прогнозирование**

На основе прошлых данных строятся прогнозы будущих показателей (например, инфляции, ВВП, спроса).

- **Планирование**

Государственные органы и предприятия используют динамические ряды для разработки стратегий развития.

- **Анализ эффективности**

Позволяют оценить результаты экономической политики или деятельности предприятия.

- **Финансовый анализ**

Используются для анализа доходов, расходов, прибыли и инвестиций.

Пример применения

Рассмотрим динамический ряд валового внутреннего продукта (ВВП) по годам. Если наблюдается устойчивый рост показателя, это свидетельствует о развитии экономики. Если фиксируются резкие колебания или спад — это может указывать на экономический кризис или нестабильность.

Пример динамического ряда ВВП

Рассмотрим динамический ряд валового внутреннего продукта (ВВП) по годам (условные данные):

Год

ВВП (млрд долл.)

2018
50
2019
2020
2021
2022
2023 75
2024 82

Выборочное среднее: $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}; \quad \bar{x} = \frac{50+55+53+60+68+75+82}{7} = \frac{443}{7} \approx 63,29$

Выборочное среднее ВВП =63,29 млрд.долл.



Анализ динамического ряда:

В 2019 году ВВП увеличился на 5 млрд долл. по сравнению с 2018 годом (абсолютный прирост).

В 2020 году наблюдается снижение ВВП на 2 млрд долл., что может быть связано с кризисными явлениями.

С 2021 года начинается устойчивый рост экономики.

В 2022 году ВВП достиг максимального значения за рассматриваемый период.

Темп роста (пример):

Темп роста ВВП в 2019 году по сравнению с 2018 годом:

55/50×100%=110%

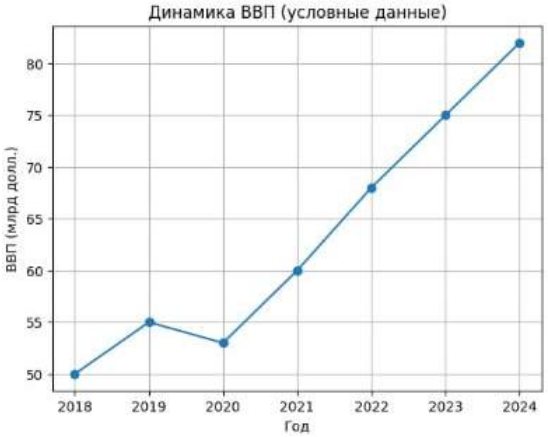
Это означает, что экономика выросла на 10%.

Проблемы и ограничения анализа

При работе с динамическими рядами могут возникать трудности:

- влияние инфляции на показатели;
- неполнота или неточность данных;
- наличие случайных колебаний;
- изменение методологии расчётов.

Это требует корректного выбора методов анализа.



На графике видно:

- небольшой рост ВВП в 2019 году
- спад в 2020 году;
- начиная с 2021 года устойчивый восходящий тренд;
- к 2024 году достигается максимального значение.

Вывод наблюдается положительная динамика развития экономики после кратсрочного снижение, что свидельствует о восставление и росте.

Заключение

Динамические ряды являются важным инструментом в экономике, позволяющим изучать развитие процессов во времени. Их анализ помогает выявлять закономерности, прогнозировать будущее и принимать обоснованные управленческие решения. В условиях современной экономики значение динамических рядов постоянно возрастает.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Гусаров В.М. **Теория статистики**. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2019.
2. Елисеева И.И. **Статистика**. — М.: Юрайт, 2020.
3. Курс социально-экономической статистики / под ред. М.Г. Назарова. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2018.
4. Ковалев В.В. **Финансовый анализ: методы и процедуры**. — М.: Финансы и статистика, 2017.
5. Плаксенков Е.А. **Экономическая статистика**. — М.: Инфра-М, 2021.
6. Салин В.Н., Чурилова Е.П. **Статистика**. — М.: КНОРУС, 2019.
7. Хмелевская Н.Г. **Общая теория статистики**. — СПб.: Питер, 2018.
8. Официальные данные Государственного комитета статистики Республики Узбекистан.

СВОЙСТВА КРИВИЗНЫ ЗАМКНУТОЙ ВЫПУКЛОЙ ПОВЕРХНОСТИ ГАЛИЛЕЕВА ПРОСТРАНСТВА

Собиров Ж.А.

Нав.ГУ

Рассмотрим трехмерное галилееву пространство R_3^1 со системой координат $Oxyz$. Плоскость Oyz и ему параллельные плоскости называются особыми плоскостями.

Пусть W — замкнутая выпуклая поверхность, не имеющая граней, параллельных особой плоскости. Многогранник W всегда имеет две вершины, которые особая плоскость будет касаться [1].

Кривизну вершин многогранника определим равной полному углу в этой вершине. Полный угол многогранника уже определен в работе [2].

Если определим угол между ребрами многогранника W как определяется угол на плоскости Галилея, то углы при крайних вершинах будут отрицательными.

Теорема. Сумма кривизна вершин замкнутого выпуклого многогранника W не имеющего граней, параллельных особой плоскости равна нулю.

Доказательство теоремы следует из аналога формулы Гаусса-Бонне, доказанной в работе [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. ARTYKBAEV, A., SOKOLOV, D. D. (1991). GEOMETRY IN THE WHOLE IN PLANE SPACE-TIME. — TASHKENT: FAN. 1991. – 180 C.
2. Alexandrov, A. D. (2005). *Convex Polyhedra*. Springer Monographs in Mathematics. Berlin: Springer-Verlag.

ПРИНЦИП СИММЕТРИИ РИМАНА-ШВАРЦА. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРОДОЛЖЕНИЕ.

Тоштемирова К. Э.
Навоийский государственный университет
Агзамов И.
Старший преподаватель Навоийского университета PROFI

Пусть в области G комплексного переменного z определена однозначная голоморфная функция $w=f(z)$ и пусть область изменения комплексного переменного w является $\triangle$.

Если часть границы области G (обозначим её через γ) представляет дугу окружности или отрезок прямой и ей соответствует часть границы области Δ (обозначим её через δ), которая представляет собой дугу окружности или отрезок прямой, то функция $w=f(z)$ может быть аналитически продолжена через границу.

γ При этом симметричным относительно границы γ точкам z и z^* будут соответствовать симметричные относительно границы δ значения w и w^*. Следовательно, функция $w=F(z)$, являющаяся аналитическим продолжением функции $w=f(z)$ через границу γ, определена в области $G+\gamma+G^*$:

$$w=F(z)=\begin{cases} f(z), & z\in G+\gamma \\ f^*(z^*), & z\in G^* \end{cases} \qquad (1)$$

Здесь G^* — область, являющаяся симметричным отображением G относительно границы γ.

Очевидно функция $F(z)$ удовлетворяет условию симметрии:

$$F^*(z^*)=F(z) \qquad (2)$$

Аналитическое продолжение и принцип симметрии можно применять также и к неголоморфным функциям [1, с.2].

Пусть функция $f(z)$ имеет в точке $z_0(z_0\in G)$ особенность вида $(z-z_0)^{\partial e}$. Если граница δ представляет отрезок прямой, то в симметричной относительно границы γ точке z_0^* следует поместить особенность вида $\left(z-z_0^*\right)^{\partial e}$, а если граница представляет дугу окружности, то в z_0^* будет особенность вида $\left(z-z_0^*\right)^{-\partial e}$.

Тэта-функции.Многие задачи в теории кавитационного обтекания проще всего решаются с применением специальных функций — тэта-функций. Поэтому имеет смысл привести краткую сводку свойств этих функций из [3, 4].

Рассмотрим в плоскости z прямоугольник с вершинами $0,\pi,\pi+\pi\tau,\pi\tau$ где τ чисто мнимое число (в общей теории рассматривают параллелограмм и -комплексное число) [5]. Определяют четыре вида тэта-функций $v_k(z),(k=1,2,3,4)$ как целые квазипериодические функции, которые имеют в указанном прямоугольнике по одному нулю первого порядка соответственно в точках $0,\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}+\frac{\pi\tau}{2},\frac{\pi\tau}{2}$ и являются квазидвоякопериодическими функциями, т.е. при добавлении к аргументу z действительного квазипериода π получают множители периодичности $-1,-1,1u1$; при добавлении мнимого квазипериода $\pi\tau$ — множители $-N,N,Nu-N$ $(N=q^{-1}e^{-2iz},\ q=e^{-\frac{\pi}{\tau}}<1)$.

Функция $v_1(z)$ нечётная, остальные функции чётные.

Все тэта-функции связаны между собой формулами:

$$v_1(z)=v_2\left(z+\frac{\pi}{2}\right)=-iMv_3\left(z+\frac{\pi+\pi\tau}{2}\right)=-iMv_1\left(z+\frac{\pi\tau}{2}\right),$$

$$v_2(z)=Mv_1\left(z+\frac{\pi\tau}{2}\right)=Mv_1\left(z+\frac{\pi+\pi\tau}{2}\right)=v_1\left(z+\frac{\pi}{2}\right), \qquad (3)$$

$$v_3(z)=v_1\left(z+\frac{\pi}{2}\right)=Mv_1\left(z+\frac{\pi+\pi\tau}{2}\right)=Mv_2\left(z+\frac{\pi\tau}{2}\right),$$

$$v_4(z)=-iMv_1\left(z+\frac{\pi\tau}{2}\right)=iMv_2\left(z+\frac{\pi+\pi\tau}{2}\right)=v_3\left(z+\frac{\pi\tau}{2}\right),$$

где $M=q^{\frac{1}{4}}e^{iz}$

Полезными для приложений являются формулы мнимого преобразования Якоби, связывающие между собой две тэта-функции, одна из которых имеет отношение периодов τ, другая $\tau'=-\frac{1}{\tau}$:

$$v_1\left(\frac{z}{\tau}\right)=-iBv_1\left(\frac{z\tau'}{\tau'}\right), v_2\left(\frac{z}{\tau}\right)=Bv_4\left(\frac{z\tau'}{\tau'}\right), v_3\left(\frac{z}{\tau}\right)=Bv_3\left(\frac{z\tau'}{\tau'}\right), v_4\left(\frac{z}{\tau}\right)=Bv_2\left(\frac{z\tau'}{\tau'}\right) \qquad (4)$$

Здесь $v\left(\frac{z}{\tau}\right)$ означает, что тэта-функция имеет отношение периодов τ, $v\left(\frac{z\tau'}{\tau'}\right)$ — отношение периодов τ'. Если отношение периодов известно, то, как это было сделано выше, можно использовать обозначение $v(z)$. Ниже всюду отношение периодов равно τ.

Тэта-функции выражаются соответствующими произведениями и рядами:

$$v_2(z)=2Gq^{\frac{1}{2}}cosz\prod_{n=1}^{\infty}\left(1+2q^{2n}cos2z+q^{2n}\right)=2\sum_{n=1}^{\infty}q^{\frac{(2n-1)^2}{4}}\cos(2n-1)z,$$

$$v_2(z)=G\prod_{n=1}^{\infty}\left(1+2q^{2n-1}cos2z+q^{4n-2}\right)=1+2\sum_{n=1}^{\infty}q^{n^2}\cos 2nz,\ G=\prod_{n=1}^{\infty}1-q^{2n} \qquad (5)$$

Пусть $f(z)$ — эллиптическая функция с периодами π и $\pi\tau^*$, имеющая внутри прямоугольника периодичности m нулей и m полюсов соответственно в точках a_k и b_k, эти точки считаются соответственно кратности нулей и полюсов и выбираются так, чтобы выполнялось условие $a_1+a_2+\ldots a_m=b_1+b_2+\ldots+b_m$, тогда её можно представить с точностью до постоянного множителя N в виде:

$$f(z)=\frac{N\prod_{k=1}^{m}v_1(z-a_k)}{\prod_{k=1}^{m}v_1(z-b_k)} \qquad (6)$$

Точно так же, если

$$\sum_{n=1}^{n_k}C_{k,n}(z-b_k)^{-n} \qquad (7)$$

есть главная часть функции $f(z)$ в её полюсе b_k, то функцию $f(z)$ с точностью до постоянного слагаемого C можно представить в виде:

$$f(z)=C+\sum_{k=1}^{m}\left\{\sum_{n=1}^{n_k}\frac{(-1)^{n-1}C_{k,n}}{(n-1)!}\frac{d^n}{dz^n}lnv_1(z-b_k)\right\}. \qquad (8)$$

Пусть $\chi(z)$— мероморфная двоякопериодическая с периодами π и $\pi\tau$ функция второго рода с множителями 1 и e^{2ci} ,т.е. $\chi(z+\pi)=\chi(z)$, $\chi(z+\pi\tau)=e^{2ci}\chi(z)$; пусть она имеет главную часть (7), тогда функция $\chi(z)$ может быть представлена в виде [4]

$$\chi(z)=\sum_{k=1}^{m}\sum_{n=1}^{n_k}C_{k,n}\ \frac{d^{n-1}}{dz^{n-1}}A(b_k-z) \qquad (9)$$

где

$$A(z)=\frac{v_1'(0)v_1(z+c)}{v_1(c)v_1(z)}$$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Гуревич М.И. Теория струй идеальной жидкости. – М.: Наука, ГРФМЛ, 1979.
2. Терентьев А.Г. К решению смешанной краевой задачи. – Докл. АН СССР, 1971, т. 196, № 1, с. 57–60.
3. Уиттекер Э.Т., Ватсон Дж.Н. Курс современного анализа, П. – М.: ГИФМЛ, 1963.
4. Эпштейн Л.А. Методы теории размерностей и подобия в задачах гидромеханики судов. – Л.: Судостроение, 1970.
5. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1973.

О СПЕКТРЕ ОПЕРАТОРА ШРЕДИНГЕРА, СООТВЕТСТВУЮЩЕГО СИСТЕМЕ ТРЁХ ЧАСТИЦ НА РЕШЁТКЕ

Халхужаев А. М -доктор физико- математических наук, профессор,
Самаркандский государственный университет.
Хайитова Х. Г-преподаватель кафедры «Математический анализ»,
Бухарский государственный университет, x.xayitova@mail.ru

Аннотация. Рассматривается трехчастичный дискретный оператор Шрёдингера $H_{\mu,\gamma}(K)$, $K\in\mathbb{T}^3$, ассоциированный с системой трех частиц (двух фермионов с массой единица и одной другой частицы с массой $m=1/\gamma$), взаимодействующих с помощью парных отталкивающих контактных потенциалов $\mu>0$ на трехмерной решетке $\mathbb{Z}^3$.

Ключевые слова. решетка, гамильтониан, оператор Шредингера, контактный потенциал, фермион, собственное значение

В данной работе изучаются спектральные свойства семейства операторов

$$H_{\mu,\gamma}(K)=H_{0,\gamma}(K)+\mu(V_1+V_2),\ \mu,\gamma>0, \qquad (1)$$

определенных в гильбертовом пространстве $L^{2,as}\left(\left(\mathbb{T}^3\right)^2\right)$ квадратично-интегрируемых и антисимметричных функций относительно перестановки переменных, где $\mathbb{T}^3$ трехмерный тор (зона Бриллюэна) с единичной мерой $\int_{\mathbb{T}^3}dp=1$. Невозмущенный оператор $H_{0,\gamma}(K)$ в (1) есть оператор умножения на функцию

$$E_{K,\gamma}(p,q)=\mathcal{E}(p)+\mathcal{E}(q)+\gamma\mathcal{E}(K-p-q),\ K=(K,K,K)\in\mathbb{T}^3,$$

где

$$\mathcal{E}(p)=3-\xi(p),\ \xi(p)=\sum_{i=1}^{3}cosp_i,\ \ p=(p_1,p_2,p_3)\in\mathbb{T}^3,$$

а возмущения V_i определены как

$$(V_1 f)(p,q)=\int_{\mathbb{T}^3} f(p,s)ds,\quad (V_2 f)(p,q)=\int_{\mathbb{T}^3} f(s,q)ds.$$

Оператор $H_{\mu,\gamma}(K)$ появляется как слойный оператор в разложении фон Неймана в прямой интеграл трехчастичного гамильтониана, связанного с квантовой системой, состоящей из двух одинаковых фермионов с массой $m=1/\gamma$, движущихся по трехмерной решетке $\mathbb{Z}^3$ и взаимодействующих через парные контактные потенциалы.

Существенный спектр $\sigma_{ess}\left(H_{\mu,\gamma}(K)\right)$ оператора $H_{\mu,\gamma}(K)$, определенного по формуле (1), задается спектром $H_{0,\gamma}(K)-\mu V_1$ и состоит из объединения двух (возможно, взаимно пересекающихся) отрезков [1]:

$$\sigma_{ess}\left(H_{\mu,\gamma}(K)\right)=\left[E_{min,\gamma}(K),E_{max,\gamma}(K)\right]\cup\left[\tau_{min,\gamma}(\mu,K),\tau_{max,\gamma}(\mu,K)\right].$$

Введем интегральный оператор $B(K),K\in\mathbb{T}^3$, ранга шесть в $L^2(\mathbb{T}^3)$ с ядром

$$B(K;p,q)=-\sum_{i=1}^{3}\frac{\left(C(p_i)C(q_i)-sinp_i sinq_i\right)cosK+\left(C(q_i)sinp_i+C(p_i)sinq_i\right)sinK}{\sqrt{\varepsilon(p)}\sqrt{\varepsilon(q)}}$$

где

$$C(p_i)=\cos p_i-\frac{W_1}{W}.$$

Интегралы Ватсона W и типа Ватсона W_1 равны:

$$W=\int_{\mathbb{T}^3}\frac{ds}{\varepsilon(s)}\approx 0,50623,\quad W_1=\int_{\mathbb{T}^3}\frac{\cos s ds}{\varepsilon(s)}\approx 0,17239.$$

Положительные собственные значения оператора $B(K)$ имеют вид

$$\lambda_s^+(K)=\frac{1}{2}\left[\left(\lambda_s^+(0)-\lambda_s^+(\pi)\right)\cos K+\sqrt{\left(\lambda_s^+(0)-\lambda_s^+(\pi)\right)^2(\cos K)^2+4\lambda_s^+(0)\lambda_s^+(\pi)}\right],$$

$$\lambda_{as}^+(K)=\frac{1}{2}\left[\left(\lambda_{as}^+(0)-\lambda_{as}^+(\pi)\right)\cos K+\sqrt{\left(\lambda_{as}^+(0)-\lambda_{as}^+(\pi)\right)^2(\cos K)^2+4\lambda_{as}^+(0)\lambda_{as}^+(\pi)}\right],$$

где

$$\lambda_s^+(0)=\frac{1}{3}\int_{\mathbb{T}^3}\frac{\left(\cos q_1+\cos q_2+\cos q_3-3\frac{W_1}{W}\right)^2 dq}{\varepsilon(q)}\approx 0,34013,$$

$$\lambda_s^+(\pi)=\frac{1}{3}\int_{\mathbb{T}^3}\frac{\left(\sin q_1+\sin q_2+\sin q_3\right)^2}{\varepsilon(q)}dq\approx 0,21016,$$

$$\lambda_{as}^+(0)=\frac{1}{2}\int_{\mathbb{T}^3}\frac{\left(\cos q_2-\cos q_3\right)^2}{\varepsilon(q)}dq\approx 0,18551.$$

Пусть

$$\gamma_s(K)=\frac{1}{\lambda_s^+(K)},\ \gamma_{as}(K)=\frac{1}{\lambda_{as}^+(K)}.$$

Отметим, что $\gamma_s(\pi)=\gamma_{as}(\pi)$, а при $K\neq\pi$ выполняется неравенство $\gamma_s(K)<\gamma_{as}(K)$.

Теорема. *Пусть* $K=(K,K,K)\in\mathbb{T}^3, K\neq\pi$ *и* $\gamma>0$.

а) Для каждого $\gamma \in \left(0, \gamma_s(K)\right)$ *существует* $\mu_0(\gamma, K) > 0$ *такое, что для любого* $\mu > \mu_0(\gamma, K)$ *оператор* $H_{\mu,\gamma}(K)$ *не имеет собственных значений, лежащих правее существенного спектра;*

б) Для каждого $\gamma \in \left(\gamma_s(K), \gamma_{as}(K)\right)$ *существует* $\mu_1(\gamma, K) > 0$ *такое, что для любого* $\mu > \mu_1(\gamma, K)$ *оператор* $H_{\mu,\gamma}(K)$ *имеет единственное собственное значение, лежащее правее существенного спектра;*

с) для каждого $\gamma \in \left(\gamma_{as}(K), +\infty\right)$ *существует* $\mu_2(\gamma, K) > 0$ *такое, что для любого* $\mu > \mu_2(\gamma, K)$ *оператор* $H_{\mu,\gamma}(K)$ *имеет ровно три собственных значения с учетом кратности, лежащих правее существенного спектра.*

Замечание. Если $K = \pi$, и $\gamma_s(\pi) = \gamma_{as}(\pi)$ то для любого $\mu > \mu_2(\gamma, \pi)$ оператор $H_{\mu,\gamma}(\pi)$ имеет единственное трехкратное собственное значение, лежащее правее существенного спектра (см [1]).

ЛИТЕРАТУРА

1. Абдуллаев Ж.И., Халхужаев А.М., Хужамиеров И.А. Условие существования собственного значения трехчастичного оператора Шрёдингера на решетке // Изв. вузов. Матем. 2023. №2. С. 3-25. https://doi.org/10.26907/0021-3446-2023-2-3-25.

РАДИОЭКОЛОГИЧЕСКОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ УРАНОДОБЫВАЮЩЕГО ПРЕДПРИЯТИЯ НА ОКРУЖАЮЩУЮ СРЕДУ

Холов Д.М., Ойдинова Г.И.
Навоийский государственный университет

Быстрое развитие науки, техники и производства приносит обществу беспрецедентные достижения, однако одновременно приводит к обострению отношений между человеком и природой, ухудшению экологической обстановки, расточительному использованию природных ресурсов, загрязнению воды, воздуха и почвы, сокращению флоры и фауны, что в итоге приводит к резкому уменьшению природных возможностей биосферы. Появление радиоактивных отходов в окружающей среде является естественным следствием увеличения добычи рудных полезных ископаемых. Отходы руд, содержащие радиоактивные изотопы, мигрируют в почве и водных слоях. Растворившиеся радиоизотопы формируют радиоактивный фон в среде. Если дозы превышают санитарные нормы Всемирной организации здравоохранения (ВОЗ), это оказывает влияние на жизнедеятельность людей, проживающих вблизи этих территорий. Поэтому изучение радиоактивного состояния природных объектов, таких как почва, растения и природные воды, является актуальной задачей. Основная масса природных радиоактивных элементов содержится в горных породах, особенно в магматических породах, из которых формируются почвы. Следовательно, все природные радионуклиды, выявленные в горных породах, также обнаруживаются в почвах. Таким образом, почва может являться источником природных радионуклидов. Кроме того, в почвах могут быть выявлены радиоактивные отходы различных предприятий, работающих с радиоактивными изотопами, а также газовые и твердые радионуклидные отходы, образующиеся на рудниках при добыче полезных ископаемых.

Большинство пищевых продуктов, потребляемых человеком, выращивается на растениях. Радионуклиды природного и искусственного происхождения, обнаруженные в почвах, накапливаются в растениях и затем переходят в пищевые продукты, а также в

организмы человека и животных. Определяя количество различных радионуклидов в почвах, можно оценить радиоактивность растений и продуктов питания, выращенных на этой почве. Если количество радионуклидов в почве, воде или продуктах питания превышает допустимые безопасные пределы, считается, что имеет место радиоактивное загрязнение, и такие продукты питания непригодны для употребления.

Поэтому анализ радионуклидного состава почв и вод, взятых вблизи уранодобывающего предприятия, является важной задачей для обеспечения радиационной безопасности населения.

Процессы добычи руд, содержащих уран и торий, приводят к образованию различных видов отходов, которые включают потенциально опасные производственные факторы:

- радиоактивные элементы (уран, радий, торий и др.), встречающиеся в аэрозольной форме в пылевой фракции воздуха;
- радиоактивные газы радон и торон и их продукты распада;
- внешнее γ- и β-излучение урановых руд;
- токсичные реагенты (кислотные и щелочные пары), используемые в технологических процессах уранодобычи, а также химические соединения, содержащиеся в рудах (оксид фосфора, свободный диоксид кремния, свинец, мышьяк и др.), многие из которых являются канцерогенами и представляют химико-радиологическую опасность, требующую контроля.

Известно, что при широко применяемых подземных и открытых методах добычи урановых руд образуются породы низкого содержания урана и тория, а также отходы, которые обычно остаются на месте добычи. Ценные руды перерабатываются, а оставшиеся отходы размещаются преимущественно в отвалах и требуют соответствующего радиоэкологического контроля. Некоторые радионуклиды в различных потоках отходов имеют период полураспада более 1000 лет, поэтому сооружения для их хранения должны быть эффективными на протяжении длительного времени. Обычно для этого отходы размещают в открытых карьерах, подземных шахтах или на поверхностных складах. Метод подземного выщелачивания (in-situ) является альтернативным способом добычи урана и тория. При этом исходное расположение слоя не изменяется, уран избирательно извлекается, а «остаточные отходы» остаются в недрах земли.

Отходы урановой промышленности являются одним из основных источников поступления радона (^{222}Rn) в окружающую среду. В активно работающих заводах по обогащению урана уровень радиоактивности составляет в среднем $7{,}4\times10^{15}$ Бк/год, а на неработающих или законсервированных заводах — $1{,}9\times10^{15}$ Бк/год. Для сравнения: на фосфатных рудниках выброс радона составляет 2×10^{15} Бк/год, на угольных — $0{,}5\times10^{15}$ Бк/год. Средняя фоновая концентрация радионуклидов в воздухе, то есть мелкодисперсной пылевой фракции (^{234}U, ^{238}U, ^{226}Ra и др.), составляет 2,6 мкБк/м³.

Основной источник поступления радона в атмосферу — почва. Средний уровень радиоактивности радона, выделяющегося из почвы, составляет $4{,}4\times10^{18}$ Бк/год, а в природных водах — $3{,}3\times10^{16}$ Бк/год.

Радиоактивные вещества мигрируют из почвы в открытые водоемы в основном через подземные воды. Накопление радионуклидов в подземных водах определяется комплексом геологических, гидрогеологических и физико-химических процессов. Существует динамическое равновесие между горными породами и контактирующими водами, которое нарушается в процессе движения подземных вод под действием радиоактивного распада, выщелачивания, вымывания, окисления, адсорбции и осаждения.

Накопление радионуклидов в донных отложениях текучих и застойных водоемов зависит, прежде всего, от их концентрации в воде. В закрытых водоемах важную роль играет сорбционная способность донных отложений и физико-химические свойства радионуклидов. В текучих водоемах распределение радионуклидов дополнительно зависит от скорости потока и наличия относительно «чистых» притоков.

Все реальные и потенциальные факторы радиоактивного загрязнения поверхностных вод можно разделить на две основные группы: радиоактивные отходы и продукты ядерных (термоядерных) взрывов. В данной проблеме ключевую роль играют жидкие радиоактивные отходы, выброс которых в водоемы обычно длителен и приводит к долговременному загрязнению воды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kholov D. M., Muzafarov A. M., Kholboev I., Hoshimov K. H. Methods of Determination of Radiation Factors and Radioecological Conditions in Navoi Industrial Region. Turkish Journal of Computer and Mathematics Education Vol.12 No.7 (2021),1112-1119.
2. Xolov D., Xolbayev I., Xudayberdiyev E. N. Navoiy shahri va unga tutash hududlarda yer osti va yer usti suvlarining radioekologik tahlili. Научный вестник НамГУ 2021 йил 11-сон, 30-36 betlar.
3. Xolov D.M., Kurbanov B.I., Muzafarov A.M., Jo'raqulov A.R. Navoiy shahri hududining radioekologik monitoringi. Научный вестник Бухгу, 2025/4(121),175-178
4. Xolov D.M., Kurbanov B.I. Navoiy shahri va unga tutash hududlardan olingan tuproq namunalarining radioekologik monitoring. Ilm sarchashmalari. UrDU, Ilmiy-nazariy, metodik jurnal, 4-son(aprel 2025), 3-6.

ЗАДАЧА АНОМАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ В ДВУМЕРНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Хужаёров Б.Х., Акрамов Ш.Б., Ахмедов А.А.

Самаркандский государственный университет им. Шарофа Рашидова

Институт Математики имени В.И.Романовского Академии наук Республики Узбекистан

b.khuzhayorov@mail.ru

sh.baxromovich@gmail.com

В работе рассматривается двумерная задача аномальной фильтрации жидкости в однородной прямоугольной пористой среде $D\left\{0 \le x \le L_x,\ 0 \le y \le L_y\right\}$.

Уравнение пьезопроводности с учетом аномальности закона Дарси записывается в выде

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \chi\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\partial^\alpha p}{\partial t^\alpha}\right)+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(\frac{\partial^\alpha p}{\partial t^\alpha}\right)\right], \tag{1}$$

где $p-$давление, $\alpha-$порядок производной, $0 \le \alpha < 1$, k_f- фрактальная проницаемость, $\mu-$динамический коэффициент вязкости, $\chi = \dfrac{k_f}{\mu\beta^*}$ – коэффициент пьезопроводности, β^* – коэффициент упругоемкости среды.

Пусть в среде первоначально было постоянное давление p_0. Начиная с $t > 0$, в точке $(0,0)$ устанавливается постоянное давление p_c $(p_c > p_0)$. Границы области $x = 0,\ y \ge 0.$ и $x \ge 0,\ y = 0$ являются непроницаемыми. На границах $x = L_x,\ y > 0$ и $x > 0,\ y = L_y$ считаем, что поддерживается первоначальное давление p_0. Исходя из формулировки задачи принимаются следующие начальное и граничные условия

$$p(0,x,y)=p_0,$$

(2)

$$p(t,0,0)=p_c,$$

(3)

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial^\alpha p}{\partial t^\alpha}\right)(t,0,y)=0, \tag{4}$$

$$p(t,L_x,y)=p_0, \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial^\alpha p}{\partial t^\alpha}\right)(t,x,0)=0, \tag{6}$$

$$p(t,x,L_y)=p_0,. \tag{7}$$

Уравнение (1) при условиях (2)–(7) решается методом конечных разностей [1,2] с аппроксимацией дробных производных как в [3-5]. Для этого в области $\left\{0\le t\le T_{max}, 0\le x\le L_x\, 0\le y\le L_y\right\}$ введем сетку $\bar{\omega}_{h_1}=\left\{x=i\cdot h_1,\ i=0,1,...N_1\right\}$, $\bar{\omega}_{h_2}=\left\{y=j\cdot h_2,\ j=0,1,...N_2\right\}$, $\bar{\omega}_\tau=\left\{t_k=k\cdot\tau,\ k=0,1,2,...M\right\}$, где h_1, h_2 – шаги сетки по направлении x и y, соответственно, τ – шаг сетки по времени. Из этих сеток построим $\bar{\omega}=\bar{\omega}_{h_1}\times\bar{\omega}_{h_2}\times\bar{\omega}_\tau$ – трехмерную сетку. Его узлы состоят из точек $\left(t_k,x_i,y_j\right)$, $k=\overline{0,M};\ i=\overline{0,N_1};\ j=\overline{0,N_2}$.

Некоторые результаты расчетов представлены на рис.1 для различных значений параметров. Используются следующие значения параметров: $k_f=10^{-13}$ м$^2\cdot$с$^\alpha$, $\mu=10^{-2}$ Па$\cdot$с, $\beta^*=10^{-8}$ Па$^{-1}$, $p_0=0$, $L_x=2$ м, $L_y=2$ м, $h=0.1$ м, $\tau=1$ с.

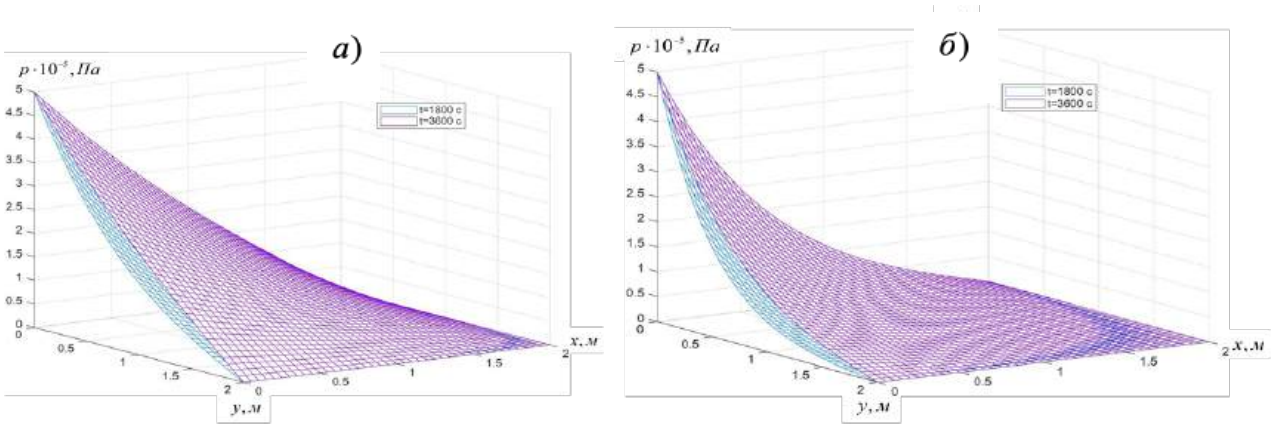


Рис.1. Профили давления жидкости при $\alpha=0.2$ (а), $0,4$ (б).

Из рисунков видно, что увеличение порядка дробной производной α в законе Дарси приводит к замедлению развития распределения давления в среде. При этом чем больше α, тем сильнее эффекты замедления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1983. - 616 с.
2. Формалев В.Ф., Ревизников Д.Л. Численные методы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 400 с. – ISBN 5-9221-0479-9.
3. Xiao-jun Yang. General Fractional Derivatives. Theory, Methods and Applications. – Taylor francis Group: LLC, 2019.

4. Khuzhayorov B., Dzhiyanov T., Akramov SH. Model of Anomalous Fluid Filtration in a One-Dimensional Homogeneous Porous Medium.wseas transactions on applied and theoretical mechanics, 2025, Vol. 20, Pp. 165-174, DOI: 10.37394/232011.2025.20.19.

5. Bakhtiyor Khuzhayorov., Shohzod Akramov., Odil Khaydarov. Problem of anomalous filtration of liquid in a onedimensional porous medium with a given boundary flow velocity//AIP Conf. Proc. 2025, 3377, 020002. https://doi.org/10.1063/5.0299540.

АНОМАЛЬНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ЖИДКОСТИ В ПЛОСКО-РАДИАЛЬНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Хужаёров Б.Х., Акрамов Ш.Б., Ҳайитова З.М.

Самаркандский государственный университет им. Шарофа Рашидова

Институт Математики имени В.И.Романовского Академии наук Республики Узбекистан b.khuzhayorov@mail.ru

sh.baxromovich@gmail.com

В данной работе изучается плоско-радиальная аномальная фильтрация однородной жидкости в однородной пористой среде. Для уравнения пьезопроводности рассматривается задача в одномерной среде синусоидальным граничным условием. Оценено влияние аномальности закона фильтрации на распределение поля давления и скорости фильтрации.

Аномальный закон фильтрации принимается в виде [1]

$$v = -\frac{k_f}{\mu}\frac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right), \tag{1}$$

где α – порядок производной, $0 \le \alpha < 1$, k_f – фрактальная проницаемость, μ – динамический коэффициент вязкости.

Уравнение пьезопроводности в однородной плоско-радиальной пористой среде записывается следующим образом:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \chi \frac{1\partial}{r\partial r}\left[r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial^\alpha p}{\partial t^\alpha}\right)\right], \tag{2}$$

где p – давление, t – время, $\chi = \dfrac{k_f}{\mu\beta^*}$ – коэффициент пьезопроводности, β^* – коэффициент упругоемкости среды.

Для (2) начальное условие имеет вид:

$$p(0,r) = p_0 = const, \tag{3}$$

Граничные условия следующие:

$$p(t,r_c) = p_c + p_1(1+\sin(\omega\cdot t)),\ \omega = const,\ p_c = const,\ p_1 = const \quad p(t,\infty) = p_0, \tag{4}$$

где r_c – радиус скважины.

Уравнение (2) при условиях (3)–(4) решается методом конечных разностей [2,3]. В области $\{0 \le t \le T_{\max},\ r_c \le r < \infty\}$ введем сетку $\bar{\omega}_h = \{r = r_c + i\cdot h,\ i = 0,1,...,\}$, $\bar{\omega}_\tau = \{t_i = j\cdot\tau,\ j = 0,1,2,...,M,\ \tau = T_{\max}/T\}$, где h – шаг сетки в направлении r, τ – шаг сетки по времени. Из этих двух сеток построим $\bar{\omega} = \bar{\omega}_h \times \bar{\omega}_\tau$ – двумерную сетку. Его узлы состоят из точек (t_j, r_i), $i = 0,1,...;$ $j = 0,1,2,...,M$.

На этой сетке уравнение (2) аппроксимируется используя методологию [4]

$$\frac{p_i^{j+1}-p_i^j}{\tau}=\chi\frac{\tau^{1-\alpha}}{\mathrm{r_i}\cdot h^2\cdot\Gamma(2-\alpha)}\Bigg(r_{i-1/2}\cdot\frac{p_{i-1}^{j+1}-p_{i-1}^j}{\tau}+r_{i-1/2}\cdot\left(Sp_1\right)_i^j-\left(r_{i-1/2}+r_{i+1/2}\right)\cdot\frac{p_i^{j+1}-p_i^j}{\tau}-$$

$$-\left(r_{i-1/2}+r_{i+1/2}\right)\cdot\left(Sp_2\right)_i^j+r_{i+1/2}\cdot\frac{p_{i+1}^{j+1}-p_{i+1}^j}{\tau}+r_{i+1/2}\cdot\left(Sp_3\right)_i^j\Bigg),\qquad(5)$$

$i=\overline{1,N-1}$; $j=\overline{0,M-1}$,

где

$$\left(Sp_1\right)_i^j=\sum_{k=0}^{j-1}\left(p_{i-1}^{k+1}-p_{i-1}^k\right)\cdot\left((j-k+1)^{1-\alpha}-(j-k)^{1-\alpha}\right)\ ,$$

$$\left(Sp_2\right)_i^j=\sum_{k=0}^{j-1}\left(p_i^{k+1}-p_i^k\right)\cdot\left((j-k+1)^{1-\alpha}-(j-k)^{1-\alpha}\right)\ ,$$

$$\left(Sp_3\right)_i^j=\sum_{k=0}^{j-1}\left(p_{i+1}^{k+1}-p_{i+1}^k\right)\cdot\left((j-k+1)^{1-\alpha}-(j-k)^{1-\alpha}\right)\ ,$$

$$\left(k_p\right)_i=\frac{\tau^{1-\alpha}\chi}{\Gamma(2-\alpha)r_ih^2}\ ,$$

$\Gamma(\cdot)$ – гамма функция, $r_{i-1/2}=\frac{r_{i-1}+r_i}{2}$, $r_{i+1/2}=\frac{r_{i+1}+r_i}{2}$, N - достаточно большое целое число, выбирается так, чтобы r_N входил в область изменения давления для заданного времени t_j .

Уравнения (5) записываем в виде

$$Ap_{i+1}^{j+1}-Bp_i^{j+1}+Cp_{i-1}^{j+1}=-F_i^j,\quad i=\overline{1,N-1},\ j=\overline{0,M-1},\qquad(6)$$

где

$$A=r_{i-1/2}\left(k_p\right)_i;\quad B=\left(k_p\right)_i\left(r_{i-1/2}+r_{i+1/2}\right)+1;\quad C=r_{i+1/2}\left(k_p\right)_i;$$

$$F_i^j=p_i^j+\left(k_p\right)\Big(\left(r_{i-1/2}+r_{i+1/2}\right)p_i^j-r_{i-1/2}p_{i-1}^j-r_{i+1/2}p_{i+1}^j+\left(r_{i-1/2}\left(Sp_1\right)_i^j-$$

$$-\left(r_{i-1/2}+r_{i+1/2}\right)\left(Sp_2\right)_i^j+r_{i+1/2}\left(Sp_3\right)_i^j\Big)\Big).$$

Система линейных алгебраических уравнений (8) решается методом прогонки.

Начальное условие аппроксимируется как

$$p_i^0=p_0,\ \ i=\overline{0,N}\ .\qquad(7)$$

Граничные условия (4) в разностной форме имеют вид

$$p_0^{j+1}=p_c+p_1\sin\left(\omega\left(j+1\right)\tau\right),\quad p_N^{j+1}=0,\quad j=0,1,...,M-1.\qquad(8)$$

Используем следующее соотношение

$$p_i^{j+1}=\alpha_{i+1}\cdot p_{i+1}^{j+1}+\beta_{i+1},\qquad(9)$$

где α_{i+1}, β_{i+1} – прогоночные коэффициенты.

При использовании (9) из (6) получаем следующие рекуррентные формулы для определения коэффициентов α_{i+1}, β_{i+1}

$$\alpha_{i+1}=\frac{C}{B-A\cdot\alpha_i}\ ,\quad \beta_{i+1}=\frac{F+A\cdot\beta_i}{B-A\cdot\alpha_i}.\qquad(10)$$

Начальные значения коэффициентов α_{i+1}, β_{i+1} определяются исходя из условий (8): $\alpha_1=0$, $\beta_1=p_c+p_1\sin\left(\omega\left(j+1\right)\tau\right).$

Сеточный аналог (1) имеет вид

$$v_i^{j+1} = -\frac{k_f}{\mu}\frac{\tau^{1-\alpha}}{h\Gamma(2-\alpha)}\cdot\left(Sp_1 + \frac{p_{i+1}^{j+1}-p_{i+1}^{j}}{\tau} - Sp_2 - \frac{p_i^{j+1}-p_i^{j}}{\tau}\right). \quad (11)$$

Используем следующие значения исходных параметров: $k_f = 10^{-13}$ м$^2 \cdot c^{\alpha}$, $\mu = 10^{-2}$ Па$\cdot$с, $\beta^* = 10^{-10}$ Па$^{-1}$, $p_0 = 200\cdot 10^5$ Па, $p_c = 150\cdot 10^5$ Па, $p_1 = 30\cdot 10^5$ Па. $h = 0.1 м$, $\tau = 1 c$.

Расчеты показывают, что при синусоидальном изменении давления на границе среды в соответствии с (4) наблюдается немонотонное распределение давления и скорости фильтрации. В частности, в профилях давления и скорости на расстоянии до определенной величины от границы среды появляются колебания, что свидетельствует о явлении инерционного удара в пористой среде. Полученные результаты показывают, что аномальный закон фильтрации приводит к существенному изменению характеристик фильтрации. С увеличением порядка дробной производной в законе фильтрации развитие полей давления и скорости фильтрации замедляется.

ЛИТЕРАТУРА

1. Caputo M. Diffusion of fluids in porous media with memory // Geothermics. – 1999. 28(1). Pp. 113-130.
2. XIAO-JUN YANG, GENERAL FRACTIONAL DERIVATIVES. THEORY, METHODS AND APPLICATIONS. TAYLOR FRANCIS GROUP, LLC. 2019.
3. Samarsky A.A, Theory of difference schemes, – M.: Nauka, 1989.
4. Lu X.Z., Liu F.W. Time fractional Diffusion-Reaction equation // Numerical Mathematics A Journal of Chinese Universities. 2005. *27*(3). Pp. 267-273.

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СЕМЕЙСТВА САМОСОПРЯЖЕННЫХ ОПЕРАТОРОВ В МОДЕЛЯХ НА РЕШЕТКЕ

Шотемиров Й. С

Навоийский государственний университет, Shotemirov.y@gmail.com

В данной работе исследуются спектральные свойства двухчастичного оператора Шредингера, действующего в гильбертовом пространстве функций на трехмерном торе. Основное внимание уделено выделению инвариантных подпространств, соответствующих определенным типам симметрии (нечетные функции), и доказательству существования единственного невырожденного собственного значения вне существенного спектра. Получены явные аналитические выражения для энергии связанного состояния и соответствующей собственной функции.

Изучение спектральных свойств гамильтонианов на решетке является фундаментальной задачей квантовой механики и физики твердого тела. В отличие от непрерывного случая, дискретные операторы Шредингера обладают более сложной зонной структурой спектра, чувствительной к изменению полного квазиимпульса системы.

Рассматривается система двух идентичных частиц (бозонов) на трехмерной решетке $\mathbb{Z}^3$. После применения преобразования Фурье и перехода в импульсное представление, гамильтониан системы разлагается в прямой интеграл семейства операторов $H(\boldsymbol{k})$, действующих в пространстве $L_2(\mathbb{T}^3)$.

Оператор Шредингера в импульсном представлении имеет вид:

$$\left(H(\boldsymbol{k})f\right) = \varepsilon_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{q})f(\boldsymbol{q}) - \frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int_{\mathbb{T}^3} v(\boldsymbol{q}-\boldsymbol{s})f(\boldsymbol{s})d\boldsymbol{s}$$

Где, $\varepsilon_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{q})$ — энергия свободного движения, а $v(\cdot)$ — потенциал заимодействия. В работе исследуется случай сферически симметричного потенциала, что позволяет классифицировать состояния по типам симметрии.

Важным этапом анализа является разделение пространства состояний на инвариантные подпространства относительно действия оператора. Для системы нечетных функций на торе выделяется подпространство

$$\mathcal{L}(1) = L_2^e(\mathbb{T}) \otimes L_2^o(\mathbb{T}) \otimes L_2^o(\mathbb{T}).$$

Работа в данных подпространствах позволяет «отсечь» определенные зоны непрерывного спектра и более точно локализовать собственные значения, возникающие за счет короткодействующего потенциала.

Центральным результатом исследования является доказательство существования изолированного собственного значения для оператора $H_1(\mathbf{k}_\beta)$, где $\beta \in (0,\pi)$ — параметр модуляции.

Теорема. Для каждого $\beta \in (0,\pi)$ оператор $H_1(\mathbf{k}_\beta)$ имеет единственное невырожденное собственное значение $z_2^{(1)}(\beta) = 6 - \sqrt{\bar{\nu}^2(2) + 4\sin^2\beta}$ с соответствующей собственной функцией

$$f_2^{(1)}(\mathbf{p}) = \frac{C\sin p_2 \sin p_3}{6 - 2\sin\beta\cos p_1 - z_2^{(1)}(\beta)} \in \mathcal{L}(1) = L_2^e(\mathbb{T}) \otimes L_2^o(\mathbb{T}) \otimes L_2^o(\mathbb{T}).$$

Нами решена задача полной спектральной характеризации оператора Шредингера в инвариантном подпространстве нечетных функций.

Полученные аналитические зависимости энергии от параметров системы позволяют предсказывать поведение квантовых систем на решетке при внешних воздействиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. М Рид., Б. Саймон. Методы современной математической физики. Т.1. Функциональный анализ. М.: Мир. (1977). 358 с.
2. М.Ш. Бирман. О числе собственных значений в задаче квантового рассеяния. Вестник ЛГУ. N 13. Вып.3.(1961).

2-SHO‘BA. JAMIYAT TARAQQIYOTIDA TABIIY FANLARNING O‘RNI: TADQIQOTLAR, NATIJALAR VA TADBIQLAR

MANTIQIY FUNKSIYALARNI KVEYN – MAK-KLASKI USULI БИЛАН MINIMALLASHTIRISH

Eshniyozov A.I
GulDU, Matematika kafedrasi dotsenti
Allayorova I .Sh
GulDU, Matematika kafedrasi magistri

Kvain teoremasi (Kveyn deb ham yuritiladi) 1952-yilda amerikalik mantiqchi va faylasuf Uillard Van Orman Kvain (Willard Van Orman Quine) tomonidan taklif etilgan.

Kvain mantiqiy funksiyalarni soddalashtirish uchun yopishtirish va yutilish amallaridan foydalanishni taklif qildi. Uning asosiy g‘oyasi — barcha mumkin bo‘lgan yopishtirish amallarini ketma-ket bajarish orqali funksiyaning qisqartirilgan shaklini hosil qilish edi.

Mantiqiy asosi: $AX \vee A\bar{X} = A$.

Kvain teoremasi. Agar mantiqiy funksiyaning mukammal diz’yunktiv normal shaklida (MDNSH) barcha to‘liqsiz yelimlash amallari, so‘ngra barcha yutilish amallari bajarilsa, natijada ushbu funksiyaning qisqartirilgan diz’yunktiv normal shakli (QDNSH) hosil bo‘ladi.

Teorema shuni isbotlaydiki, agar mantiqiy funksiyaning barcha qo‘shni termlari orasida to‘liq bo‘lmagan yopishtirish amali bajarilsa va keyin barcha yutilish amallari amalga oshirilsa, natijada hosil bo‘lgan diz'yunksiya funksiyaning barcha oddiy implikantlari to‘plamidan iborat bo‘ladi.

Qisqartirilgan shakldan minimal shaklga o‘tish uchun implikantli matritsa (Kvayn jadvali) usulidan foydalaniladi. Bu jarayon quyidagi qadamlardan iborat:

1. Implikantli matritsani tuzish. Matritsaning satrlariga Kvayn teoremasi orqali topilgan barcha oddiy implikantlar, ustunlariga esa funktsiyaning dastlabki mintermlari (MDNSh to‘plamlari) yoziladi. Agar implikant ma’lum bir mintermni yopsa, tegishli katakka «×» belgisi qo‘yiladi.

2. Yadroni (muhim implikantlarni) aniqlash. Eng muhim bosqich – faqat bitta «×» belgisi bo‘lgan ustunlarni topish. Bu degani, ushbu mintermni faqat bitta implikant yopa oladi va u albatta minimal shaklga kirishi shart. Bunday implikantlar muhim implikantlar (yadro) deb ataladi.

3. Qolgan ustunlarni yopish. Muhim implikantlar tanlab olingach, ular yopgan barcha ustunlar o‘chiriladi. Agar hali ham yopilmay qolgan ustunlar bo‘lsa, ularni yopish uchun qolgan implikantlar ichidan eng qisqalari (eng kam literlilari) tanlanadi.

4. Minimal DNShni yozish. Tanlab olingan barcha implikantlar diz’yunktsiya (qo‘shish) bilan birlashtiriladi. Natijada MDNSh (Minimal diz’yunktiv normal shakl) hosil bo‘ladi.

Misol uchun: Agar sizda bir nechta **tupikli** shakllar hosil bo‘lsa, ular ichidan belgilar soni eng kami tanlanadi.

Kichik bir amaliy misol orqali implikantli matritsa bilan ishlashni ko‘rib chiqamiz.

Aytaylik, biz Kvayn usulining birinchi bosqichini bajardik va quyidagi natijalarga ega bo‘ldik:

- Mintermlar (dastlabki to‘plamlar): 1,3,7.
- Oddiy implikantlar (yopishtirish natijalari): $A = (1,3), B = (3,7)$.

Implikantli matritsa ko‘rinishi:

Implikantlar	1	3	7
$A = (1,3)$	×	×	
$B = (3,7)$		×	×

Matritsani tahlil qilish:

1. 1-ustunga qaraymiz: Uni faqat A implikanti yopadi (yagona ×). Demak, A — muhim implikant.

2. 7-ustunga qaraymiz: Uni faqat B implikanti yopadi (yagona ×). Demak, B — muhim implikant.

3. 3-ustun esa ham A, ham B tomonidan yopilgan, lekin bizda albatta olinishi kerak bo‘lgan implikantlar (A va B) allaqachon bu ustunni yopib bo‘ldi.

Yakuniy minimal shakl: $F = A \vee B$.

Agar jadval murakkab bo‘lsa va muhim implikantlar hamma ustunni yopmasa, unda qolgan × belgilari ichidan eng kam satrni tanlash talab etiladi.

Implikantlar ajratib olingandan so‘ng, mantiqiy funktsiyaning dastlabki mukammal normal shakli mintermlariga mos keluvchi bir nechta ustunlar yopilmay qolganda yuzaga keladi. Bunday holatda eng maqbul variantni tanlash uchun Petrik (Petrik)usuli (logik ko‘paytirish orqali barcha variantlarni topish) qo‘llaniladi.

Bu usul jadvalda «yadro» (muhim implikantlar) ajratib olingandan so‘ng, hali ham yopilmay qolgan ustunlar mavjud bo‘lgan holatlarda qo‘llaniladi.

Bu usul barcha mumkin bo‘lgan yopish variantlarini bitta mantiqiy ifodaga yig‘ish imkonini beradi.

1. Mantiqiy o‘zgaruvchilarni belgilash: Har bir oddiy implikant (satr) uchun alohida lotin harfini $(P_1, P_2, \dots)$ biriktiramiz.
2. Ustunlar uchun ifoda tuzish: Har bir yopilmay qolgan ustun uchun uni yopa oladigan implikantlar yig‘indisini yozamiz.
   - *Masalan:* 3-ustunni P_1 va P_2 satrlari yopsa, biz $(P_1 \vee P_2)$ deb yozamiz.
3. Ko‘paytma ifodani hosil qilish: Barcha ustunlar ifodalarini o‘zaro ko‘paytiramiz:

$$L = (P_1 \vee P_2)(P_2 \vee P_3) \dots$$

4. Qavslarni ochish: Bunda Bul algebrasi qonunlaridan foydalaniladi (masalan, $P \cdot P = P$ va $P \vee PQ = P$).
5. Minimal variantni tanlash: Natijada hosil bo‘lgan diz’yunktiv ifodadagi eng qisqa qo‘shiluvchi — biz izlayotgan minimal qoplama bo‘ladi.

Masalan: Agar matritsada ikkita ustun qolgan bo‘lsa va:

- 1-ustunni P_1 va P_2 satrlari yopsa,
- 2-ustunni P_2 va P_3 satrlari yopsa

Ifoda: $(P_1 \vee P_2)(P_2 \vee P_3) = P_1 \vee P_2P_3$

Bu yerda ikkita variant bor:

1. Faqat P_2 implikantini olish (eng minimal variant).
2. P_1 va P_3implikantlarini birgalikda olish.

Kvayn teoremasiga asoslangan usul ikkita muhim kamchilikka ega.

Birinchidan, minimizatsiya qilishning boshlang‘ich bosqichida, ya’ni MAFning qisqartirilgan diz’yunktiv yoki kon’yunktiv shaklini olishda, funktsiyaning dastlabki ko‘rinishidagi har bir hadni, so‘ngra to‘liq bo‘lmagan yelimlash amallari funktsiyani tashkil etuvchi va soni borgan sari ortib borayotgan boshqa barcha implikantlar bilan doimiy ravishda solishtirishga to‘g‘ri keladi. Faqatgina yutilish bosqichida implikantlar soni umumiy holatda kamayadi.

Ikkinchi kamchiligi implikantli matritsa bo‘yicha tupikli shakllarni olishning murakkabligini kiritish lozim. Bu holat muhim implikantlar ajratib olingandan so‘ng, mantiqiy funktsiyaning dastlabki mukammal normal shakli mintermlariga mos keluvchi bir nechta ustunlar yopilmay qolganda yuzaga keladi.

Kvainning usuli juda mukammal bo‘lsa-da, katta hajmdagi o‘zgaruvchilar bilan ishlashda qiyinchilik tug‘dirardi. 1956-yilda Edvard Mak-Klaski (Edward McCluskey) ushbu teoremani jadval ko‘rinishiga keltirib, uni algoritmlashtirdi. Shuning uchun bugungi kunda bu usul Kvain—Mak-Klaski usuli deb ataladi.

Ushbu takliflarning mohiyati (diz'yunktiv normal shaklda ifodalangan MAFlarga nisbatan) quyidagilardan iborat:

1. MDNSh (Mukammal diz'yunktiv normal shakl) tarkibidagi har bir elementar kon'yunktsiya biror-bir tamoyil asosida, masalan, alifbo tartibida saralanadi va o'z ikkilik to'plami bilan ifodalanadi. Bunda ko'paytmaga to'g'ri shaklda kiruvchi o'zgaruvchiga bir («1»), inversiya (inkor) shaklida kiruvchi o'zgaruvchiga esa nol («0») mos qo'yiladi.
2. To'plamlar raqamlarining (indekslarining) barcha majmuasi ulardagi birlar soniga qarab guruhlarga bo'linadi (0-guruh, 1-guruh, 2-guruh va h.k.). Agar dastlabki majmuada ma'lum bir miqdordagi birlarga ega bo'lgan to'plamlar mavjud bo'lmasa (masalan, bitta birli to'plam bo'lmasa), tegishli guruh (ushbu holatda 1-guruh) baribir yaratiladi, ammo elementlar soni nolga teng bo'ladi.
3. Bir-biridan bitta bir bilan farq qiluvchi ikkita qo'shni guruh elementlari o'zaro solishtiriladi. Bunda ushbu guruhlardan olingan ikkita to'plamning yopishtirilish imkoniyati aniqlanadi, mazkur to'plamlar uchun zarur belgi qo'yiladi va yopishtirish natijasi yoziladi.
4. Jarayon yopishtirish amallarining imkoni boricha davom ettiriladi.
5. Barcha yopishtirilmagan to'plamlar, shuningdek, yopishtirishning yakuniy natijalari MAFning qisqartirilgan normal shakldagi ifodasini beradi.

MAFning belgili ko'rinishini ikkilik ko'rinishga almashtirish uni kompyuterda qayta ishlashni osonlashtiradi, MDNShdagi elementar kon'yunktsiyalarni guruhlarga bo'lish esa o'zaro yopishtirish imkoniyati mavjud bo'lgan to'plamlarni aniqlash uchun variantlarni saralashni sezilarli darajada qisqartiradi.

Buning sababi shundaki, faqat bir xil o'zgaruvchilarga bog'liq bo'lgan va ulardan faqat bittasi bilan farq qiladigan to'plamlargina o'zaro yopishishi mumkin. Shu bois, faqat bir-biridan roppa-rosa bitta bir yoki nol bilan farq qiluvchi to'plamlarni, ya'ni qo'shni guruhlar to'plamlarini ko'rib chiqish maqsadga muvofiqdir. Bundan «bo'sh» guruhlarni kiritish zarurati, shuningdek, 0-guruh elementi barcha 1-guruh elementlari bilan, faqat birlardan iborat guruh elementi esa o'zidan oldingi guruhning barcha elementlari bilan «yopishishi» mumkinligi kelib chiqadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.

1. Нефедов В.Н., Осипова В.А. Курс дискретной математики. М.,1992.
2. Бауэр Ф.Л., Гооз Г. Информатика. Вводный курс: Часть 2, М.: Мир, 1990.
3. Горбатов В.А. Основы дискретной математики. – М.: Высш. школа, 1986. – 312 с.

DEYKSTRA ALGORITMI MISOLIDA GRAFLAR NAZARIYASINING EKSTREMAL MASALALARI

Eshniyozov A.I. d.f.f.-m.n. (PhD), dotsent
eshniyozovabdumalik75@gmail.com
Gaimnazarov O.G p.f.f.d. (PhD), dotsent
g_olimjon@mail.ru
Xolmatov K.X. magistr
qahramonxolmatov672@gmail.com
Guliston davlat universiteti

Zamonaviy diskret matematika va informatikaning jadal rivojlanishi murakkab tizimlarni modellashtirishda graflar nazariyasidan keng foydalanishni taqozo etmoqda. " Graflar nazariyasining ekstremal masalalari" graflarning global parametrlari (masalan, qirralar soni) va ularning lokal strukturaviy xususiyatlari (masalan, ma'lum bir kichik grafning mavjudligi) orasidagi bog'liqlikni o'rganadi. Bu soha nafaqat sof matematika, balki kommunikatsiya tarmoqlari, ijtimoiy tarmoqlar tahlili va kodlash nazariyasidagi muammolarni hal qilishda fundamental ahamiyatga ega.

Graflar nazariyasining ekstremal masalalari – bu graflar nazariyasining bir tarmog'idir. Ekstremal graflar nazariyasi muayyan shartlarni qanoatlantiruvchi graflarning ekstremal (maksimal yoki minimal) xossalarini o'rganadi. Ekstremallik graflarning turli invariantlariga,

masalan, tartibi (uchi), o‘lchovi (qirrasi) yoki qamroviga tegishli bo‘lishi mumkin. Mujassamroq ma’noda, ushbu nazariya grafning global xossalari uning lokal quyi tuzilmalariga qanday ta’sir qilishini tadqiq etadi.

Ekstremal graflar nazariyasiga P. Turan, P. Erdős, A. Stone va M. Simonovits kabi olimlar asos solgan. Bugungi kunda bu yo‘nalishda B. Bollobas, N. Alon va boshqa zamonaviy matematiklar tomonidan gipergraflar va tasodifiy graflar uchun ekstremal masalalar faol tadqiq etilmoqda. O‘zbekiston matematika maktabida ham diskret matematika va kombinatorika yo‘nalishida samarali izlanishlar olib borilmoqda.

Deykstra algoritmi — bu grafning bir uchidan boshqa barcha uchlarigacha bo‘lgan eng qisqa yo‘lni topish usulidir.

Graf — bu qirralar (kesmalar) bilan tutashtirilgan uchlar (nuqtalar) to‘plamidan iborat strukturadir. Uni yo‘llar chizmasi yoki kompyuter tarmog‘i ko‘rinishida tasavvur qilish mumkin. Qirralar esa bog‘lovchi bo‘g‘inlar bo‘lib, ular orqali bir uchdan ikkinchisiga harakatlanish imkoniyati mavjud bo‘ladi.

Deykstra algoritmi haqida ma’lumot

Graflar real ob’ektlarni modellashtirish uchun, yo‘l qidirish algoritmlari esa ularni o‘rganish va amaliy masalalarni hal qilishda qo‘llaniladi. Deykstra algoritmi manfiy vaznli qirralari bo‘lmagan (ya’ni o‘tish paytida yo‘l uzunligi kamayib qolmaydigan) graflar uchun ishlaydi.

O‘xshash usullardan farqli o‘laroq, Deykstra algoritmi bitta berilgan uchdan qolgan barcha uchlargacha bo‘lgan maqbul (optimal) marshrutni qidiradi. Shu bilan birga, u yo‘l uzunligini – marshrut davomida bosib o‘tilgan qirralarning umumiy vaznini hisoblab boradi.

Deykstra algoritmidan kimlar foydalanadi?

- **Matematiklar va boshqa olimlar:** Graflardan mavhum birliklar sifatida foydalanuvchilar uchun marshrut qidirish masalasi ham fundamental, ham amaliy ahamiyatga ega bo‘lishi mumkin.
- **Data Scientist (ma’lumotlar bo‘yicha mutaxassis)lar:** Bu sohada matematika, jumladan, graflar nazariyasi faol qo‘llaniladi.
- **Tarmoq muhandislari:** Deykstra algoritmi bir nechta marshrutizatsiya protokollarining asosi hisoblanadi. Kompyuter tarmog‘ining o‘zi ham graf shaklida bo‘lgani uchun, tarmoq mutaxassislari buni bilishlari shart.

Deykstra algoritmi nima uchun kerak?

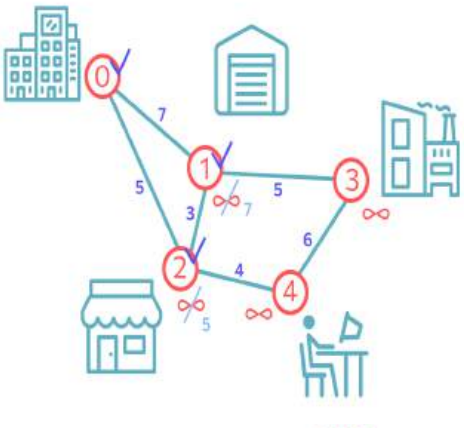
Asosiy vazifa – ko‘plab nuqtalar kesmalar bilan tutashgan sxema bo‘yicha eng qisqa yo‘lni topishdir. Bunday sxema ko‘rinishida real dunyodagi ko‘plab ob’ektlarni tasvirlash mumkin, shuning uchun algoritmni qo‘llashga doir amaliy misollar ko‘p:

- Onlayn xaritalarda avtomatik marshrut qurish;
- Band qilish tizimlarida eng tezkor yoki eng arzon chiptalarni (shu jumladan, almashib minishlar bilan) qidirish;
- Joyda harakatlanayotgan robotning harakatini modellashtirish;
- Geymdevda o‘yin personajlari (NPC) xulq-atvorini va o‘yin sun’iy intellektini ishlab chiqish;
- Transport oqimlarini avtomatik boshqarish;
- Kompyuter tarmog‘ida ma’lumotlar harakatini yo‘naltirish;
- Elektr zanjirlarida tok harakatini hisoblash.

Algoritm qanday ishlaydi?

Deykstra algoritmi bosqichma-bosqich bajariladi. Avval yo‘l hisoblanadigan boshlang‘ich nuqta tanlanadi. So‘ngra algoritm navbatma-navbat ushbu nuqtadan boshqa uchlargacha bo‘lgan eng qisqa marshrutlarni qidiradi. Borib ko‘rilgan uchlarni "tashrif buyurilgan" deb belgilaydi. Algoritm hali borilmagan uchlargacha bo‘lgan yo‘lni hisoblashda ushbu "tashrif buyurilgan" uchlardan foydalanadi.

Misol yordamida ko‘rib chiqamiz



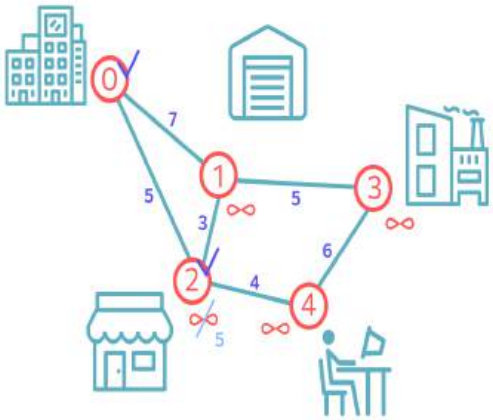
Bu biroz murakkab ko‘rinishi mumkin, shuning uchun algoritmni misol orqali tushuntiramiz. Quyidagi grafni olaylik: doira ichidagi raqamlar – uchlar, qirralar yonidagi sonlar esa – ular orasidagi yo‘llarning vazni (masofasi).

Initsializatsiya (Ishni boshlash). Faraz qilaylik, biz marshrutlarni hisoblaydigan boshlang‘ich nuqta 0–uch bo‘lsin. Ushbu uchdan o‘zigacha bo‘lgan masofa, mantiqan, 0 ga teng**.** Qolgan uchlargacha bo‘lgan masofani hozircha bilmaganimiz sababli, ularni cheksizlik simvoli (∞) bilan belgilaymiz.

0-uchdan o‘zigacha bo‘lgan masofani nolga teng deb belgilaymiz va bu uchning o‘zini "tashrif buyurilgan" deb qayd etamiz.

Algoritmdagi birinchi qadam. Biz boshlang‘ich nuqtaga nisbatan eng kichik belgiga ega bo‘lgan (ya’ni eng yaqin joylashgan) hali tashrif buyurilmagan uchni tanlaymiz. Birinchi bosqichda bu qo‘shni uchlardan biri – boshlang‘ich nuqta bilan eng "kichik" (vazni kam) qirra orqali bog‘langan uch bo‘ladi.

Biz ko‘rib chiqayotgan grafda nuqta bu 2 – nuqta**.** Biz uni tanlaymiz, ungan "o‘tamiz" va endi uning qo‘shni uchlarini ko‘zdan kechiramiz.



Algoritmning keyingi bosqichlari.

Tanlangan nuqta uchun uning barcha qo‘shni uchlarini ko‘zdan kechirish va bosib o‘tilgan masofani hisobga olgan holda ulargacha bo‘lgan yo‘l uzunligini yozib borish kerak. So‘ngra eng yaqin nuqta tanlanadi. Biroq bu yerda bir nozik jihat bor: avvalgi qadamlarda foydalanilgan nuqtalarni ham hisobga olish lozim. Agar ular orqali o‘tish "foydaliroq" (qisqaroq) yo‘lni bersa, ulardan foydalangan ma’qul.

Masalan, biz ko‘rayotgan grafda 1 – nuqta bor. Unga hozir biz turgan 2 – nuqtadan o‘tish mumkin. Ammo bu yo‘l boshlang‘ich 0 – nuqtadan to‘g‘ridan–to‘g‘ri o‘tishga qaraganda uzunroq bo‘ladi. Shuning uchun 1– nuqta uchun "eng qisqa yo‘l" – bu **0 – 1** marshrutidir. Ushbu uchni ham tashrif buyurilgan deb belgilaymiz.

Algoritm qadamlari grafda hali tashrif buyurilmagan nuqtalar qolmaguncha takrorlanaveradi. Agar biror uchga hali tashrif buyurilmagan bo‘lsa, u hisob –kitoblarda ishtirok etmaydi. Bordi – yu, u "ochilgandan" so‘ng biror nuqtaga yangi, qisqaroq yo‘l paydo bo‘lsa, u holda ushbu nuqta uchun minimal masofa qayta yoziladi**.**

Algoritmning yakuni. Tashrif buyurilmagan uchlar qolmaganda, algoritm o‘z ishini to‘xtatadi. Uning natijasi – boshlang‘ich nuqtadan har bir nuqtagacha bo‘lgan eng qisqa marshrutlar ro‘yxatidir. Har bir marshrut uchun uning uzunligi ko‘rsatiladi.

Biz "uzunlik" deb aytayotganimiz shartli tushunchadir. Masalan, chiptalar qidirilayotganda qirra vazni sifatida narx, elektr zanjirini tashkil qilishda esa – elektr energiyasi sarfi chiqishi mumkin.

Graflar nazariyasi – diskret matematikaning keng tarmog‘idir. Undan kimyodan tortib dasturlashgacha bo‘lgan ko‘plab sohalarda foydalaniladi. Ixtisoslashtirilgan universitetlarda graflar nazariyasi diskret matematika kursi doirasida o‘rgatiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.

1. *Béla Bollobás.* Extremal Graph Theory. — New York: Dover Publications, 2004.
2. *Рейнгард Дистель.* Теория графов. — Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 2002.

TIJORAT BANKLARIDA RAQOBAT STRATEGIYASINING AHAMIYATI VA XUSUSIYATLARI

Mahammadiyev Mirzohid
Navoiy davlat konchilik va texnologiyalar universiteti,1A-22 guruh talabasi
Rajabov Behzod Mirshodovich
Navoiy davlat konchilik va texnologiyalar universiteti dotsenti
i.f.f.d. (PhD)
behzodrajabov060@gmail.com

Annotatsiya

Maqolada tijorat banklari faoliyatida raqobat strategiyasining iqtisodiy mazmuni, uning bank tizimi barqarorligi va xizmatlar sifatini oshirishdagi roli, shuningdek, zamonaviy raqamli transformatsiya jarayonida shakllanayotgan yangi raqobat omillari tahlil qilinadi. Banklar o'rtasidagi raqobat nafaqat foiz stavkalari yoki filiallar soni bilan, balki xizmat tezkorligi, mijozga yo'naltirilgan boshqaruv, innovatsion mahsulotlar, risklarni boshqarish va brend ishonchliligi bilan ham belgilanayotgani asoslab beriladi. Shuningdek, maqolada O'zbekiston bank tizimi misolida samarali raqobat strategiyasini shakllantirish yo'nalishlari hamda mavjud muammolarni bartaraf etish bo'yicha takliflar ilgari suriladi.

Kalit so'zlar: tijorat banki, raqobat, raqobat strategiyasi, bank marketingi, raqamli bank, innovatsiya, mijozlarga xizmat ko'rsatish, risklarni boshqarish, moliyaviy barqarorlik.

Аннотация

В статье анализируются экономическое содержание конкурентной стратегии коммерческих банков, ее роль в обеспечении устойчивости банковской системы и повышении качества услуг, а также новые факторы конкуренции, формирующиеся в условиях цифровой трансформации. Обосновывается, что конкуренция между банками определяется не только процентными ставками и числом филиалов, но и скоростью обслуживания, клиентоориентированностью, инновационными продуктами, управлением рисками и надежностью бренда. На примере банковской системы Узбекистана предложены направления формирования эффективной конкурентной стратегии и меры по устранению существующих проблем.

Ключевые слова: коммерческий банк, конкуренция, конкурентная стратегия, банковские услуги, инновации, цифровой банк, управление рисками, финансовая устойчивость.

Abstract

The article examines the economic essence of competitive strategy in commercial banks, its role in improving banking stability and service quality, and the new competitive factors emerging under digital transformation. It argues that interbank competition is determined not only by interest rates or the number of branches, but also by service speed, customer orientation, innovative products, risk management and brand reliability. Using the example of Uzbekistan's banking sector, the article proposes practical directions for building an effective competitive strategy and overcoming existing challenges.

Keywords: commercial bank, competition, competitive strategy, banking services, digital banking, innovation, customer service, risk management.

Kirish

Bozor iqtisodiyoti sharoitida tijorat banklari moliyaviy vositachilikni amalga oshiruvchi, iqtisodiyotda pul oqimlarini qayta taqsimlovchi hamda investitsion jarayonlarni qo'llab-quvvatlovchi muhim institutlardan biri hisoblanadi. So'nggi yillarda bank xizmatlari bozorida ishtirokchilar sonining ortishi, raqamli moliya texnologiyalarining tez sur'atlarda rivojlanishi va mijozlar talabining o'zgarishi tijorat banklari oldiga yangi vazifalarni qo'ymoqda. Bunday sharoitda bank o'zining bozordagi o'rnini saqlab qolish yoki mustahkamlash uchun aniq maqsadlarga tayangan raqobat strategiyasini ishlab chiqishi lozim.

Raqobat strategiyasi bankning uzoq muddatli rivojlanish yo'lini belgilab, bozor sharoitiga moslashish, mijozlarga taklif etilayotgan mahsulot va xizmatlar sifatini oshirish, xarajatlarni maqbullashtirish hamda daromadlilikni ta'minlashga xizmat qiladi. Strategiyasiz faoliyat yuritayotgan bank qisqa muddatli natijalarga erishishi mumkin, biroq o'zgaruvchan muhitda barqaror ustunlikka ega bo'la olmaydi. Shu sababli tijorat banklarida raqobat strategiyasini ilmiy va amaliy jihatdan o'rganish dolzarb masalalardan biridir.

Ushbu maqolaning maqsadi tijorat banklarida raqobat strategiyasining mazmuni va ahamiyatini ochib berish, uning o'ziga xos xususiyatlarini tahlil qilish hamda bank amaliyotida samarali strategiyani shakllantirish bo'yicha takliflar ishlab chiqishdan iborat.

Tijorat banklarida raqobat strategiyasining nazariy asoslari

Strategiya tushunchasi iqtisodiy adabiyotlarda korxona yoki tashkilotning uzoq muddatli maqsadlariga erishish yo'nalishini ifodalovchi boshqaruv konsepsiyasi sifatida talqin qilinadi. Tijorat banki faoliyatida strategiya moliyaviy, tashkiliy, marketing va texnologik qarorlarni yagona tizimga birlashtiradi. Raqobat strategiyasi esa bozorning boshqa ishtirokchilariga nisbatan ustunlik yaratish va saqlashga qaratilgan chora-tadbirlar majmuasidir [1].

Banklar uchun raqobat strategiyasi oddiy ishlab chiqarish korxonalariga qaraganda murakkabroq mazmunga ega. Sababi bank mahsuloti asosan nomoddiy xizmat shaklida bo'lib, uning sifati ko'p jihatdan mijoz bilan muloqot, operatsiyalar tezligi, axborot tizimlarining ishonchliligi va xavfsizlik darajasi bilan belgilanadi. Bundan tashqari, banklar faoliyati kuchli me'yoriy tartibga solinadi, ya'ni har qanday strategik qarorlar prudensial normalar, kapital yetarliligi va likvidlik talablariga mos kelishi shart.

Ilmiy adabiyotlarda raqobat strategiyasining uchta asosiy modeli ko'proq uchraydi: xarajatlar bo'yicha ustunlik, differensiallashuv va muayyan segmentga ixtisoslashuv. Bank amaliyotida xarajatlar ustunligi operatsion samaradorlik, avtomatlashtirish va standartlashtirilgan xizmatlar orqali namoyon bo'ladi. Differensiallashuv esa yuqori servis, keng funksional mobil ilova, individual maslahat va kompleks moliyaviy yechimlar taklif etish bilan bog'liq. Segmentlashgan strategiya esa bankning aniq maqsadli guruhga, masalan, kichik biznes, yoshlar, eksportyorlar yoki premium mijozlarga yo'naltirilishini anglatadi.

Raqobat strategiyasining bank faoliyatidagi ahamiyati

Birinchidan, raqobat strategiyasi bankning bozor ulushini saqlash va kengaytirish imkonini beradi. Mijozlar bankni tanlashda nafaqat kredit yoki depozit stavkalariga, balki xizmat olish qulayligi, operatsiyalar tezligi, masofaviy xizmatlarning sifati va qo'shimcha imkoniyatlarga ham e'tibor qaratadi. Demak, bank o'z strategiyasi orqali mijoz uchun qaysi qiymatni yaratishini aniq belgilashi zarur.

Ikkinchidan, strategiya mijozlar sodiqligini oshiradi. Mijozga yo'naltirilgan yondashuv mavjud bo'lgan banklarda murojaatlarni tez ko'rib chiqish, qulay masofaviy xizmatlar, sodda interfeysga ega ilovalar va shaffof tarif siyosati orqali ijobiy tajriba shakllanadi. Bunday tajriba esa takroriy foydalanish ehtimolini oshiradi va bank uchun uzoq muddatli daromad manbai yaratadi.

Uchinchidan, raqobat strategiyasi innovatsion rivojlanishni tezlashtiradi. Kuchli raqobat sharoitida banklar yangi texnologiyalarni joriy etishga, biznes jarayonlarni avtomatlashtirishga va kiberxavfsizlik choralarini kuchaytirishga majbur bo'ladi. Natijada nafaqat bankning ichki samaradorligi, balki mijozlarga ko'rsatilayotgan xizmat sifati ham ortadi.

To'rtinchidan, puxta strategiya risklarni boshqarish bilan uyg'unlashgan holda bank barqarorligini ta'minlaydi. Aksariyat hollarda bozor uchun kurash jarayonida banklar faqat aktivlarni ko'paytirishga intilsa, kelajakda kredit portfeli sifati yomonlashishi yoki likvidlik muammolari yuzaga kelishi mumkin. Shu bois raqobat strategiyasi yuqori daromadlilik va moliyaviy barqarorlik o'rtasidagi muvozanatni saqlashi kerak.

Bank raqobatining o'ziga xos xususiyatlari

Tijorat banklari o'rtasidagi raqobatning birinchi muhim xususiyati ishonch omilining ustuvorligidir. Mijoz bankka naqd pulini, omonatini, to'lov operatsiyalarini yoki qarz

majburiyatlarini ishonib topshiradi. Shuning uchun bankning obro'si, shaffofligi va uzoq muddatli barqarorligi raqobat ustunligining asosi bo'lib xizmat qiladi.

Ikkinchi xususiyat shundan iboratki, bank xizmatlari ko'pincha kompleks xarakterga ega. Bir mijozning o'zi kartadan foydalanishi, kredit olishi, depozit joylashtirishi, valyuta ayirboshlashi, to'lovlarni amalga oshirishi va mobil ilovadan foydalanishi mumkin. Demak, strategiya faqat bitta mahsulotga emas, balki xizmatlar ekotizimiga tayanishi lozim.

Uchinchi xususiyat - raqamli transformatsiyaning kuchli ta'siridir. Hozirgi paytda ko'plab mijozlar bank filialiga bormasdan turib hisob ochish, pul o'tkazish, kommunal to'lovlarni amalga oshirish va onlayn kredit olishni xohlaydi. Shu sababli banklar o'rtasidagi raqobat tobora ko'proq mobil ilovaning qulayligi, tizimlarning uzluksiz ishlashi va ma'lumotlar xavfsizligi orqali namoyon bo'lmoqda.

To'rtinchi xususiyat - davlat tomonidan kuchli nazorat va tartibga solish mavjudligidir. Banklar erkin raqobat qilishi bilan birga, Markaziy bank me'yorlari, moliyaviy monitoring talablari, kapital yetarliligi hamda risklarni boshqarish standartlariga qat'iy amal qilishi lozim. Shu bois bank strategiyasi har doim tashqi me'yoriy talablar bilan uyg'un bo'lishi kerak.

O'zbekiston tijorat banklarida raqobat strategiyasini shakllantirish yo'nalishlari

O'zbekiston bank tizimida so'nggi yillarda islohotlar chuqurlashib, xususiy sektor ulushini oshirish, bank xizmatlarini raqamlashtirish va xalqaro standartlarni joriy etishga alohida e'tibor qaratilmoqda. Bunday muhitda banklar uchun raqobat strategiyasini shakllantirishning birinchi yo'nalishi - bozorni chuqur segmentatsiya qilishdir. Aholi, kichik biznes, yirik korporativ mijozlar, yoshlar, talabalar va eksportyor korxonalar ehtiyojlari o'zaro farq qilgani sababli mahsulotlar ham shu segmentlar kesimida ishlab chiqilishi zarur.

Ikkinchi yo'nalish - xizmat sifatini oshirish va bank servisining yagona standartini yaratishdir. Filialda, call-markazda va mobil ilovada bir xil sifat darajasi saqlanmasa, mijoz salbiy taassurotga ega bo'ladi. Shu sababli banklar omni-channel yondashuvini rivojlantirib, barcha aloqa kanallarini yagona platformaga birlashtirishi kerak.

Uchinchi yo'nalish - innovatsion mahsulotlar va raqamli yechimlarni kengaytirishdir. Masalan, masofadan identifikatsiya, onlayn mikroqarz, avtomatik skoring, QR-to'lov, elektron hamyon, chat-bot, shaxsiy moliyaviy rejalashtirish vositalari kabi xizmatlar mijoz uchun qulaylik yaratadi va bankning raqobatbardoshligini oshiradi. Bunday mahsulotlar ayniqsa yoshlar va faol raqamli foydalanuvchilar segmentida katta ahamiyat kasb etadi.

To'rtinchi yo'nalish - marketing, brending va kommunikatsiya siyosatini kuchaytirishdir. Bankning reklama kampaniyalari, ijtimoiy tarmoqlardagi imidji, jamoatchilik bilan aloqalari va korporativ ijtimoiy mas'uliyat loyihalari uning bozor qiyofasini shakllantiradi. Mijoz ko'pincha bankning nafaqat tariflariga, balki uning qanchalik ishonchli va zamonaviy ekaniga ham baho beradi.

Beshinchi yo'nalish - xodimlar salohiyatini rivojlantirishdir. Texnologik platformalar qanchalik kuchli bo'lmasin, mijoz bilan samarali muloqot qiladigan, moliyaviy mahsulotlarni tushuntira oladigan va muammolarni tez hal qiladigan xodim bankning haqiqiy ustunligiga aylanadi. Shu sababli kadrlar malakasi, motivatsiyasi va xizmat madaniyatiga investitsiya qilish strategiyaning ajralmas qismidir.

Taqqoslovchi tahlil va amaliy ko'rsatkichlar

Quyidagi jadvalda tijorat banklarida keng uchraydigan raqobat strategiyalarining yo'nalishlari, asosiy ustunliklari va ehtimoliy cheklovlari umumlashtirilgan. Jadval bank amaliyotida strategik tanlovni baholash uchun qulay nazariy model sifatida keltiriladi.

Muammolar va ularni bartaraf etish yo'llari

Banklarda raqobat strategiyasini amalga oshirish jarayonida bir qator to'siqlar mavjud. Birinchidan, ayrim banklarda mahsulotlarning o'xshashligi yuqori bo'lib, mijoz uchun sezilarli farq yaratish qiyinlashadi. Ikkinchidan, raqamli xizmatlar joriy etilgan bo'lsa-da, ularning funksionalligi va foydalanuvchi tajribasi ba'zan yetarli darajada mukammal bo'lmaydi. Uchinchidan, ayrim hollarda filial va onlayn xizmatlar o'rtasidagi integratsiya sustligi sababli mijoz jarayonni bir kanalda boshlab, boshqasida yakunlay olmaydi.

Shuningdek, malakali kadrlar yetishmasligi, ichki tahliliy tizimlarning sustligi hamda ma'lumotlarga asoslangan boshqaruv qarorlarining yetarli darajada yo'lga qo'yilmaganligi strategiya samaradorligini pasaytiradi. Raqobatni kuchaytirayotgan yana bir omil - fintex kompaniyalar va nobank to'lov servislarining kirib kelishidir. Ular an'anaviy banklarga nisbatan tezkor, sodda va arzonroq yechimlar taklif etishi mumkin.

Mazkur muammolarni bartaraf etish uchun banklar, avvalo, mijoz tajribasini doimiy monitoring qilishi, shikoyatlar va takliflarni tahlil qilib borishi, mahsulotlarni sinov tariqasida kichik segmentlarda joriy etib, keyinchalik ommalashtirishi lozim. Bundan tashqari, ma'lumotlar analitikasi, sun'iy intellekt va avtomatlashtirilgan risk baholash tizimlariga sarmoya kiritish strategik boshqaruvni kuchaytiradi. Kadrlar malakasini oshirish va ichki biznes jarayonlarni qayta ko'rib chiqish ham muhim ahamiyatga ega.

Xulosa

Xulosa qilib aytganda, tijorat banklarida raqobat strategiyasi bankning bozordagi mavqei, moliyaviy barqarorligi, mijozlar sodiqligi va uzoq muddatli rivojlanishini belgilovchi asosiy omillardan biridir. Raqobat ustunligi endilikda faqat foiz stavkalari yoki filiallar soni bilan emas, balki raqamli qulayliklar, xizmat sifati, innovatsion yondashuv, axborot xavfsizligi va ishonch darajasi bilan ham belgilanadi.

O'zbekiston bank tizimida amalga oshirilayotgan islohotlar banklardan yanada moslashuvchan, tahliliy va mijozga yo'naltirilgan strategiyalarni talab qilmoqda. Bozor segmentatsiyasi, xizmatlar ekotizimini rivojlantirish, raqamli transformatsiya, brend siyosati va xodimlar salohiyatini oshirish tijorat banklari uchun ustuvor yo'nalishlar bo'lib qolmoqda. Shu jihatdan qaraganda, samarali raqobat strategiyasi nafaqat alohida bank muvaffaqiyatini, balki butun bank tizimining raqobatbardoshligi va iqtisodiyot barqarorligini mustahkamlaydi.

Strategiya turi	**Asosiy mazmuni**	**Kutiladigan ustunlik**	**Ehtimoliy xavf yoki cheklov**
Xarajatlar bo'yicha ustunlik	Operatsion xarajatlarni kamaytirish, avtomatlashtirish, standart xizmatlardan foydalanish	Arzonroq tariflar, ommaviy segmentni jalb etish	Servis sifati pasayishi yoki mahsulotning haddan tashqari standartlashuvi
Differensiallashuv	Yuqori sifatli servis, qulay ilova, individual yondashuv, yangi mahsulotlar	Mijoz sodiqligi va kuchli brend	Texnologik va marketing xarajatlarining yuqoriligi
Segmentatsiyalash	Muayyan mijozlar guruhiga mos mahsulot va xizmatlar yaratish	Aniq ehtiyojni qondirish, chuqur ixtisoslashuv	Bozor qamrovining torayishi
Raqamli yetakchilik	Mobil bank, onlayn kredit, QR-to'lov, masofaviy identifikatsiya	Tezkor servis va yosh auditoriyani jalb etish	Kiberxavfsizlik talablari va IT xarajatlarining oshishi

1-jadval. Tijorat banklarida asosiy raqobat strategiyalari va ularning tavsifi

Manba: muallif tomonidan ilmiy adabiyotlar asosida tizimlashtirildi.

Ilmiy-amaliy tavsiyalar

1. Har bir tijorat banki kamida uch yillik strategik reja doirasida aniq maqsadli segmentlarni belgilashi, har bir segment uchun alohida qiymat taklifini ishlab chiqishi va bu taklifni o'lchab boriladigan ko'rsatkichlar bilan bog'lashi lozim.

2. Raqamli xizmatlarni joriy etishda faqat texnologik yangilikning o'zi bilan cheklanmasdan, foydalanuvchi tajribasi, servisning uzluksiz ishlashi va ma'lumotlar xavfsizligiga ustuvor ahamiyat berish zarur.

3. Kredit, depozit, to'lov va maslahat xizmatlari yagona CRM tizimi orqali boshqarilsa, mijozning to'liq profili shakllanadi va individual takliflar ishlab chiqish osonlashadi.

4. Bank marketingida reklama bilan birga moliyaviy savodxonlikni oshirishga qaratilgan kontent, ochiq kommunikatsiya va ishonchli brend imidjini shakllantirish ham muhimdir.

5. Xodimlar faoliyatini baholashda faqat sotuv hajmi emas, balki mijoz qoniqishi, murojaatlarni hal etish sifati va risklarga rioya qilish darajasi ham inobatga olinishi kerak.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Porter M. Competitive Strategy: Techniques for Analyzing Industries and Competitors. New York: Free Press, 2008.

2. Lavrushin O.I. Bankovskoe delo. Moskva: Knorus, 2021.

3. Abdullayeva Sh.Z. Bank ishi. Toshkent: Iqtisod-moliya, 2020.

4. Tursunov B.O. Bank menejmenti va marketingi. Toshkent: Fan va texnologiya, 2021.

5. O'zbekiston Respublikasining "Banklar va bank faoliyati to'g'risida"gi Qonuni.

6. O'zbekiston Respublikasi Markaziy bankining me'yoriy hujjatlari va uslubiy ko'rsatmalari.

7. O'zbekiston Respublikasi Prezidenti huzuridagi Statistika agentligi rasmiy sayti materiallari.

8. Ilmiy maqolalar va ochiq axborot manbalari asosida muallif tomonidan umumlashtirildi.

BANK FAOLIYATINI TRANSFORMATSIYA QILISH ORQALI FILIALLAR FAOLIYATI SAMARADORLIKNI OSHIRISH

Rajabov Behzod Mirshodovich

Navoiy davlat konchilik va texnologiyalar universiteti dotsenti, i.f.f.d(PhD)

https://orcid.org/0009-0002-4899-6436 behzodrajabov060@gmail.com

Qosimjonova Surayyo Qosimjon qizi

Navoiy innovatsiyalar universiteti magistranti

Bank filiallari odatda ishonch ramzi bo’ladi va shunda jamiyatdagi shaxslarning banklarning mavjudligiga ishonchi paydo bo’ladi. Filiallar bank xizmatlari va ularni mijozlarga oson tushuntirib foydalanishni ta’minlashga xizmat qiladi. Bankda hisobvaraq ochish yoki qandaydir to’lovlar bo’yicha muammolarni hal qilishda filial xodimlari va ularning yordam berishiga zarurat paydo bo’ladi.

O’zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020 yil 12 maydagi PF-5992-son «2020-2025 yillarga mo’ljallangan O’zbekiston Respublikasining bank tizimini isloh qilish strategiyasi to’g’risida»gi farmoniga asosan banklarning moliyaviy xizmatlar ommabopligini oshirish maqsadida: “Banklarning hududlardagi ishtiroki bazaviy bank xizmatlari to’plamini ko’rsatuvchi va ko’p sonli boshqaruv xodimlarini talab qilmaydigan ixcham «bank xizmatlari ofislari» tarmog’ini barcha hududlarda kengaytirgan holda mavjud filiallar tarmog’ini maqbullashtirish, shuningdek, «mobil banking» xizmatlarini keng joriy qilish hisobiga ta’minlash ” vazifasining belgilanishi banklarning filial tarmoqlarini yaratish orqali hududlarda bank xizmatlariga bo’lgan ehtiyojlarni qondirish mumkin. Shu bilan birga, banklarda filiallar tarmog’ining kengayishi kelajakda ular faoliyatining qanchalik darajada samarali ishlayotganini baholash kabi dolzarb masala yechimni talab etadi.

Bundan tashqari, markur farmonga asosan, “har bir xodimning faoliyati natijalarini baholash asosida mehnatga haq to’lashning zamonaviy tizimlariga o’tish (KPI, bonus)” kabi vazifalarning belgilangani, filiallarda faoliyat yuritayotgan har bir xodimning mehnati natijalarini baholash talabini qo’yadi. Bu esa, banklarning filiallari faoliyatini baholashning reyting tizimlarini yaratish va uni joriy etish zaruratini keltirib chiqaradi.

Ayniqsa, davlat ulushi mavjud tijorat banklari faoliyatini transformatsiya qilish va ularning moliyaviy xizmatlari ommabopligini oshirish muhim masalalardan hisoblanadi. Tijorat banklari samarali infratuzilmalarini yaratishi, kamxarj xizmat ko’rsatish markazlari tarmog’ini rivojlantirish asosida yuqori samaradorlikni ta’minlash, xizmatlar ko’rsatishni rivojlantirish, aholi va kichik biznes uchun masofaviy xizmatlar keng joriy qilinishi muhim.

Axborot texnologiyalari rivojlanishi sharoitida bank-moliya tizimi, xususan, bank tizimida raqamli iqtisodiyot talablari asosida takomillashtirishga zarurat tug’ilmoqda. Raqamli transformatsiya munosabati bilan bank tizimining biznes modellari va rivojlanish kontseptsiyalari takomillashtirilmoqda. Bugungi kunda banklar faoliyati va yo’nalishi ancha kengayib, turli biznes sohalariga kirib bormoqda yoki boshqa yo’nalishdagi bizneslar bilan bog’lanib bormoqda. Bundan tashqari, bank mijozlarining ehtiyojlari axborot texnologiyalarining rivojlanishi bilan yangicha talablarni belgilab bermoqda. Bu esa, banklar faoliyatini transformatsiya qilish va zamon talablariga mos xizmatlar ko’rsatish talabi qo’ymoqda. Yangi “raqamli” bank modeliga o’tish jarayonida asosiy yo’nalishlar tahlili va mahalliy bank muassasalarining imkoniyatlarini baholashda quyidagilarga e’tibor qaratish lozim:

- masofaviy xizmatlarni rivjolantirish;
- sun’iy intellekt texnologiyalariga sarmoya kiritish va kiberxavflarni kamaytirish;
- banklar faoliyatida zamonaviy axborot texnologiyalarini joriy etish;
- bank xizmatlarini raqamlashtirish.

Banklar faoliyatida "raqamlashtirish" ko’proq raqamli texnologiyalarning banklarga ta’siri bilan bog’liq bo’lsa, ikkinchisi xizmatlarni ko’rsatishda raqamli yechimga o’tishni ifodalaydi. Bank xizmatlarini raqamlashtirish yangi axborot-kommunikatsiya texnologiyalari yordamida yangi xizmatlarni joriy etish yoki uni ko’rsatilishi bo’yicha biznes jarayonlarni o’zgartirish, yangilash tushuniladi. Banklarda raqamli transformatsiya murakkab jarayon bo’lib, qiymat yaratishdagi o’zgarishlar, tarkibiy o’zgarishlarni o’z ichiga oladi.

Banklar faoliyatida texnologiyalarning jadal rivojlanishi, shuningdek, jahon bozoridagi turli xil o’zgarishlar kooperativ moslashuvning yangi jarayonining kuchayishiga olib keldi. Raqamli transformatsiya va yangi texnologiyalarning joriy etilishi an’anaviy xizmatlar ko’rsatadigan banklar faoliyatini transformatsiya qilishni talab qilmoqda.

O’zbekiston Respublikasi bank tizimida amalga oshirilayotgan transformatsiya natijalari bo’yicha quyidagilarni alohida ko’rsatib o’tish maqsadga muvofiq:

1. O’zbekiston Respublikasi bank tizimida mavjud filiallar tarmog’i qayta ko’rib chiqildi va respublikamizning barcha hududlarida ixcham bank xizmatlarini ko’rsatish markazlari ochilib, ular faoliyatini kengaytirish orqali aholi va tadbirkorlik sub’ektlariga qulay va sifatli bank xizmatlarini ko’rsatish borasida bir qator ishlar amalga oshirildi. Bunda banklarning bir filiali negizida bir nechta bank xizmatlarini ko’rsatuvchi markazlar tashkil etildi;

2. Banklarning ushbu ixcham bank xizmatlari markazlari orqali mijozlarga barcha turdagi zamonaviy korporativ va chakana bank xizmatlari ko’rsatish yo’lga qo’yildi;

3. Ilgari xodimlar aniq bir xizmat yoki operatsiyani amalga oshirgan bo’lsa, bugungi kunda ular barcha bank xizmatlarini ko’rsata oladigan universal xodimlarga aylandi;

4. Banklarda amalda mavjud bo’lgan tarkibiy tuzilmalari funktsiyalari qayta ko’rib chiqilib, xizmatlar ko’rsatish samaradorligini oshirish maqsadida “Front-ofis”, “Bek-ofis” va “Midl-ofis” kabi yangi funktsional bo’linmalar tashkil etildi.

5. Banklar faoliyatini samarali boshqarish uchun markazlashuv amalga oshirildi va quyidagilarga erishildi:

- xodimlar bilan mehnat munosabatlari (ishga jalb qilish, rotatsiya qilish, mehnat shartnomasini bekor qilish va boshqalar) va ish haqi hisoblash markazlashgan tarzda amalga oshirish joriy etildi;
- ma’muriy xo’jalik faoliyati markazlashtirilish natijasida barcha shartnomalar yagona bazasi yaratildi va Bosh ofis orqali amalga oshirilmoqda.

Banklar faoliyatida transformatsiya bo’lmas ekan, ular faoliyatida ortda qolish, bank xizmatlari bozorida o’rnini yo’qotishi yoki bankni tugatilishi bilan yakunlanishi mumkin. Chunki bank biznesida raqamli texnologiyalardan foydalangan holda innovatsion biznes modellarni yaratish yoki mavjud biznes modellariga o’zgartirish va takomillashtirish orqali samaradorlikka erishiladi. Bu esa, o’z navbatida tijorat banklarining filiallari faoliyatining xizmat ko’rsatish samaradorligini hamda ular faoliyati moliyaviy natijalari samaradorligini oshirishga xizmat qiladi.

FINTECH EKOTIZIMI VA BANK MOBIL ILOVALARINING O'ZARO BOG'LIQLIGI: O'ZBEKISTON TAJRIBASI

Rajabov Shohzod Mirshod o'g'li
Bank-Moliya Akademiyasi, Toshkent, O'zbekiston
Ilmiy rahbar: i.f.d., prof. S.E. Elmirzayev

Annotatsiya. Ushbu maqolada O'zbekiston Respublikasida fintech ekotizimi va tijorat banklari mobil ilovalari o'rtasidagi o'zaro bog'liqlik tadqiq etiladi. Tadqiqot aralash metodologiya — miqdoriy va sifatiy — asosida amalga oshirilgan bo'lib, 438 respondent ishtirokidagi so'rovnoma, 16 ta ekspert intervyu va bank ilovalarining benchmark tahlilini o'z ichiga oladi. Natijalar strategik hamkorlik modelining iqtisodiy samaradorligi raqobat modeliga nisbatan yuqori ekanligini tasdiqlaydi. Foydalanuvchilar xulq-atvorini belgilovchi asosiy omillar: yuklanish tezligi, xavfsizlikka ishonch va funksionallik kengligi. Tijorat banklar, fintech kompaniyalari va Markaziy bank uchun amaliy tavsiyalar ishlab chiqilgan.

Kalit so'zlar: *fintech, mobil banking, raqamli transformatsiya, bank-fintech integratsiyasi, masofaviy bank xizmatlari, O'zbekiston.*

I. KIRISH

Moliyaviy texnologiyalar — fintech — sohasidagi innovatsiyalar an'anaviy bank tizimiga jiddiy raqobat muhitini vujudga keltirmoqda. O'zbekiston Respublikasida 2019–2024 yillar davomida mobil to'lovlar hajmi yillik o'rtacha 60–70 foizga o'sgan bo'lib, 2024 yil birinchi yarim yilligida jami naqd pulsiz to'lovlarning 73 foizdan ortig'i mobil kanallar orqali amalga oshirilgan. Payme, Click, Uzum Bank kabi mahalliy fintech platformalarining paydo bo'lishi an'anaviy tijorat banklarini o'z mobil xizmatlarini tezkor ravishda takomillashtirishga majbur etmoqda.

"Raqamli O'zbekiston — 2030" strategiyasi doirasida moliyaviy inklyuzivlikni kengaytirish va raqamli to'lov infratuzilmasini mustahkamlash bo'yicha muhim qarorlar qabul qilinmoqda. Biroq O'zbekiston kontekstida fintech ekotizimi va tijorat banklari mobil ilovalari o'rtasidagi o'zaro bog'liqlik yetarli darajada tadqiq etilmagan. Integratsiya modellarining samaradorligi, foydalanuvchilar xulq-atvorini belgilovchi omillar va bank-fintech hamkorligining iqtisodiy natijalariga doir mahalliy empirik tadqiqotlar son jihatdan nihoyatda kam.

Maqolaning maqsadi O'zbekistonda fintech ekotizimi va tijorat banklari mobil ilovalari o'rtasidagi o'zaro bog'liqlikning mohiyatini ochib berish, mavjud integratsiya modellarini tasniflash hamda bank-fintech hamkorligini yanada samarali tashkil etishga qaratilgan ilmiy asoslangan tavsiyalar ishlab chiqishdan iborat.

II. ADABIYOTLAR SHARHI VA NAZARIY ASOS

Xalqaro adabiyotlarda fintech tushunchasi turlicha talqin qilinadi. Arner, Barberis va Buckley (2016) fikricha, fintech — texnologik innovatsiyalar orqali moliyaviy xizmatlarni takomillashtirish va yangi xizmatlar yaratishga qaratilgan faoliyat sohasidir. PwC (2020) tadqiqotiga ko'ra, dunyo bo'yicha yirik banklarning 82 foizi fintech kompaniyalari bilan hamkorlikni strategik ustuvorlik sifatida belgilagan.

Fintech-bank munosabatlarini tizimlashtirish uchun Gozman, Liebenau va Mangan (2018) tomonidan ishlab chiqilgan uch qutbli tasnif — raqobat, hamkorlik va integratsiya — keng qo'llaniladi. Raqobat modelida fintech kompaniyalari an'anaviy banklarning ayrim xizmat segmentlarini to'g'ridan-to'g'ri o'z zimmasiga olishga intiladi. Hamkorlik modelida esa banklar moliyaviy litsenziya va keng mijozlar bazasi bilan, fintech kompaniyalari texnologik innovatsiya va chaqqonlik bilan hissa qo'shadi.

Ushbu tadqiqotda nazariy asos sifatida uchta yondashuv birlashtirilgan: Davis (1989) tomonidan ishlab chiqilgan Texnologiyani Qabul Qilish Modeli (TAM), Rochet va Tirole (2003) tomonidan asoslangan Platforma Iqtisodiyoti nazariyasi va North (1990) tomonidan rivojlangan Institutsional nazariya. Ushbu integrativ kontseptual model Markaziy Osiyo sharoitida fintech-bank munosabatlarini o'rganish uchun ilk bor qo'llanilmoqda.

III. TADQIQOT METODOLOGIYASI

Tadqiqotda pragmatik paradigma asosida aralash yondashuv — mixed methods — qo'llanilgan. Izchil tushuntiruvchi dizayn doirasida birinchi bosqichda miqdoriy, ikkinchi bosqichda sifatiy ma'lumotlar to'plangan.

Miqdoriy bosqichda O'zbekiston tijorat banklari mijozlari o'rtasida standartlashtirilgan so'rovnoma o'tkazildi. TAM modeli konstruktlari asosida ishlab chiqilgan so'rovnoma beshballi Likert shkalasida o'lchanadi. Cochran (1977) formulasi asosida hisoblangan minimal tanlanma hajmi 384 kishini tashkil etgan bo'lib, amalda 438 ta to'liq to'ldirilgan anketa to'plandi. Maqsadli qatlamli tanlanma qo'llanildi: geografik, demografik va bank turlari bo'yicha. Tahlil SPSS 26 dasturida amalga oshirildi.

Sifatiy bosqichda tijorat banklari rahbarlari, fintech kompaniyalari vakillari va mustaqil ekspertlar bilan 16 ta yarim tuzilmali intervyu o'tkazildi. Intervyu natijalari NVivo dasturida tematik tahlil orqali qayta ishlandi. Ikkilamchi ma'lumotlar manbai sifatida Markaziy bank statistikasi (2019–2024), banklar yillik hisobotlari va xalqaro tashkilotlar — Jahon banki, XVF, ADB — tahliliy hujjatlari ishlatildi.

IV. TAHLIL VA NATIJALAR

4.1. O'zbekiston fintech ekotizimining holati

O'zbekistonda fintech faoliyatini tartibga soluvchi huquqiy baza so'nggi besh yil ichida sezilarli darajada shakllantirildi. "Elektron to'lovlar va elektron pul haqida" qonuniga 2022 yilda kiritilgan o'zgartirishlar fintech kompaniyalariga bank litsenziyasiga ega bo'lmasdan cheklangan moliyaviy xizmatlarni ko'rsatish imkonini berdi. Markaziy bank tomonidan 2021 yilda joriy etilgan Regulatory Sandbox mexanizmi doirasida 2023 yil yakuniga ko'ra 12 ta fintech loyihasi sinovdan o'tkazilgan, shulardan 8 tasi to'liq litsenziya olishga muvaffaq bo'lgan.

Faol mobil banking foydalanuvchilari soni 2019 yildagi 3,2 milliondan 2024 yil birinchi yarim yilligida 19,4 millionga yetdi — bu besh yil ichida 506 foizlik o'sishni anglatadi. 2024 yil birinchi yarim yilligida mobil kanallar orqali amalga oshirilgan to'lovlar umumiy naqd pulsiz to'lovlarning 73 foizini tashkil etdi.

4.2. Tijorat banklari mobil ilovalarining benchmark tahlili

Oltita mezon bo'yicha to'rtta tijorat bankining mobil ilovasi baholandi (1–5 shkala):

Mezon	Xalq banki	Kapitalbank	TBC Bank O'z.	Hamkorbank
Asosiy funksionallik	4,5	4,7	4,8	4,0
Keng. moliyaviy xizmatlar	3,5	4,2	4,6	3,8

Foydalanuvchi interfeysi	3,2	4,5	4,8	3,6
Xavfsizlik	4,2	4,4	4,6	4,0
Integratsiya	3,0	4,0	4,3	3,4
Mijozlarga xizmat	3,3	4,2	4,5	3,5
O'rtacha ball	**3,6**	**4,2**	**4,6**	**3,7**

1-jadval. Tijorat banklari mobil ilovalarining benchmark baholash natijalari (2024)

Tahlil quyidagi xulosalarni berdi: xususiy va xorijiy kapital ishtirokidagi banklar raqamli innovatsiyalar bo'yicha davlat banklaridan sezilarli ilgarilab ketgan; barcha banklar uchun eng zaif yo'nalish integratsiya va ochiq bank mexanizmlari hisoblanadi; foydalanuvchi interfeysi sifati raqobatbardoshlikning tobora muhim omili bo'lib bormoqda.

4.3. Integratsiya modellari va ularning mosligi

To'rtta integratsiya modeli olti mezon — regulyativ muhitga muvofiqlik, texnologik salohiyat talabi, kapital hajmi, amalga oshirish muddati, miqyoslanadigan potensial va ijtimoiy-iqtisodiy ta'sir — bo'yicha baholandi. Natijalar shuni ko'rsatdiki:

API integratsiyasi va ochiq bank — mosligi yuqori. Amalga oshirish muddati qisqa, talab etiladigan kapital past. Markaziy bank tomonidan standartlashtirilishi orqali keng tarqalishi mumkin.

White-label hamkorlik — mosligi o'rta-yuqori. Mahalliy fintech kompaniyalarining texnik salohiyati oshishi bilan rivojlanadi.

Strategik investitsiya va akseleratorlar — mosligi o'rta. Venture kapital bozorining rivojlanishiga bog'liq.

To'liq integratsiya — hozirgi bosqichda mosligi past. Mahalliy fintech bozori etuk bosqichga kirgach, kelajakda mumkin.

4.4. Foydalanuvchilar tajribasi va so'rovnoma natijalari

So'rovnoma natijalari yoshga ko'ra foydalanish intensivligida sezilarli farqlarni ko'rsatdi: 18–30 yosh guruhida respondentlarning 94 foizi mobil banking ilovasidan haftasiga kamida bir marta foydalanadi; 46–60 yosh guruhida bu ko'rsatkich 52 foizni tashkil etadi.

Net Promoter Score (NPS) tahlilida TBC Bank O'zbekiston ilovasi +58 ball bilan eng yuqori ko'rsatkichga, Kapitalbank ilovasi +47 ball bilan ikkinchi o'ringa ega. Xalq banki ilovasi +21 ball, Hamkorbank ilovasi +18 ball oldi. Umumiy o'rtacha NPS +36 ga teng.

Regressiya tahlili natijalari (R^2=0,673; F=87,42; p<0,001) foydalanuvchilar qoniqishini belgilovchi omillarni aniqladi:

Mustaqil o'zgaruvchi	Beta	t-statistika	p-qiymati	Ahamiyat
Yuklanish tezligi	0,41	10,79	<0,001	***
Xavfsizlikka ishonch	0,38	9,27	<0,001	***
Funksionallik kengligi	0,29	6,59	<0,001	***
Mijozlarga xizmat sifati	0,24	5,11	<0,001	***

Vizual dizayn	0,18	3,67	0,002	**
Fintech muqobillari ta'siri	0,52	14,86	<0,001	***

*2-jadval. Regressiya tahlili natijalari (*** p<0,001; ** p<0,01)*

Tadqiqotning uchta gipotezasi statistik jihatdan tasdiqlandi: foydalanish qulayligi (β=0,44; p<0,001), xavfsizlikka ishonch (β=0,39; p<0,001) va fintech muqobillarining mavjudligi (r=0,52; p=0,002) mobil bank xizmatlarini qabul qilishga musbat ta'sir ko'rsatadi.

4.5. Hamkorlikning iqtisodiy samaradorligi

Uch darajali tahlil — mikro, mezo va makro — natijalari bank-fintech hamkorligining barcha darajalarda ijobiy iqtisodiy samaralar berishini tasdiqladi. Mikro darajada: Kapitalbank misolida 2021–2023 yillar davomida mobil banking kanalining ulushi 34 foizdan 61 foizga oshgani holda bir tranzaksiyaga to'g'ri keladigan o'rtacha xarajat 28 foizga kamaydi. Bundan tashqari, mobil ilovadan faol foydalanadigan bank mijozlari foydalanmaydigan mijozlarga nisbatan 3,7 barobar kamroq bankni tark etadi.

Makro darajada: 2019–2024 yillarda rasmiy moliyaviy xizmatlardan foydalanuvchilar ulushi 52 foizdan 72 foizga oshdi. McKinsey Global Institute metodologiyasi asosida taxmin qilinishicha, ushbu davrda bank-fintech integratsiyasi YaIMga 1,0–1,5 foizlik qo'shimcha hissa qo'shgan. Naqd pul ulushi umumiy to'lovlarda 2019 yildagi 72 foizdan 2024 yilga kelib 43 foizga tushdi.

V. XULOSA VA TAVSIYALAR

Tadqiqot natijalari quyidagi asosiy xulosalarni berdi:

1. O'zbekistonda fintech ekotizimi jadal rivojlanish bosqichida bo'lib, API integratsiyasi asosida qurilgan hamkorlik modeli hozirgi bosqichda eng maqbul yo'nalish hisoblanadi.

2. Foydalanuvchilar qoniqishini belgilovchi eng muhim omillar: yuklanish tezligi, xavfsizlikka ishonch va funksionallik kengligi.

3. Bank-fintech hamkorligi barcha darajalarda — mikro, mezo, makro — ijobiy iqtisodiy samaralar bermoqda.

Tadqiqot natijalari asosida quyidagi tavsiyalar ishlab chiqilgan:

Tijorat banklar uchun: ilovaning yuklanish tezligi va xavfsizlik tizimini birinchi navbatda takomillashtirish; tanlangan fintech kompaniyalari bilan rasmiy API hamkorlik shartnomalarini tuzish; 46 yoshdan yuqori foydalanuvchilar uchun soddalashtirilgan interfeys rejimi joriy etish.

Fintech kompaniyalari uchun: banklar bilan raqobat emas, hamkorlik strategiyasini qabul qilish; Markaziy bank bilan ochiq muloqot o'rnatish va Regulatory Sandbox mexanizmidan faol foydalanish; mahalliy bozor ehtiyojlariga moslashtirilgan kredit skoring modellarini ishlab chiqish.

Markaziy bank uchun: O'zbekiston uchun milliy ochiq bank standarti ishlab chiqish va joriy etish; Regulatory Sandbox mexanizmidagi sinov muddati va foydalanuvchilar soni chegarasini kengaytirish; fintech kompaniyalari uchun differensial litsenziyalash tizimini joriy etish.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Arner D.W., Barberis J., Buckley R.P. (2016). The evolution of fintech: A new post-crisis paradigm? // Georgetown Journal of International Law. — Vol. 47. — P. 1271–1319.

2. Davis F.D. (1989). Perceived usefulness, perceived ease of use, and user acceptance of information technology // MIS Quarterly. — Vol. 13(3). — P. 319–340.

3. Gozman D., Liebenau J., Mangan J. (2018). The innovation mechanisms of fintech start-ups // Journal of Management Information Systems. — Vol. 35(1). — P. 145–179.

4. North D.C. (1990). Institutions, Institutional Change and Economic Performance. — Cambridge: Cambridge University Press. — 152 p.

5. PwC (2020). Redrawing the lines: FinTech's growing influence on Financial Services. — London: PwC Global. — 48 p.

6. Rochet J.C., Tirole J. (2003). Platform competition in two-sided markets // Journal of the European Economic Association. — Vol. 1(4). — P. 990–1029.

7. O'zbekiston Respublikasi Markaziy banki (2023). To'lov tizimlari va to'lov xizmatlari ko'rsatkichlari: 2023 yil yakunlari bo'yicha statistik to'plam. — Toshkent: O'zMB. — 64 b.

8. World Bank Group (2022). The Global Findex Database 2022: Measuring Financial Inclusion and the Fintech Revolution. — Washington: World Bank. — 152 p.

9. Ergashev B.X., Xoliqov D.N. (2023). O'zbekistonda raqamli banking xizmatlarini rivojlantirish: muammolar va yechimlar // Iqtisodiyot va innovatsion texnologiyalar. — №2. — B. 45–58.

10. Hasanov A.M., Tursunov B.A. (2022). Fintech ekotizimi va bank sektorining integratsiyasi // Moliya va bank ishi. — №4(1). — B. 12–27.

TOVUQ GO‘NGIDAN AJRATILGAN SHIGELLA BAKTERIYASIGA NISBATAN MAHALLIY PROBIOTIK SUT ACHITUVCHI BAKTERIYALARNING ANTAGONISTIK FAOLLIGI

Temirova M.B. - *Andijon davlat universiteti PhD doktoranti*
Tashbayev Sh.A - *Andijon davlat universiteti Biologiya kafedrasi Ph.D dotsenti*

Annotatsiya. Ushbu tadqiqotda tovuq go‘ngidan ajratib olingan patogen Shigella bakteriyasiga nisbatan mahalliy sut achituvchi bakteriyalar (LAB) shtammlarining antagonistik faolligi o‘rganildi. Tadqiqot davomida Shigella bakteriyasi klassik mikrobiologik usullar asosida ajratib olinib, toza kultura holiga keltirildi. Sakkizta LAB shtammlarining antimikrob xususiyatlari agardagi dog‘ (spot) usuli yordamida baholandi. Olingan natijalarga ko‘ra, barcha shtammlar turli darajada inhibisiya zonalari hosil qilgan bo‘lib, eng yuqori ko‘rsatkich Pediococcus acidilactici MT-4 (40.33 ± 0.47 mm) va Lactobacillus rhamnosus AU-1 (37.00 ± 2.83 mm) da kuzatildi. Tadqiqot natijalari mahalliy LAB shtammlarining probiotik sifatida qo‘llash imkoniyatlarini asoslab beradi.

Kalit so‘zlar: Probiotiklar; sut achituvchi bakteriyalar; Shigella; antagonistik faollik; bakteriotsinlar; oziq-ovqat xavfsizligi

Аннотация. В данном исследовании изучена антагонистическая активность местных штаммов молочнокислых бактерий (LAB) в отношении патогенных бактерий Shigella, выделенных из куриного помёта. В ходе исследования бактерии Shigella были выделены классическими микробиологическими методами и приведены к чистой культуре. Антимикробные свойства восьми штаммов LAB оценивались с использованием метода точечного посева (spot method) на агаре. Полученные результаты показали, что все штаммы проявляют различную степень ингибирующей активности. Наибольшая зона подавления роста наблюдалась у Pediococcus acidilactici MT-4 (40.33 ± 0.47 мм) и Lactobacillus rhamnosus AU-1 (37.00 ± 2.83 мм). Результаты исследования свидетельствуют о перспективности использования местных штаммов LAB в качестве пробиотиков.

Ключевые слова: Пробиотики; молочнокислые бактерии; Shigella; антагонистическая активность; бактериоцины; пищевая безопасность

Abstract. This study investigated the antagonistic activity of locally isolated lactic acid bacteria (LAB) strains against pathogenic Shigella bacteria isolated from poultry manure. During the study, Shigella was isolated using classical microbiological methods and purified to obtain a pure culture. The antimicrobial properties of eight LAB strains were evaluated using the agar spot method. The results demonstrated that all strains exhibited varying degrees of inhibition zones. The highest inhibitory activity was observed in Pediococcus acidilactici MT-4 (40.33 ± 0.47 mm) and Lactobacillus rhamnosus AU-1 (37.00 ± 2.83mm).These findings indicate that local LAB strains have strong potential for use as probiotics.

Keywords: Probiotics; lactic acid bacteria; Shigella; antagonistic activity; bacteriocins; food safety

Kirish. Ichak infeksiyalari global sog‘liqni saqlash tizimida dolzarb muammolardan biri bo‘lib, ularning asosiy qo‘zg‘atuvchilaridan biri Shigella jinsiga mansub bakteriyalardir. Ushbu mikroorganizmlar dizenteriya kasalligini keltirib chiqarib, ayniqsa sanitariya sharoitlari past bo‘lgan hududlarda keng tarqalgan [1]. So‘nggi yillarda antibiotiklardan noto‘g‘ri va haddan tashqari foydalanish natijasida patogen bakteriyalarning antibiotiklarga chidamliligi keskin ortib bormoqda. Bu esa an’anaviy davolash usullarining samaradorligini pasaytirib, yangi biologik yondashuvlarni izlashni taqozo etmoqda. Probiotik mikroorganizmlar, xususan sut achituvchi bakteriyalar (LAB), inson organizmiga foydali ta’sir ko‘rsatib, patogen mikroorganizmlar o‘sishini bostirish xususiyatiga ega [2]. LAB bakteriyalari o‘zining antimikrob ta’sirini bir necha mexanizmlar orqali amalga oshiradi: organik kislotalar (sut kislotasi, sirka kislotasi) hosil qilish vodorod peroksid ishlab chiqarish bakteriotsinlar ajratish patogenlar bilan raqobatlashish. Bu mexanizmlar natijasida ichak muhitida patogen bakteriyalar uchun noqulay sharoit yuzaga keladi [3]. Mazkur tadqiqotning asosiy maqsadi tovuq go‘ngidan ajratib olingan Shigella bakteriyasiga nisbatan mahalliy LAB shtammlarining antagonistik faolligini aniqlash va ularning probiotik sifatida istiqbolini baholashdan iborat.

MATERIALLAR VA METODLAR

Tadqiqot ob’ekti sifatida tovuq go‘ngi namunalaridan ajratib olingan patogen Shigella bakteriyasi hamda mahalliy manbalardan olingan 8 ta LAB shtammi (Pediococcus va Lactobacillus turlari) ishlatildi. Shigella bakteriyasini ajratib olish. Tovuq go‘ngidan 1 g namuna olinib, steril 0,9% NaCl eritmasida eritildi. Namunalar ketma-ket (10^{-1}–10^{-8}) suyultirildi. Har bir suyultirmadan 1 ml SSA ozuqa muhitiga ekilib, 37°C da 24–48 soat inkubatsiya qilindi. Hosil bo‘lgan koloniyalar morfologik belgilariga ko‘ra (rangsiz, tiniq, silliq, yumaloq) tanlab olinib, toza kultura holiga keltirildi [4]. Bakterial suspenziya tayyorlash. Ajratilgan koloniyalar fiziologik eritmada suspenziya holiga keltirildi va 10^{-1}–10^{-4} gacha suyultirildi. Har bir suyultirmadan ozuqa muhitiga ekilib, toza koloniyalar olindi. LAB shtammlarini o‘stirish. LAB shtammlari MRS-sho‘rva muhitida 37 ± 1°C da 24 soat davomida o‘stirildi. Keyinchalik ular MRS-agar yuzasiga tomizilib, anaerob sharoitda 48 soat inkubatsiya qilindi. Antagonistik faollikni aniqlash. Antagonistik faollik agardagi dog‘ (spot) usuli yordamida aniqlandi [5]. LAB koloniyalari ustiga xloroform bug‘i bilan ishlov berilgach, ustiga SSA ozuqa muhit quyildi. So‘ngra Shigella bakteriyasi suspenziyasi sepildi. 24 soatdan keyin hosil bo‘lgan inhibisiya zonalari chizg‘ich yordamida o‘lchandi. Tajribalar uch marotaba takrorlandi. Tadqiqot natijalari barcha LAB shtammlari Shigella bakteriyasiga nisbatan antagonistik ta’sir ko‘rsatganligini ko‘rsatdi.Eng yuqori inhibisiya zonalari Pediococcus acidilactici MT-4 – 40.33 ± 0.47 mm, Lactobacillus rhamnosus AU-1 – 37.00 ± 2.83 mm O‘rtacha faollik ko‘rsatgan shtammlar P. acidilactici MT-2 – 36.33 mm L. plantarum AU-2 – 35.33 mm Eng past faollik: P. acidilactici MT-3 – 26.33 mm 48 soatlik natijalar 24 soatlik natijalar bilan deyarli bir xil bo‘lib, antagonistik faollikning barqarorligini ko‘rsatdi. Olingan natijalar LAB shtammlarining kuchli antimikrob xususiyatga ega ekanligini tasdiqlaydi. Ayniqsa Pediococcus acidilactici MT-4 shtammi eng yuqori inhibisiya zonasi hosil qilib, yuqori biologik faollikka ega ekanligini ko‘rsatdi. LAB bakteriyalari patogen mikroorganizmlarga qarshi quyidagi mexanizmlar orqali ta’sir ko‘rsatadi: pH ni pasaytirish orqali patogenlarning o‘sishini cheklash bakteriotsinlar yordamida hujayra devorini buzish oziqa moddalari uchun raqobat Bu natijalar boshqa ilmiy tadqiqotlar bilan ham mos keladi [6]. Bundan tashqari, antagonistik faollikning vaqt davomida saqlanib qolishi LAB shtammlarining barqaror metabolik faolligini ko‘rsatadi.

Xulosa

Mahalliy LAB shtammlari Shigella ga qarshi yuqori antagonistik faollikka ega Eng samarali shtammlar: P. acidilactici MT-4 va L. rhamnosus AU-1 Ushbu shtammlar probiotik preparatlar yaratishda istiqbolli Probiotiklar antibiotiklarga muqobil ekologik xavfsiz vosita bo‘lishi mumkin

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. World Health Organization. (2005). *Guidelines for the control of shigellosis, including epidemics due to Shigella dysenteriae type 1*. WHO Press.

2. Food and Agriculture Organization., World Health Organization. (2002). *Guidelines for the evaluation of probiotics in food*. FAO/WHO Working Group Report.
3. Roy Fuller. (1989). Probiotics in man and animals. *Journal of Applied Bacteriology*, 66(5), 365–378.
4. Bergey's Manual of Systematic Bacteriology. (2009). *Bergey's manual of systematic bacteriology* (2nd ed.). Springer.
5. John R. Tagg., Dajani, A. S., Wannamaker, L. W. (1976). Bacteriocins of gram-positive bacteria. *Bacteriological Reviews*, 40(3), 722–756.
6. A. C. Ouwehand., Salminen, S., Isolauri, E. (2002). Probiotics: An overview of beneficial effects. *International Dairy Journal*, 12(6), 439–452.

PROBIOTIK XUSUSIYATGA EGA MAHALLIY SUT ACHITUVCHI BAKTERIYALARNI AJRATIB OLISH HAMDA ULARNING ZAMBURUG‘LARGA QARSHI FAOLLIGINI ANIQLASH

Temirova M.B
Tashbayev Sh.A
Andijon davlat universiteti PhD doktoranti
Andijon davlat universiteti Biologiya kafedrasi Ph.D dotsenti

Annotatsiya. Ushbu tadqiqotda O‘zbekiston sharoitida fermentatsiyalangan oziq-ovqat mahsulotlaridan ajratib olingan sut achituvchi bakteriyalarning morfologik, fiziologik va biologik xususiyatlari hamda ularning patogen va fitopatogen mikroorganizmlarga qarshi antimikrob va antifungal faolligi kompleks tarzda o‘rganildi. Tadqiqot davomida qatiq, suzma va tuzlangan sabzavot mahsulotlaridan jami 20 ta bakteriya izolyatlari ajratib olinib, ular orasidan sut kislotasi hosil qilish qobiliyati, kislotaga chidamliligi va antagonistik xususiyatlariga ko‘ra eng faol 4 ta shtamm (*Lactobacillus plantarum, Lactobacillus brevis, Lactobacillus fermentum va Pediococcus pentosaceus*) tanlab olindi. Ajratilgan shtammlar laboratoriya sharoitida morfologik (Gram usuli, hujayra shakli), fiziologik (harorat va pH diapazoni) hamda kultural xususiyatlari bo‘yicha tavsiflandi. Antimikrob faollik fitopatogen zamburug‘lar (*Alternaria alternata, Fusarium spp., Aspergillus flavus, Verticillium dahliae*) ga qarshi aniqlangan. Natijalar shuni ko‘rsatdiki, barcha tanlangan shtammlar ma’lum darajada antagonistik xususiyatga ega bo‘lib, *Lactobacillus plantarum* shtammi eng yuqori antifungal faollikni namoyon etdi.

Kalit so‘zlar: Sut achituvchi bakteriyalar, fermentatsiyalangan oziq-ovqat mahsulotlari, *Lactobacillus plantarum, Lactobacillus brevis, Lactobacillus fermentum, Pediococcus pentosaceus*, antimikrob va antifungal faollik, antagonistik xususiyatlar, fitopatogen zamburug‘lar, morfologik va fiziologik xususiyatlar, probiotik potensial.

Аннотация. В данном исследовании в условиях Узбекистана комплексно изучены морфологические, физиологические и биологические свойства молочнокислых бактерий, выделенных из ферментированных пищевых продуктов, а также их антимикробная и противогрибковая активность против патогенных и фитопатогенных микроорганизмов. В ходе исследования из продуктов, таких как катык, сузьма и солёные овощи, было выделено 20 бактериальных изолятов. Среди них по способности к образованию молочной кислоты, устойчивости к кислоте и антагонистическим свойствам отобраны 4 наиболее активных штамма (*Lactobacillus plantarum, Lactobacillus brevis, Lactobacillus fermentum и Pediococcus pentosaceus*). Выделенные штаммы были охарактеризованы в лабораторных условиях по морфологическим (окраска по Граму, форма клетки), физиологическим (температурный и pH-диапазон) и культуральным признакам. Антимикробная активность определялась в отношении фитопатогенных грибов (Alternaria alternata, Fusarium spp., Aspergillus flavus, Verticillium dahliae). Полученные результаты показали, что все отобранные штаммы обладают антагонистической активностью в различной степени, при этом штамм Lactobacillus plantarum продемонстрировал наибольшую противогрибковую активность.

Ключевые слова: молочнокислые бактерии, ферментированные пищевые продукты, *Lactobacillus plantarum, Lactobacillus brevis, Lactobacillus fermentum, Pediococcus* pentosaceus, антимикробная и противогрибковая активность, антагонистические свойства, фитопатогенные грибы, морфологические и физиологические характеристики, пробиотический потенциал.

Abstract. In this study, the morphological, physiological, and biological characteristics of lactic acid bacteria isolated from fermented food products in Uzbekistan, as well as their antimicrobial and antifungal activities against pathogenic and phytopathogenic microorganisms, were comprehensively investigated. During the study, a total of 20 bacterial isolates were obtained from products such as yogurt (katyk), suzma, and pickled vegetables. Based on their lactic acid production ability, acid tolerance, and antagonistic properties, four of the most active strains were selected (*Lactobacillus plantarum, Lactobacillus brevis, Lactobacillus fermentum,* and *Pediococcus pentosaceus).* The selected strains were characterized under laboratory conditions based on morphological (Gram staining, cell shape), physiological (temperature and pH range), and cultural properties. Antimicrobial activity was determined against phytopathogenic fungi (*Alternaria alternata, Fusarium spp., Aspergillus flavus, and Verticillium dahliae*). The results showed that all selected strains exhibited antagonistic activity to varying degrees, with Lactobacillus plantarum demonstrating the highest antifungal activity.

Keywords: lactic acid bacteria, fermented food products, Lactobacillus plantarum, Lactobacillus brevis, Lactobacillus fermentum, Pediococcus pentosaceus, antimicrobial and antifungal activity, antagonistic properties, phytopathogenic fungi, morphological and physiological characteristics, probiotic potential.

Kirish. Hozirgi davrda antibiotiklar va fungitsidlarga chidamli mikroorganizmlarning tez sur’atlarda ko‘payib borishi global sog‘liqni saqlash tizimi uchun jiddiy muammolardan biriga aylanmoqda (Lynch ,Pedersen, 2016). Antimikrob rezistentlikning oshishi nafaqat klinik davolash samaradorligini pasaytiradi, balki oziq-ovqat xavfsizligi va qishloq xo‘jaligi barqarorligiga ham salbiy ta’sir ko‘rsatadi. Shu sababli ekologik xavfsiz, barqaror va biologik asoslangan alternativ vositalarni izlash dolzarb masalalardan biri hisoblanadi. Probiotik mikroorganizmlar, ayniqsa sut achituvchi bakteriyalar, bunday muqobil vositalar sifatida keng o‘rganilmoqda. Sut achituvchi bakteriyalari patogen mikroorganizmlarga qarshi bir nechta mexanizmlar orqali ta’sir ko‘rsatadi. Ular tomonidan ishlab chiqariladigan organik kislotalar (sut kislotasi, sirka kislotasi) muhit pH darajasini pasaytirib, patogenlarning rivojlanishini cheklaydi. Bundan tashqari, bakteriotsinlar — ribosomal sintez qilinadigan antimikrob peptidlar — hujayra devorini buzish orqali bakteriyalarning o‘sishini to‘xtatadi (Koh va boshq., 2016). Shuningdek, Ular tomonidan ishlab chiqariladigan vodorod peroksidi va boshqa bioaktiv metabolitlar patogen mikroorganizmlarga nisbatan oksidlovchi stress hosil qilib, ularning hayot faoliyatini izdan chiqaradi. Ushbu bakteriyalar ichak mikrobiotasini modulyatsiya qilish, immun tizimini faollashtirish va epitelial barer funksiyasini mustahkamlash orqali ham foydali ta’sir ko‘rsatadi (Hemarajata, Versalovic, 2013). So‘nggi yillarda olib borilgan tadqiqotlar probiotiklarning nafaqat tibbiyotda, balki qishloq xo‘jaligida ham keng qo‘llanilishini ko‘rsatmoqda. Xususan, sut achituvchi bakteriyalari fitopatogen zamburug‘larga qarshi biologik nazorat vositasi sifatida qo‘llanilishi mumkin (Sanders va boshq., 2019). Bu esa sintetik fungitsidlarga nisbatan ekologik xavfsiz alternativ hisoblanadi. Mahalliy sharoitda ajratib olingan shtammlar alohida ilmiy ahamiyatga ega, chunki ular o‘zining ekologik moslashuvchanligi, stressga chidamliligi va yuqori metabolik faolligi bilan ajralib turadi. Turli geografik hududlardan ajratilgan shtammlar o‘rtasida funksional farqlar mavjud bo‘lib, bu ularning probiotik xususiyatlarini individual tarzda o‘rganishni talab etadi (Zhang va boshq., 2020). Shu nuqtai nazardan, ushbu tadqiqotning asosiy maqsadi O‘zbekiston sharoitida fermentlangan mahsulotlardan sut achituvchi bakteriyalarni ajratib olish, ularni identifikatsiya qilish va ularning patogen hamda fitopatogen mikroorganizmlarga qarshi antimikrob va antifungal faolligini baholashdan iborat.

Ushbu tadqiqotda mahalliy qatiq, suzma va tuzlangan karamdan 20 ta bakteriya izolyatlari ajratib olindi. Eng faol 4 ta shtamm tanlab olindi. Ajratilgan shtammlar: Gram-musbat

tayoqchasimon harakatsiz katalaza manfiy spor hosil qilmaydi. O‘sish sharoitlari: harorat: 30–37°C pH: 3.5–7.0 anaerob fakultativ anaerob Antimikrob faollik agarli blok va spot usullari yordamida aniqlandi. Sinov mikroorganizmlarda antifungal faollik Fitopatogenlar: *Alternaria alternata Verticillium dahlia Aspergillus flavus Fusarium spp*. Faollik inhibisiya zonasi (mm) bilan baholandi (McFarland, 2015). Ajratilgan shtammlar *Lactobacillus plantarum Lactobacillus brevis Lactobacillus fermentum Pediococcus pentosaceus* bakteriyalarinin antifungal faolligi o‘rganildi (1-jadval)

Sut achituvchi bakteriyalarning antifungal faolligi 1 jadval.

Shtamm	*Alternaria*	*Verticillium*	*Aspergillus*	*Fusarium*
L. plantarum	35 ±1.6	33 ±1.6	29 ±0.3	25 ±0.3
P. pentosaceus	25 ±1.6	25 ±0	18 ±0.3	22 ±0.4
L. fermentum	27 ±0.3	15 ±0.3	19 ±1.5	18 ±0.6
L. brevis	22 ±1.6	15 ±0	19 ±0.3	21 ±0.4

Izoh: 20 mm — kuchli faollik 15–20 mm — o‘rtacha faollik

Ajratilgan oligan bakteriya shtammlarining barchasi yuqori antagonistik xususiyatga ega ekanligini tasdiqladi. Bu ularning metabolitlari bilan bog‘liq bo‘lib sut kislotasi bakteriotsinlar antifungal moddalar *L. plantarum* ning yuqori antifungal faolligi uni biokontrol agent sifatida qo‘llash imkonini beradi (Segers , Lebeer, 2014). Shtammlar o‘rtasidagi farqlar probiotiklarning ta’siri shtamm-spetsifik ekanligini ko‘rsatadi (Sanders va boshq., 2019). Mahalliy shtammlar orasida Lactobacillus plantarum yuqori biologik faollikka ega bo‘lib kuchli antibakterial ta’sir va yuqori antifungal faollik probiotik potensialga ega ekanligi aniqlandi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Hill, C., Guarner, F., Reid, G., Gibson, G. R., Merenstein, D. J., Pot, B., Morelli, L., Canani, R. B., Flint, H. J., Salminen, S., Calder, P. C., Sanders, M. E. (2014). The International Scientific Association for Probiotics and Prebiotics consensus statement on the scope and appropriate use of probiotics. Nature Reviews Gastroenterology, Hepatology, 11(8), 506–514. https://doi.org/10.1038/nrgastro.2014.66

2. Lynch, S. V., Pedersen, O. (2016). The human intestinal microbiome in health and disease. New England Journal of Medicine, 375(24), 2369–2379. https://doi.org/10.1056/NEJMra1600266

3. Hempel, S., Newberry, S. J., Maher, A. R., Wang, Z., Miles, J. N., Shanman, R., Johnsen, B., Shekelle, P. G. (2012). Probiotics for the prevention and treatment of antibiotic-associated diarrhea: A systematic review and meta-analysis. JAMA, 307(18), 1959–1969. https://doi.org/10.1001/jama.2012.3507

4. Koh, A., De Vadder, F., Kovatcheva-Datchary, P., Bäckhed, F. (2016). From dietary fiber to host physiology: Short-chain fatty acids as key bacterial metabolites. Cell, 165(6), 1332–1345. https://doi.org/10.1016/j.cell.2016.05.041

5. Segers, M. E., Lebeer, S. (2014). Towards a better understanding of Lactobacillus rhamnosus GG—host interactions. Microbial Cell Factories, 13(S1), S7. https://doi.org/10.1186/1475-2859-13-S1-S7

6. Zhang, C., Derrien, M., Levenez, F., Brazeilles, R., Ballal, S. A., Kim, J., Degivry, M. C., Quéré, G., Garault, P., Doré, J., Zhao, L. (2020). Ecological robustness of the gut microbiota in response to ingestion of transient food-borne microbes. Nature Microbiology, 5(1), 1–12. https://doi.org/10.1038/s41564-019-0622-9

7. Sanders, M. E., Merenstein, D. J., Reid, G., Gibson, G. R., Rastall, R. A. (2019). Probiotics and rebiotics in intestinal health and disease: From biology to the clinic. Nature

Reviews Gastroenterology , Hepatology, 16(10), 605–616. https://doi.org/10.1038/s41575-019-0173-3

8. Hemarajata, P., Versalovic, J. (2013). Effects of probiotics on gut microbiota: Mechanisms of intestinal immunomodulation and neuromodulation. Clinical Microbiology Reviews, 26(4), 687–702. https://doi.org/10.1128/CMR.00018-13

9. McFarland, L. V. (2015). From yaks to yogurt: The history, development, and current use of probiotics. Clinical Infectious Diseases, 60(S2), S85–S90. https://doi.org/10.1093/cid/civ054

10. O'Toole, P. W., Cooney, J. C. (2008). Probiotic bacteria influence the composition and function of the intestinal microbiota. Current Opinion in Biotechnology, 19(2), 121–126. https://doi.org/10.1016/j.copbio.2008.02.015

ШИКАСТЛАНГАН ЖИГАРДА ЭНЕРГИЯ АЛМАШИНУВИ ЖАРАЁНЛАРИ

Икрамова М.М. - *проф.*
Жалолов Б.В. - *ўқитувчи*
Мадаминжонова М. О. - *талаба*
Андижон давлат университети

Аннотация: Тирик организмларда митохондрий энергия манбаи ҳисобланади. Митохондрия икки қаватли мембрана билан ўралган. Ташқи мембрана силлиқ юзини ташкил қилса, ички мембрана эса ичкарига параллел йўналган жўякчалар ҳосил қилади.

Калит сўзлар: Организм, митохондрий, энергия, жўякчалар, ҳужайра, рибосома, молекула, матрикс, энзим, полипептид.

Аннотация: Митохондрии являются источником энергии для живых организмов. Митохондрии окружены двойной мембраной. Внешняя мембрана образует гладкую поверхность, а внутренняя мембрана - бороздки, идущие параллельно внутренней стороне.

Ключевые слова: Организм, митохондрии, энергия, бороздки, клетка, рибосома, молекула, матрикс, фермент, полипептид.

Abstract: Although changes in the amount of protein in the blood are not completely associated with liver inflammation, changes in the amount of proteins in liver inflammation are also of particular importance.

Keywords: protein, globulin, synthesis, prothrombin, fibrinogen, proconvertin liver, parenchymatosis.

Митохондриянинг бажарадиган вазифаси ҳосил бўлган энергияни биологик фойдали шаклли энергияга айлантириш бўлган митохондрияларни ҳужайраларнинг "электростанциялари" деб ҳам атайдилар.

Матрикс таркибида Кребс (ёки учкарбонкислоталар) цикли энзимлари жойлашган бўлади. Электронларни ташилиш тизимини ҳосил қилувчи энзимлар ички мембранада жойлашган. Электронларни ташувчи энзимларнинг ҳар бир гуруҳи нафас олиш ансамбли деб аталади ва субҳужайравий даражада элементар функционал бирликни ташкил қилади. Масалан, жигар ҳужайраси митохондрияси 1500 га яқин нафас олиш ансамблига эга. Улар тахминан ҳамма митохондриал мембраналарнинг чорак оғирлигини ташкил қилади.

Матрикс ўзида юзлаб энзимларнинг юқори концентрацияли аралашмаларини сақлайди. Шу жумладан пируват ва ёғ кислоталарини оксидланиши ва лимон кислотаси цикли учун керак бўлган энзимларни ҳам ўзида тутиб туради. Ундан ташқари, у ерда митохондриянинг ДНКси, специфик рибосомалар, т-РНК (ташувчи РНК) ва митохондрия геноми экспрессиясида қатнашувчи ҳар хил энзимлар жойлашган.

Кўплаб бурмача жўякчалар ҳосил қилиб ўзининг умумий юзасини кўпайтирган ички мембранада асосан 3 хил типдаги оқсиллар: 1) нафас олиш занжирида оксидланиш реакцияларини катализлайдиган оқсиллар, 2) матриксда АТФ ни синтезлайдиган АТФ-

синтетаза энзим комплекси, 3) матриксга ва ундан метаболитларни ташилишини бошқарадиган махсус ташувчи оқсиллар сақланади.

Ташқи мембрана ўзида массаси 10000 дальтонгача бўлган ҳамма молекулаларни ўтказа оладиган кенг канал ҳосил қиладиган оқсилларни сақлайди. Ундан ташқари, бу мембрананинг таркибига липидларни реакцияга киришига қобилияти бўлган интермедиатга айлантирадиган энзимлар киради, улар матриксда кечадиган метаболик жараёнларда иштирок қилишади.

Мембраналараро бўшлиқда бир қанча энзимлар жойлашган бўлиб, улар матриксдан чиқаётган АТФ ни ва бошқа нуклеотидларни фосфорилланиши учун фойдаланилади.

Жигар митохондриясидаги матриксда умумий оқсилларнинг 67%, ташқи мембранада 21%, ички мембранада 6%, мембраналараро бўшлиқда 6% жойлашган. Ана шу 4 та бўлаклар ўзининг бажарадиган фаолиятига мос келадиган маълум энзимлар гуруҳини сақлайди.

Ундан ташқари, митохондриянинг ўзида, у қайси ҳужайрада жойлашган бўлса, худди ўша ҳужайра учун керакли бўлган ва унга хизмат қиладиган махсус энзимларни сақлайди.

Ташқи мембрана ноорганик ионларни ва нисбатан йирик молекулали моддаларни, шу жумладан аминокислоталарни, АТФ, сахароза, нафаснинг оралиқ махсулотларини ўтказаверади. Бундай юқори ўтказувчанликни асосий сабаби кенг “пора”ли туннели оқсилларнинг борлиги ҳисобланади.

Митохондриянинг ички мембранасининг ўтказувчанлиги жуда паст, бу мембрана орқали фақат кичик молекулали моддаларгина (молекуляр массаси 100 дан кам) ўтиши мумкин.

Шу сабабдан ҳам бу мембранада нафаснинг оралиқ маҳсулотлари каби моддаларни (пируват, лимон кислота цикли метаболитлари), аминокислоталарни, АТФ, АДФ, фосфат, Ca^{2+} ларни ўтказадиган ташувчи тизимлар жойлашган.

Улар АТФ ишлаб чиқарилиши учун хизмат қилишади ва энг камида 8 та полипептид занжирдан ташкил топган. Улардан 5 таси бошчаларни ташкил қилиб, айнан ана шулар гидрофил F_1 комплексни ташкил қилади ва шу комплекс АТФ ни ишлаб чиқаради. Бошқа занжирлар гидрофил ва енгил ажраладиган боғловчи омил (оёқчанинг бир қисми) ва мембранага тизилган гидрофил F_o комплексини ташкил қилади. Охиргиси энергия қабул қиладиган F_1 комплекси билан электрон ташилишини ҳамкорликда ишланишини, яъни бу жараёнда энергия ажралиб чиқишини амалга оширади.

Митохондриянинг ташқи мембранаси ва матриксининг ҳамма оқсиллари, ҳамда ички мембрананинг катта қисми митохондриядан ташқарида синтезланади. Митохондрияда синтезланадиган полипептид занжирлар нисбатан гидрофоб ва мембранага маҳкам боғланган (структура оқсиллари). Митохондрияни ички мембранасида нафас олиш занжири ва фосфорланиш энзимлари жойлашган ва у ерда АТФ синтезланади.

Гелиотринли гепатитда жигар митохондриясида фосфорланишли оксидланиш тезлиги (V_3) пасаяди, V_4 ҳолатдаги оксидланиш эса аксинча тезлашади, бунинг натижасида фосфорланишли оксидланиш кўрсатгичлари Чанс бўйича нафас олиш коэффициенти ва АДФ/О кўрсатгичлари пасаяди

Гелиотринли гепатитда жигар митохондриясининг нафас олиш занжирида жойлашган сукцинатоксидаза, НАД.Н оксидаза ва цитохром с оксидаза, сукцинатдегидрогеназа ва НАД.Н дегидрогеназаларнинг фаолликлари пасаяди.

АДАБИЁТЛАР

1. Акшина Н.Г. Биоэнергетические нарушения в митохондриях печени при интоксикации и возможные способы коррекции. Автореф. дис… канд. биол. наук.- Т: ТошДУ, 2001.- 23с.

2. 9. Алматов К.Т. Механизмы развития повреждений мембран митохондрий и роль липолитической системы: Автореф. дис….докт. биол.наук. –Т: ТошДУ, 1990. -32 с.

3. Дерябина Ю.И., Исакова Е.П., Звягильская Р.А. Ca^{2+} транспортирующие системы митохондрий: свойства, регуляция, таксономические особенности. // Ж.Биохимия.- Москва, 2004. - Т. 69.- №1. - С.114-127.

4. Долимова С.Н., Мухаммаджанова Г.М., Умарова Г.Б. Влияние полифенолов на функциональное состояние митохондрий при гепатите. // Современные проблемы биохимии и эндокринологии: Материалы науч. практ. конф. -Ташкент, 2006. - 14-15 б.

ОРГАНИЗМДА ОҚСИЛ АЛМАШИНУВИ ЖАРАЁНЛАРИ

Икрамова М.М. - *профессор*
Жалолов Б.В. - *ўқитувчи*
Қосимова М. Қ. - *талаба*
Андижон давлат университети

Аннотация: Қондаги оқсил миқдорининг ўзгариши жигар яллиғланишлари билан тўлиқ ҳолда бўлмаса ҳам жигар яллиғланишида протеинлар миқдорининг ўзгариши ҳам алоҳида аҳамият касб этади.

Калит сўзлар: оқсил, глобулин, синтез, протромбин, фибриноген, проконвертин жигар, паренхиматоз.

Аннотация: Хотя изменения количества белка в крови не полностью связаны с воспалением печени, изменения количества белка при воспалении печени также имеют особое значение.

Ключевые слова: белок, глобулин, синтез, протромбин, фибриноген, проконвертин, печень, паренхиматоз.

Abstract: Although changes in the amount of protein in the blood are not completely associated with liver inflammation, changes in the amount of proteins in liver inflammation are also of particular importance.

Keywords: protein, globulin, synthesis, prothrombin, fibrinogen, proconvertin liver, parenchymatosis.

Гепатоцитларда барча альбуминлар, 90% гача α-глобулинлар, 50-60% β - глобулинлар синтез бўлса, протромбин, фибриноген ва проконвертин каби оқсиллар жигарнинг паренхиматоз тўқималарида синтез бўлади. Жигарнинг ретикулоэндотелиаль тўқималари ва орқа мия плазматик, ретикуляр тўқималарида γ-глобулинларнинг ҳосил бўлади. Бир кеча кундузда, одам организмида 80-100г оқсил ҳосил бўлса, шундан ярми жигарда синтез бўлади. Жигарда ҳосил бўлган оқсилнинг асосий қисми аъзо ва тўқималар эхтиёжини қондиришга сарфланади. Бир кеча-кундузда 12 г қон зардоби альбумини жигарда синтез бўлади. Шу билан биргаликда жигарда гормон ва витаминларни ташувчи транспорт оқсиллари ферритин, цероплазмин ҳам синтез бўлади.

Қондаги оқсил миқдорининг ўзгариши жигар яллиғланишлари билан тўлиқ ҳолда бўлмаса ҳам жигар яллиғланишида протеинлар миқдорининг ўзгариши ҳам алоҳида аҳамият касб этади. Оқсил ва унинг фракцияларининг ўзгариши жигар яллиғланиши (некроз) ҳолатларини кўрсатиб қолмай, балки жигар ва унинг ретикулоэндотелиаль тизимининг оқсил синтез қилиш фаолиятини бузилишидан дарак беради.

Умумий оқсил миқдори қон зардобида, мўътадил шароитда 80-120г/л, шундан 35-50г/л альбуминлар, 25-35г/л глобулинлар бўлиб, альбуминларнинг глобулинларга нисбати 1,5-2,3 га тенг. Жигар яллиғланишида қон зардобида умумий оқсил ва альбумин, глобулинларнинг ўзгариши кузатилади. Шунга асосан, альбуминларнинг глобулинларга коэффициенти ҳам ўзгариб 1,5 ва ҳатто 1 дан кам бўлиши мумкин. Бу жараён альбуминларнинг камайиши глобулинларнинг ортиши билан компенсация қилинишига қаратилган. Шунингдек, организмга тушган токсик моддаларни зарарсизлантириш учун глобулинларнинг кўпроқ сарф бўлишини кўрсатади. Жигар яллиғланишида альбуминлар

синтезининг ишдан чиқиши натижасида унинг миқдори жигарда ва қон зардобида камайиши кузатилади.

Қон зардобида альбуминлар миқдори камайиши асосан узоқ муддатли механик жигар яллиғланишида ва жигар циррозида кузатилади. Жигарнинг узоқ вақт яллиғланиши натижасида, жигар ҳужайраларида оқсил синтез қилувчи энзимлар фаолиятининг бузилиши натижасида у ерда оқсил синтез бўлиши ишдан чиқади. γ-глобулинлар миқдорининг қон зардобида камайиши жигар дистрофияси, жигарнинг механик яллиғланиши ва жигарнинг ёғли дистрофиясида учрайди. Жигарда ишлаб чиқариладиган α_1- ва β-глобулинларнинг қон зардобида камайиши, жигар ҳужайралари яллиғланиши вирусли гепатитда кузатилади. β-глобулинларнинг камайиши жигарнинг ўткир яллиғланиши ва жигар циррозида кузатилади. Жигар циррозининг оғир шаклларида β- ва γ-глобулин фракцияларининг жигар ҳужайраларида камайиши кузатилади ва бу ҳолат жигар ҳужайраларида липидлар миқдорининг ортиши билан тўлдирилади.

Барча сут эмизувчи ҳайвонларда азот оқсил алмашувининг охирги маҳсулоти сифатида сийдикчил ҳосил қилишига сарфланади. Сийдик таркибидаги барча азотларнинг 90% и сийдикчил тарзида ажралади. Токсик гепатитда, жигар яллиғланиши натижасида, сийдикчил синтез бўлиш жараёни бузилиши ва қон зардобида сийдикчил миқдорининг кескин камайиши кузатилади.

Сийдикчил синтези учун энергия зарур бўлади. 1 моль сийдикчил синтези учун 3 моль АТФ сарфланади. Жигар яллиғланишида АТФ синтези гепатоцитларда пасайиши муносабати билан сийдикчилнинг ҳосил бўлиши ҳам бузилади.

Жигар оқсил алмашинувида марказий ўринда туради. Жигарнинг муҳим вазифаларидан бири оқсил алмашинуви билан боғлиқ бўлиб, у қонда альбумин, глобулин ва фибриноген каби кўплаб оқсилларни мўътадил ҳолда сақлаб туради. Ҳозирги замон текширишларининг кўрсатишича, барча альбуминлар 90% гача α-глобулинлар, 50-60% β-глобулинлар гепатоцитларда синтез бўлади, протромбин, фибриноген ва проконвертин каби оқсиллар жигарнинг паренхиматоз тўқималарида синтез бўлади. γ-глобулинларнинг ҳосил бўлиши эса жигарнинг ретикулоэндотелиал тўқималари ва орқа мия плазматик, ретикуляр тўқималари фаолиятига боғлиқ. Бир кеча кундузда, одам организмида 80-100г оқсил ҳосил бўлса, шундан ярми жигарда синтез бўлади. Жигарда ҳосил бўлган оқсилнинг асосий қисми орган ва тўқималар эхтиёжини қондиришга сарфланади.

Бир кеча кундузда 12 г қон зардоби альбумини жигарда синтезланади. Шу билан биргаликда жигарда гормон ва витаминларни ташувчи транспорт оқсиллари ферритин, церуллоплазмин ҳам синтезланади. Шуларни ҳисобга олиб новбатдаги тажрибамизда ҳайвонларнинг танасига гелиотрин киритилганда жигар оқсиллари қандай ўзгаришларга учарашини аниқлашни мақсад қилиб қўйдик.

Қуёнларнинг танасига гелиотринни киритилиши жигарда оқсилларнинг миқдорини камайишга олиб келди ва бу жараён тажрибанинг давом этишига қараб кучайди. Тажрибанинг 0,5, 1 ва 2 ойларида жигардаги оқсил миқдори соғлом ҳайвонларнинг жигаридаги кўрсатгичга нисбатан 10,3; 20,2 ва 33,3%ларга камайди.

Гепатитли ҳайвонларнинг жигарида альбумин ва глобулинларнинг миқдорлари камайди, бу жараён айниқса глобулинда сезиларли бўлди. Касалликнинг давом этиш муддатини ошиб боришига қараб бу оқсилларнинг миқдорларини камайиши ҳам тезлашди. Тажрибанинг 0,5, 1 ва 2 ойларида жигарда альбуминнинг миқдори 12,2; 25,4 ва 30,0%ларга, глобулин миқдори 21,7; 30,5 ва 39,8%ларга камайди. Олинган натижалардан кўриниб туриптики, гелиотрин таъсирида жигарда глобулинни миқдорини камайиши альбуминнинг миқдорини камайишига нисбатан тезроқ бўлади. Тажрибадаги ҳайвонлар танасига гелиотрин киритилганда уларнинг жигарида сийдикчилнинг миқдори ҳам камайди ва тажрибанинг давом этишига қараб бу жараён кучайди.

Гепатитли қуёнларнинг организмига фиточойни киритилганидан кейин жигар тўқимасида оқсилларнинг миқдорини камайиши ва фиточой олган гепатитли ҳайвонларда

оқсилларнинг миқдори кўпайиб соғлом ҳайвонлардаги кўрсатгичга тенглашиши кўриниб турибди.

Фиточой олган гепатитли ҳайвонларнинг жигаридаги альбумин ва глобулинларнинг миқдорлари ҳам аста-секинлик билан кўпая бошлади ва тажрибанинг 2 ойига борганида соғлом ҳайвонлардаги кўрсатгичларга тенглашди. Тажрибанинг 0,5; 1 ва 2 ойларида гепатитли ҳайвонларнинг жигаридаги албуминнинг миқдори 27,0; 25,8 ва 21,0% ларга, глобулиннинг миқдори 38,2; 41,2 ва 40,2% ларга камайса, фиточой олган хайвонларда эса альбу-миннинг миқдори 0,5 ва 1 ойларда 21,4 ва 12,5%ларга, глобулинники 22,4 ва 16,9%ларгагина камайди. Тажрибанинг 2 ойига борганда бу оқсилларнинг миқдори фиточой таъсирида соғлом ҳайвонларнинг жигаридаги кўрсатгичларга тенглашди.

Фиточой таъсирида гепатитли ҳайвонларнинг жигарида сийдикчилнинг миқдорини ўзгаришини кузатганимизда, унинг миқдорини кўпайишини гувоҳи бўлдик. Тажрибанинг 0,5; 1 ва 2 ойларида гепатитли қуёнларнинг жигарида сийдикчилнинг миқдори 25,2; 25,1 ва 25,2% ларга камайса, фиточой олган ҳайвонларда эса, атиги 10,2; 9,9 ва 5,9% ларгагина камайди.

Демак, фиточой гепатитда жигар тўқимасидаги оқсилларнинг синтезини кучайтиради ва унинг миқдорини бир меъёрда ушланиб туришига имконият яратади.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

1. Губский Ю.И. Коррекция химического поражения печени // Киев, 1989, 168 с.
2. Скулачев В.П. Энергетика биологических мембран. Москва: Наука, 1989, 564 с.
3. Тожибоев К.Т., Кодиралиева М.Р. Жигарда моддалар алмашинувининг узгаришига таъсир этувчи омиллар. “Фаргона водийсининг ўсимлик, хайвонот дунёси ва улардан оқилона фойдаланиш муаммолари” регионал анжуман материаллари. Андижон 1999, 116-117 б.
1. Тожибоев К.Т., Кодиралиева М.Р. Токсический гепатит и метаболизм.2008
2. Tojiboev Q. T, Ikramova M. M.Effect of herbal tea on the change of adenine nucleotides in liver injury. Vol. 12,Issue 03, 2021
3. Lowry O.H., Rosebrengh N.J., Farr A.L., Randall R.J. Protein measurement with the Folin phenol reagent // J. Biol. Chem., 1951, V. 193, № 1, P. 265-275.

“ҚУЁШЛИ ХОНАДОН” ДАВЛАТ ДАСТУРИ АСОСИДА ИШЛАЁТГАН МИНИФОТОЭЛЕКТР СТАНЦИЯНИНГ ИШ КЎРСАТКИЧИ НАЗОРАТИ

Камолов И.Р. *– т.ф.н., профессор*
Навоий давлат университети
Убайдуллаев А.
Навоий давлат университети 1-курс магистранти

Аннотация

Ушбу мақолада Қуёш энергетикаси соҳасини ривожлантиришга хизмат қилувчи минифотоэлектр станциянинг иш кўрсаткичи ва уни назорати ҳақида фикр юритилиб, қуёш энергияси истиқболи ва афзалликлари кўрсатиб ўтилган. Навоий шаҳри Маърифат кўчаси 66-хонадонда “Қуёшли хонадон” давлат дастури асосида ўрнатилган 5 kW·h қувватли мини фотоэлектр станцияси амалий иш кўрсаткичи бўйича 2026 йил январь-март ойлари учун статистик маълумотлар келтирилган.

Таянч иборалар: Қуёш, қуёш нурланиши, қуёш энергияси, қуёш энергетикаси, қуёшли хонадон, қуёш панели, мини фотоэлектр станция, электр энергияси, электр энергия.

Ўзбекистон ҳудудида бир йил давомида тахминан 3000 соатча Қуёшли кун бўлади ва бу қуёшли кунда Қуёш энергиясидан максимал даражада фойдаланиш имкониятидан фойдаланишимиз зарур бўлади. Дунё ривожланишининг бугунги кундаги босқичида электр энергиясига бўлган эҳтиёжнинг ортиши, электр энергия нархларининг доимий равишда

ошиб бориши туфайли замонавий, экологик тоза, энергия тежамкор технологиялар ҳамда қайта тикланувчи энергиялардан фойдаланган ҳолда яшил энергетикани ривожлантириш долзарб аҳамиятга эга. Бу борада Республикамизда амалий ишлар олиб бориляпти ва ривожлантириш борасида саъй-ҳаракатлар қилинмоқда [1].

Ҳукуматимиз томонидан қабул қилинган Янги Ўзбекистоннинг 2022÷2026 йилларга мўлжалланган Тараққиёт стратегиясида юртимиз миқёсида “яшил” энергетикани ривожлантиришга ҳам алоҳида эътибор қаратилган.

Буни инобатга олган мамлакатимиз раҳбарияти томонидан жисмоний ва юридик шахсларга Қуёш панелларини ўрнатиш таклифини ҳамда уни жадаллаштириш учун кўмак бермоқда. Кўплаб имтиёз ва субсидиялар ажратилиб, ортиқча энергия давлат томонидан юқори нархда сотиб олинмоқда. Ҳозирда жисмоний шахсларга етказиб берилаётган 1kW·соат электр энергияси 600 сўмга сотилаётган бўлса, жисмоний шахслардан Қуёш панеллари, шамол, микро ГЭС ларда ишлаб чиқариладиган ортиқча 1kW·соат электр энергиясини давлат томонидан камида 10 йил давомида 1000 сўмдан кафолатли сотиб олиш назарда тутилган. Бу ишни амалга ошириш 2022 йил 10 июндаги Президентимизнинг видеоселектор йиғилишида айтилган эди. Агарда битта хонадон ўз уйида 5 кW. лик Қуёш панелларини ўрнатса, у ҳолда унинг ёрдамида ҳар суткада ўртача 25÷30 kW·соатгача электр энергияси ишлаб чиқарилиши мумкин [2]. Биз қуйида Навоий шаҳри Маърифат кўчаси 66-хонадонда ўрнатилган 5 кW·h қувватли мини фотоэлектр станциясининг ишлаш тавсифини 2026 йилнинг дастлабки январь, февраль, март ойлари (1-квартал) даврида ишлаб чиқарган электр энергияси маълумотларини жадвалда келтирамиз:

	Сана (йил, ой, кун)	**Ишлаб чиқарилган энергия kW·h**
	5-январь 2026 йил	43,03
	10-январь 2026 йил	70,81
	15-январь 2026 йил	72,48
	20-январь 2026 йил	30,79
	25-январь 2026 йил	13,29
	31-январь 2026 йил	38,59
	5-февраль 2026 йил	48,96
	10-февраль 2026 йил	53,17
	15-февраль 2026 йил	52,5
	20-февраль 2026 йил	74,12
	25-февраль 2026 йил	112,91
	28-февраль 2026 йил	52,4
	5-март 2026 йил	73,16
	10-март 2026 йил	66,3
	15-март 2026 йил	86,8
	20-март 2026 йил	62,87
	25-март 2026 йил	74,5
	31-март 2026 йил	102,7
9	Январь ойида	268,99
	Февраль ойида	394,06
	Март ойида	466,33
	Жами	1129,38

Юқоридаги жадвалда келтирилган маълумотлардан кўринадики, юртимизда айни қиш фасли бўлишига қарамай, қуёш панеллари ёрдамида етарлича электр энергияси ишлаб чиқарилган. Қуёшли кунлар бошланиши билан бу кўрсаткич янада ошиши ҳаммамизга маълум.

Шунинг 5÷10 kW·соати кунлик хонадон эҳтиёжлари учун ишлатилса, қолган кунлик 20 kW·соатини давлатга сотиши мумкин. Бир йилда бу хонадон ортиқча ишлаб чиқарилган электр энергиясидан 6÷7 миллион сўм атрофида даромад қилиши мумкин ва Қуёш панелларини ўрнатиш учун кетган харажатлар 3 йилда тўла ўзини қоплайди (бунда 1м^2 қуёш панелини ўрнатиш учун зарур бўладиган харажатларни 3,5÷4 миллион сўм деб режалаштирилган). Қолган йиллар давомида ҳосил қилинган электр энергияси хонадон бюджети учун хизмат қилади.

Ишлаб чиқарувчи қуёш панелига бераётган 25 йиллик кафолат муддатларини эътиборга олганда, бу йўналишда электр энергияси олиш экологик жиҳатдан зарарсизлиги билан биргаликда, етарлича истиқболли ҳам ҳисобланилади.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

1. Камолов И.Р., Камалова Д.И., Сайфуллаева Г.И., Сатторов А.Р., Тиллабоев А.М. «Умумий астрономиядан амалий машғулотлар», дарслик. Тилсим нашриёти, Тошкент, 2023.
2. Kamolov I. R., Jamilov Y. Y., Ochiltosheva D. Z., Eshonqulov A.U., Idiboyeva S. B., Qahhorova M. E. “Smart stop – fotopanel bilan aqlli o‘rindiq” imkoniyati va amaliy ahamiyati. Elektron ta’lim jurnali, 3-son 2025 yil, 88-97-betlar.

ЭЙЛЕР ТЕОРЕМАСИНИНГ БАЪЗИ ТАТБИҚЛАРИ

Ҳакимов А.
НавДУ математика кафедраси доценти.
Таджидиннова Ф.
НавДКТУ қошидаги 2-академик лицейи ўқитувчиси.
Аслонова Г.
НавДКТУ қошидаги 2-академик лицейи ўқитувчиси.

Аннотация

В этой статье изучены некоторые свойства периодичность дробей с применением теоремы Эйлера.

Annotation

In this article some properties of periodic fractions with application of the theorem Euler are studied.

Бизга маълумки Эйлер теоремаси “Сонлар назарияси” нинг энг дастлабки асосий таянч теоремаларидан ҳисобланиб, бу теоремалар ёрдамида биринчи даражали таққосламалар ва индекслар воситасида n-даражали икки ҳадли таққосламаларнинг умумий ечимларини аниқлаш мумкин [1], [2].

Ушбу мақолада $\frac{a}{b}$ қисқармас касрнинг даври узунлиги хоналар сонини Эйлер функцияси ва теоремаси ёрдамида аниқлаш мумкинлиги ҳақида теоремалар келтирилиб, уларга оид амалий мисоллар келтирилади.

Дастлаб қуйидаги теоремаларни келтирайлик.

Эйлер теоремаси. $(a;m)=1$ бўлса, у ҳолда қуйидаги муносабат ўринли

$$a^{\varphi(m)} \equiv 1 (\mathrm{mod}\, m) \qquad (1)$$

бу ерда $\varphi(m)$ - Эйлер функцияси. Бу функция $0,1,2,3,...,m-1$ лар орасидан m билан ўзаро туб бўлган сонлар сонини аниқлайди.

Фараз қилайлик $(a;m)=1$, Эйлер теоремасига кўра (1) ўринли, энди (1) ни иккала томонини *n* даражага кўтарайлик:

$$a^{n\varphi(m)} \equiv 1(\mathrm{mod}\, m) \qquad (2)$$

(2) дан кўриниб турибдики, унинг ечимларини сони чексиз

$$a^{\delta} \equiv 1(\mathrm{mod}\, m) \qquad (3)$$

Таъриф. Агар (3) таққосламани қаноатлантирувчи δ ларнинг энг кичиги γ бўлса, у ҳолда *a* сони *m* модул бўйича γ кўрсаткичга тегишли дейилади.

1-теорема. Агар *a* сони *m* бўйича γ кўрсаткичга тегишли бўлса, у ҳолда γ, $\varphi(m)$ нинг бўлувчиларида фақат биттаси бўлади.

1-теорема ва Эйлер теоремаларини батафсил исботи [1] да келтирилган.

$\frac{a}{b}$, $(b;10)=1$ қисқармас каср берилган бўлсин. $\frac{a}{b}$ қисқармас касрнинг даври узунлиги, рақамлар сонини аниқлаш масаласини қарайлик.

2-теорема. $(b;10)=1$ ва 10 сонни *b* модул бўйича *k* кўрсатгичга тегишли бўлса, яъни $a^k \equiv 1(\mathrm{mod}\, b)$, у ҳолда $\frac{a}{b}$ нинг даври узунлиги такрорланувчи сонларни сони *k* га тенг.

2-теореманинг исботи 1-теоремадан келиб чиқади.

$\frac{1}{17}$ нинг даври узунлиги хоналар сонини аниқлайлик.

$10 = 17\cdot 0 + 10$
$100 = 17\cdot 5 + 15$
$150 = 17\cdot 8 + 14$
$140 = 17\cdot 8 + 4$
$40 = 17\cdot 2 + 6$
$60 = 17\cdot 3 + 9$
$90 = 17\cdot 5 + 5$
$50 = 17\cdot 2 + 16$
$160 = 17\cdot 9 + 7$
$70 = 17\cdot 4 + 2$
$20 = 17\cdot 1 + 3$
$30 = 17\cdot 1 + 13$
$130 = 17\cdot 7 + 11$
$110 = 17\cdot 6 + 8$
$80 = 17\cdot 4 + 12$
$120 = 17\cdot 7 + 1$

Демак, 10 сони 17 модул бўйича 16 кўрсатгичга тегишли, бу эса $\frac{1}{17}$ касрнинг давр узунлиги хоналар сони 16 га тенг

$$\frac{1}{17} = 0,(0588235294117647)$$

Бундан келиб чиқадики, юқоридаги алгоритмдан фойдаланиб $\frac{3}{17}$ нинг даври узунлигини ҳам аниқлаш мумкин:

$$\frac{3}{17} = 0,(1764705882352941).$$

3-теорема. $\frac{a}{b}$ қисқармас касрнинг *k* га кўпайтирганда ҳосил бўлган $\frac{ka}{b}$ каср давр узунлиги хоналар сони ўзгармайди. Бу ерда $(k;b)=1$.

Бу ердан қуйидаги хулосани чиқариш мумкин.

$\frac{a}{b}$ соф даврий касрни даври узунлиги хоналар сони *a* га боғлиқ эмас экан. Агар $\frac{1}{b_1\cdot b_2\cdot \ldots \cdot b_m}$ даврий каср берилган бўлиб, унинг даври узунлиги хоналар сонини топиш талаб қилинган бўлса, юқоридаги усул ва жадвалдан фойдаланиш мумкин, лекин бу ерда

жуда кўп ҳисоблаш ишларини бажаришга тўғри келади, бу эса етарлича вақт сарфлашни талаб қилади. Бу масалани қуйидаги теорема осонгина ҳал қилади.

4-теорема. Агар 10 сони b_1 модул бўйича k_1 кўрсатгичга тегишли, 10 сони b_2 модул бўйича k_2 кўрсатгичга тегишли,... 10 сони b_m модул бўйича k_m кўрсатгичга тегишли бўлса, у ҳолда 10 сони $b_1 b_2 ... b_m$ модул бўйича k кўрсатгичга тегишли бўлади, бу ерда k-сони $k_1, k_2, ..., k_m$ сонларнинг ЭКУКи, $(b_i, b_j) = 1,\ i = \overline{1, m},\ j = \overline{1, m},\ i \neq j,$ яъни $\frac{1}{b_1 \cdot b_2 \cdot ... \cdot b_m}$ нинг давр узунлиги хоналар сони k га тенг.

4-теореманинг исботи 1-теорема ва Евклид алгоритмининг хоссаларидан осон келиб чиқади.

4-теоремага оид амалий мисол келтирайлик.

$\frac{1}{3 \cdot 7 \cdot 17}$ соф даврий касрни давр узунлиги хоналар сонини аниқлайлик.

Юқоридаги алгоритмдан фойдалансак.

10 сони 3 модул бўйича 1 кўрсатгичга эга.

10 сони 7 модул бўйича 6 кўрсатгичга эга.

10 сони 17 модул бўйича 16 кўрсатгичга эга.

$k_1 = 1,\ k_2 = 6,\ k_3 = 16.$

$k = [1; 6; 16] = 16 \cdot 3 = 48$

бу ерда кўриниб турибдики, $\frac{1}{3 \cdot 7 \cdot 17}$ каср давр узунлиги хоналар сони 48 талиги келиб чиқади.

5-теорема. $\frac{a}{b}$ аралаш даврий касрнинг бутун қисмидан кейин келадиган такрорланмайдиган рақамлар хоналарининг сони $k = \max\{\alpha; \beta\}$ тенг.

Бу ерда $(a; b) = 1,\ b = 2^{\alpha} \cdot 5^{\beta} \cdot p,\ \ (p; 10) = 1.$

Адабиётлар

1. И.М.Виноградов. Основые теории чисел. М.1974.
2. М.Исроилов ва бошқалар. Сонлар назарияси асослари. Т.1992.

THE IMPORTANCE OF THE PRINCIPLE OF SCIENTIFIC RIGOR IN TEACHING THE TOPIC OF INTERFERENCE AND DIFFRACTION

Kanatbayev S

Navoiy davlat Universiteti dotsenti

sgd_kanatbayev@mail.ru

Kuralova G

Navoiy davlat Universiteti dotsenti

gjkuralova@gmail.com

Murodova D

Navoiy davlat Universiteti 4-kurs talabasi

dilshodamurodova23@gmail.com

Annotation

This article analyzes the role of the scientific principle in modern physics education. It substantiates the need to present knowledge in accordance with fundamental laws of science and in connection with modern technological advances. From this perspective, a scientific analysis of the key phenomena of wave optics – light interference and diffraction, the conditions for their

occurrence, and Young‘s experiment – is provided. Special attention is paid to the interrelation of these phenomena and their mathematical description.

Keywords: principle of scientificity, physics teaching methodology, wave optics, interference, diffraction, Young‘s experiment, coherence, Huygens–Fresnel principle, diffraction grating, wave-particle duality.

ЗНАЧЕНИЕ ПРИНЦИПА НАУЧНОСТИ В ПРЕПОДАВАНИИ ТЕМЫ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ И ДИФРАКЦИИ

Аннотация

В статье анализируется роль принципа научности в современном физическом образовании. Обосновывается необходимость изложения учебного материала в соответствии с фундаментальными законами науки и в связи с достижениями современной техники. С этой точки зрения представлен научный анализ основных явлений волновой оптики – интерференции и дифракции света, условий их возникновения, а также опыта Юнга. Особое внимание уделено взаимосвязи этих явлений и их математическому описанию.

Ключевые слова: принцип научности, методика преподавания физики, волновая оптика, интерференция, дифракция, опыт Юнга, когерентность, принцип Гюйгенса–Френеля, дифракционная решётка, корпускулярно-волновой дуализм.

INTERFERENSIYA VA DIFRAKSIYA HODISASI MAVZUSINI O‘QITISHDA ILMIYLIK TAMOYILINING AHAMIYATI

Annotatsiya

Ushbu maqolada zamonaviy fizika ta’limida ilmiylik tamoyilining o‘rni tahlil qilinadi. Ta’limda bilimlarni fan qonunlariga zid kelmagan holda zamonaviy texnika bilan bog‘lab berish zarurligi asoslanadi. Shu nuqtai nazardan, to‘lqin optikasining asosiy hodisalari – yorug‘lik interferensiyasi va difraksiyasining fizik asoslari, yuzaga kelish shartlari va Yung tajribasi misolida ilmiy tahlili keltirilgan. Ushbu hodisalarning o‘zaro bog‘liqligi va matematik tavsifiga alohida e’tibor qaratilgan.

Kalit so‘zlar: ilmiylik tamoyili, fizika o‘qitish metodikasi, to‘lqin optikasi, interferensiya, difraksiya, Yung tajribasi, kogerentlik, Gyuygens-Frenel prinsipi, difraksion panjara, korpuskulyar-to‘lqin dualizmi.

Kirish. Bugungi shiddat bilan rivojlanayotgan texnologiyalar asrida tabiiy fanlar, xususan, fizika ta’limi oldiga qo‘yilayotgan talablar yangi bosqichga ko‘tarildi. Zamonaviy ta’lim paradigmasining markazida nafaqat axborot berish, balki o‘quvchilarda ilmiy fikrlash ko‘nikmalarini rivojlantirish vazifasi turibdi. Bu vazifani muvaffaqiyatli amalga oshirishda didaktikaning eng muhim qoidalaridan biri – ilmiylik tamoyili muhim ahamiyat kasb etadi.

Mazkur tamoyilning o‘quv jarayoniga tatbiq etilishi o‘quvchilarda olamning moddiyligi va uning qonuniyatlarini bilish mumkinligi haqidagi dialektik dunyoqarashni shakllantiradi. Biroq, amaliyotda ko‘pincha darsliklardagi ma’lumotlarning eskirganligi yoki murakkab ilmiy tushunchalarni o‘quvchi yoshiga mos ravishda yetkazib berishda metodik bo‘shliqlar ko‘zga tashlanadi. Shu sababli, fizika darslarida ilmiylik va tushunarlilik tamoyillari o‘rtasidagi optimal muvozanatni topish bugungi kun metodikasi oldidagi dolzarb masalalardan biridir. Quyida interferensiya va difraksiya hodisasi mavzusini o‘qitishda ilmiylik tamoyilining ahamiyatini tahlil qilamiz.

Yorug‘lik tabiati uzoq vaqt davomida fizika olamida eng katta jumboqlardan biri sifatida qolgan edi. XVII asrda, buyuk fizik Isaak Nyuton yorug‘likni eng kichik zarrachalar (korpuskulalar) oqimi sifatida tasvirladi. Nyutonning fikricha, yorug‘lik to‘g‘ri chiziqli tarqalish, qaytish va sinish kabi hodisalarni korpuskulalar orqali tushuntirish mumkin edi. Bu nazariya, o‘z vaqtida juda mukammal ko‘rinardi va ko‘plab eksperimentlar bilan tasdiqlangan edi. Nyutonning qarashlariga qarshi, Xristian Gyuygens yorug‘likning to‘lqin nazariyasini taklif etdi [4]. U yorug‘likni gipotetik muhitda, ya’ni efirda tarqaladigan to‘lqin sifatida ko‘rdi. Gyuygens o‘zining mashhur tamoyilidan foydalangan holda, yorug‘likning qaytishi va sinishini muvaffaqiyatli

tushuntirdi. Uning nazariyasi, ayniqsa, to‘lqin hodisalari bilan bog‘liq hodisalarni yaxshi tushuntira oldi.

Biroq, Gyuygensning nazariyasi keng e’tirof etilmadi. Sababi, u to‘g‘ri chiziqli tarqalishni ishonchli tarzda tushuntira olmadi va yorug‘likning to‘siqlarni aniq aylanib o‘tishini bashorat qila olmadi. Bu muammolar, o‘z navbatida, yorug‘lik tabiati haqidagi bahslarni yanada qizg‘inlashtirdi.

Nyuton va Gyuygens qarama-qarshiliklari. Nyuton va Gyuygens o‘rtasidagi bu qarama-qarshilik, fizika sohasida yangi g‘oyalar va nazariyalar rivojlanishiga sabab bo‘ldi. Har ikkala nazariya o‘z vaqtida muhim ahamiyatga ega bo‘lib, uzoq yillar davomida olimlar orasida muhokama qilindi. Yorug‘likning zamonaviy tushunchalari keyinchalik, XIX asrda, yorug‘likning to‘lqin nazariyasi yanada rivojlandi va Jeyms Klark Maksvellning elektromagnetizm nazariyasi orqali tasdiqlandi. XIX asrning ikkinchi yarmida Jeyms Klark Maksvell o‘zining mashhur elektromagnit maydon tenglamalarini yaratdi. U matematik hisob-kitoblar orqali quyidagilarni aniqladi:

elektromagnit to‘lqinlarning tarqalish tezligi yorug‘lik tezligiga teng ($c \approx 3 \cdot 10^8 m/s$);

yorug‘lik shunchaki mexanik to‘lqin emas, balki elektromagnit to‘lqinning o‘ziga xos ko‘rinishi ekanligi haqidagi ulkan xulosaga keldi.

Jeyms Maksvell o‘z tenglamalari orqali yorug‘lik aslida elektromagnit to‘lqin ekanligini va u vakuumda ma’lum bir doimiy tezlik – yorug‘lik tezligi bilan tarqalishini ilmiy jihatdan asoslab berdi. Bu nazariya yorug‘likni elektr va magnit hodisalari bilan yagona tizimga birlashtirib, fizika fanida katta inqilob yasadi.

XIX asr boshlariga kelib yorug‘likning tabiati haqidagi ilmiy qarashlarda tub burilish yuz berdi. Avvalroq hukmron bo‘lib kelgan korpuskulyar nazariya asta-sekin o‘z o‘rnini to‘lqin nazariyasiga bo‘shata boshladi. Bu o‘zgarishlarga eng katta turtki bergan olimlardan biri Tomas Yung bo‘lib, u interferensiya hodisasini o‘rganish maqsadida o‘zining mashhur ikki tirqishli tajribasini amalga oshirdi. Ushbu tajriba natijasida yorug‘likning to‘lqin xususiyatlari yaqqol namoyon bo‘ldi, ya’ni yorug‘lik to‘lqinlari bir-biri bilan ustma-ust tushganda kuchayish va so‘nish hodisalari yuzaga kelishi isbotlandi.

Keyinchalik bu g‘oyalar Ogyusten Frenel tomonidan yanada rivojlantirildi. U difraksiya va interferensiya hodisalarini chuqur tahlil qilib, yorug‘likning to‘lqin tabiatini matematik asoslab berdi. Shuningdek, Leon Fuko tomonidan o‘tkazilgan tajribalar ham yorug‘likning turli muhitlarda turlicha tezlikda tarqalishini ko‘rsatib, to‘lqin nazariyasining to‘g‘riligini yana bir bor tasdiqladi.

Maksvellning nazariy xulosalari keyinchalik Genrix Gers tomonidan tajribada tasdiqlandi. U elektromagnit to‘lqinlarni sun’iy ravishda hosil qilib, ularning mavjudligini amalda ko‘rsatdi. Shu tariqa, ilmiy hamjamiyatda yorug‘likning to‘lqin nazariyasi ustunlikka ega bo‘ldi. Interferensiya va difraksiya hodisalari esa bu nazariyaning eng muhim dalillari va poydevoriga aylandi.

Yorug‘lik interferensiyasi. Interferensiya – yorug‘likning to‘lqin tabiatining namoyon bo‘lishining bir isbotidir. Interferensiya so‘zi lotin tilida interfere-“xalaqit bermoq” degan ma’noni anglatadi [1; 37 b.]

Interferensiya – bu ikki yoki undan ortiq kogerent (ya’ni fazalari o‘zaro bog‘langan) to‘lqinlarning bir-biri bilan ustma-ust tushishi natijasida yuzaga keladigan muhim fizik hodisadir. Bunday superpozitsiya jarayonida to‘lqinlar ayrim nuqtalarda bir-birini kuchaytiradi (konstruktiv interferensiya), boshqa nuqtalarda esa o‘zaro so‘ndiradi (destruktiv interferensiya). Natijada fazoda yorug‘lik intensivligi bir tekis taqsimlanmaydi, balki ma’lum qonuniyat asosida qayta taqsimlanadi.

Shu sababli kuzatuv ekranida yoki fazoning ma’lum qismida navbatma-navbat joylashgan yorug‘ (maksimum) va qorong‘u (minimum) chiziqlar – interferensiya manzarasi hosil bo‘ladi. Bu chiziqlar orasidagi masofa va ularning joylashuvi to‘lqin uzunligi, manbalar orasidagi masofa hamda kuzatish sharoitlariga bog‘liq bo‘ladi. Interferensiya hodisasi yorug‘likning to‘lqin tabiatini isbotlovchi eng muhim dalillardan biri hisoblanadi va u optika, lazer texnologiyalari hamda zamonaviy fizik tadqiqotlarda keng qo‘llaniladi.

Barqaror interferension manzarani kuzatish uchun to‘lqinlar kogerent bo‘lishi zarur. Bu quyidagilarni anglatadi:

1. Fazoviy kogerentlik, to‘lqinlar fazoda istalgan vaqtda o‘zgarmas fazalar farqiga ega bo‘lishi kerak. Bunga ikki yoki undan ortiq qismlarga ajraladigan bitta yorug‘lik manbasidan foydalanish orqali erishiladi.

2. Vaqt bo‘yicha kogerentlik, to‘lqinlar bir xil chastotaga (monoxromatiklikka) va vaqt bo‘yicha o‘zgarmas fazalar farqiga ega bo‘lishi kerak.

Yungning ikki tirqishli tajribasi. Tomas Yung o‘zining tarixiy tajribasida monoxromatik manbadan yorug‘likni kogerent yorug‘lik manbai bo‘lgan bitta tor tirqishli ekranga yo‘naltirdi. Keyin bu yorug‘lik bir-biriga yaqin joylashgan ikkita tirqishli ikkinchi ekranga tushardi. Tirqishlar orqasidagi ekranda yorug‘ va qorong‘i interferension yo‘llar ketma-ketligi kuzatildi [5].

Ushbu tajribaning matematik tavsifi interferension maksimumlar (yorug‘ chiziqlar) holatini aniq bashorat qilish imkonini berdi:

$Y_m = (L \cdot m \cdot \lambda) / d$

bunda, Y_m - markaziy yorug‘ chiziqdan m-maksimumgacha bo‘lgan masofa, L - tirqishli ekrandan kuzatuv ekranigacha bo‘lgan masofa, λ - yorug‘lik to‘lqin uzunligi. d - ikki tirqish orasidagi masofa.

Bu formula yorug‘likning to‘lqin xossalariga ega ekanligining bevosita isboti bo‘lib xizmat qildi, chunki chiziqlarning holati to‘lqin uzunligiga bevosita bog‘liq bo‘lib, buni korpuskulyar nazariya yordamida tushuntirib bo‘lmaydi.

Yorug‘lik difraksiyasi. Yorug‘lik difraksiyasi deb, yorug‘likning to‘g‘ri chiziq bo‘ylab tarqalish qonunidan chetlanishlari tufayli yuz beradigan hodisalarga aytiladi [1; 60 b.]

Difraksiya - bu teshiklar yoki to‘siqlarni aylanib o‘tuvchi yorug‘lik to‘lqinlarining to‘g‘ri chiziq bo‘ylab tarqalishidan chetlashib, geometrik soya sohasiga kirib borish hodisasidir. Difraksiya Gyuygens-Frenel tamoyilining natijasi bo‘lib, unga ko‘ra to‘lqin frontining har bir nuqtasi ikkilamchi sferik to‘lqinlar manbai sifatida qaralishi mumkin. Bu ikkilamchi to‘lqinlarning qo‘shilishi kuzatilayotgan difraksion naqshga olib keladi. Egilish darajasi yorug‘lik to‘lqin uzunligi (λ) va to‘siq o‘lchami (a) o‘rtasidagi nisbatga bog‘liq.

Difraksion panjara. Yakka tirqish difraksiyasida tirqish torligi tufayli yorug‘lik energiyasining oz qismi o‘tadi. Natijada difraksion manzara xira bo‘lib, max-min larni bir-biridan ajratish qiyin. Bu kamchiliklarni bartaraf etish uchun difraksion panjaradan foydalanadilar.

Difraksion panjara deb bir-biridan birday masofada turgan (to‘siqlar bilan ajratilgan) tor tirqishlar sistemasiga aytiladi [2; 41 b.].

Difraksion panjara – ko‘p sonli (N) parallel, bir xil masofada joylashgan tirqishlardan tashkil topgan optik asbobdir. U ko‘p nurli interferensiya uchun asbob hisoblanadi. Tirqishlarning ko‘pligi tufayli interferension maksimumlar nihoyatda tor va ravshan, minimumlar esa keng bo‘lib qoladi, bu esa yorug‘likni spektral tashkil etuvchilarga aniq ajratish imkonini beradi. Bu difraksion panjaralarni nurlanish va yutilish spektrlarini yuqori aniqlikda tahlil qilish uchun spektrometrlarda almashtirib bo‘lmaydigan qiladi. Difraksion panjara uchun maksimumlar holati quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$d\sin\theta = m\lambda$

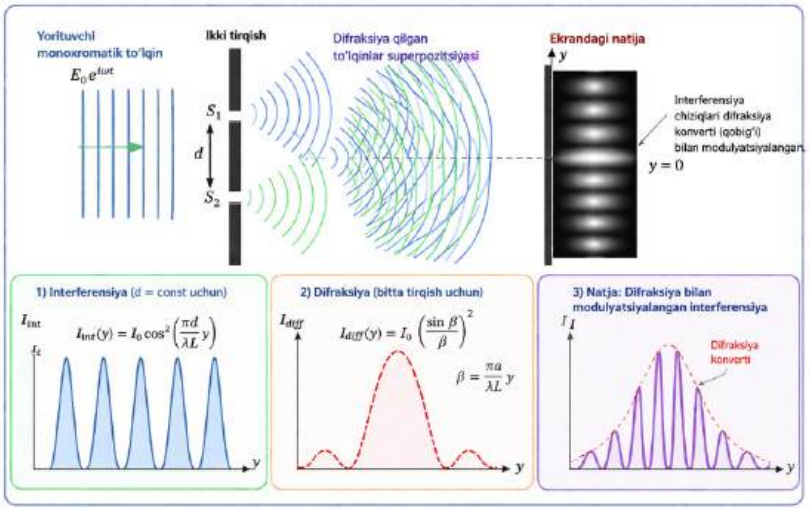
bu yerda d panjara davri (qo‘shni tirqishlar orasidagi masofa).

Interferensiya va difraksiyaning o‘zaro bog‘liqligi. Interferensiya va difraksiya shunchaki ikkita alohida hodisa emas, balki bir medalning ikki tomoni bo‘lib, to‘lqinlarning superpozitsiya tamoyili orqali o‘zaro chambarchas bog‘langan. Difraksiya, aslida, interferensiyaning xususiy holi, lekin kengroq ma’noda. Uzluksiz to‘lqin frontining turli nuqtalaridan (masalan, bitta tirqish ichidagi barcha nuqtalardan) kelayotgan ikkilamchi to‘lqinlar bir-biri bilan interferensiyalashganda difraksiya sodir bo‘ladi. Shunday qilib, har qanday difraksion hodisa interferensiyadir.

Difraksiya bilan modulyatsiyalangan interferensiya. Klassik Yung tajribasi ikki tirqish bilan ularning o‘zaro bog‘liqligini mukammal namoyish etadi. Ekranda kuzatilayotgan naqsh – bu shunchaki ikki tirqishdan chiqqan ikki to‘lqin interferensiyasi emas, balki ancha murakkab

manzaradir. U ikki ta’sirning qo‘shilishi natijasidir. Ya’niy interferension naqsh hamda difraksion o‘rovchi (1-rasm).

Ushbu rasmda Yung tajribasidagi ikkala hodisa – interferensiya va difraksiya – birgalikda qanday manzara berishini ko‘rsatadi. Difraksiya interferensiya chiziqlarining konverti (qobig‘i) vazifasini o‘taydi, markazda eng yorqin, chekkalarda esa xiralashgan interferensiya naqshi. Bu hodisa optikada, spektroskopiyada, va to‘lqin fizikasida muhim o‘rin tutadi.



1-rasm. Difraksiya bilan modulyatsiyalangan interferensiya

Interferension naqsh-bu ikki tirqishdan kelayotgan to‘lqinlarning interferensiyasi natijasida hosil bo‘lgan, bir-biriga yaqin joylashgan, teng masofadagi yorug‘ va qorong‘u chiziqlarning almashinuvidir. Bu polosalar orasidagi masofa tirqishlar orasidagi masofaga bog‘liq.

Difraksion o‘rovchi-bu keng, asta-sekin so‘nuvchi naqsh bo‘lib, tirqishlardan biri yopilsa, ekranda ko‘rinadi. Uning shakli yagona tirqishda yorug‘lik difraksiyasi bilan belgilanadi.

Ikkala tirqish ochiq bo‘lganda, kuzatilayotgan interferension naqsh bu keng difraksion o‘rovchi tomonidan modulyatsiyalanadi (boshqariladi). Bu shuni anglatadiki, interferension chiziqlar faqat keng difraksion maksimum ichida ko‘rinadi. Difraksion o‘rama minimumga ega bo‘lgan joylarda (ya’ni bitta tirqishdan yorug‘lik so‘nuvchi joylarda) interferension chiziqlar paydo bo‘lishi mumkin emas.

Xulosa. Yorug‘likning interferensiya va difraksiya hodisalari nafaqat yorug‘likning to‘lqin tabiatini tasdiqlovchi fundamental isbot, balki zamonaviy to‘lqin optikasining nazariy va eksperimental poydevori hisoblanadi. Fizika o‘qitishda ushbu mavzularda ilmiylik tamoyiliga tayanish, o‘quvchilarga tabiat qonuniyatlarining ob’ektivligini anglatish va ularda ilmiy-falsafiy dunyoqarashni shakllantirishda strategik ahamiyatga ega.

Shunday qilib, ta’lim jarayonida ilmiylik va tushunarlilik o‘rtasidagi optimal muvozanatni saqlash, interferensiya va difraksiya kabi murakkab hodisalarni zamonaviy fan yutuqlari bilan bog‘lab o‘rgatish – bo‘lajak mutaxassislarda tanqidiy va muhandislik tafakkurini rivojlantirishning eng samarali omilidir. Bu esa, o‘z navbatida, fizika ta’limining jamiyat ijtimoiy-iqtisodiy va texnik taraqqiyotidagi yetakchi rolini belgilab beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. B.T.Qo‘yliyev. Optika. –T.: “Fan va texnologiya”, 2014, 272 bet.

2. Bozorova S. J., Kamolov N. K. Fizika (Optika. Atom va yadro fizikasi). «Aloqachi», 2007-y., 272 bet.

3. Feynman, R., Leyton, R., Sands, M. Fizika bo‘yicha Feynman ma’ruzalari. 3-tom.

4. Huygens, C. Treatise on Light. Translated by Silvanus P. Thompson, 1912.

5. Thomas Young. Outlines of Experiments and Inquiries Respecting Sound and Light (1800).

6. Kanatbayev S.S. Fizika fanini fanlararo va ishlab chiqarish integratsiyasi asosida chuqurlashtirib o‘qitish. Fizika, matematika va informatika ilmiy-uslubiy jurnali. -Toshkent, 2022. -№3/1. – B. 3-11.

THE GEOMETRIC MEANING OF THE DERIVATIVE IN POLAR COORDINATES.

Navoi State University
Sobirov J.A
A student of Navoi State University
Esanova M.O.

As is known [1], a polar coordinate system on a plane is introduced via a pole , the direction of the polar axis, and a unit of scale. In this case, an arbitrary A point on the plane is associated with the distance |OA| and OA from that point to the pole and the angle φ formed by the segment with the polar direction A(ρ,φ). In this case, the condition $0\leq\theta<2\pi$ (or r>0) ensures the uniqueness of the coordinates.

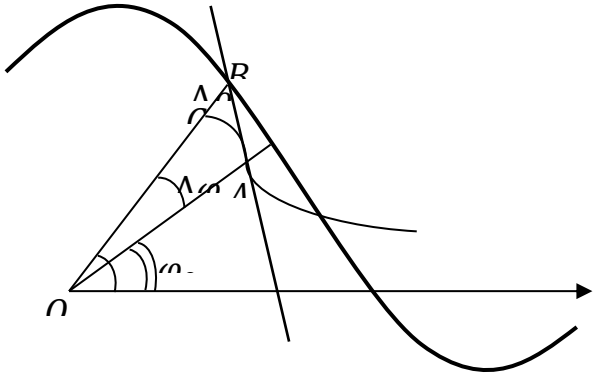
In the polar coordinate system, $\rho=\rho(\varphi)$, $\varphi\in[\alpha,\beta]$ – suppose a defined and continuous function is given. For simplicity, let us assume $[\alpha,\beta]\in[0,2\pi]$ ва $\rho(\varphi)$ – let us assume it is a single-valued function. Provided $\rho(\varphi)$ function argument $\varphi=\varphi_0$ the derivative of the function

$$\rho'(\varphi_0)=\lim_{\Delta\varphi\to0}\frac{\Delta\rho}{\Delta\varphi}$$

Is defined by the equality.

Our goal $\rho'(\varphi_0)$ – is to determine the geometric meaning of the magnitude.

To do this, $\rho(\varphi)$ (1-figure) we use the graph of the function in the polar coordinate system



1-figure.

In the case $\Delta\varphi=\angle AOB$ when $\Delta\rho=\rho(\varphi_0+\Delta\varphi)-\rho(\varphi_0)=OB-OA=$
$=BC=\Delta\rho$. Also, $\overset{\frown}{AC}=\rho(x_0)\cdot\Delta\varphi$ if we use the definition of the limit of a function

$$\rho'(\varphi_0)=\lim_{\Delta\varphi\to0}\frac{\Delta\rho}{\Delta\varphi}=\lim_{\Delta\varphi\to0}\frac{1}{\frac{\Delta\varphi}{\Delta\rho}}=\lim_{\Delta\rho\to0}\frac{1}{\frac{\Delta\varphi}{\Delta\rho}}$$

We obtain the equality. Where, $\Delta\varphi-\rho(\varphi)$ if we use the equality of the angle between the tangents to the function's graph at points A and B, as well as the concept of the curvature of a line on a plane

$$\lim_{\Delta\rho\to0}\frac{\Delta\varphi}{\Delta\rho}=k(\varphi_0) \qquad (1)$$

(1) equality γ of the line A is equal to its curvature at the point [ ]. Therefore,

$$\rho'(\varphi_0)=\frac{1}{k(\varphi_0)}$$

we obtain the equality.

From this, we conclude that in the polar coordinate system, the geometric meaning of the function's derivative is equal to the reciprocal of the curvature or the value of the radius of curvature of the line.

BIBLIOGRAPHY:

1. N.V. Efimov. A Brief Course in Analytic Geometry, Moscow: Nauka, 10th edition, 1967.

2. V.A. Toponogov. Differential Geometry of Curves and Surfaces, Fizmatkniga, 2012.

ПРИМЕНЕНИЕ МАРКОВСКИХ ЦЕПЕЙ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПАССАЖИРОПОТОКА МЕТРОПОЛИТЕНА

Азимов Ж.Б.

azimovjb@gmail.com

Турсынбаев С.Б.

Ташкентский Государственный Транспортный Университет

Введение

Рост урбанизации усиливает нагрузку на системы общественного транспорта, что требует более точных и адаптивных методов прогнозирования пассажиропотока. Традиционные подходы часто не учитывают случайный и изменчивый характер перемещения пассажиров, особенно в условиях пиковых нагрузок и нестабильного спроса. Использование математических моделей, в частности Марковские цепи, позволяет формализовать вероятностные переходы между состояниями системы и учитывать динамику изменений во времени.

Применение таких моделей обеспечивает возможность анализа устойчивых режимов функционирования транспортной сети, выявления перегруженных участков и оценки влияния внешних факторов. Это особенно важно для метрополитена как сложной динамической системы с высокой плотностью пассажиропотока. Разработка и внедрение подобных методов способствует повышению эффективности управления транспортной инфраструктурой и оптимизации распределения ресурсов.

Исследования в области транспортного моделирования активно развиваются в рамках Теория вероятностей и прикладной математики. Работы, посвящённые применению марковских моделей, показывают их эффективность при анализе потоков и прогнозировании состояний систем. Однако вопросы адаптации моделей к динамическим условиям метрополитена остаются недостаточно изученными.

Формализация модели.

Пассажиропоток представляется как марковский процесс с конечным числом состояний (станций метро). Переходы между состояниями задаются матрицей вероятностей:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{pmatrix},$$

где p_{ij} -вероятность перехода пассажира со станции i на станцию j, при этом

$$p_{ij} \geq 0, \quad \sum_{j=1}^{n} p_{ij} = 1, \quad i = 1,2,...,n.,$$

Распределение пассажиров по станциям в момент времени t задаётся вектором $\pi^{(t)} = \left(\pi_1^{(t)}, \pi_2^{(t)}, ..., \pi_n^{(t)}\right)$ и эволюция системы описывается соотношением:

$$\pi^{(t+1)} = \pi^{(t)} \cdot P.$$

Стационарное распределение, отражающее устойчивое состояние системы, находится из условия при $t \to \infty$: $\pi = \pi \cdot P.$

Эмпирическую базу составляют данные о пассажиропотоке метрополитена: количество входов и выходов на станциях, интервалы движения поездов, а также временные характеристики загрузки (распределение по часам суток, пиковые и межпиковые периоды). Учитываются различия в интенсивности потоков в будние и выходные дни, а также влияние пересадочных узлов на перераспределение пассажиров.

Дополнительно используются статистические данные транспортных служб, включающие сведения о пропускной способности станций, частоте движения поездов и общей динамике пассажиропотока. Обработка и анализ этих данных позволяют оценить вероятности переходов между станциями и сформировать матрицу переходов для модели на основе Марковские цепи.

Определение закономерностей изменения пассажиропотока метрополитена на основе модели Марковские цепи и построение прогноза распределения пассажиров между станциями. В рамках исследования предполагается выявление устойчивых состояний транспортной системы, а также анализ динамики перераспределения пассажирских потоков во времени.

Дополнительно целью является оценка возможности применения разработанной модели для выявления перегруженных участков сети и повышения эффективности управления работой метрополитена.

Заключение

Использование Марковские цепи позволяет выявить устойчивые закономерности распределения пассажиропотока метрополитена и описать динамику его изменения в вероятностной форме. Полученные результаты показывают, что даже при упрощённой модели возможно достаточно точно оценивать перераспределение пассажиров между станциями и выделять зоны стабильной и повышенной нагрузки.

Построенная модель даёт возможность прогнозировать загрузку отдельных участков сети и выявлять потенциальные перегруженные направления в различные временные интервалы. Это создаёт основу для более рационального планирования движения поездов и управления пассажирскими потоками.

Таким образом, применение марковских моделей демонстрирует практическую значимость в задачах анализа и оптимизации работы метрополитена и может быть использовано как инструмент поддержки решений в транспортной системе города.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учебник для студентов вузов / Е. С. Вентцель. - 8. изд., стер. - Москва : Высш. шк., 2002. - 575 с.
2. Howard R. Dynamic Programming and Markov Processes. - MIT Press. USA, 1962, pp. 147.
3. John G. Kemeny, J. Laurie Snell. Finite Markov Chains. - Springer, New York, 1983, pp. 244.

3-SHO‘BA. ANIQ VA TABIIY FANLARNI O‘QITISHNING DOLZARB MUAMMOLARI, ZAMONAVIY YONDASHUVLAR VA INNOVATSIYALAR

IDEAL GAZNING MAKROSKOPIK XOSSALARINI MOLEKULYAR-KINETIK NAZARIYA ASOSDA O‘QITISH

Abdullayev J.M.
NavDU “Fizika va astronomiya” kafedrasi katta o‘qituvchsi.
Nizomiddinova Sh.Sh
NavDU “Fizika va astronomiya” ta’lim yo‘nalishi talabasi.

Mamlakatimizning barqaror taraqqiyotini ta’minlashda keng dunyoqarashga ega, intelektual salohiyatli va ma’naviy barkamol avlodni tarbiyalash uzluksizlik ta’lim tizimi oldida turgan dolzarb masalalardan biridir. O‘quvchilarning ilmiy dunyoqarashini shakllantirishda fizika fani muhim ahamiyatga ega.

Ushbu maqola umumiy o‘rta ta’lim maktablarida fizika fanidan “Ideal gaz” xossalarini o‘qitishda o‘quvchilarda modda tuzulishi haqidagi tushunchalarga oid bilimlarni shakllantirishga qaratilgan.

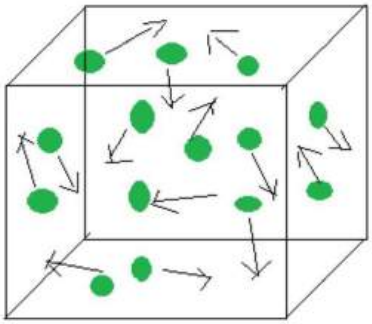
O‘quvchilar ushbu mavzuga qadar moddalarning molekulalardan tuzilganligi, ularning to‘xtovsiz va tartibsiz harakati, gaz molekulalarining o‘lchami, massasi va molekulalarning o‘zaro ta’siri, Broun harakati, ideal gaz va uning xossalariga oid bir qator bilimlarga ega bo‘ladilar. Shuningdek, o‘quvchilar mexanika bo‘limida moddiy nuqta va uning harakat qonunlari, impuls, energiya va ularning saqlanish qonunlariga oid bilimlarga ham ega bo‘ladi va bu esa molekulyar-kinetik nazariyaning asosiy tenglamasini keltirib chiqarishda hamda uning mohiyatini tushunishda muhim nazariy asos bo‘lib xizmat qiladi. Natijada o‘quvchilar mexanik va molekulyar hodisalar o‘zaro bog‘lanishlarga, umumiy jihatlarga ega ekanligini tushuna boshlaydilar.

Ideal gazning xossalarini quyidagicha talqin qilish mumkin:

- molekulalar orasidagi o‘rtacha masofa ularning o‘lchamlariga qaraganda katta bo‘lishini va molekula moddiy nuqta deb qaralishini;
- molekulalar butun hajm bo‘yicha bir tekis taqsimlanganligini;
- molekulalarning o‘zaro va idish devorlari bilan ta’sirlashuvi faqat to‘qnashishlardagina e’tiborga olinishini;
- barcha to‘qnashuvlar absolyut elastik bo‘lshini;
- molekulalar to‘xtovsiz va tartibsiz harakatda bo‘lishini;
- molekulalarning tezliklari har xil qiymatda bo‘lishini;
- bitta molekulani harakat qonuni klassik mexanika qonunlariga bo‘ysinishi.

Lekin, bitta gaz molekulasini emas balki, molekulyar sistema holatini tavsiflash uchun klassik mexanika yoki dinamik (hodisalarni bir xil sabab-oqibatli bog‘lanishlari) usulni tadbiq etib bo‘lmaydi. Chunki, molekulyar sistemaning holati bir qiymatli bo‘lmay balki ehtimoliy xarakterga ega. Shuning uchun bunday sistemaning holatini statistik qonuniyat asosida o‘rganish talab etiladi.

Yuqoridagi mulohazalarga asoslanib, molekulyar-kinetik nazariyaning asosiy tenglamasini keltirib chiqarishda kubik shakldagi idishga ideal gaz qamalgan bo‘lsin (1-rasm). Molekulalar tartibsiz va to‘xtovsiz harakatda bo‘lganligi sababli ular bir-biri bilan hamda idish devorlari bilan to‘qnashadi. Molekulalar idish devori bilan to‘qnashishlarida ularning impulsi o‘zgaradi. Implusning vaqt birligi ichida o‘zgarishi absolyut kattaligi jihatidan molekulaning devorga ta’sir kuchiga, devorning yuza birligiga to‘g‘ri kelgan kuch esa bosimga teng bo‘ladi. Demak, vaqt birligi ichida devorga urilayotgan barcha gaz molekulalarining impluslari o‘zgarishining yig‘indisi devorga ta’sir etadigan kuchlarni va bu kuchlar esa qo‘shilib, doimiy kuch tarzida hosil bo‘ladi va gazni devorga bosimi sifatida nomoyon bo‘ladi.



1-rasm. Molekulalarning to‘xtovsiz va tartibsiz harakati.

Yuqoridagi mulohazalarga asosan o‘quvchilarga ideal gazni xarakterlovchi kattaliklar orasida bog‘lanishni izohlovchi ifodani keltirib chiqarish va fizik mohiyatini ochib berish zarur bo‘ladi. Bu kattaliklarni o‘zaro bog‘lanishi ko‘pgina molekulyar fizika adabiyotlarida turli usullar bilan keltirib chiqarilgan va bu kattaliklar quyidagicha bog‘lanishga ega ekanligi ko‘rsatilgan:

$$P = \frac{1}{3} n m_0 \bar{\vartheta}_{kv}^2 \quad (1); \qquad P = \frac{2}{3} n \bar{E}_k \quad (2).$$

(1) va (2) ifodalar molekulyar-kinetik nazariyaning asosiy tenglamasi bo‘lib, ideal gazning idish devorlariga beradigan bosimini ifodalaydi [1].

Gaz bosimi barcha molekulalarning umumiy ta’siri natijasi bo‘lib, molekulalarning o‘tacha kvadratik tezligiga yoki hajm birligidagi molekulalarning o‘rtacha kinetik energiyasiga bog‘liq ekan. Bu esa gaz bosimining statistik xarakterda ekanligini ko‘rsatadi. Bunda bir yoki bir nechta molekulalar hosil qilgan bosimi haqida gapirish fizik ma’noga ega emasligi kelib chiqadi.

Yuqorida keltirilgan qonuniyatlarga va ularni tavsiflovchi kattaliklarni bog‘lanish formulalarini ustida fikr va mulohazalar yuritib ularni statistk xarakterda ekanligini quyidagicha izohlash mumkin: Birinchidan, o‘rganilayotgan sistema ko‘p sondagi zarralardan tashkil topganligidan; ikkinchidan, molekulyar hodisalar tartibsiz va to‘xtovsiz ravishda yuz berishidan; uchunchidan, yuqoridagi (1) va (2) tenglamalarda molekulalarning tezligi va kinetik energiyalarining o‘rtacha qiymati qatnashayotganidan; to‘rtinchidan, statistik kattalik boshqa bir kattalikning funksiyasi sifatida bog‘lanishi ma’lum bo‘lsa, u kattalik ham statistik xarakterga ega bo‘lar ekan. Shunga ko‘ra, yuqoridagi ifodalardan ko‘rinadiki, bosim, o‘rtacha kinetik energiya, temperatura va o‘rtacha kvadratik tezliklarni bog‘lanishidan ularni statistik xarakterda ekanligini ko‘rish mumkin [2].

Yuqoridagi fikrlarni umumlashtirib shunday xulosaga kelish mumkinki, umumta’lim maktablarida fizika darslarida molekulyar hodisalarini o‘qitishda moddaning ichki tuzulishi va unda yuz beradigan jarayonlar xususiyatlariga asoslangan statistik metoddan foydalanib ideal gaz kinetik nazariyasini asosiy tenglamasini keltirib chiqarish, gaz molekulalarining tartibsiz harakatini va makroskopik hamda mikroskopik kattaliklar orasidagi bog‘lanishni aniqlash kabi masalalarni ko‘rib chiqish bilan o‘quvchilarda ba’zi statistik tasavvurlarni shakllantirish, molekulyar hodisalarni ifodalovchi kattaliklarning statistik xarakterda ekanligini ochib berish, mikrodunyoning fizik xossalarini o‘rganishda boshlang‘ich tushunchalardan biri hisoblanishi hamda tabiat qonunlarni chuqurroq tahlil qilishga asos bo‘ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.

1. Habibullayev P. va boshqlar. Fizika. Umumiy o‘rta ta’lim maktablarining 9-sinfi uchun darslik. T. 2019-y.
2. Shamash S.Ya. va boshqalar. O‘rta maktabda fizika o‘qitish metodikasi. T. “O‘qituvchi”. 1992-y.
3. Djo‘rayev M. Fizika o‘qitish metodikasi. T. 2015-y.

BIOLOGIYA TA’LIMIDA METODIK TIZIMNI TAKOMILLASHTIRISH: XALQARO TAJRIBA VA UNING AMALIY QO‘LLANILISHI

Abduraxmanova I.Y.

Toshkent davlat tibbiyot universiteti 2-son akademik litseyi, biologiya fani o‘qituvchisi

Annotatsiya. Mazkur maqolada biologiya ta’limida metodik tizimni takomillashtirishning dolzarb masalalari hamda bu boradagi xalqaro tajribaning o‘rni tahlil qilinadi. Zamonaviy ta’lim tizimi o‘quvchilarning faqat nazariy bilimlarni egallashi bilan cheklanmay, balki ularning tanqidiy fikrlash, muammolarga kreativ yechish topish va mustaqil qaror qabul qilish kompetensiyalarini rivojlantirishni talab etadi. Shu nuqtai nazardan, biologiya ta’limini tashkil etishda innovatsion pedagogik texnologiyalar, kompetensiyaviy yondashuv va interfaol metodlardan foydalanish zarurati ortib bormoqda.

O‘zbek olimlarining tadqiqotlarida biologiya darslarini samarali tashkil etish, o‘quvchilarning bilim, ko‘nikma va malakalarini shakllantirishda zamonaviy metodik yondashuvlarning ahamiyati alohida ta’kidlangan. Shuningdek, biologiya ta’limida yuzaga kelayotgan muammolarni hal etishda xalqaro tajribalar samaradorligi asoslab berilgan .

Xalqaro tajriba shuni ko‘rsatadiki, AQSH, Finlyandiya va Singapur kabi mamlakatlarda biologiya ta’limi muammoli o‘qitish, loyiha asosida o‘qitish va raqamli ta’lim texnologiyalariga asoslangan holda tashkil etiladi. Bu yondashuvlar o‘quvchilarda tahliliy fikrlash, refleksiya va amaliy kompetensiyalarni rivojlantirishga xizmat qiladi . Shu bilan birga, OECD va UNESCO hisobotlarida ham ta’limda barqaror rivojlanish, kompetensiyaviy yondashuv va fanlararo integratsiyaning ahamiyati alohida qayd etilgan.

Tadqiqot natijalari biologiya ta’limida metodik tizimni takomillashtirishda xalqaro tajribalarni milliy ta’lim tizimi bilan uyg‘unlashtirish muhim ekanligini ko‘rsatadi. Ayniqsa, interfaol metodlar, raqamli vositalar va tadqiqotga asoslangan o‘qitish texnologiyalarini qo‘llash o‘quvchilarning ilmiy tafakkurini rivojlantirishda samarali vosita hisoblanadi.

Kalit so‘zlar: biologiya ta’limi, metodik tizim, xalqaro tajriba, kompetensiya, innovatsion texnologiyalar, interfaol metodlar, PBL(loyiha asosida o‘qitish)

Kirish. Globallashuv sharoitida ta’lim tizimining rivojlanishi jamiyat taraqqiyotining muhim omillaridan biri sifatida qaralmoqda. Zamonaviy ta’lim konsepsiyalari o‘quvchilarda faqat nazariy bilimlarni shakllantirish bilan cheklanmay, balki ularning tanqidiy fikrlash, muammo yechish va mustaqil qaror qabul qilish kompetensiyalarini rivojlantirishni talab etadi. Shu bois biologiya ta’limida metodik tizimni takomillashtirish masalasi dolzarb ilmiy-amaliy muammolardan biri sifatida e’tirof etilmoqda.

Bugungi kunda OECD tomonidan ishlab chiqilgan kompetensiyaviy yondashuv modeli hamda UNESCOning barqaror rivojlanish ta’limi bo‘yicha tavsiyalari ta’lim mazmunini yangilashda muhim metodologik asos bo‘lib xizmat qilmoqda. Xususan, “Education for Sustainable Development” konsepsiyasida o‘quvchilarning ekologik ongini shakllantirish, global muammolarni anglash va ularga nisbatan mas’uliyatli munosabatni rivojlantirish zarurligi alohida ta’kidlangan.

Biologiya fani mazmunan tabiiy jarayonlar, ekologik tizimlar va inson salomatligi bilan uzviy bog‘liq bo‘lgani sababli, u o‘quvchilarda ilmiy tafakkur, kuzatuvchanlik va tahliliy fikrlashni rivojlantirishda muhim vosita hisoblanadi. Shu nuqtai nazardan, biologiya ta’limini tashkil etishda zamonaviy metodik yondashuvlar — muammoli o‘qitish (Problem-Based Learning), loyiha asosida o‘qitish (Project-Based Learning), hamda tadqiqotga asoslangan o‘qitish (Inquiry-Based Learning) keng qo‘llanilmoqda. Xalqaro tajribalar shuni ko‘rsatadiki, ushbu yondashuvlar o‘quvchilarning bilimlarni chuqur o‘zlashtirishi, ularni amaliy vaziyatlarda qo‘llashi hamda mustaqil fikrlash ko‘nikmalarini rivojlantirishga xizmat qiladi.

Shuningdek, Cambridge International dasturlarida biologiya ta’limi kompetensiyaviy yondashuv asosida tashkil etilib, o‘quvchilarning ilmiy tadqiqot olib borish, dalillarni tahlil qilish va asosli xulosa chiqarish ko‘nikmalarini rivojlantirishga alohida e’tibor qaratilgan. Bu esa

biologiya ta’limida metodik tizimni takomillashtirishda xalqaro tajribalarni o‘rganish va ularni milliy ta’lim tizimiga moslashtirish zarurligini ko‘rsatadi.

O‘zbek olimlarining ilmiy tadqiqotlarida ham biologiya ta’limining samaradorligini oshirish, o‘quvchilarning bilish faoliyatini faollashtirish va innovatsion metodlarni qo‘llash masalalari keng yoritilgan. Biroq mavjud tadqiqotlar tahlili shuni ko‘rsatadiki, xalqaro tajribalarni tizimli ravishda o‘rganish va ularni amaliyotga joriy etish bo‘yicha izlanishlar hali yetarli darajada emas.

Shu bois mazkur tadqiqotning maqsadi — biologiya ta’limida metodik tizimni takomillashtirishda xalqaro tajribani tahlil qilish hamda uning amaliy qo‘llanilish yo‘llarini asoslab berishdan iborat.

Asosiy qism. Biologiya ta’limida metodik tizimni takomillashtirish, avvalo, dars jarayonining mazmuni va tashkil etilishiga yangicha yondashishni talab etadi. An’anaviy o‘qitishda o‘quvchi ko‘proq tayyor bilimni qabul qiluvchi sifatida ishtirok etsa, zamonaviy yondashuvlarda u faol ishtirokchi, izlovchi va tahlil qiluvchi sifatida namoyon bo‘ladi. Shu sababli biologiya darslarida o‘qitish usullarini yangilash, o‘quvchilarni mustaqil fikrlashga yo‘naltirish muhim hisoblanadi.

Xalqaro tajribalar shuni ko‘rsatadiki, samarali biologiya ta’limi o‘quvchining faolligiga asoslanadi. Masalan, muammoli o‘qitish usulida o‘quvchilarga tayyor javob berilmaydi, balki ular muammo ustida fikrlab, yechimni o‘zlari topishga harakat qiladi. Bu jarayonda o‘quvchilar savol qo‘yadi, taxmin qiladi, tajriba o‘tkazadi va natijalarni tahlil qiladi. Natijada bilim chuqurroq o‘zlashtiriladi va uzoq vaqt saqlanadi.

Shuningdek, loyiha asosida o‘qitish ham biologiya fanida samarali qo‘llanilmoqda. Bu usulda o‘quvchilar ma’lum bir mavzu bo‘yicha mustaqil izlanish olib boradi, turli manbalardan ma’lumot to‘playdi va yakunda o‘z ishini taqdim etadi. Masalan, “Mahalliy ekotizim muammolari” yoki “Iqlim o‘zgarishining ta’siri” kabi mavzular o‘quvchilarda nafaqat bilim, balki mas’uliyat hissini ham shakllantiradi.

Tadqiqotga asoslangan o‘qitish usuli esa biologiya fanining mohiyatiga eng yaqin yondashuvlardan biridir. Bu usulda o‘quvchilar kichik tajribalar o‘tkazadi, natijalarni qayd etadi va xulosa chiqaradi. Masalan, o‘simliklarda fotosintez tezligiga turli omillarning ta’sirini o‘rganish orqali o‘quvchilar ilmiy tadqiqotning asosiy bosqichlarini amalda bajaradi. Bu esa ularda ilmiy tafakkur va kuzatuvchanlikni rivojlantiradi.

Zamonaviy biologiya ta’limida raqamli texnologiyalardan foydalanish ham muhim ahamiyatga ega. Virtual laboratoriyalar, simulyatsiyalar va interaktiv platformalar murakkab biologik jarayonlarni tushunishni osonlashtiradi. Ayniqsa, mikroskopik darajadagi jarayonlarni ko‘rish imkoniyati o‘quvchilarning qiziqishini oshiradi va mavzuni yaxshiroq anglashiga yordam beradi.

Bundan tashqari, dars jarayonida ishchi varaqlardan foydalanish o‘quvchilarning bilimini mustahkamlashda samarali vosita hisoblanadi. To‘g‘ri tuzilgan ishchi varaq o‘quvchini bosqichma-bosqich fikrlashga yo‘naltiradi: avval savolga javob beradi, keyin tahlil qiladi, so‘ngra xulosa chiqaradi. Bu jarayon o‘quvchilarda mantiqiy va tanqidiy fikrlash ko‘nikmalarini shakllantiradi.

Xalqaro tajribani o‘rganish shuni ko‘rsatadiki, biologiya ta’limida faqat bilim berish yetarli emas, balki o‘quvchini fikrlashga o‘rgatish muhimdir. Shu bois metodik tizimni takomillashtirishda turli yondashuvlarni uyg‘unlashtirish zarur. Masalan, bir darsning o‘zida muammoli savol, kichik tajriba va muhokama elementlarini qo‘llash orqali o‘quv jarayonini yanada samarali tashkil etish mumkin.

Umuman olganda, biologiya ta’limida metodik tizimni takomillashtirish o‘qituvchidan doimiy izlanish, yangi usullarni sinab ko‘rish va o‘quvchilar ehtiyojini hisobga olishni talab etadi. Xalqaro tajribalarni to‘g‘ri tanlab, ularni milliy ta’lim tizimiga moslashtirish esa ta’lim sifatini oshirishning muhim omillaridan biridir.

Tadqiqot doirasida biologiya ta’limida metodik tizimni takomillashtirishga qaratilgan integratsiyalashgan yondashuvning samaradorligi tahlil qilindi. Dars jarayonida muammoli

o‘qitish, loyiha asosida o‘qitish hamda tadqiqotga yo‘naltirilgan topshiriqlardan foydalanish o‘quvchilarning o‘quv faoliyatiga sezilarli ijobiy ta’sir ko‘rsatdi.

Kuzatishlar natijasida aniqlanishicha, interfaol metodlar qo‘llanilgan darslarda o‘quvchilarning mavzuni tushunish darajasi oshdi, ularning savollarga mustaqil javob berish va fikr bildirish faolligi ortdi. Ayniqsa, muammoli vaziyatlar asosida tashkil etilgan topshiriqlar o‘quvchilarda tahlil qilish va sabab-oqibat bog‘lanishlarini aniqlash ko‘nikmalarini rivojlantirdi.

Tadqiqotga asoslangan topshiriqlar o‘quvchilarda tajriba o‘tkazish, natijalarni tahlil qilish va mustaqil xulosa chiqarish ko‘nikmalarini shakllantirdi. Natijada ular bilimni amaliyotda qo‘llash va yangi vaziyatlarga moslashtirish qobiliyatini namoyon etdi.

Loyiha asosida o‘qitish o‘quvchilarning mustaqil ishlash, axborotni izlash va qayta ishlash ko‘nikmalarini rivojlantirdi hamda o‘z fikrini aniq ifodalashga o‘rgatdi.

Raqamli vositalar, xususan virtual laboratoriyalar va simulyatsiyalar, murakkab biologik jarayonlarni tushunishni yengillashtirib, o‘quvchilarning qiziqishini oshirdi.

Ishchi varaqlar esa bilimlarni tizimlashtirishga xizmat qilib, o‘quvchilarning izchil fikrlash va asosli xulosa chiqarish ko‘nikmalarini mustahkamladi.

Umuman olganda, olingan natijalar biologiya ta’limida metodik tizimni takomillashtirishda xalqaro tajribaga asoslangan integratsiyalashgan yondashuvni qo‘llash o‘quvchilarning bilim sifati, tahliliy fikrlash va amaliy ko‘nikmalarini rivojlantirishda samarali ekanligini ko‘rsatdi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.

1. OECD. (2019). *OECD Learning Compass 2030: A Series of Concept Notes*. Paris: OECD Publishing.

2. UNESCO. (2021). *Education for Sustainable Development: A Roadmap*. Paris: UNESCO.

3. Cambridge International. (2022). Cambridge International As A Level Biology (9700) Syllabus. Cambridge University Press Assessment.

4. Cambridge International. (2022). Cambridge International As A Level Thinking Skills (9694) Syllabus. Cambridge University Press Assessment.

5. Cambridge International. (2023). *Teacher Support Materials and Resources*. Cambridge School Support Hub.

6. John Dewey. (1938). *Experience and Education*. New York: Macmillan.

7. David Kolb. (1984). *Experiential Learning: Experience as the Source of Learning and Development*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

8. Jean Piaget. (1972). *The Psychology of the Child*. New York: Basic Books.

9. Lev Vygotsky. (1978). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

10. T. O. Tolipova. (2017). *Biologiya o‘qitish metodikasi*. Toshkent: O‘qituvchi nashriyoti.

11, Xodjayev, B., Nishonov, M. (2020). Biologiya ta’limida zamonaviy pedagogik texnologiyalarni qo‘llash. pedagogika va psixologiya Jurnali, 3(2), 45–52.

12. Abdullayeva, D. (2021). Biologiya darslarida interfaol metodlardan foydalanish samaradorligi. *Zamonaviy ta’lim*, 6(1), 23–27.

LOYIHALASH FAOLIYATI BO‘LAJAK MATEMATIKA O‘QITUVCHILARINING INTELLEKTUAL-IJODIY KOMPETENTLILIGINI RIVOJLANTIRISH VOSITASI SIFATIDA

Abduvaliyeva D. N.

O‘zbekiston milliy pedagogika universiteti professori vazifasini bajaruvchi

Bo‘lajak o‘qituvchilar intellektual-ijodiy kompetentliligini rivojlantirishda loyiha texnologiyasining ahamiyatini shundan kelib chiqib ta’kidlash mumkinki, intellekt insonga o‘z xatti-harakatlarini loyihalashtirish uchun muhim. Bu – o‘z faoliyatining maqsadlari, mazmuni, metodlari, natijalari to‘g‘risidagi savollarga to‘g‘ri javob topish bilan bog‘liq intellekt ishi

hisoblanadi. Axborotlashgan muhit ta’lim maqsadlari, mazmuni, metodlari muammosini keskinlashtirdi. Tadqiqotchilar qayd etishicha, «bilimlar – biluvchidan mustaqil mavjud bo‘ladigan faktlar, konsepsiyalar, qonunlar majmui emas. Inson o‘z tajribasini tartibga keltirish va uni anglashga uringanda, o‘z bilimlarini qayd etadi» [3, 82-bet].

Matematika o‘qitishda loyiha faoliyatini tashkil etish darsda va darsdan tashqari mustaqil ta’limda ham keng amalga oshiriladi. Loyiha darsning vaqt doirasi yoki o‘rganilayotgan mavzu bilan cheklanmaydi, loyiha mavzusini tanlashda ko‘proq erkinlik paydo bo‘ladi. Loyihalarni amalga oshirishda o‘quv yuklamasining ortishining oldini olish uchun matematikadan amaliy mashg‘ulotlar konteksidagi loyiha faoliyatining faoliyatining individual va jamoaviy elementlarini shakllantirish uchun oddiy darslardan foydalanish lozim. Ammo butun o‘quv jarayonini ketma-ket loyihalar sifatida tashkil etib bo‘lmaydi, chunki bu talabalarning tayyorgarlik darajasini pasaytiradi.

Intellektual-ijodiy kompetentlikni rivojlantirish jarayoni akademik bilimlarni rivojlantirish jarayonidan keskin farq qiladi. Kompetentlikni o‘rgatib bo‘lmaydi, lekin uni o‘quv jarayonida shakllantirish va rivojlantirish mumkin. Kompetentli yondashuv nafaqat bilimlar to‘plamiga ega bo‘lishni, talabaning xabardorligini, balki uning paydo bo‘ladigan nostandart muammolarni hal qilish qobiliyatini nazarda tutadi[2]. Bu o‘z navbatida loyihalash texnologiyalaridan keng foydalanishni talab qiladi. Chunki loyihalash texnologiyalari ta’lim oluvchilar o‘quv faolligini ta’minlaydi.

Intellektual-ijodiy kompetentlikni rivojlantirishga qaratilgan loyihaviy ta’limni amalga oshirish uchun birinchi navbatda loyihalash ko‘nikmalarini shakllantirish bo‘yicha tayyorgarlik ishlarini tashkil etish zarur deb hisoblaymiz.

Bo‘lajak matematika o‘qituvchilari tomonidan loyihalash faoliyatini amalga oshirish uchun zarur bo‘lgan asosiy ko‘nikmalar sifatida quyidagilarni sanab o‘tish mumkin:

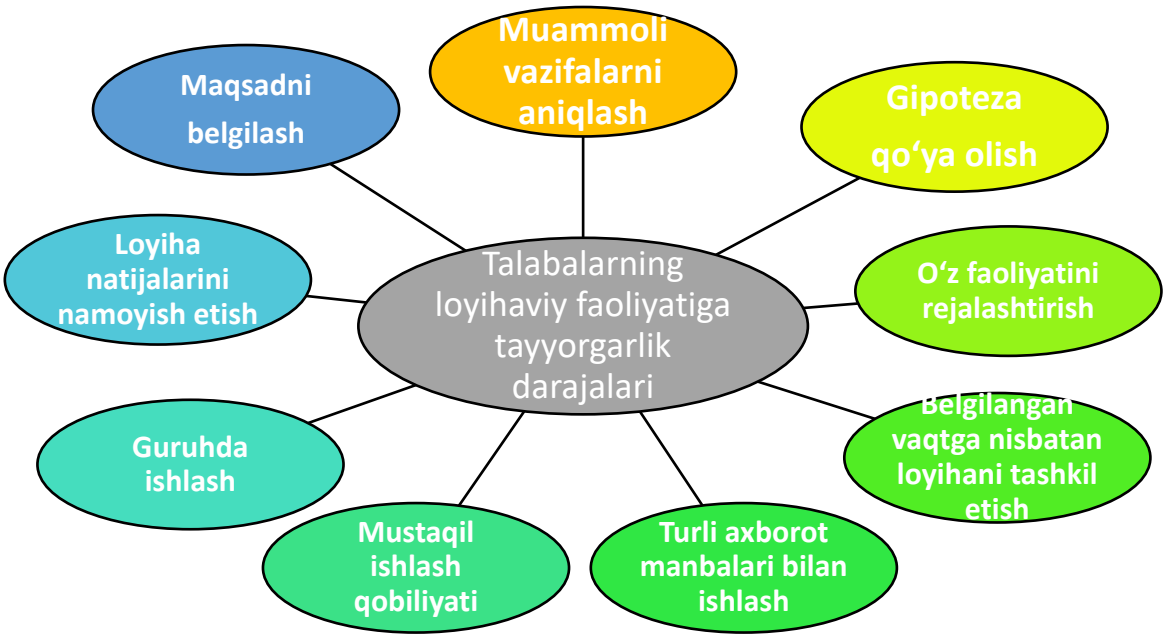
1-jadval.

Bosqich	**Mazmuni**	**Natija**
1. Maqsad va muammoni aniqlash	Loyihaning maqsad va vazifalarini belgilash, muammoni shakllantirish va uni hal qilish rejasini ishlab chiqish	Aniq maqsad, vazifalar va reja
2. Axborot bilan ishlash	Axborot manbalari (kitob, internet, ilmiy maqolalar) bilan ishlash jarayonini loyihalash	Ishonchli va tizimlashtirilgan ma’lumotlar
3. Tahlil va asoslash	Olingan natijalarni tahlil qilish, ularni ilmiy asoslash	Asoslangan xulosa va yechim
4. Refleksiya	Loyihalash faoliyatini tahlil qilish, o‘z faoliyatini baholash	Tajriba va takomillashtirish yo‘llari

Dastlab loyiha maqsadlari o‘qituvchi hamkorligida shakllantirilsa, keyichalik, o‘qituvchining yordamisiz loyihaning maqsad va vazifalarini belgilashga muvaffaq bo‘lishadi. Shuningdek, hamkorlikda amalga oshirish mumkin bo‘lgan yechimlar va natijalarni tahlil qilib, qo‘yilgan maqsadga erishish yo‘llari rejalashtiriladi.

Talabalarning loyihaviy faoliyatiga tayyorlik darajasini quyidagi ko‘rsatkichlar bo‘yicha aniqlash maqsadga muvofiq:(1-rasm)

1-rasm: Talabalarning loyihaviy faoliyatiga tayyorgarlik darajalari



Demak, matematikani loyiha asosida o‘qitishni tashkil etishda bo‘lajak matematika o‘qituvchilarning ixtisoslik xususiyatlariga muvofiq loyihalarni tanlash; bo‘lajak matematika o‘qituvchilarni loyiha ishlariga tayyorlash;o‘quv fanlarining xususiyatlarini hisobga olish; ma’lum loyihani mutaxassislik xususiyatlariga va shartlariga moslashtirish;loyihani ishlab chiqish va amalga oshirish jarayonlarini loyihalash muhim hisoblanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

1. Дружинин, В.Н. Когнитивные способности: структура, диагностика, развитие / В.Н. Дружинин. М.: СПб., 2001. 224с.

2. HANNELE NIEMI. TEACHER PROFESSIONAL DEVELOPMENT IN FINLAND: TOWARDS A MORE HOLISTIC APPROACH. PSYCHOLOGY, SOCIETY, EDUCATION 2015, VOL. 7(3), PP. 279-294. ISSN 2171-2085 (PRINT) / ISSN 1989-709X

3. Малькова З.А. США: Поиски решения стратегической задачи школы // Педагогика. -2000. - № 1. - С. 82.

4. Prensky, M. (2010). *Teaching Digital Natives: Partnering for Real Learning.*

FAZODA NUQTADAN TO‘G‘RI CHIZIQQACHA BO‘LGAN MASOFA MASALASI

Abjalilov S.X.
Navoiy davlat universiteti, Navoiy, O‘zbekiston
Abjalilov B.X.
Navoiy davlat universiteti Akademik litseyi
Xujamov O.S.
Navoiy davlat universiteti talabasi

Matematikada misol va masala tushunchalari eng ko‘p ishlatiladigan tushunchalardan hisoblanadi. Ushbu tushunchalarni barcha qabul qiladigan yakuniy va aniq ta’riflari keltirilmagan. Mutaxassislar, talaba va o‘quvchilar o‘rtasida so‘rov o‘tkazilganda juda sodda javoblar bilan birga mantiqiy jihatdan ancha pishiq va asosli javoblarga guvoh bo‘lishimiz mumkin. Biz misol va masala tushunchalarini ba’zi klassik adabiyotlar va ensikpopedik ma’lumotlarni tahlil qilgan holda quyidagicha qabul qilishni taklif etamiz.

Misol – bu qoida, teorema yoki metodni aniq holatda ko‘rsatish uchun berilgan konkret vazifa. Ya’ni, *nazariy qoida yoki mantiqiy yondashuvni amaliy holat bilan* namoyish etish vositasi deyish mumkin**.**

Masala – berilgan shartlar to‘plamiga nisbatan yechim topilishiga mo‘ljallangan matematik vazifa. Bu vazifa aniq matematik metodlar orqali tahlil qilinadi, mantiqiy fikr yuritiladi va yechim olinishiga doir qator usullar topiladi.

Yuqorida keltirib o‘tilgan ta’riflar tavsiyaviy xarakterga ega bo‘lib, keng doiralarda qayta muhokama qilinishi va yanada to‘la va mukammalroq tarzda bayon qilinishi mumkin. Umuman olganda masala qator matematik bilimlarni birgalikda tahlil qilish va mantiqiy xulosa chiqarishni talab qiluvchi ijodiy yondashuv ekanligini ta’kidlash lozim.

Biz ushbu maqolada geometriyadaning muhim masalalaridan biri hisoblangan “Fazoda nuqtadan to‘g‘ri chiziqqacha masofa” masalasi haqida fikr yuritamiz.

Ma’lumki, tekislikda nuqtadan to‘gri chiziqqacha (fazoda nuqtadan tekislikkacha) masofa deganda nuqtadan to‘g‘ri chiziqqa (tekislikka) tushirilgan perpendikulyar uzunligi tushuniladi. Ushbu masala analitik geometriyada atroflicha o‘rganiladi. Izlanayotgan masofani $M_0\left(x_0, y_0\right)$ nuqta va $ax+by+c=0$ to‘g‘ri chiziq ($M_0\left(x_0, y_0, z_0\right)$ nuqta va $ax+by+cz+d=0$ tekislik) uchun

$$d=\frac{\left|ax_0+by_0+c\right|}{\sqrt{a^2+b^2}} \quad \left(d=\frac{\left|ax_0+by_0+cz_0+d\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}\right)$$

formula yordamida hisoblash tavsiya etiladi [1,2].

O‘quvchi tekislikda nuqtadan to‘g‘ri chiziqqacha masofani uni chizg‘ich yordamida taxminan (sirkul va chizg‘ich yordamida perpendikulyar o‘tkazish qoidasini qilmasada) perpendikulyar to‘g‘ri chiziq o‘tkazish yo‘li bilan oddiy va tushunarli tarzda qabul qiladi. Ammo fazoda nuqtadan to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar o‘tkazish masalasini tasavvur qilish uchun bir qancha usullarni qadamma-qadam bajarishlari talab qilinadi. Ya’ni, fazoda nuqtadan to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar o‘tkazish tekislikdagi kabi bo‘ladi deyish barcha o‘quvchilarga birdek tushunarli bo‘lavermaydi. Aksincha, o‘qituvchining perpendikulyar yasalishining turli usullarini ko‘rsatishi bilan masalani yechishning turli g‘oyalari shakllanishiga sabab bo‘ladi. Ulardan ba’zilarini keltirib o‘taylik:

- Ma’lumki, to‘g‘ri chiziq va unda yotmagan nuqta orqali yagona tekislik o‘tadi. Ushbu tasdiq asosida berilgan to‘g‘ri chiziqdan ikkita nuqta va unda yotmagan berilgan nuqta (bir to‘g‘ri chiziqda yotmagan uchta nuqta) yordamida tekislikni ifodalovchi uchburchak chiziladi. Ushbu uchburchakning berilgan uchidan tushirilgan balandligi izlangan masofa ekanligi yaqqol ko‘rinadi;
- Berilgan nuqtadan o‘tuvchi va berilgan to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar tekislik o‘tkazamiz. Tekislikning berilgan to‘g‘ri chiziqni kesib o‘tgan nuqtasi bilan berilgan nuqta orasidagi masofa izlangan masofa bo‘ladi;
- Berilgan nuqta va to‘g‘ri chiziqni biror nuqtasi hosil qilgan kesma hamda to‘g‘ri chiziq orasidagi burchak topilsa, hosil bo‘lgan to‘g‘ri burchakli uchburchakda burchak kosinusi ta’rifidan izlangan masofa topiladi.

Yuqorida aytib o‘tilgan ma’lumotlardan masalani yechishning qator elementar usullari kelib chiqadi. Masalani analitik geometriya yordamida, ya’ni, dekart sistemasida ajoyib tahlil qilish va bir nechta usullarini keltirib chiqarish mumkin.

Nuqta $M_0\left(x_0, y_0, z_0\right)$ koordinatalar bilan, to‘g‘ri chiziq esa $x=mt+x_1,\ y=nt+y_1, z=lt+z_1$ ko‘rinishdagi parametrik tenglamalari bilan berilgan bo‘lsin. Bu yerda $M_1\left(x_1, y_1, z_1\right)$ - to‘g‘ri chiziqqa tegishli biror nuqta, $\vec{u}\left(m, n, l\right)$ - to‘g‘ri chiziqning yo‘naltiruvchi vektori. Nuqtadan to‘g‘ri chiziqqacha masofani topishning bir nechta usullarini qarab chiqamiz.

1-usul. Vektor ko‘paytma ta’rifiga ko‘ra $\overrightarrow{M_1M_0}$ va $\vec{u}$ vektorlarning vektor ko‘paytmasi moduli ko‘paytuvchi vektorlar modullari va orasidagi burchak sinusi ko‘paytmasiga teng bo‘lar edi. Ya’ni, $\left|\left[\overrightarrow{M_1M_0}\,\vec{u}\right]\right| = \left|\overrightarrow{M_1M_0}\right|\cdot|\vec{u}|\cdot\sin\alpha$. Shunga ko‘ra izlangan masofa

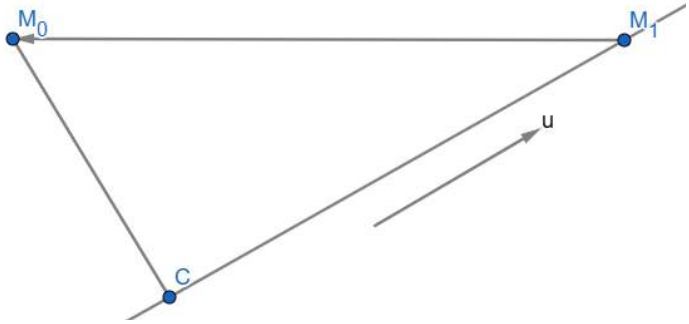
$$d = \left|\overrightarrow{M_1M_0}\right| = \frac{\left|\left[\overrightarrow{M_1M_0}\,\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}$$

formula yordamida topiladi.

2-usul. $\overrightarrow{M_1M_0}$ va $\vec{u}$ vektorlar orasidagi burchak kosinusi $\cos\alpha = \dfrac{\overrightarrow{M_1M_0}\cdot\vec{u}}{\left|\overrightarrow{M_1M_0}\right|\cdot|\vec{u}|}$ topilib (bu yerda α burchak $\overrightarrow{M_1M_0}$ vektorning berilgan to‘g‘ri chiziq bilan hosil qilgan o‘tkir burchak), izlangan masofa

$$d = \left|\overrightarrow{M_1M_0}\right|\cdot\sin\alpha$$

formula yordamida hisoblanadi (1-chizma).

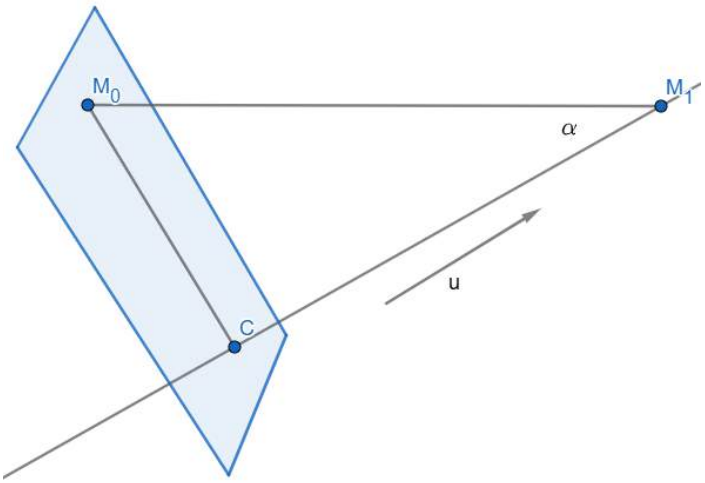


1-chizma.

3-usul. M_0 nuqtadan o‘tib berilgan to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar tekislik tenglamasi topiladi. Buning uchun to‘g‘ri chiziq yo‘naltiruvchi vektorini izlanayotgan tekislik uchun normal vektor sifatida qabul qilamiz. M_0 nuqta va normal vektor yordamida izlanayotgan tekislik $T: m(x-x_0)+n(y-y_0)+l(z-z_0)=0$ ko‘rinishda ifodalanadi (2-chizma). Usulni shu yerdan boshlab ikki yo‘nalishda davom ettirish mumkin:

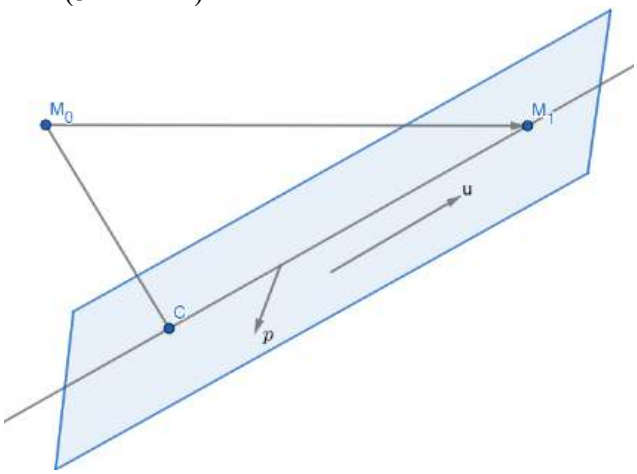
1-yo‘nalish. To‘g‘ri chiziqni ushbu T tekislik bilan kesishmasi C nuqta topiladi. Buning uchun tekislik tenglamasidagi x, y va z lar o‘rniga berilgan to‘g‘ri chiziq parametrik tenglamalari ifodalari qo‘yilib, t parametrga bo‘g‘liq chiziqli tenglama hosil qilinadi. Tenglamadan t ning qiymati topiladi va to‘g‘ri chiziq tenglamasiga qo‘yilib C nuqta koordinatalari aniqlanadi. Ikki nuqta orasidagi masofa formulasidan M_0C masofa topiladi.

2-yo‘nalish. To‘g‘ri chiziqdagi M_1 nuqtadan ushbu topilgan tekislikkacha masofa $\rho(M_1,T) = \dfrac{|mx_1+ny_1+lz_1-mx_0-ny_0-lz_0|}{\sqrt{m^2+n^2+l^2}}$ va $|M_1M_0|$ kesma uzunligi topiladi. M_0CM_1 to‘g‘ri burchakli uchburchakda Pifogor teoremasini qo‘llab M_0C masofa topiladi.



2-chizma.

4-usul. Ma’lumki, berilgan bitta nuqta va nokollinear ikkita vektor yordamida (uch vektorning aralash ko‘paytmasini nolga tenglash bilan) tekislik tenglamasi topiladi. Bizda M_1 nuqta, $\vec{p}$ va $\vec{u}$ vektorlar bo‘yicha tekislik tenglamasi topiladi. Bu yerda $\vec{p}$ vektor $\overrightarrow{M_1M_0}$ va $\vec{u}$ vektorlning vektor ko‘paytmasi, ya’ni $\vec{p}=\left[\overrightarrow{M_1M_0}\,\vec{u}\right]$. M_0 nuqtadan ushbu tekislikkacha masofa izlangan masofa bo‘ladi (3-chizma).



3-chizma.

Matematikada 20 ta masalani bitta usulda yechgandan ko‘ra, 1 ta masalani 20 xil usulda yechgan afzal degan ibora bor. Uzoq tarixni boshdan kechirgan va qancha chig‘iriqlardan o‘tgan bu ibora bejizga aytilmagan. Darhaqiat, matematikaga tayyor formula yoki qoida asosida hisob-kitob ishlarini amalga oshiruvchi fan sifatida baho berish juda katta xato ekanligi ma’lum bo‘ldi. Matematikani o‘rganishda bu kabi bir yoqlama yondashuv o‘quvchilarning mantiqiy fikrlashlarini cheklash bilan birga, ularning chuqur bilim olishlarida qator muammolarni keltirib chiqardi. Muammoni bartaraf etishda ta’lim tizimini isloh qilish, o‘quv maskanlarini zamon talablari asosida jihozlash, darslik va o‘quv qo‘llanmalarni takomillashtirish hamda kuchli o‘qituvchilarni tayyorlash kabi omillar muhim o‘rin tutadi.

ADABIYOTLAR

1. Н.Д.Додажонов, М.Ш.Жўраева Геометрия I қисм, “Ўқитувчи” нашриёти, Т. 1996 й., 384 бет.

2. Ҳ.Ҳ.Назаров, Х.О.Очилова, Е.Г.Подгорнова Геометриядан масалалар тўплами, 1-қисм, “Ўқитувчи” нашриёти, Т. 1997 й., 288 бет.

UCHBURCHAK GEOMETRIYASIDA EYLER AYLANASI

Abjalilov S.X.
Navoiy davlat universiteti, Navoiy, O‘zbekiston
Sunnatova M.
Navoiy davlat universiteti magistranti
Xujamov O.S.
Navoiy davlat universiteti talabasi

Maktab geometriya kursida nuqta, kesma va burchak ushunchalaridan keyin keluvchi dastlabki figuralardan biri uchburchak hisoblanadi. Haqiqatan ham, geometriyada avval aksiomalar, ta`riflar va ulardan bevosita kelib chiquvchi xossalar bayon etilib, dastlabki jiddiy teoremalar uchburchaklarga tegishli ekanligini ko‘ramiz. Uchburchak bilan bog‘liq bilimlar o‘zining jozibasi bilan planimetriyada “Uchburchak geometriyasi” nomi bilan yuritiladi [1].

“Uchburchak geometriyasi” Eyler, Torrichelli, Leybnis kabi olimlar nomlari bilan bog‘liq ajoyib teoremalar bilan yanada jozibali ekanligini ta’kidlash lozim. XIX – XX asrlar davomida uchburchakka tegishli juda katta ishlar qilindiki, xattoki planimetriyada “Yangi uchburchak geometriyasi” nomini oldi. Xozirgi vaqtda bu ishlarning ko‘pchiligi darsliklarga kiritilmagan bo‘lsada matematik to‘garak va fakultativ darslarda keng o‘rganilib kelinmoqda. “Yangi uchburchak geometriyasi”ning ajoyib figuralaridan biri Eyler aylanasidir. Biz quyida Eyler aylanasi va uning ajoyib xossalari hamda u bilan bog‘liq ba’zi teoremalar bilan tanishamiz.

Bizga ABC uchburchak berilgan bo‘lsin. Uchlari ABC uchburchak tomonlari o‘rtalarida bo‘lgan $A_1B_1C_1$ uchburchak ABC uchburchakning *o‘rta uchburchagi* deyiladi. $A_1B_1C_1$ uchburchakka tashqi chizilgan aylana esa ABC uchburchakning *Eyler aylanasi* deyiladi.

1-teorema. Uchburchakka tashqi chizilgan aylananing markazi, uning tomonlari o‘rta perpendikulyarlari kesishgan nuqtada bo‘ladi.

Isbot. Ma’lumki, uchburchakka tashqi chizilgan aylana markazi uchburchak uchlaridan aylana radiusiga teng masofada yotadi. Kesma uchlaridan teng uzoqlikda yotuvchi nuqtalarning geometrik o‘rni shu kesmaning o‘rta perpendikulyari bo‘lishini hisobga olsak, o‘rta perpendikulyarlarning kesishgan nuqtasi aylana markazi bo‘lishi kelib chiqadi. Teorema isbotlandi.

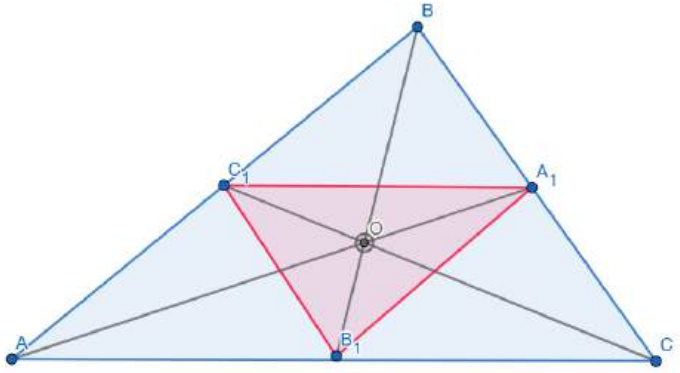
2-teorema. Eyler aylanasining radiusi ABC uchburchakka tashqi chizilgan aylana radiusining yarmiga teng.

Isbot. Ushbu teoremani isbotlashda uchburchakning o‘rta chizig‘i haqidagi teoremadan foydalanamiz. Ya’ni, uchburchakni o‘rta chizig‘i asosiga parallel va uning yarmiga teng. Demak, uchburchakning o‘rta uchburchagi o‘ziga o‘xshash uchburchak bo‘lib, undan chiziqli o‘lchamlari ikki marta kichik uchburchak bo‘lar ekan. Bundan esa unga tashqi chizilgan ayalana radiusi ham berilgan uchburchakka tashqi chizilgan aylana radiusining yarmiga tengligi kelib chiqadi.

3-teorema. ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarning og‘irlik markazlari (medianalari kesishgan nuqtalari) ustma-ust tushadi, ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklar markazi o‘zlarining umumiy og‘irlik markazlariga nisbatan koeffitsenti $-1/2$ bo‘lgan gomotetik uchburchaklardir.

Isbot. Uchburchak va uning o‘rta uchburchagi o‘g‘irlik markazlari ustma-ust tushishini ko‘rsatamiz. Ma’lumki, uchburchak asosiga parallel qilib o‘tkazilgan tog‘ri chiziq undan o‘ziga o‘xshash uchburchak ajratadi. Bundan, ABC uchburchakning BB_1 medianasi C_1BA_1 va $A_1B_1C_1$ uchburchakning medianasi bilan bir to‘g‘ri chiziqda yotishi ko‘rinadi. Shu kabi tasdiqni uchburchakning boshqa uchlaridan chiqadigan medianalarida ham ko‘rsatish mumkin. Demak, ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarning o‘g‘irlik markazlari ustma-ust tushar ekan.

Uchburchak medianalari haqidagi teoremaga ko‘ra $AO=\frac{1}{2}OA_1$, $BO=\frac{1}{2}OB_1$, $CO=\frac{1}{2}OC_1$ tengliklarni yozish mumkin. Gomotetiyada nuqta va uning obrazini gomotetiya markazidan turli tomonda yotishi hamda kesma uzunligining ikki marta kamayishidan ABC uchburchak $k=-\frac{1}{2}$ koeffitsiyentli gomotetiya bilan $A_1B_1C_1$ uchburchakka o‘tishi kelib chiqadi (1-chizma).



1-chizma.

4-teorema (Eyler teoremasi). Istalgan ABC uchburchakda uning ortomarkazi H, tashqi chizilgan aylana markazi O, o‘g‘irlik markazi M bir to‘g‘ri chiziqda yotadi (Eyler to‘g‘ri chizig‘i) va $2OM=MH$ tenglik o‘rinli bo‘ladi.

Isbot. Teoremani isbotlashda vektorlar algebrasidan foydalanamiz [2,3]. Koordinata boshi sifatida ABC uchburchakka tashqi chizilgan aylana markazi O nuqtani olaylik. U holda $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ vektorlar uchun $|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|$ bo‘lib, shu bilan birga $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{3}\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$ bajariladi. H ortomarkaz uchun $\overrightarrow{AH}\perp\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BH}\perp\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CH}\perp\overrightarrow{AB}$ shartalar bajariladi.

$\overrightarrow{BC}=\vec{c}-\vec{b}$ ayirma (modullari teng $|\vec{b}|=|\vec{c}|$ vektorlar ekanligidan) rombning bitta diagonalini ifodalasa, $\overrightarrow{AH}\perp\overrightarrow{BC}$ shartdan $\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{OH}-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OH}-\vec{a}$ ayirma rombning ikkinchi diagonalini $\overrightarrow{AH}=\vec{c}+\vec{b}$ (yoki unga kollinear vektorni) ifodalaydi. Bu yerda uchburchakning uchala tomonida qaralsa $\overrightarrow{AH}=\vec{c}+\vec{b}$, $\overrightarrow{BH}=\vec{a}+\vec{c}$, $\overrightarrow{CH}=\vec{a}+\vec{b}$ bo‘lishi kelib chiqadi va o‘z navbatida $\overrightarrow{OH}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ natijaga ega bo‘lamiz. Demak, $\overrightarrow{OM}\parallel\overrightarrow{OH}$ ekan. Bundan, O,M va H nuqtalarni bir to‘g‘ri chiziqda yotishi hamda $\overrightarrow{OH}=2\overrightarrow{OM}$ munosabatdan M nuqta OH kesmani ½ nisbatda bo‘lishi kelib chiqadi.

Biz yuqorida ko‘rib o‘tgan Eyler aylanasi yana bir qator ajoyib xossalarga ega. Bu aylana to‘qqiz nuqtali aylana ham deyiladi. Ya’ni, Eyler aylanasi uchburchak tomonlari o‘rtalari, balandliklari asoslari va uchburchak uchlarini ortomarkazi bilan tutashtiruvchi kesmalarning o‘rtalari orqali ham o‘tadi. Uchburchak geometriyasi o‘rganilgani sari yanada ajoyib xossalarni namoyon etishda davom etmoqda.

ADABIYOTLAR

1. А.Д.Александров, А.Л.Вернер, В.И.Рыжик Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики./ - 3-е изд., перераб. -М.: Просвещение, 1992.- 464с.
2. Н.Д.Додажонов, М.Ш.Жўраева Геометрия I қисм, “Ўқитувчи” нашриёти, Т. 1996 й., 384 бет.
3. Ҳ.Ҳ.Назаров, Х.О.Очилова, Е.Г.Подгорнова Геометриядан масалалар тўплами, 1-қисм, “Ўқитувчи” нашриёти, Т. 1997 й., 288 бет.

ANIQ INTEGRAL YORDAMIDA BA'ZI BIR LIMITLARNI HISOBLASH USULI

Ahmadov Ilhom Ali o'g'li
Navoiy davlat universiteti o'qituvchisi
Rasulova Madina
Navoiy davlat universiteti talabasi

Annotatsiya. Ushbu maqolada aniq integral va limit tushunchalari o'rtasidagi o'zaro bog'liqlik o'rganiladi, shuningdek Riman yig'indisi yordamida limitlarni integral ko'rinishiga keltirish usuli tahlil qilinadi. Bu yondashuv diskret yig'indilarni uzluksiz funksiyaga o'tkazishga imkon beradi va natijada murakkab limitlarni hisoblash sezilarli darajada soddalashadi.

Kalit so'zlar: limit, aniq integral, Riman yig'indisi, uzluksiz funksiya, yaqinlashish.

Matematik analizda limit va aniq integral tushunchalari bir-biri bilan chambarchas bog'langan bo'lib, ular diskret va uzluksiz jarayonlarni ifodalashda muhim rol o'ynaydi. Ko'plab matematik masalalarda limitlar yig'indi ko'rinishida beriladi, biroq bunday ifodalarni bevosita hisoblash har doim ham qulay emas, shu sababli ularni aniq integralga keltirish usuli samarali yondashuv hisoblanadi.

Asosiy g'oya shundan iboratki, katta sondagi yig'indi elementlari cheksizlikka intilganda uzluksiz jarayonga o'tadi va natijada aniq integral hosil bo'ladi.

Aniq integral Riman yig'indisi orqali aniqlanadi. Agar $f(x)$ funksiya $[a,b]$ kesmada uzluksiz bo'lsa, bu kesma teng bo'laklarga bo'linadi, har bir bo'lak uzunligi esa

$$\Delta x = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + h\Delta x$$

ko'rinishda bo'ladi.

Shunda Riman yig'indisi quyidagi

$$S_n = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_k)\Delta x.$$

ifodaga teng bo'ladi.

Teorema (Riman integrali mavjudligi). Agar $f(x)$ funksiya $[a,b]$ da uzluksiz bo'lsa, bu funksiya Riman ma'nosida integrallanuvchi bo'ladi va quyidagi

$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_k)\Delta x = \int_a^b f(x)dx$ tenglik o'rinli bo'ladi.

Agar $[0,1]$ oraliq olinib, $x_k = \frac{k}{n}$ deb olinsa, quyidagi $\int_0^1 f(x)dx = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right)$ munosabat o'rinli bo'ladi.

Agar $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right)$ ko'rinishidagi limit berilgan bo'lsa, u holda $n\to\infty$ da $\frac{k}{n}\to x$ bo'lib, ifoda $\int_0^1 f(x)dx$ ga teng bo'ladi.

Umumiy ko'rinish quyidagi

$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(a + k\frac{b-a}{n}\right)\frac{b-a}{n} = \int_a^b f(x)dx$ formula bilan aniqlanadi.

Avvalo yig'indi Riman yig'indisi sifatida qaraladi, keyin $\frac{k}{n}$ o'zgaruvchi x bilan almashtiriladi va funksiya aniqlanadi. Shundan so'ng limit integralga o'tkaziladi va standart usullar bilan hisoblanadi.

Ushbu usulni tushuntirish uchun quyidagi misollarni ko'rib chiqamiz:

Misol 1. Berilgan limitni hisoblang: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}\sqrt{1+\frac{k}{n}}$.

Yechish: Bu yerda $f(x)=\sqrt{1+x}$ bo‘lib, $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}\sqrt{1+\frac{k}{n}}=\int_0^1\sqrt{1+x}\,dx$ bo‘ladi.

O‘zgaruvchini $t=1+x$ deb almashtirib $\int_1^2 t^{1/2}dt=\frac{2}{3}t^{3/2}\,|_1^2=\frac{2}{3}(2\sqrt{2}-1)$ natijaga ega bo‘lamiz.

Demak $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}\sqrt{1+\frac{k}{n}}=\frac{2}{3}(2\sqrt{2}-1)$ bo‘ladi.

Misol 2. Berilgan limitni hisoblang: $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{n}{n^2+k^2}$.

Yechish: Bu yerda $f(x)=\frac{1}{1+x^2}$ bo‘lib, $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}\sqrt{1+\frac{k}{n}}=\int_0^1\frac{1}{1+x^2}dx$ bo‘ladi.

Ma’lumki $\int_0^1\frac{dx}{1+x^2}=\arctan x\,|_0^1=\frac{\pi}{4}$ ga teng. Demak $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{n}{n^2+k^2}=\frac{\pi}{4}$.

Misol 3. Berilgan limitni hisoblang: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}\ln\left(1+\frac{k}{n}\right)$.

Yechish: Bu yerda $f(x)=\ln(1+x)$ bo‘lib, $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}\sqrt{1+\frac{k}{n}}=\int_0^1\ln(1+x)dx$ bo‘ladi.

Bo‘laklab integrallash usuli yordamida $\int_0^1\ln(1+x)dx=2\ln 2-1$ ga tengligi topiladi. Bu esa

Demak $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}\ln\left(1+\frac{k}{n}\right)=2\ln 2-1$.

Misol 4. Berilgan limitni hisoblang: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{k/n}{1+(k/n)^2}$.

Yechish: Bu yerda $f(x)=\frac{x}{1+x^2}$ bo‘lib, $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}\sqrt{1+\frac{k}{n}}=\int_0^1\frac{x}{1+x^2}dx$ bo‘ladi.

O‘zgaruvchi kiritish usuli yordamida $\int_0^1\frac{x}{1+x^2}dx=\frac{1}{2}\ln 2$ ekanligi topiladi.

Demak $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{k/n}{1+(k/n)^2}=\frac{1}{2}\ln 2$.

Aniq integral yordamida limitlarni hisoblash usuli diskret va uzluksiz jarayonlar o‘rtasidagi bog‘liqlikni ochib beradi va murakkab limitlarni oddiy integral ko‘rinishiga keltirish orqali ularni hisoblashni sezilarli darajada soddalashtiradi. Riman yig‘indisi yordamida limitlarni aniq integralga o‘tkazish usuli amaliy matematikaning ehtimollar nazariyasi, fizika (ish va energiya hisoblari), statistik modellashtirish, sonli analiz va hisoblash matematikasi kabi juda ko‘plab sohalarda keng qo‘llaniladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Apostol T. M. Calculus, Vol. 1. Wiley, 1967.
2. Rudin W. Principles of Mathematical Analysis. McGraw-Hill, 1976.
3. Fichtenholz G. M. Kurs matematicheskogo analiza. Moskva, 1969.
4. Kolmogorov A. N., Fomin S. V. Elementy teorii funktsiy i funktsionalnogo analiza. Nauka, 1976. 5. Zorich V. A. Mathematical Analysis. Springer, 2004.

TIMSS VA PISA DASTURLARIGA BOSHLANG‘ICH SINF O‘QUVCHILARINI TAYYORLASHNING AHAMIYATI

Alimov A.Y.
Navoiy davlat universiteti, katta o‘qituvchi

Kechagi dars berish uslubi bilan matematikani jadal rivojlantirib bo‘lmaydi. Shuning uchun, avval amalda yaxshi natija bergan xorijiy metodika asosida ta’lim dasturlarini milliy dasturni takomillashtirgan holda yaratib, o‘qituvchilarni qayta tayyorlash zarur. Metodika shunday bo‘lishi kerakki, u bolalarda matematikaga muhabbat uyg‘otsin. Buning uchun o‘quvchilar bu fan hayotda, har bir sohada o‘ziga kerakligini anglashi zarur [1]. Demak, ta’lim jarayonini shunday tashkil etish kerakki, unda asosiy e’tibor va mazmun o‘quvchilarni hayotga tayyorlash bilan bog‘liq bo‘lsin. Har bir dars mazmuni darslik bilan uyg‘unlashgan holda o‘quvchilarni

Mamlakatimizda umumiy o‘rta ta’lim maktablarining o‘qitish tizimini xalqaro baholash dasturlari (TIMSS, PISA)ga moslashtirish, ta’lim-tarbiya jarayoniga individuallashtirish tamoyillarini bosqichma-bosqich tatbiq etish tizimli ishlar amalga oshirilmoqda. Jumladan, O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2018-yil 8-dekabrdagi 997-sonli “Xalq ta’limi tizimida ta’lim sifatini baholash sohasidagi xalqaro tadqiqotlarni tashkil etish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi qarorining ijrosi amalga oshirilmoqda. Bu borada respublikamiz umumiy o‘rta ta’lim mussasalarida TIMSS-2023 xalqaro dasturiga qatnashish uchun tayyorgarlik ishlari olib borilmoqda. Ayniqsa, umumiy o‘rta ta’lim maktablarining o‘qitish tizimini zamonaviy dasturlar, darsliklar va metodikalardan foydalanib tashkil etish o‘quvchilarning turli fanlardan savodxonligini rivojlantirish va ularda ijodkorlik, hamkorlikda ishlash, tanqidiy fikrlash, muloqot madaniyatini shakllantirishga qaratilgan samarali ishlar amalga oshirilmoqda.

Bizga ma’lumki, bu innovatsion jarayonlar Iqtisodiy hamkorlik va taraqqiyot tashkiloti (OECD) hamda Ta’lim sohasidagi yutuqlarni baholash xalqaro assotsiatsiyasi (IEA) tomonidan muayyan davriylik asosida dunyo mamlakatlari bilan hamkorlikda tashkil etiladi. Ushbu tadqiqotlarni tashkil etish va o‘tkazishdan ko‘zlangan maqsadlardan biri 4- va 8-sinf o‘quvchilarining matematika va tabiiy fanlar bo‘yicha egallagan bilim darajasi va sifatini boshqa davlatlardagi ta’lim mazmuni bilan solishtirishdan iborat. Ikkinchi tomondan mamlakatimizda matematika fani bo‘yicha berilayotgan ta’lim mazmuni, o‘quv jarayoni, ta’lim muassasasining imkoniyatlari, o‘qituvchilar salohiyati, o‘quvchilarning oilalari bilan bog‘liq omillar o‘rganiladi.

TIMSS xalqaro tadqiqotlarini olib borish jarayonida quyidagi bir qator savollarga javob izlanadi: 1) O‘zbekiston Respublikasining umumiy o‘rta ta’lim mussasalaridagi 4- va 8-sinf o‘quvchilari boshqa davlatlardagi tengdoshlariga nisbatan matematika va tabiiy fanlardan savodxonligi darajasi qanday? Matematika va tabiiy fanlar 4- va 8- sinf o‘quvchilari uchun qiziqarli fanmi? Oila tomonidan farzandlarga matematikani va tabiiy fanlarni o‘zlashtirishda qanday hissa qo‘shilmoqda? Bugungi kunda bizning mamlakatimizda matematika va tabiiy fanlarni o‘qitish jarayoni qanday tashkil etilgan? O‘zbekiston Respublikasi xalq ta’limi tizimida matematika va tabiiy fanlarni o‘qitish jarayonining boshqa davlatlarga nisbatan o‘ziga xosligi bormi, agar bor bo‘lsa u nimalarda namoyon bo‘ladi? Mamlakatimizda matematika va tabiiy fanlarni o‘qitish bo‘yicha o‘qituvchilar metodlari boshqa mamlakatlar o‘qituvchilari metodlaridan nimasi bilan farq qiladi? Yuqorida qayd etilgan muammolar har bir jamiyatda ulg‘ayib voyaga yetayotgan yosh avlodni matematik bilimlarni puxta egallashlari bilan bog‘liqdir. PISA muayyan maktab o‘quv dasturlarining ustunligini emas, balki o‘quvchilarning asosiy mavzularda bilim va ko‘nikmalarini qo‘llay olish qobiliyati, muammolarni tahlil qilish, sharhlash va samarali hal qilish, fikrlash va muloqot qilish imkoniyatlarini o‘rganadi. O‘quvchilar maktabda o‘rganishi lozim bo‘lgan barcha o‘quv materiallarini to‘liq o‘zlashtira olmaydilar. Samarali o‘rganuvchi bo‘lish uchun nafaqat bilim va ko‘nikmalarni, balki ular qanday va nima uchun o‘rganilishi haqida xabardor bo‘lishi lozim. PISA tadqiqotida topshiriqlar savollarning murakkablik darajasidan kelib chiqqan holda, o‘quvchilar tomonidan berilgan javoblarning to‘liqligiga qarab, «javob to‘liq qabul qilinadi», «javob qisman qabul qilinadi», «javob qabul qilinmaydi» me’zonlari bo‘yicha baholanadi[4]. Jumladan, boshlang‘ich sinf o‘quvchilarida matematik savodxonlik

kompetensiyasini shakllantirish eng dolzarb vazifalardan biri bo‘lib turibdi. Matematik savodxonlik, fan va texnika yangiliklaridan xabardor bo‘lish hamda foydalanish kompetensiyasi - aniq hisob-kitoblarga asoslangan holda shaxsiy, oilaviy, kasbiy va iqtisodiy rejalarni tuza olish, kundalik faoliyatda turli diagramma, chizma va modellarni o‘qiy olish, inson mehnatini yengillashtiradigan, mehnat unumdorligini oshiradigan, qulay shart-sharoitga olib keladigan fan va texnika yangiliklaridan foydalana olish layoqatlarini shakllantirishni nazarda tutadi.

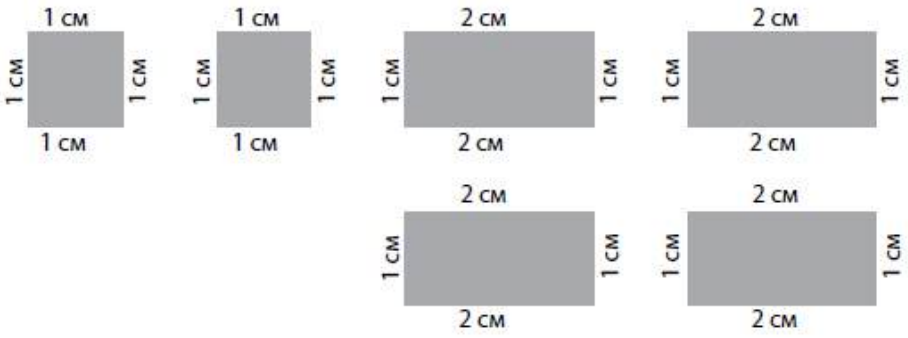
Matematika sohasida bilim, ko‘nikma, malakaga ega bo‘lish barcha sohalarda o‘quvchilarga foyda keltiradi. Birinchi navbatda, nostandart vaziyatlarda muammolarni hal qilish ko‘nikmalarini hosil qiladi va kundalik hayotda tartibli, qat’iyatli va matonatli bo‘lishni o‘rgatadi. Ayniqsa, inson faoliyati davomida kundalik hayotdagi pul xarajatlarini hisoblash, ovqat tayyorlash va qurilish ishlari va shunga o‘xshash barcha sohalarda matematik bilimlar kerak bo‘ladi. Bundan tashqari, muhandislik, arxitektura, buxgalteriya hisobi, bank ishi, tadbirkorlik, tibbiyot, ekologiya va aerokosmos kabi ko‘plab kasbiy sohalar kuchli matematik bilimni talab qiladi. Matematika sohasi iqtisodiyot, moliya, soliq, raqamli texnologiyalar sohasidagi ma’lumotlarni qamrab oluvchi dasturiy ta’minot uchun juda ham muhimdir. Shuning uchun biz o‘quvchilarning matematik bilimlarini tizimlashtirishda va berilayotgan metodikani takomillashtirishda TIMSS topshiriqlarining mazmun-mohiyatini hisobga olishimiz zarur. TIMSS xalqaro tadqiqoti tarkibiy va kognitiv sohalardan tashkil topgan. Tarkibiy soha “Son”, “O‘lchov va geometriya” va “Faktlar(Ma’lumotlar)” kabi bo‘limlardan iborat [2].

4-sinf o‘quvchilari bilan tashkil etiladigan tadqiqotda “Sonlar” bo‘limiga oid mazmun TIMSS topshiriqlari mazmunining 50% ini qamrab oladi u quyidagicha taqsimlanadi: 1) Butun sonlar” (25%); 2) Ifodalar, sodda tenglamalar va munosabatlar (15%); 3) Kasrlar va o‘nli kasrlar (10%). “O‘lchov va geometriya” bo‘limi 30% mazmunni qamrab oladi va 1) O‘lchov (15%); 2) Geometriya (15%) qismlardan tashkil topgan.

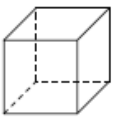
4-sinfda “Faktlar(Ma’lumotlar)” bo‘limiga oid mazmun TIMSS topshiriqlari mazmunining 20% ini qamrab oladi u quyidagicha taqsimlanadi: 1) Faktni o‘qish, izohlash va aks ettirish (15%); 2) Masala yechishda faktlardan foydalanish (5%).

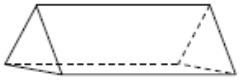
Adabiyotlar tahlili shuni ko‘rsatdiki, yuqorida qayd qilingan TIMSS topshiriqlari mazmuni boshlang‘ich sinf matematikadan o‘quv dasturi, davlat ta’lim standartlari talablari va darsliklar mazmuni bilan mos keladi. Jamiyatimizda sodir bo‘layotgan voqea va hodisalarda o‘quvchilar turli fakt(ma’lumot)larga duch keladilar va bu faktlar asosida turli axborotlarni egallaydilar. Ko‘pincha internet, gazeta va jurnallar, kitoblar va maqolalarda son, diagramma, jadval va grafiklar ko‘rinishda ifodalangan fakt(ma’lumot)lar mavjud bo‘ladi. O‘quvchilar shuni tushunishi kerakki, grafik va diagrammalar ma’lumotlarni yig‘ish va toifalarga bo‘lishda yordam beradi hamda faktlarni taqqoslash uchun imkon yaratadi. 4-sinfda o‘quvchilar savollarga yechim topishda grafik va diagrammalarda berilgan ma’lumotlarni o‘qiy olishlari, to‘plashlari va tasvirlab bera olishlari kerak. Biz quyida TIMSS topshiriqlaridan ayrim masalalarni keltiramiz[3]:

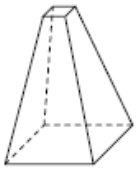
1.

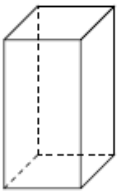


Sayyorada yuqoridagi rasmda ko‘rsatilgan o‘lchamdagi karton qog‘ozidan tayyorlangan shakllar bor va u bu 6 ta shakllarning hech qaysi birini bo‘laklarga bo‘lmasdan hammasidan foydalangan holda quyidagi shakllarning qaysi birini hosil qilishi mumkin.

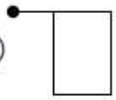
Ⓐ 

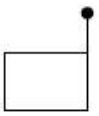
Ⓑ 

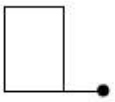
Ⓒ 

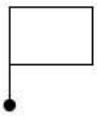
Ⓓ 

2. Ushbu bayroqchani to‘la bir marta aylanishining yarmicha yoki 180^0 burchakka burish natijasida quyidagi ko‘rsatilgan holatdan qaysi biriga mos kelishi mumkin?

Ⓐ 

Ⓑ 

Ⓒ 

Ⓓ 

3. Xaritada tasvirlangan yer maydonining masshtabi 1 santimetrga 4 km to‘g‘ri keladi. Ikki shahar orasidagi masofa xaritada 8 santimetrga to‘g‘ri kelsa, bu masofa aslida necha kilometrni tashkil etadi?

A)2 B)4 C)16 D)32

4. Dovud avval 1,8 km mashinada, so‘ngra 4,5 km avtobusda manzilga yetib oldi. Dovud qancha yo‘l bosgan?

A)6,3 km B) 5,8 km C) 5,13 km D) 4,95 km

5. Qaysi kasr boshqa kasrlarga teng emas?

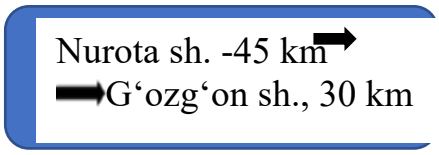
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{4}{8}$ C) $\frac{2}{4}$ D) $\frac{2}{8}$

6. Musobaqada qatnashayotgan futbol komandalari g‘alaba uchun 3 ochko, durang uchun 1 ochko va yutqazsa 0 ochko oladi. Agar “Qizilqum” komandasi 11 ochko olgan bo‘lsa, eng kami bilan o‘yinlar soni nechta bo‘lganda bu komanda yuta oladi?

Javob: _____

7. Mahliyo G‘ozg‘on shahrigacha 2 soat yo‘l yurgan bo‘lsa, u yana shu tezlik bilan yo‘l ko‘rsatkichi orqali harakatlansa necha soatda Nurota shahrining yo‘l ko‘rsatkichiga yetib keladi.





A) $1\frac{1}{2}$ B) 2 C) $2\frac{1}{2}$ D)3

8. 19$\frac{1}{3}$ ni hisoblang:

Javob: _____

Mazkur masalalarni yechish orqali boshlang‘ich sinf o‘quvchilarining matematik savodxonlik kompetensiyalarini rivojlantiriladi va shu orqali biz ularni TIMSS, PISA xalqaro baholash dasturlariga ham tayyorlab boramiz.

Xulosa shuki, TIMSS xalqaro tadqiqotida uzluksiz ravishda ishtirok etish global miqyosda mamlakatimiz ta’lim tizimining samaradorligini kuzatib, tahlil qilib va uni takomillashtirib borish imkonini beradi. Ushbu dastur O‘zbekiston Respublikasi milliy baholash tizimini takomillashtirish, kompetensiyaviy baholash tizimini joriy qilish orqali ta’lim sifatini oshirishga xizmat qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

1. Ablayev O.U., Jo‘rayeva S.N., Mirzayeva S.R., “Ta’lim metodlari” –T.: “Navro‘z” nashriyoti, 2017. 58-bet
2. Alimov A.Ya. N., “Matematika o‘qitish metodikasi fani nazariy va amaliy mashg‘ulotlarining loyihasi”, “Durdona” nashriyoti, Buxoro 2020, 102-bet
3. Ina v.s. mullis, michael o. Martin, timss 2019 assessment frameworks. Timss pirls international study center, lynch school of education, boston college
4. Xalqaro tadqiqotlarda o‘quvchilarning matematik savodxonligini baholash –T.: «Sharq» nashriyot - matbaa aksiyadorlik kompaniyasi, 2019. 10-bet

TRIGONOMETRIK TENGLAMALARNI YECHISH USULLARI

Ashurov N. O.

Navoiy davlat universiteti talabasi

Mavlanova X. K.

Navoiy davlat universiteti o‘qituvchisi

Ushbu ilmiy ishda trigonometrik tenglamalarning yechish usullari tizimli ravishda tahlil qilinadi. Trigonometrik tenglamalar matematikaning muhim sohasi bo‘lib, ularning aniq va samarali yechimi ko‘plab amaliy sohalarda, jumladan fizika, muhandislik va kompyuter ilmida zarurdir. Ishda trigonometrik ifodalar oddiylashtirilishi, identifikatsiyalar qo‘llanilishi hamda grafik usullar bilan yechim topish jarayonlari batafsil ko‘rib chiqilgan. Tadqiqot natijalari trigonometrik tenglamalarni o‘rganayotgan talabalar va mutaxassislarga amaliy qo‘llanma sifatida foydali bo‘ladi.

Trigonometrik tenglamalar - matematikada va turli amaliy sohalarda muhim ahamiyatga ega bo‘lgan tenglamalar sinfi hisoblanadi. Ular trigonometrik funksiyalar yordamida ifodalangan tenglamalardir va modellashtirishda, ayniqsa, davriy hodisalarni tavsiflashda keng qo‘llaniladi. Masalan, to‘lqin harakati, tebranishlar, va elektrotexnika kabi sohalarda trigonometrik tenglamalar yordamida muammolar samarali hal qilinadi. Bundan tashqari, ular geometriya muammolarini, xususan burchaklar va uzunliklarni topishda ham asosiy vosita hisoblanadi.

Ushbu ishning ilmiy yangiligi shundan iboratki, trigonometrik tenglamalarni yechishda turli usullar o‘zaro taqqoslanib, ularning samaradorligi tahlil qilindi. Trigonometrik tenglamalar matematikaning ko‘plab sohalarida, jumladan, fizika, muhandislik va texnologiyada keng qo‘llaniladi, shuning uchun ularni samarali va to‘g‘ri yechish usullarini bilish muhim ahamiyatga ega. Turli metodlarni tahlil qilish trigonometrik tenglamalarni yanada samarali hal qilishni ta’minlaydi, shuningdek, ushbu metodlarning afzalliklari va kamchiliklarini aniqlash imkonini beradi.

Turli trigonometriya tenglamalarini ilgari ko‘rib chiqilgan usullar yordamida yechishda aniq natijalar va ularning tahlillari muhim o‘rin tutadi. Yechimlar to‘plamlari aniq raqamli baholashlar asosida tavsiflangan bo‘lib, ularni grafik ko‘rinishda ham ifodalash mumkin. Masalan, $\sin(x) = 0$ tenglamasi uchun yechimlar

$x = n\pi, n \in Z$ ko‘rinishida hosil bo‘lib, bu orqali periodiklik va takroriylik xususiyatlari aniq ko‘rsatiladi. Grafik tasvirlash usuli yordamida esa, yechimlarning birlik davr ichida qanday takrorlanishi va qaysi nuqtalarda ildizlarga erishilishi ko‘zga tashlanadi. Boshqa tomondan, ba’zi tenglamalarda, masalan, $\cos(2x) = \sin(x)$ raqamli yechimlar va grafik ifodalar yordamida murakkablik darajasi oshgani kuzatiladi, bu esa differensial yondashuvlar va sonli usullarni qo‘llashga olib keladi. Umuman olganda, turli usullar yordamida yechimlar to‘plamining aniqlanishi va uning tahlili trigonometrik tenglamalarning xatti-harakatini chuqurroq tushunishga xizmat qiladi va ba’zi hollarda kutilmagan, ammo ahamiyatli chetlashishlar yoki takroriy naqshlarni aniqlashga imkon beradi.

Misol 1. $\sin(x) = 0$ Yechish: sin(x) funksiyasi nolga teng bo‘lishi uchun burchaklar π ga karrali bo‘lishi kerak. Shuning uchun umumiy yechim quyidagicha yoziladi:

$x = \pi k, k \in Z$

Misol 2. $\cos(2x) = \sin(x)$ Yechish: $\cos(2x)$ funksiyasini trigonometrik formula yordamida almashtiramiz: $\cos(2x) = 1 - 2\sin^2(x)$ Tenglamaga qo‘yamiz: $1 - \sin^2(x) = \sin(x)$. Barcha hadlarni bir tomonga o‘tkazamiz:

$2\sin^2(x) + \sin(x) - 1 = 0$. Kvadrat tenglama hosil bo‘ladi:

$(\sin(x) + 1)(2\sin(x) - 1) = 0$. Har birini alohida yechamiz:

$\sin(x) = -1 yoki \sin(x) = \frac{1}{2}$ .Yechimlarni topamiz:

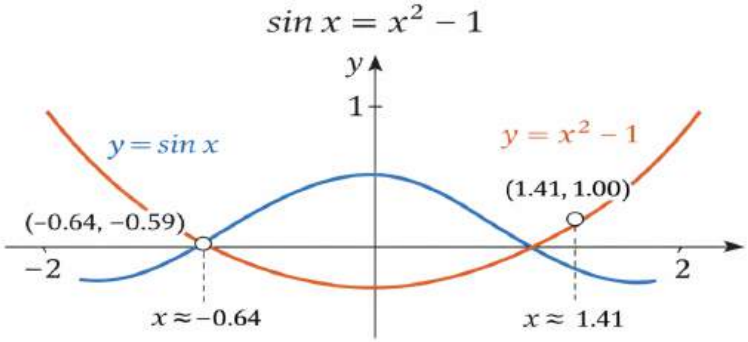
$\sin(x) = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k$. $\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$

Demak umumiy yechimlar quyidagicha:

$x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$

Misol 3. Quyidagi $\sin x = x^2 - 1$ tenglamani grafik usulda yechamiz. Berilgan tenglamani analitik usulda yechish murakkab bo‘lganligi sababli grafik usuldan foydalanamiz. Buning uchun tenglamaning har ikki tomonini alohida funksiyalar sifatida qaraymiz $y = \sin(x)$ va $y = x^2 - 1$

Bu yerda: $y = \sin x$ — periodik va chegaralangan funksiya bo‘lib, uning qiymatlari $[-1;1]$ oraliqda yotadi; — parabola bo‘lib, minimum qiymati -1 ga teng.Mazkur funksiyalarning grafiklari bir koordinata sistemasida chiziladi. Berilgan $y = \sin x$ va fksiyalar ikki nuqtada kesishadi. Ushbu kesishish nuqtalariga mos keluvchi x qiymatlar tenglamaning yechimlari bo‘ladi. Grafik va hisoblashlar natijasida quyidagi yechimlar aniqlanadi: $x \approx -0.64$ va $x \approx 1.41$ Trigonometriya tenglamalarini yechish usullarini taqqoslab, ularning samaradorligi va samarali ishlatilishini baholash mumkin. Har bir usul natija aniqligi, hisoblash murakkabligi va amaliy qo‘llanilish sohalariga qarab o‘ziga xos afzalliklarga ega. Masalan, algebraik usullar aniq natijalar beradi, biroq murakkab yoki ko‘plab qiymatlarni hisoblashda vaqt talab qilishi mumkin. Grafik usullar ko‘proq ko‘rinishda yechimni taqdim etsada, aniqlik jihatdan cheklangan bo‘lishi mumkin. Iteraktiv usullar esa, ayniqsa murakkab yoki noaniq tenglamalar uchun qo‘llanilganda samarali bo‘lib, hisoblash jarayonini tezlashtiradi, lekin ba’zi hollarda konvergentsiya muammolari yuzaga kelishi mumkin. Shuningdek, har bir usulning amaliy qo‘llanilishi tenglama turiga va talab qilingan aniqlik darajasiga bog‘liq. Natijada, trigonometriya tenglamalarini yechishda optimal usulni tanlash, muammo xususiyatlarini chuqur tahlil qilish va kerakli hisoblash resurslarini hisobga olish bilan bog‘liq. Tahlillar shuni ko‘rsatdiki, oddiy tenglamalarda algebraik usul samaraliroq bo‘lsa, murakkab tenglamalarda grafik va sonli usullar afzal hisoblanadi.



Solutions: $x \approx -0.64$; $x \approx 1.41$

Xulosa

Trigonometrik tenglamalarni yechish usullari bo‘yicha olib borilgan tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatdiki, har xil metodlarning har biri o‘ziga xos samaradorlik va qulayliklarga ega. Ushbu usullar matematik masalalarni hal qilishda muhim rol o‘ynaydi va yechimlarni tez va aniq topish imkonini beradi. Tamomlagan tahlillar orqali aniqlik kiritildiki, trigonometrik tenglamalarni yechishda analitik va grafik yondashuvlar, shuningdek, algebraik usullar birgalikda qo‘llanilganda eng yuqori natijalarga erishish mumkin. Bu esa matematikada yanada chuqurroq tushuncha hosil qilish va murakkab masalalarni samarali hal etish uchun katta ahamiyatga ega.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Alimov, R. (2018). Trigonometriya asoslari va tenglamalarni yechish metodlari. Toshkent: O‘zbekiston Davlat Noshirligi.

2. Karimov, S. (2015). Matematik analiz va trigonometriyada yangi yondashuvlar. Ilmiy Tadqiqotlar Jurnali, 3(2), 45-52.

3. Mamatqulov,A.(2020).Trigonometriya va uning amaliy qo‘llanilishi. Samarqand: Samarqand Universiteti Nashriyoti.

4. Sodikov, J. (2016). Trigonometriya va analitik geometriya o‘qitishda innovatsion metodlar. Ta'lim va Innovatsiyalar, 4(1), 10-15.

5. Tursunov, I. (2021). Trigonometriya matematikasi va uning amaliyotdagi o‘rni. Toshkent: Avrasiya Nashriyoti.

6. Qo‘ziyev, B. (2014). Trigonometriya tenglamalarini integratsiyalash usullari. Ilmiy Izlanishlar, 2(3), 58-63.

VITAGEN TA’LIM TEXNOLOGIYASINI AMALIY SAMARADORLIGI

Ashurova G.Sh.

Navoiy davlat universiteti

Annotatsiya: Ushbu maqolada vitagen ta’limi asosida talabalarning axborot-analitik kompetentligini rivojlantirishning samarali yondashuvlari yoritilgan. Shuningdek, talabalarda tahliliy va mustaqil fikrlash ko‘nikmalarini shakllantirish usullari bayon etilib, ularni ta’lim jarayonida qo‘llash imkoniyatlari asoslab berilgan. Maqolada interaktiv metodlarni joriy etish, real hayotiy muammolarni yechishda talabalarning faol ishtirokini ta’minlash hamda ularning axborot-analitik kompetensiyalarini rivojlantirishga oid muhim jihatlar keng yoritilgan.

Kalit so‘zlar: ta’lim texnologiyasi, vitagen, muloqot qilish, idrok xotirasi, axborot, mustaqil, tanqidiy, fikrlash, qobiliyat, resurs, interaktivlik, metod.

Аннотация: В данной статье освещены эффективные подходы к развитию информационно-аналитической компетентности студентов на основе витагенного обучения. Также описаны методы формирования у студентов навыков аналитического и самостоятельного мышления, обоснованы возможности их применения в образовательном

процессе. В статье подробно раскрыты важные аспекты внедрения интерактивных методов, обеспечения активного участия студентов в решении реальных жизненных проблем, а также развития их информационно-аналитических компетенций.

Ключевые слова: образовательная технология, витаген, общение, память восприятия, информация, самостоятельный, критический, мышление, способность, ресурс, интерактивность, метод.

Abstract: This article highlights effective approaches to developing students' information-analytical competence based on vitagenic education. It also describes methods for forming analytical and independent thinking skills in students and substantiates the possibilities of their application in the educational process. Furthermore, the article broadly covers important aspects related to the introduction of interactive methods, ensuring students' active participation in solving real-life problems, and developing their information-analytical competencies.

Keywords: educational technology, vitagenic, communication, perceptual memory, information, independent, critical, thinking, ability, resource, interactivity, method.

Bugungi kunda oliy ta’lim muassasalarida mustaqil fikrlaydigan yuqori malakali kadrlar tayyorlash jarayonini sifat jihatidan yangi bosqichga ko‘tarish muhim masalalardan biri bo‘lib qolmoqda. Buni ilg‘or ta’lim texnologiyalariga asoslangan zamonaviy o‘qitish texnologiyalaridan foydalanish talab etiladi [1, 2, 3].

Oliy ta’lim muassasalarida o‘quv faoliyatini olib borishda professor-o‘qituvchi va talaba o‘rtasida fikr almashish , muloqot qilish , idrok xotirasi, hissiy xotira va xulqiy xotira bilan bog‘liq muammolarni yechishga qaratilgan texnologiyalarni qo‘llash lozimdir. Bunda vitagen ta’lim texnologiyasi samarali hisobalanadi. Vitagen ta’lim texnologiyasining amaliy ahamiyati qiyidagilardan iborat:

- o‘zlashtirish samaradorligini oshiradi. Bunda tajribaga asoslangan o‘qitish orqali talabalar ma’lumotni yaxshiroq eslab qoladi. Misol: axborot texnologiyalari mashg‘ulotlarida talabalarga faqatgina nazariy bilim berish o‘rniga, laboratoriya ishlarini bajartirish orqali jonli kuzatuvlar qilish imkoniyati yaratiladi.

- talabalarning mustaqil va tanqidiy fikrlash qobiliyatini rivojlantiradi. Bunda muammoli vaziyatlar orqali o‘qitish talabalarni tahlil qilish va yechim topishga o‘rgatadi.

Shu bois bugungi kunda oliy ta’lim muassasalarida o‘quv faoliyatini tashkil etishda vitagen ta’lim texnologiyasidan foydalanilmoqda. Chunki, vitagen ta‘lim – professor-o‘qituvchi hamda talabalar muloqot qilish, ta’lim olish va mustaqil o‘qishning qo‘shilishiga, subyekt-obyekt munosabatning subyekt-subyekt aloqaga aylanishiga qaratilgan amaliy faoliyatni ta’minlaydi. Vitagen tajriba inson tomonidan boshidan o‘tkazgan, idrok xotirasi, hissiy xotira va xulqiy xotira bilan bog‘liq va uning uchun yetarlicha qiymatga ega bo‘lgan fikrlar, tuyg‘ular, harakatlarni amalga oshiradi. An’anaviy ta’lim jarayon markazida bilimlarni uzatish tursa, vitagen ta’lim talabaning shaxsiy tajribasiga tayanadi. Bu texnologiya talabaning hayotda orttirgan bilimlari, fikrlari, tuyg‘ulari va harakatlari qotishmasi bo‘lgan vitagen tajribani yangi bilimlarni o‘zlashtirish uchun resurs sifatida xizmat qiladi.

Ta’lim jatayonida vitagen ta’lim texnologiyasi quyidagi bosqichlarni o‘z ichiga oladi:

- nazariy bilimlar tanqidsiz o‘zlashtiriladi;
- keltirilgan ma’lumotlarni baholovchi – saralovchi shaxs;
- tizimli yondashuv ma’lumotlarni eslab qolishga qaratilgan ongli harakatdir.

Vitagen ta’lim texnologiyasi talabalarga o‘z hayotiy tajribalari orqali bilish va o‘rganish imkoniyatini beradi [1]. Hayotiy vaziyatlar orqali o‘rgangan bilimlar, talabalarni faqat nazariy bilimlar bilan cheklamay, balki ularni haqiqiy hayotdagi muammolarni hal qilishga tayyorlaydi. Shu bilan birga talabalar o‘zaro muloqot qilish, muammolarni birgalikda hal etish va jamoaviy ish olib borish orqali kasbiy kompetensiyalarini rivojlantiradilar [2]. Bu jarayon interaktivlikni ta’minlaydi va talabalarni o‘z fikrlarini erkin ifoda etish imkonini beradi. Munozaralar va kreativ o‘yinlar kabi faol usullar, talabalarga boshqalar bilan fikr almashish va muammolarni birgalikda yechish imkonini beradi [3].

Shunday qilib, vitagen ta’lim texnologiyasi talabalarning ijtimoiy muhitda muvaffaqiyatli bo‘lishlari uchun zarur ko‘nikmalarni o‘zlashtirishlariga yordam beradi. Vitagen ta’lim texnologiyasi talabalarning faqatgina bilim olishini emas, balki ularni real hayotga tayyorlashni ham maqsad qilgan samarali yondashuvdir. Ushbu texnologiya mustaqil fikrlash, tanqidiy yondashuv, ijodkorlik va kasbiy fazilatlarini rivojlantirishga xizmat qiladi. Shu bilan birga zamonaviy ta’lim tizimida vitagen texnologiyasidan foydalanish orqali o‘qitish samaradorligi oshadi, talabalar bilimni mustahkam o‘zlashtiradi va uni amaliyotga tatbiq etish ko‘nikmasi shakllanadi. Shuningdek, vitagen ta’limi asosida talabalarning axborot-analitik kompetentligini rivojlantirishning samarali yondashuvlari, talabalarning tahliliy va mustaqil fikrlash ko‘nikmalarini rivojlantirishga xizmat qiladi hamda talim jarayonida zamonaviy texnologiyalarni qo‘llash, interaktiv metodlarni joriy etish va real hayotdagi muammolarni yechishda talabalarning faol ishtirokini ta’minlash, axborot-analitik kompetensiyalarni muvaffaqiyatli shakllantirishga yordam beradi.

ADABIYOTLAR

1. Бичева И. Б., Китов А. Г. Витагенная технология обучения студентов инженерных направлений подготовки // Профессиональное образование в России и за рубежом 3 (19) 2015. – С.106-111.
2. Белкин А. С., Вербицкая Н. О. Витагенное образование в системе педагогического знания (витагенная концеп ция личности) // Педагогическое образование в Рос сии. – 2007. – № 1. – URL: http://cyberleninka.ru/ article/n/vitagennoe-obrazovanie-v-sisteme-pedagogi cheskogo-znaniya-vitagennaya-kontseptsiya-lichnosti.
3. Белкин А. С., Жукова Н. К. Витагенное образование: мно гомерно-голографический подход: технология XXI в. — Екатеринбург : Изд-во УрГУ, 2001. — 106 с.

TEKIS SHAKLLARNING OG‘IRLIK MARKAZINI ANIQLASHDA ANIQ INTEGRALNING TATBIQLARI

Axmatov A.A.
Navoiy davlat universiteti PhD., dots.v.b.
Sa’dullayeva Nilifar, Islomov Namoz
Navoiy davlat universiteti 1-bosqich magistri

Zamonaviy matematika va mexanikaning dolzarb masalalaridan biri – murakkab geometrik shakllar va egri chiziqli yoylar fizik xarakteristikalarini aniq hisoblash hisoblanadi. Xususan, tekis shakllar va bir jinsli egri chiziqlarning og‘irlik markazi hamda statik momentlarini topish muhandislik konstruksiyalari turg‘unligini ta’minlashda muhim amaliy ahamiyatga ega. Aniq integral tushunchasi va uning tatbiqlari ushbu xarakteristikalarni analitik usulda, yuqori aniqlikda hisoblash imkonini beruvchi asosiy matematik apparat bo‘lib xizmat qiladi.

Ushbu maqolaning maqsadi – tekislikda turli koordinata sistemalarida (dekart, parametrik va qutb) berilgan chiziqlar hamda shakllarning og‘irlik markazini topish algoritmlarini ko‘rib chiqish va ularni aniq misollar (aylana choragi, sikloida va kordioida) yordamida tahlil qilishdan iborat

1-misol. Radiusi *r* ga teng aylananing chorak qismidan iboorat bo‘lgan birjinsli yoyining og‘irlik markazini toping (1- rasm).

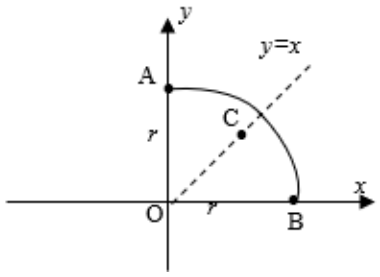
Yechish. 1- rasmda *AB* aylana choragidan iborat yoy tasvirlangandir. Uning tenglamasi $y=\sqrt{r^2-x^2}$, $0\le x\le r$.

Bundan $y'=-\dfrac{x}{\sqrt{r^2-x^2}}=-\dfrac{x}{y}$, $\sqrt{1+(y')^2}=\sqrt{1+\dfrac{x^2}{y^2}}=\dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{y}=\dfrac{r}{y}$.

Aylana chorak qismining uzunligi $S=\dfrac{1}{2}\pi r$ bo‘lishi ma`lum. (6) ning oxirgi formulasidan.

$$Y=\frac{1}{L}\int_0^r y\cdot\frac{r}{y}dx=\frac{2}{\pi r}\cdot r\cdot x\Big|_0^r=\frac{2r}{\pi}.$$

1-rasmdan ko‘rinadiki, AB yoy birinchi chorak bissektrisasiga nisbatan simmetrikdir, demak, uning og‘irlik markazi shu bissektrisada yotadi, ya’ni $X=Y=\frac{2r}{\pi}$

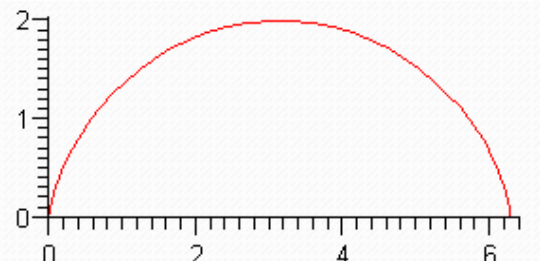


1-rasm.

2-misol. *x=a(t–sint), y=a(1–cost)(a>0)* sikloida bitta arkining (*0≤t≤2π*) uzunligini og‘irlik markazining koordinanalarini hisoblang (2- rasm).

Yechish.

1)Egri chiziq grafigi:



2-rasm.

2) yoy uzunligini hisoblaymiz:

x`=a(1-cost), y`=asint

$$L=\int_0^{2\pi}\sqrt{[a(1-\cos t)]^2+(a\sin t)^2}\,dt=a\int_0^{2\pi}\sqrt{1-2\cos t+\cos^2 t+\sin^2 t}\,dt=$$

$$=a\int_0^{2\pi}\sqrt{2(1-\cos t)}dt=a\int_0^{2\pi}\sqrt{4\sin^2\frac{t}{2}}dt=2a\int_0^{2\pi}\sin\frac{t}{2}dt=$$

$$=2a\left(-2\cos\frac{t}{2}\right)\Big|_0^{2\pi}=-4a(\cos\pi-\cos 0)=8a$$

3) $x_c=\pi a,\quad y_c=\frac{1}{L}\int_0^S y(s)ds=\frac{1}{8a}\int_0^{2\pi}2a^2(t-\cos t)\sin\frac{t}{2}dt=\frac{a}{2}\int_0^{2\pi}\sin^3\frac{t}{2}dt=\frac{4a}{3}$

$$C(x_c,y_c)=C(\pi a,\frac{4a}{3})$$

3-misol. Qutb koordinatalar tekisligida berilgan *ρ=a(1+cosφ)* kordioida (3-rasm) yoyi $0\le\phi\le\pi$ bo‘lagining og‘irlik markazining koordinatalarini hisoblang.

Yechish: $0\le\phi\le\pi,\qquad \rho'=2a(0-\sin\phi)=-2a\sin\phi$

kordioida bo‘lagining massasi

$$M=\int_0^{\pi}\sqrt{(a(1+\cos\phi))^2+(-a\cdot\sin\phi)^2}\,d\phi=a\int_0^{\pi}\sqrt{1+2\cos\phi+\cos^2\phi+\sin^2\phi}d\phi=$$

$$= \sqrt{2}a\int_0^{\pi}\sqrt{1+\cos\phi}d\phi = \sqrt{2}a\int_0^{\pi}\sqrt{2\cos^2\frac{\phi}{2}}d\phi = 2a\int_0^{\pi}\cos\frac{\phi}{2}\,|\,d\phi =$$

$$= 2a\int_0^{\pi}\cos\frac{\phi}{2}d\phi = 2a\left(2\sin\frac{\phi}{2}\right)\Big|_0^{\pi} = 4a.$$

O*y* o‘qqa nisbatan statik momenti:

$$My = \int_0^{\pi} a(1+\cos\phi)\cos\phi 2a\cos\frac{\phi}{2}d\phi = 2a^2.\int_0^{\pi}2\cos^2\frac{\phi}{2}(2\cos^2\frac{\phi}{2}-1)\cos\frac{\phi}{2}d\phi =$$

$$= 8a^2.\int_0^{\pi}2\cos^2\frac{\phi}{2}(2\cos^2\frac{\phi}{2}-1)d(\sin\frac{\phi}{2}) = = 16a^2\int_0^{\pi}\cos^4\frac{\phi}{2}d(\sin\frac{\phi}{2}) - 8a^2.\int_0^{\pi}\cos^2\frac{\phi}{2}d(\sin\frac{\phi}{2}) =$$

$$= = 16a^2\int_0^{\pi}(1-\sin^2\frac{\phi}{2})^2 d(\sin\frac{\phi}{2}) - 8a^2.\int_0^{\pi}(1-\sin^2\frac{\phi}{2})d(\sin\frac{\phi}{2}) = \frac{16}{5}a^2$$

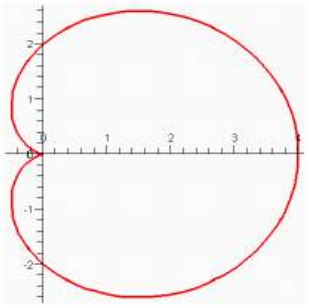
$$x_c = \frac{M_y}{M} = \frac{16}{5}a^2 / 4a = \frac{4}{5}a$$

O*x* o‘qqa nisbatan statik momenti:

$$Mx = \int_0^{\pi} a^2(1+\cos\phi)\sin\phi\sqrt{2(1-\cos\phi)}d\phi =$$

$$= -a^2\sqrt{2}\int_0^{\pi}(1+\cos\phi)^{3/2}d(1+\cos\phi) = -a\sqrt{2}\,\frac{(1+\cos\phi)^{5/2}}{5}\Big|_0^{\pi} = \frac{16}{5}a^2$$

$$y_c = \frac{M_x}{M} = \frac{16}{5}a^2 / 4a = \frac{4}{5}a \qquad C(x_c, y_c) = C(\frac{4a}{5}, \frac{4a}{5})$$



3-rasm

Maqolada keltirilgan tahlillar shuni ko‘rsatadiki, aniq integral yordamida murakkab egri chiziqlarning og‘irlik markazi va statik momentlarini hisoblashning universal va yuqori aniqlikdagi usullari mavjud. Xususan, aylana yoyi kabi simmetrik shakllarning og‘irlik markazi simmetriya o‘qlari tahlili va integral hisobi tatbiqi orqali sodda va tushunarli ko‘rinishda aniqlandi. Shu bilan birga, sikloida va kardioida kabi murakkabroq egri chiziqlar misolida parametrik hamda qutb koordinatalari sistemasidagi integral formulalarining yuqori samaradorligi o‘z isbotini topdi. Tadqiqot jarayoni shuni tasdiqladiki, statik momentlar va massalar markazini aniqlashda integral chegaralarini soha xususiyatidan kelib chiqib to‘g‘ri tanlash hamda tegishli integrallash usullarini qo‘llash hisoblash jarayonini sezilarli darajada osonlashtiradi. Yakuniy xulosa o‘rnida aytish mumkinki, olingan nazariy natijalar va hisoblash algoritmlari nazariy mexanika hamda zamonaviy konstruksiyalarni loyihalashda muhandislik hisob-kitoblari aniqligini ta’minlash uchun mustahkam nazariy zamin bo‘lib xizmat qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. **Azlarov T., Mansurov H.** Matematik analiz. 2-jild. Toshkent, “O‘zbekiston”, 2007.
2. **Soatov Yo.U.** Oliy matematika. 2-jild. Toshkent, “O‘qituvchi”, 1994.
3. **Piskunov N.S.** Differensial va integral hisob. 1-jild. Moskva, “Nauka”, 1985 (yoki Toshkent nashrlari).

“TO‘LIQ TO‘RTUCHLIK VA UNING GARMONIK XOSSALARI” MAVZUSINI O‘QITISHDA “ZINAMA-ZINA” TA’LIM TEXNOLOGIYASIDAN FOYDALANISH

Begmurodov O.A.
Navoiy davlat universiteti katta o‘qituvchisi
Egamov Sh.T.
Navoiy davlat universiteti magistri

Mamlakatimizda so‘nggi yillarda ta'lim tizimining barcha bosqichlarini zamonaviy talablar asosida tashkil etish bo‘yicha amaliy ishlar hal qiluvchi bosqichga o‘tdi.

Respublikamiz ta’lim-tarbiya tizimining asosiy maqsadi yosh avlodning layoqati, qobiliyati va iqtidorini aniqlash, ularning rivojlanishi uchun shart-sharoit va imkoniyatlar yaratishdan iboratdir. Shubhasiz, o‘quvchilarning fanga bo‘lgan qiziqishini shakllashtirish, faolligini oshirish ularni rag‘batlantirish bilan chambarchas bog‘liq.

Iqtidorli o‘quvchilarning egallagan bilim va ko‘nikmalarini qanchalik chuqur va mustahkamligini, ularning ijodiy fikrlash doirasining kengligini aniqlovchi mezonlardan biri matematik bilim, xususan, geometrik tasavvurlar mezoni deb ayta olamiz.

Proyektiv geometriyaning asosiy tushunchalaridan biri bo‘lgan “to‘liq to‘rtuchlik va uning garmonik xossalari” kelajakdagi matematika o‘qituvchilarining nazariy tafakkurini, mantiqiy fikrlashini va geometrik tasavvurini shakllantirishda muhim o‘rin tutadi. Ushbu mavzuni o‘qitishda o‘quv materialini bosqichma-bosqich, izchil va tizimli ravishda yetkazish zarurati yuzaga keladi.

Shu nuqtayi nazardan, “Zinama-zina” pedagogik texnologiyasi murakkab geometrik tushunchalarni oson o‘zlashtirish, tinglovchilarning faolligini oshirish va nazariya bilan amaliyotni uyg‘unlashtirish imkonini beradi.

“Zinama-zina” texnologiyasining mohiyati — bu o‘quv jarayonini ketma-ket, mantiqiy va bosqichma-bosqich tashkil etishga asoslangan pedagogik texnologiya bo‘lib, unda bilimlar oddiydan murakkabga, ma’lumdan noma’lumga qarab egallatiladi.

“Zinama-zina” texnologiyasining asosiy belgilar:

- Bosqichlilik – mavzu mayda mantiqiy qismlarga bo‘linadi
- Izchillik – har bir qadam aniq ketma-ketlikda bajariladi
- Faollik – o‘quvchi jarayonning faol ishtirokchisiga aylanadi
- Mustaqillik – o‘quvchi har bir bosqichni o‘zi bajarishga intiladi
- Nazorat va tahlil – har bir qadamda o‘z-o‘zini tekshirish mavjud

Qisqa ta’rif:

“Zinama-zina” texnologiyasi — bu o‘quvchilarning bilimlarni bosqichma-bosqich, mantiqiy izchillikda va faol ishtirok orqali o‘zlashtirishini ta’minlaydigan pedagogik texnologiyadir.

“Zinama-zina” texnologiyasining afzalliklari quyidagilardan iborat:

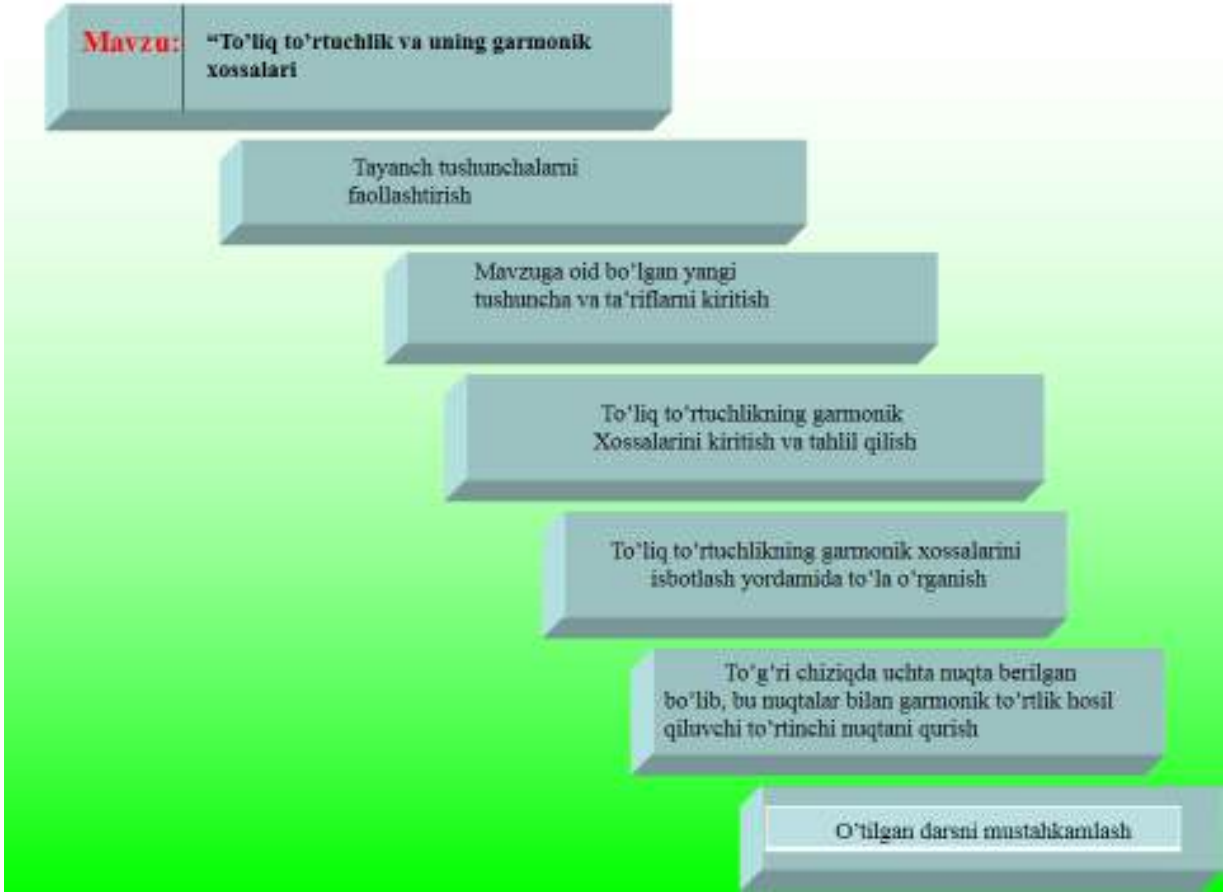
1) Bilimning mustahkam bo‘lishini ta’minlaydi
2) Murakkab mavzularni oson o‘zlashtirishga yordam beradi
3) Mantiqiy va algoritmik fikrlashni rivojlantiradi
4) O‘quvchining faolligini oshiradi
5) Xatolarni erta aniqlash imkonini beradi
6) Individual yondashuvni ta’minlaydi
7) Mustaqil ishlash ko‘nikmasini shakllantiradi

8) Baholashning shaffofligini ta’minlaydi

Xulosa:

“Zinama-zina” texnologiyasi o‘quvchilarning bilimni ongli, izchil va mustaqil egallashiga xizmat qiladigan samarali pedagogik texnologiyadir.

Ma’ruza mashg‘ulotini olib borishda “Zinama-zina” texnologiyasidan foydalanish rejasi:



Texnologiyani qo‘llash:

Zina	Maqsad	Bajariladigan ishlar
1-zina	Tayanch tushunchalarni faollashtirish	Bu yerda talabalar o‘qituvchi boshqaruvida quyidagi topshiriqlarni bajarishadi: 1) “Proyektiv to‘g‘ri chiziqda to‘rtta nuqtaning murakkab nisbati”ga ta’rif bering. 2) To‘rtlikdagi nuqtalarning o‘rni o‘zgarganda murakkab nisbat qanday o‘zgaradi? Savolga javob bering. 3) “Nuqtalarning garmonik to‘rtligi”ga ta’rif bering 4) To‘rtlikdagi nuqtalarning birortasi xosmas bo‘lsa murakkab nisbatni oddiy nisbat orqali ifodalash mumkinmi? Izohlang.
2-zina	Mavzuga oid bo‘lgan yangi tushuncha va ta’riflarni kiritish	Bu bosqichda o‘qituvchi quyidagi tushunchalarning ta’rifini keltiradi, talabalar esa kichik guruhlarga bo‘lingan holda (imkoni bo‘lsa) bu ta’riflarga mos chizmalar chizib, chizmaning ta’rifga mosligini izohlab berishadi. O‘qituvchi xulosa beradi.: 1) To‘liq to‘rtuchlik 2) To‘liq to‘rtuchlikning uchlari va tomonlari 3) To‘liq to‘rtuchlikning qarama-qarshi tomonlari 4) To‘liq to‘rtuchlikning diagonal nuqtalari

		5) Diagonal uchuchlik Oxirida eng to‘g‘ri deb hisoblangan chizmalardan biri keyingi bosqichlarda foydalanish uchun olib qo‘yiladi.
3-zina	To‘liq to‘rtuchlikning garmonik xossalarini kiritish va tahlil qilish	O‘qituvchi to‘liq to‘rtuchlikning tomonlaridagi va diagonallaridagi garmonik nuqtalar to‘rtligi haqidagi xossalarni keltiradi. Xossalarning bayoni keltirilgandan keyin talabalar (kichik guruhlarda) bu xossalarning analitik ifodasi bo‘lgan tengliklarni 2-bosqich (zina) dagi chizmalardan foydalangan holda yozadilar. O‘qituvchi boshchiligida yozilgan tengliklar tahlil qilinadi va to‘g‘rilari qabul qilinib, noto‘g‘rilari to‘g‘rilanadi.
4-zina	To‘liq to‘rtuchlikning garmonik xossalarini isbotlash yordamida to‘la o‘rganish	Xossalarni isbotlash uchun zarur bo‘lgan ko‘rsatmalar o‘qituvchi tomonidan beriladi. Talabalar esa bu ko‘rsatmalardan foydalanib xossalarni isbotlaydi. Ba’zi hollarda o‘qituvchi xossani ifodalovchi tengliklardan birortasini isbotlab ko‘rsatishi ham mumkin. Guruhlardan vakillar o‘z isbotlarini auditoriya e’tiboriga havola etadi. To‘g‘rilari qabul qilinadi, xatolari bo‘lsa to‘g‘rilanadi.
5-zina	To‘g‘ri chiziqda uchta nuqta berilgan bo‘lib, bu nuqtalar bilan garmonik to‘rtlik hosil qiluvchi to‘rtinchi nuqtani qurish	O‘qituvchi tomonidan qurish masalasining asosiy shartlari tushuntiriladi. Namunaviy masala yechib ko‘rsatiladi yoki auditoriyaning imkoniyatiga qarab faqatgina tushuntirish bilan cheklanishi ham mumkin. Talabalar kichik guruhlarga birlashib, masalani yechadilar. Har bir guruhdan bir vakil chiqib qilgan ishlarini boshqalarga tushuntirib beradilar. Umumiy muhokamalardan keyin xulosa qilinadi.
6-zina	O‘tilgan darsni mustahkamlash	O‘tilganlarni mustahkamlash uchun “Blits so‘rov” o‘tkazish mumkin.

Umumiy xulosa:

“Zinama-zina” texnologiyasi amaliy jihatdan samarali bo‘lib, o‘quvchilarning bilim sifati, mustaqilligi va mantiqiy fikrlashini sezilarli darajada oshiradi. U ayniqsa matematika, fizika, kimyo kabi fanlarda yuqori natija beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. O‘zbekiston Respublikasining “Ta’lim to‘g‘risida”gi Qonuni. O‘RQ-637-son. 2020 yil 23 sentabr.

2. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining “Iqtidorli yoshlarni aniqlash va yuqori malakali kadrlar tayyorlashning uzluksiz tizimini tashkil etish chora-tadbirlari to‘g‘risida” gi PQ-4306-son qarori. –Toshkent, 2019 yil 3 may.

3. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining “Matematika sohasidagi ta’lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida” gi PQ-4708-son qarori. – Toshkent, 2020 yil, 7 may.

4. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 9 iyuldagi "Matematika ta’limi va fanlarini yanada rivojlantirishni davlat tomonidan qo‘llab-quvvatlash, shuningdek, O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasining V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida"gi PQ-4387-son.

5. Дадажонов Н.Д., Юнусметов Р., Абдуллаев Т. Геометрия. 2-қисм. –Тошкент. “Ўқитувчи” 1996 й.

6. Х.Х.Назаров, Х.О.Очилова, Е.Г.Подгорнова Геометриядан масалалар тўплами. 2-қисм. – Тошкент. “Ўқитувчи” 1993 й.

7. С.Л.Певзнер. Проективная геометрия. М., 1968.

8. С.Л.Певзнер, М.М.Цаленко. Задачник-практикум по проективной геометрии. Москва “Просвещение” 1982
9. Арнольд БЕРНХАРДТ. Проективная геометрия. Курс, основанный на геометрических построения и наблюдениях. Москва “Парсифаль” 2003
10. T. Ewan faulkner. Projective geometry. Mineola, New York 2006
11. Ishmuhamedov R. J., Abduqodirov M., Pardaev A. Ta’limda innovatsion texnologiyalar (amaliy tavsiyalar). – T.: "Iste’dod" jamg‘armasi, 2008. – 180 b.
12. Yo‘ldoshev J. G‘., Usmonov S. A. Zamonaviy pedagogik texnologiyalar asoslari. – T.: "O‘qituvchi", 2004. – 146 b.
13. Sayidahmedov N. S. Yangi pedagogik texnologiyalar. – T.: "Moliya", 2003. – 172 b.
14. Ziyomuhammadov B. Pedagogik mahorat asoslari. – T.: "Tafakkur", 2011.

DARS MASHG‘ULOTLARİNİ LOYİHALASHDA ZAMONAVİY RAQAMLİ TA’LİM PLATFORMALARİDAN FOYDALANİSH USULİ

Bobonorova Y. A.
Navoiy davlat universiteti tayanch doktoranti

Annotatsiya. *Ushbu maqolada bo‘lajak o‘qituvchilar dars mashg‘ulotlarini samarali loyihashlari uchun zamonaviy ta’lim platformalaridan foydalanish ko‘nikmasini shakillantirish bo‘yicha taklif va tavsiyalar ishlab chiqilgan. Ta’limiy veb-platformalaring imkoniyatlari ochib berilgan*.

Kalit so‘zlar: *veb-platforma, kompitentlik, ta’lim, raqamli texnologiya, , sun’iy intellekt, loyiha*

Abstract*. This article develops suggestions and recommendations for developing the skills of future teachers to use modern educational platforms to effectively design lessons. The possibilities of educational web platforms are revealed.*

Keywords*: web platform, competence, education, digital technology, , artificial intelligence, project.*

Аннотация. *В данной статье предлагаются рекомендации по развитию навыков будущих учителей в эффективном использовании современных образовательных платформ для разработки уроков. Раскрываются возможности образовательных веб-платформ.*

Ключевые слова: *веб-платформа, компетенция, образование, цифровые технологии, искусственный интеллект, проект..*

Bugungi kunda dunyo miqyosida kompyuter texnologiyalaridan ta’lim tizimida keng foydalanilmoqda. UNESCO ning “Ta’lim 2030” [1] dasturida kompyuter texnologiyalaridan ta’limda samarali foydalanish, ularni o‘quv jarayoniga integratsiya qilish muhim vazifalardan biri sifatida belgilangan. Ayniqsa, bo‘lajak o‘qituvchilarning kasbiy tayyorgarligida bu vositalardan foydalanish ularning mutaxassislik faoliyatini to‘g‘ri tashkil etish darajasini oshirish, metakognitiv ongni shakillantirish [2], raqamli texnologiyalardan samarali foydalanish ko‘nikmalarini rivojlantirishda muhim omil hisoblanadi.

Shu bois, turli interaktiv ta’lim platformalari yordamida o‘quv faoliyatini loyihalash bo‘lajak o‘qituvchilarning hissiy va kognitiv ehtiyojlarini chuqur tushunishlari namoyish etishlarida muhimdir [3]. Chunki ularni individual ta’lim berishda va o‘quv faoliyatini loyihalashtirishda pedagogik kompetentligini ochib berishlarida yuqori samaradorlikni ta’minlaydi [4]. Shuningdek, bugungi bo‘lajak o‘qituvchilarning oldida yangi ta’lim platformlarini dars mashg‘ulotlariga integratsiya qilish vazifasi paydo bo‘ldi.

Bo‘lajak pedagoglarning kasbiy kompetentligini raqamli texnalogiyalar orqali takomillashtirishga qaratilgan ishlar To‘rayeva G.T [5] kompetentli yondashuv asosida talabalarning mustaqil ishlash faoliyatini rivojlantirishning pedagogik imkoniyatlari didaktik, tashkiliy-boshqaruvli, kreativ yondashuvlar, mustaqil faoliyatni tashkil etishning, tanqidiy fikrlash, kasbga va amaliyotga yo‘naltirganlik tamoyillarini va axborot ta’lim muhitida ishlash

bosqichlarni moslashtirish asosida takomillash lozim degan fikrni ilgari surgan [5]. Jumladan, matematika fanidan amaliy topshiriqlarni o‘rganishda yangi pedagogik texnologiyalardan foydalanish bo‘yicha Artikova G. A. [6] “amaliy mashg‘ulotlarda talabalarning matematik tushunchalarni to‘liq o‘zlashtirish jarayoni turli ta’lim metodlari bilan tashkil etilgan, o‘quv harakatlari ya’ni o‘quv muammosini tushunish, o‘quv harakatlarini amalga oshirish, o‘zini-o‘zi nazorat qilish va baholashni algoritmlashtirish, samarali mashg‘ulotlar tizimi, “flipped learning” texnologiyalarining “blended learning” imkoniyatlari bilan interferensiyasi asosida talabalar matematik bilimlarni metodik tizimlashtirish modeli” ishlab chiqqan [6]. Otepbergenov J. S. fikriga ko‘ra axborot ta’lim muhitida axborotlarni taqdim etishning chizma tasviriy modellarini qo‘llash vositasida talabalarni yangi bilimlar hamda amaliy faoliyat tajribasini o‘zlashtirish jarayonining intensivligini ta’minlashni ilgari surgan [7]. Agwa Jane Washima tomonidan onlayn o‘quv platformalari talabalarga barcha ma’lumotlarni bir joyda taqdim etadigan ta’lim mazmuni va resurslari uchun veb-makon yoki portal bo‘lib, ular ma’ruzalar, resurslar, boshqa talabalar bilan uchrashish va suhbatlashish imkoniyatlarini, shuningdek, uch turdagi foydalanuvchilar: o‘qituvchi, o‘quvchi va administrator uchun mo‘ljallangan ta’lim mazmuni va qo‘llab-quvvatlovchi materiallarni yaratish va boshqarish afzalroqligini kuzatgan.

Shu bois, bo‘lajak o‘qituvchilarning dars mashg‘ulotlarni loyihalashda zamonaviy ta’lim platformalaridan foydalanish ko‘nikmasini shakillantirishda . Quyidagi 1-jadvalda zamonaviy o‘qitishga asoslangan internet manzillaridagi ta’limiy platformalar va sun’iy intellekt (SI) tizimlari shuningdek, ularning imkoniyatlarini solishtirib ko‘rsak:

1-jadval

Tizim nomi	**İmkoniyatlari**	**Qo‘llanilishi**
DALL·E 3, Midjourney, Adobe Firefly, Fotor AI, getimg.ai,	Rasmlarni professional dizayn asosida yaratadi	Dars jarayonida foydalanish uchun vizual vositalar yaratishda
Canva, slidesgo, gamma.app	Taqdimotlarni matn asosida avtomatik tayyorlab beradi	Har qanday mavzuga mo‘ljallangan taqdimotlarni tayyorlashda
Learningapps, Quizlet, Wordwall, Quizizz, audience.ahaslides	İnteraktiv test topshiriqlar yaratishga mo‘ljallangan ta’lim platformlalari. Ular yordamida turli tarajadagi test topshiriqlari yaratish mumkin.	Ta’lim olib boruvchi o‘qituvchi va o‘quvchi hamkorligida bilimlarni baholashda hamda interaktiv darslar tashkil etishda yordam beradi.
Renderforest, Synthesia, FluxNote, Animaker	Sun’iiy intelekt yordamida animatsion elektron kontentlar tayyorlash	Tayyor matn asosida yaratilgan animatsion effektlardan dars mashg‘ulotida foydalanishda

Buning natijasida, bo‘lajak o‘qituvchilarni darslarni loyihalashga bo‘lgan o‘quv vositalarini to‘g‘ri foydalanishlari, ta’lim jarayonini raqamlashtirish, o‘quv materiallarini samarali boshqarish hamda o‘quvchilar bilimini zamonaviy usullar asosida baholash imkonini beradi. Bo‘lajak o‘qituvchilarni raqamli ta’lim platformalaridan foydalanish savodxonligini oshirish orqali ularda dars mashg‘ulotlarini loyihalashga oid kompetensiyalarini rivojlantirib tayyor kadrlar masalasini ijobiy hal qilish imkoniyatiga ega bo‘lamiz.

ADABIYOTLAR

1. YUNESKO. Ta’lim 2030: Incheon deklaratsiyasi va Harakatlar asosi
2. The mediating role of metacognitive awareness in the relationship between mathematics teaching self-efficacy and mathematics teaching anxiety of pre-service teachers. Gizem Yücel and Derya Özlem Yazlık/ Journal of Pedagogical Research Volume 10, Issue 1, 2026 https://doi.org/10.33902/JPR.202640061

3. Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher, 15(2), 4–14. https://doi.org/10.3102/0013189X015002004
4. Defiy Ajun. Factors affecting the concentration of school-age children. Educational praxis jurnal. https://doi.org/10.32529/epj.v1i1.3884
5. To‘rayeva G.T. Talabalarning mustaqil ishlash faoliyatini rivojlantiruvchi dasturiy ta’minot yaratish va joriy etish metodikasi // dissertatsiya avtoreferat-Toshkent 2025.
6. Artikova G. A. Matematikadan amaliy mashg‘ulotlar metodik tizimini maxsus texnologiyalar asosida takomillashtirish. // dissertatsiya avtoreferat-Toshkent
7. Otepbergenov J. S. Axborot ta’limi muhiti sharoitida talabalarda kognetev kompetentlikni rivojlantirish texnologiyasi // dissertatsiya avtoreferat-Toshkent 2025.
8. Agwa Jane Washima. the effect of online learning platforms on students’ performance in higher institutions in cameroon. cameroon 2022.

MAPLE-MURAKKAB MATEMATIK MASALALARNING SAMARALI YECHIMI

Botirov G‘. I.
Aniq va ijtimoiy fanlar fanlar universiteti rektori
Yusupov R.S.
Aniq va ijtimoiy fanlar fanlar universiteti magistranti

Annotatsiya. Ushbu tezis Maple kompyuter tizimida murakkab matematik masalalarni yechishning samarali usullarini asoslaydi. Maple yordamida murakkab matematik masalalarni yechish, grafik chizish va boshqa matematik jarayonlarni raqamli texnologiya yordamida sodda va samarali o‘rganish mumkin. Ilmiy yangilik Maple buyruqlari, paketlari va baholash mexanizmlarini birlashtirgan amaliy model va tavsiyalar tizimini taklif etishidadir.

Kalit so‘zlar. Maple dastur, simplify, plots, format, grafik, sirt yuzasi, implicitplot buyrug‘i.

Maple tizimi matn muharriri, kuchli hisoblash va grafik prosessoriga ega matn muharriri bo‘lib matnlarni kiritish va muharrirlash uchun ishlatiladi. Matnlar izohlardan iborat bo‘lib unga kiritilgan matematik ifodalar bajarilmaydi. Matn so‘zlar, matematik ifoda va formulalar, maxsus belgilar va hokazolardan iborat bo‘lishi mumkin.Maplening asosiy xususiyati matematikada umumiy qabul qilingan belgilarning ishlatilishidadir. Maple dasturi yordamida oshkor, parametrik, oshkormas ko‘rinishda berilgan bir va ikki o‘zgaruvchili funksiyalarning grafiklarini juda chiroyli chizish mumkin. Oddiy va xususiy hosilali differensial tenglamalarda uchraydigan chegaraviy masalalarni ham ushbu dasturda hal qilish imkoniyati bor.

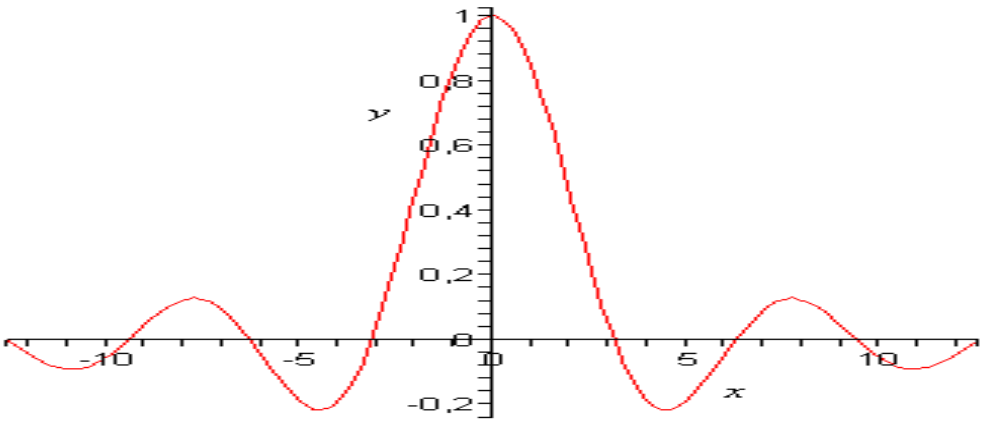
Maple dasturida grafik yasash uchun yana quyidagi buyruqlardan foydalaniladi:

Endi ayrim qiziqarli funksiyalarning grafiklarini chizib ko‘rsatamiz.

№	Buyruqlar	Grafigi chiziladigan funksiya
1	plot(f(x),x=a..b, y=c..d, parametrs)	f(x),x=a..b, y=c..d
2	plot([y=y(t),x=x(t),t=a..b], parametrs)	y=y(t),x=x(t),t=a..b
3	implicitplot(F(x,y)=0, x=x1..x2, y=y1..y2)	F(x,y)=0, x=x1..x2, y=y1..y2
4	implicitplot(F(x,y)=0,G(x,y)=0, x=x1..x2, y=y1..y2)	F(x,y)=0,G(x,y)=0, x=x1..x2, y=y1..y2)
5	inequal({f1(x,y)>c1,…,fn(x,y)>cn}, x=x1…x2,y=y1..y2, options).	f1(x,y)>c1,…,fn(x,y)>cn

1-Misol. $\mathbf{y} = \frac{\sin \mathbf{x}}{\mathbf{x}}$ funksiya grafigi (-4π,4π) oraliqda chizilsin.

Berilgan funksiya grafigini ushbu buyruqni Maple dasturida yozish orqali hosil qilinadi plot(sin(x)/x, x=-4*Pi..4*Pi, labels=[x,y], labelfont=[TIMES, ITALIC, 12]);



2-Misol. 1 4 2 + = x y parabolik silindrni z=4-x-y, z=0 va x=1 tekisliklar orasidagi bo‘lagining yuzini hisoblang(1-rasm).

Yechish. > y:=(x)->sqrt(4*x+1);

$$\mathbf{yx} \to \sqrt{4\mathbf{x}+1}$$

> dl:=simplify(sqrt(1+diff(y(x),x)^2));

$$\mathbf{dl}\sqrt{\frac{4\mathbf{x}+5}{4\mathbf{x}+1}}$$

> EI:=Int((4-x-y(x))*dl,x)=int((4-x-y(x))*dl, x=-1/4..1);

$$\mathbf{El}\int(4-\mathbf{x}-\sqrt{4\mathbf{x}+1})\ \sqrt{\frac{4\mathbf{x}+5}{4\mathbf{x}+1}}\mathbf{dx} = \frac{-19}{6}-\frac{9}{4}\ln 2+\frac{9}{4}\ln\left(7+3\sqrt{5}\right)+\frac{81}{32}\sqrt{5}$$

> EI:=Int((4-x-y(x))*dl,x)=int((4-x-y(x))*dl, x=-0.25..1);

$$\mathbf{El}\int(4-\mathbf{x}-\sqrt{4\mathbf{x}+1})\sqrt{\frac{4\mathbf{x}+5}{4\mathbf{x}+1}}\mathbf{dx} = 6.82428682$$

Sirt va tekisliklarni kesishishi(1-rasm):

> restart; with(plots):with(plots,intersectplot):

> p1:=implicitplot3d({y^2=4*x+1, z=4-x-y},x=-0.5..1,
y=-3..3, z=0..7, grid=[13,13,13]):

> p2:=intersectplot(y^2=4*x+1, z=4-x-y,x=-0.5..1,
y=-3..3, z=0..7, axes=box, thickness=3, orientation=[70,40]):

> p3:=intersectplot(y^2=4*x+1, z=0,x=-0.5..1,y=-3..3, z=0..7, axes=box, thickness=3, orientation=[70,40]):

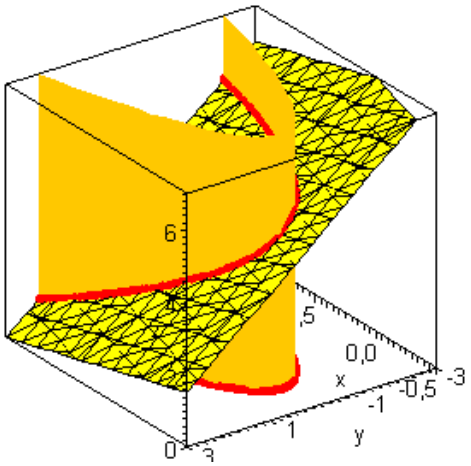
> plots[display]([p1,p2,p3],orientation=[70,40]);

Sirt va tekisliklarni kesishishidan hosil bo‘lgan bo‘lak shakli(2-rasm):

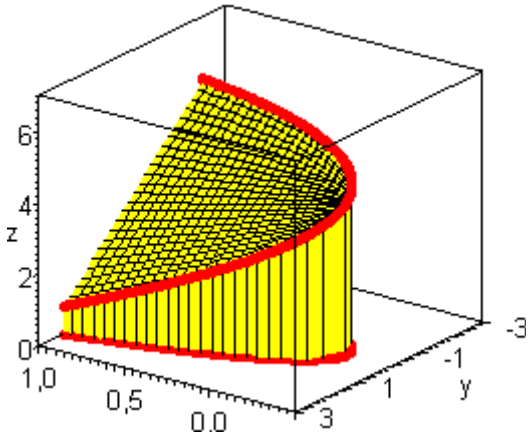
> p1:=intersectplot(y^2=4*x+1, z=4-x-y,x=-0.25..1,
y=-3..3,z=0..7,axes=box,thickness=3,orientation= [70,40]);

> p2:=plot3d(4-x-y,x=-0.25..1,y=-sqrt(4*x+1).. sqrt(4*x+1), axes=normal, filled=true, orientation=[70,40]);

> plots[display]([p1,p2],orientation=[70,40]);



1-rasm.



2-rasm.

Xulosa

Maple platformasi matematika fanini o‘rganishda samarali vositalardan biri bo‘lib, bu dastur yordamida murakkab matematik hisoblashlarni soddalashtirish, turli matematik modellar va grafiklarni yaratish imkoniyatlari mavjud. Shuningdek, Maple ta’lim jarayonida nazariy bilimlarni amaliy ko‘nikmalar bilan uyg‘unlashtirishga yordam beradi. Maple platformasidanfoydalanish nafaqat matematik masalalarni tez va to‘g‘ri yechish, balki ularni tahlil qilish va tadqiqot faoliyatida kengroq imkoniyatlar yaratadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1.Mirzakarimov E.M., Matematika. 1-Jild Darslik, F.: Klassik, 2023
2.Mirzakarimov E.M., Analitik Geometriya Masalalarini Maple Tizimida Yechish. 1q, 2019
3.Abduqodirov A. Hisoblash Matematikasi Va Dasturlashdan Laboratoriya Ishlari.0‘Qituvchi.1993.
4.Демидович Б.П. Сборник Задач И Упражнений По Математическому Анализу. Москва.1997.
5.Азларов Т., Мансуров Х. Математик Анализ 1,2-Қисмлар. Тошкент, Ўқитувчи. 1994.
6.Говорухин В., Сибулин В. Компьютер В Математическом Исследовании. «Питер», -2001
7.Mirzakarimov E.M. (2014,2015). Maple Dasturi Yordamida Oliy Matematika Masalalarini Yechish. 1,2,3q, T.: Adabiyot Uchqunlari.

MATEMATIKA FANINING PAYDO BO‘LISHI VA RIVOJLANISH TARIXI

Djumanazarova N. M.
Navoiy Davlat Universiteti Aniq fanlar fakulteti Matematika kafedrasi o‘qituvchisi
Ahliddinova B.N.
Navoiy Davlat Universiteti Aniq fanlar fakulteti 3-kurs talabasi
Mahmudova M M.
Navoiy Davlat Universiteti Tabiiy fanlar va tibbiyot fakulteti 1-kurs talabasi

Annotatsiya: Ushbu maqolada matematika fanining shakllanishi, uning tarixiy rivojlanish bosqichlari va turli sivilizatsiyalarning ushbu fan taraqqiyotiga qo‘shgan hissasi ilmiy nuqtai nazardan tahlil qilinadi. Qadimgi davrlardagi amaliy ehtiyojlardan boshlangan matematik bilimlar keyinchalik nazariy fan sifatida shakllanib, zamonaviy ilm-fan va texnologiyalarning asosiy tayanchiga aylangan. Maqolada matematikaning rivojlanishiga hissa qo‘shgan Sharq va G‘arb olimlarining ilmiy merosi ham yoritiladi.

Kalit so‘zlar: matematika, tarix, sivilizatsiya, algebra, geometriya, matematik analiz, ilmiy tafakkur, rivojlanish bosqichlari.

Аннотация: В данной статье рассматриваются вопросы возникновения математики, этапы её исторического развития и вклад учёных, живших в разные эпохи, в развитие математической науки. Описывается процесс развития математики от древних цивилизаций до современной эпохи, а также её роль в науке и развитии общества.

Ключевые слова: математика, история, древняя цивилизация, алгебра, геометрия, научное развитие, учёные-математики, вычисления.

Abstract: This article examines the origin of mathematics, its historical stages of development, and the contributions of scholars who lived in different periods to the advancement of mathematical science. It describes the development of mathematics from ancient civilizations to the modern era and highlights its role in science and social development.

Keywords: mathematics, history, ancient civilization, algebra, geometry, scientific development, mathematicians, calculations.

Matematika insoniyat sivilizatsiyasining eng qadimiy va eng fundamental fanlaridan biri hisoblanadi. U insonlarning amaliy ehtiyojlari — sanash, o‘lchash, taqqoslash va hisob-kitob qilish jarayonlari asosida vujudga kelgan. Dastlab oddiy arifmetik amallar ko‘rinishida bo‘lgan matematik bilimlar vaqt o‘tishi bilan murakkab nazariy tizimga aylangan.

Bugungi kunda matematika nafaqat tabiiy fanlarning, balki texnika, iqtisodiyot, informatika va hatto ijtimoiy fanlarning ham asosiy metodologik poydevori hisoblanadi. Shu sababli matematika tarixini o‘rganish uning rivojlanish qonuniyatlarini tushunish va zamonaviy ilmiy jarayonlarni tahlil qilishda muhim ahamiyat kasb etadi.

Ushbu maqolaning maqsadi matematika fanining tarixiy shakllanishi, rivojlanish bosqichlari va uning zamonaviy ilm-fandagi o‘rnini ilmiy asosda yoritishdan iborat.

Matematikaning dastlabki shakllanishi

Matematikaning paydo bo‘lishi insoniyat tarixining eng qadimgi davrlariga borib taqaladi. Ibtidoiy jamiyatda odamlar ovchilik, dehqonchilik va savdo-sotiq bilan shug‘ullanish jarayonida son va miqdor tushunchalariga ehtiyoj sezganlar.

Natijada sanash tizimlari, o‘lchov birliklari va oddiy hisoblash usullari paydo bo‘lgan. Bu jarayon matematik tafakkurning ilk shakllanish bosqichi hisoblanadi. Qadimgi Misr va Bobil sivilizatsiyalarida matematika amaliy fan sifatida rivojlangan. Misrliklar asosan geometriyadan yer o‘lchash va piramidalar qurishda foydalangan bo‘lsa, bobilliklar murakkab hisoblash tizimlarini yaratganlar.

Qadimgi Yunoniston — nazariy matematikaning shakllanishi

Matematika tarixida qadimgi Yunoniston alohida o‘rin egallaydi. Aynan shu davrda matematika ilmiy isbotlashga asoslangan mustaqil fan sifatida shakllandi.

Pifagor sonlar nazariyasini rivojlantirib, matematik munosabatlarni falsafiy asosda tushuntirishga harakat qilgan. Evklid esa “Elementlar” asari orqali geometriyani mantiqiy tizimga solgan.

Arximed esa matematikani fizika va mexanika bilan bog‘lab, integral hisoblashga yaqin usullarni ishlab chiqqan. Bu davr matematikaning nazariy asoslari shakllangan eng muhim bosqich hisoblanadi.

Sharq Uyg‘onish davrida matematikaning rivoji

O‘rta asrlarda matematika rivojining markazi Sharq mamlakatlariga ko‘chdi. Bu davrda ilm-fan, astronomiya va geometriya juda yuqori darajada rivojlandi.

Muhammad al-Xorazmiy algebra fanining asoschisi sifatida tanilib, matematik tenglamalarni yechishning umumiy usullarini ishlab chiqqan. Uning “Al-jabr val-muqobala” asari algebra fanining rivojlanishiga asos bo‘lgan.

Abu Rayhon Beruniy geodeziya, astronomiya va matematik hisoblashlar sohasida katta ilmiy meros qoldirgan. Ibn Sino esa ilm-fanning turli yo‘nalishlarida, jumladan matematik fikrlash va mantiqiy tahlil sohasida muhim ishlar olib borgan.

Sharq olimlarining asarlari keyinchalik Yevropa Uyg‘onish davriga kuchli ta’sir ko‘rsatgan.

Yangi davr matematikasi

XVII asr matematika tarixida tub burilish davri bo‘ldi. Bu davrda matematik analizning shakllanishi ilm-fan rivojida yangi bosqichni boshlab berdi.

Isaac Newton va Gottfried Wilhelm Leibniz differensial va integral hisoblash asoslarini yaratdilar. Bu kashfiyotlar fizika, astronomiya va muhandislik fanlarining rivojlanishiga katta ta’sir ko‘rsatdi.

Natijada matematika tabiiy fanlarni tushuntiruvchi asosiy ilmiy vositaga aylandi.

Zamonaviy matematika va uning ahamiyati

XX–XXI asrlarda matematika eng tez rivojlanayotgan fanlardan biriga aylandi. Kompyuter texnologiyalari, sun’iy intellekt va raqamli tizimlar matematikaning amaliy ahamiyatini yanada oshirdi.

Bugungi kunda matematika:
dasturlash,
kriptografiya,
iqtisodiy modellashtirish,
muhandislik hisoblari,
ilmiy tadqiqotlar
kabi sohalarning asosini tashkil etadi.

Matematika insonning mantiqiy tafakkurini rivojlantirib, muammolarni tizimli hal qilish ko‘nikmasini shakllantiradi.

Xulosa qilib aytganda, matematika fanining paydo bo‘lishi va rivojlanishi insoniyat sivilizatsiyasi bilan uzviy bog‘liqdir. U oddiy amaliy hisoblashlardan boshlab, murakkab nazariy tizimga aylangan universal fan sifatida shakllangan.

Turli davrlarda yashagan olimlarning ilmiy merosi matematika taraqqiyotining asosini tashkil etadi. Bugungi kunda esa matematika zamonaviy ilm-fan va texnologiyalarning ajralmas qismi bo‘lib qolmoqda.

Kelajakda ham matematika sun’iy intellekt, raqamli texnologiyalar va ilmiy innovatsiyalar rivojida asosiy tayanch fan bo‘lib xizmat qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Carl Benjamin Boyer. *A History of Mathematics*. – New York: Wiley, 1968.
2. Howard Whitley Eves. *An Introduction to the History of Mathematics*. – USA: Saunders College Publishing, 1990.
3. Baxodir Ziyomuhamedov. *Pedagogik texnologiyalar asoslari*. – Toshkent: Fan va texnologiya, 2017.
4. Roziya Asadovna Mavlonova. *Pedagogika*. – Toshkent: O‘qituvchi, 2018.
5. O‘zbekiston Respublikasi “Ta’lim to‘g‘risida”gi Qonuni. – Toshkent, 2020.

XIV-XX ASR BOSHLARIDA O‘ZBEKISTONDA MATEMATIKA. O‘ZBEKISTONDA MATEMATIKANI RIVOJLANTIRISHNING ASOSIY YO‘NALISHLARI

Djumanazarova N. M.

Navoiy Davlat Universiteti Aniq fanlar fakulteti Matematika kafedrasi o‘qituvchisi

Ziyodullayeva R. B.

Navoiy Davlat Universiteti Aniq fanlar fakulteti 3-kurs talabasi

Mardanova M. Z.

Navoiy Davlat Universiteti Tabiiy fanlar va tibbiyot fakulteti 1-kurs talabasi

Annotasiya. Ushbu maqolada hozirgi zamonaviy ta’lim tizimi bilan O‘zbekistonda matematikaning asosiy yo‘nalishlarini rivojlantirishning imkoniyatlari yoritiladi. Bundan tashqari XIV–XX asr boshlarigacha bo‘lgan davrda O‘zbekiston hududida matematika fanining rivojlanish jarayoni, uning asosiy yo‘nalishlari, ilmiy maktablar va buyuk allomalar hissasi tahlil qilinadi.

Shuningdek, Sharq Uyg‘onish davridan boshlab, Temuriylar davri ilmiy markazlari, xususan, Ulug‘bek akademiyasi va keyingi davrlardagi ilmiy merosning matematik taraqqiyotga ta’siri yoritiladi. Maqolada tarixiy yondashuv bilan birga zamonaviy ilmiy talqin ham beriladi.

Kalit so‘zlar: Matematika tarixi, O‘zbekistonda matematika, mahalliy matematiklarning yutuqlari

Abstract. This article discusses the possibilities of developing the main directions of mathematics in Uzbekistan with the current modern education system. In addition, the development of mathematics in Uzbekistan from the 14th to the beginning of the 20th centuries, its main directions, scientific schools and the contribution of great scientists are analyzed. It also discusses the influence of the scientific heritage of the Timurid era, especially the Academy of Ulugbek, and the scientific centers of the later periods on mathematical development. The article provides a historical approach as well as a modern scientific interpretation.

Keywords: History of mathematics, mathematics in Uzbekistan, achievements of local mathematicians

Matematika insoniyat sivilizatsiyasining eng qadimiy va asosiy fanlaridan biri bo‘lib, u jamiyat taraqqiyotining barcha bosqichlarida muhim rol o‘ynagan. O‘zbekiston hududi esa qadimdan ilm-fan markazlaridan biri sifatida shakllangan bo‘lib, ayniqsa XIV–XX asr boshlarida bu yerda matematika, astronomiya va geometriya fanlari sezilarli darajada rivojlangan.Sharq Uyg‘onish davri ilm-fan tarixida alohida o‘rin egallaydi. Bu davrda yashab ijod qilgan allomalar nafaqat nazariy bilimlarni rivojlantirdilar, balki ularni amaliy hayot bilan bog‘lashga harakat qildilar. XIV–XV asrlarda ilmiy muhit va Temuriylar davri Markaziy Osiyoda ilm-fan rivojining oltin davri hisoblanadi. Amir Temur tomonidan yaratilgan siyosiy barqarorlik ilmiy markazlarning shakllanishiga zamin yaratdi.Bu davrda matematika asosan quyidagi yo‘nalishlarda rivojlandi: algebraik hisoblashlar,geometriya va o‘lchash nazariyasi, astronomik hisob-kitoblar, trigonometrik jadvallar tuzish. Mirzo Ulug‘bek Samarqandda rasadxona tashkil etib, astronomiya va matematika rivojiga ulkan hissa qo‘shdi. Uning rahbarligida tuzilgan “Zij-i Ko‘ragoniy” asari o‘sha davrning eng aniq astronomik jadvallaridan biri hisoblanadi. Bu ilmiy markazda: sinus va kosinus qiymatlari yuqori aniqlikda hisoblangan, yulduzlar koordinatalari matematik asosda aniqlangan sferik geometriya rivojlantirilgan.

O‘rta asrlarda hozirgi O‘zbekiston hududi va uning atrofidagi mintaqalarda yuksalishga erishgan matematika fani taraqqiyoti XVI asrdan to‘xtab qoldi. XX asrning 2-choragidan bu sohada yangi yuksalish davri boshlandi. 1918-yilda tashkil etilgan Markaziy Osiyodagi birinchi universitet (hozirgi O‘zbekiston milliy universiteti) da V. I. Romanovskiy matematika professori bo‘ldi. Sharqona milliy qadriyatlarni chuqur hurmat qilgan, o‘zbek tilini o‘rgangan professor iqtidorli yoshlardan professional matematiklar yetishtirishga kirishdi va "Toshkent ehtimollar nazariyasi va matematik statistika maktabi" ga asos soldi. Bu maktabdan T. A. Sarimsoqov, S. H. Sirojiddinov, T. Azlarov, Sh. Farmonov kabi yuzdan ortiq mutaxassislar yetishib chiqdi .T. A. Sarimsoqov funksional analiz sohasida, I. S. Arjanix, M. S. Salohiddinov va T. J. Jo‘rayev — matematik fizika tenglamalari nazariyasi, I. S. Kukles oddiy differensial tenglamalar nazariyasi, T. N. Qori-Niyoziy, S. H. Sirojiddinov, G. P. Matviyevskaya — matematika tarixi, V. Q. Qobulov, F. B. Abutaliyev, N. A. Bondarenko, T. Bo‘riyev, A. F. Lavrik hisoblash matematikasi va sonlar nazariyasi yo‘nalishlariga asos soldilar. XX asrning so‘nggi choragida optimal boshqaruv nazariyasi (N. Yu. Sotimov), invariantlar nazariyasi (J. Hojiyev), matematik fizikaning funksional usullari (Sh. O. Alimov), operator algebralari va kvant fizikasining matematik usullari (Sh. A. Ayupov) kup kompleks o‘zgaruvchili funksiyalar nazariyasi (A. S. Sadullayev) kabi eng zamonaviy sohalarida tadqiqotlar yo‘lga qo‘yildi, O‘zbekiston matematiklari Moskva, Sankt-Peterburg, Novosibirsk, Kiyev, Sankt-Peterburgdagi ilmiy markazlar bilan an’anaviy aloqalaridan tashqari yangi imkoniyatlarga ega bo‘ldilar. Buyuk Britaniya, Fransiya, AQSh ilmiy markazlarida o‘zbekistonlik matematiklar asarlari muntazam chop etila boshladi. 1999-yilda O‘zbekiston matematiklari jamiyati tashkil etildi (raisi — T. J. Jo‘rayev), 1991-yildan “O‘zbek matematika jurnali — O‘zbekskiy matematicheskiy jurnal”, 2001-yildan o‘quvchilar uchun “Matematika,

fizika va informatika” jurnali nashr etila boshladi. Bugungi kunda (2001-yil) respublikada 70 dan ortiq fan doktori, 300 dan ortiq fan nomzodi faoliyat ko‘rsatmoqda.[4]

Bizning ajdodlarimiz jahon tan olgan ilmli kishilar bo‘lgan. Hozirgi XXI asrda biz bo‘lajak pedagoglar yetishib kelayotgan yosh avloddan yana vatanimiz nomini dunyoga tanitadigan matematiklar chiqarishimiz kerak. Hozirgi hamma telefonga bog‘lanib qolgan zamonda biz o‘quvchiga shunchaki kitobni tutqazib, o‘qi deb aytolmaymiz. Zamon talabiga mos texnologiyalardan foydalangan holda darslarni qiziqarli o‘tishimiz,o‘quvchilarni matematika qiyin fan deb o‘ylab qolishlariga yo‘l qo‘ymasligimiz kerak. Xulosa o‘rnida aytishim joizki, matematika barcha sohalar asosi. Ayni damda doimiy rivojlanib borayotgan dunyoda yetakchi o‘rinlarda albatta o‘zbek matematiklari turadi. Bu uchun zamonaviy texnologiyalardan samarali va ma’suliyatli foydalanish usullarini o‘ylab topish va mohirona qo‘llash lozim.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. X. Nazarov, A.Ostonov "Matematika tarixi" Toshkent: O‘qituvchi-1996 (114-115)
2. A. Normatov "Matematika tarixi" Toshkent-2007
3. O‘zbekiston tarixi bo‘yicha darsliklar
4.Internet manbalari: www.wikipedia.org

BA’ZI MASALALARNI YECHISH YORDAMIDA O‘QUVCHILARNING FIKRLASH QOBILIYATINI RIVOJLANTIRISH

Erkinova E. S, O‘ktamova M.J

Matematika ta`lim yo‘nalishi 2-kurs talabasi

Majidov Sh. A.

Matematika kafedrasi v.b.dots

Ma`lumki, har qanday algebraik va geometrik nazariy materiali ma`lum bir metodlar asosida tushuntiriladi. Ana shunday metodlar ikki yo‘nalishda bo‘lib, ulardan biri o‘qituvchining tushuntirish metodlari, ikkinchisi esa o‘quvchining qabul qilish metodlaridir. Bunday tushunchalar algebraik va geometrik masalalarni yechishda ham asosiy metodlardan biridir.

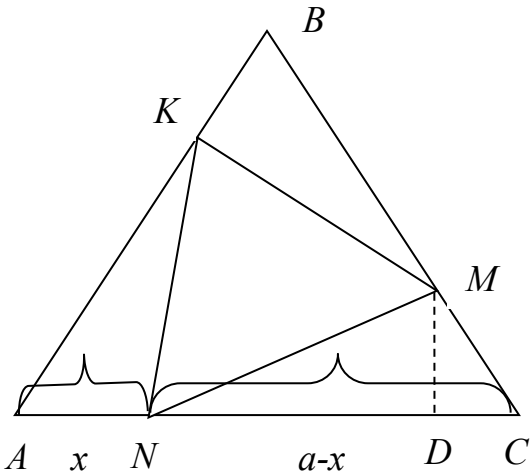
Maktab matematika kursida algebraik va geometrik masalalarni yechish muhim ahamiyatga ega bo‘lib, bunda asosan nazariy bilimlarni bilgan holda masalalar yechishga o‘rinli tadbiq qilish o‘quvchining asosiy vazifalaridan biridir. O‘quvchilar algebraik misol va masalalarni yechishda birmuncha faol bo‘lib, geometrik masalalarni yechishda biroz muammolarga duch kelishi mumkin. Bunga asosiy sababalardan biri geometrik masalalarni mazmun va mohiyatini chuqur va atroflicha to‘g‘ridan-to‘g‘ri tushunib olmasligidadir. Bunday hollarda geometrik masalalarning mazmun va mohiyatlarini batafsil o‘qib, masalani yechishga kerakli bo‘lgan barcha ma`lumotlarni bilmog‘i zarurdir. Bundan tashqari kerakli formulalarni o‘z o‘rnida qo‘llay bilish ham o‘quvchining masalani qay darajada tushunganligidan dalolat beradi.

Geometrik masalalarni o‘quvchilar yechishda avvalo masalaning shartiga javob beradigan geometrik shaklni tasavvur qila bilish zarurdir. Bu esa masalani yechish uchun muhim ahamiyat kasb etadi.

Ayniqsa o‘quvchilarda fikrlashni rivojlantirishda turli xil qiziqarli masalalarni o‘rni muhimdir. Bunda asosan qanday geometrik figura haqida fikr yuritilayotganligi katta ahamiyatga ega. Berilayotgan geometrik figuraning xossalarini, shu figura haqidagi teoremalarni yaxshi o‘zlashtirib olgan bo‘lishi kerak. O‘qituvchi esa masalaning mazmunini o‘quvchiga tushuntirishni oson usulda uning ongiga singdirishga harakat qilib, masala mazmunini ochib berishi zarurdir.

Masalan. Teng tomonli uchburchak ichiga uchlari berilgan uchburchakning tomonlarida yotgan shunday teng tomonli uchburchak chizish kerakki, uning yuzi eng kichik bo‘lsin.

Yechish. Masalani yechishda avvalo yuqorida ta`kidlaganimizdek, masalani shartiga javob beradigan geometrik shaklni to‘g‘ri tanlay olish zarurdir. Masalaning shartiga ko‘ra uchlari A, B, C nuqtalarda bo‘lgan uchburchakni olaylik. Uchburchak teng tomonli bo‘lganligi sababli uning tomoni a ga teng deb olaylik. Berilgan uchburchakning tomonlarida yotuvchi MNK uchburchak ABC uchburchakning ichiga chizilgan teng tomonli uchburchak bo‘lsin (1-chizma).



1-chizma

Berilgan chizmada tomonlari a ga teng bo‘lgan teng tomonli uchburchak tomonlariga urinuvchi ichki teng tomonli uchburchak chizilgan bo‘lib, chizmada $|AN| = x$ bo‘lganligi uchun, $|BK|$ va $|MC|$ lar ham x ga tengdir. Tomoni a ga teng bo‘lgan teng tomonli uchburchak tomonining qolgan qismi esa $|NC| = a - x.$ ga tengdir.

ΔABC teng tomonli uchburchak va ΔMNK ichki chizilgan teng teng tomonli uchburchak urinish nuqtalarida yana uchta uchburchak hosil bo‘ladi. Tashqi va ichki chizilgan uchburchaklar teng tomonli bo‘lganligi sababli hosil bo‘lgan uchta uchburchak ham tengdir. Berilgan chizmada hosil bo‘lgan ΔMNC uchburchakning yuzi

$$\Delta MNC_{yuz} = \frac{1}{2}|NC| \cdot |MD|. \qquad (1)$$

iboratdir. Uchburchak ΔMCD da $\angle CMD = 30^0$ bo‘lib, $|DC| = \frac{|MC|}{2} = \frac{x}{2}$; $|MD| = \sqrt{x^2 - \frac{x^2}{4}} = \frac{x}{2}\sqrt{3}.$ tengdir.

Biz katta teng tomonli uchburchakning yuzini hisoblash formulasini keltiramiz: $\Delta ABC_{yuz} = \frac{a^2}{4}\sqrt{3};$

$|NC|$ va $|MD|$ ning qiymatini (1) ga qo‘yilsa, $\Delta MNC_{yuz} = \frac{1}{2}(a-x) \cdot \frac{x}{2}\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{4}x(a-x).$ ga tengdir. Endi biz ΔMNK teng tomonli uchburchakning yuzini topishga harakat qilamiz. Buning uchun

$$\Delta MNK_{yuz} = \frac{a^2}{4}\sqrt{3} - 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}x(a-x) = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 - 3\frac{\sqrt{3}}{4}ax + \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^3\sqrt{3}}{16}.$$

Bundan ko‘rinadiki, ΔMNK ning yuzi $x = \frac{a}{2}$ bo‘lganda eng kichik bo‘ladi. Demak, $x = |AN| = \frac{a}{2}$; $|NC| = a - x = a - \frac{a}{2} = \frac{a}{2},$ ya`ni $|AN| = |NC| = \frac{a}{2}.$

Javob. Izlanayotgan uchburchakning uchlari berilgan uchburchak tomonlarining o‘rtalarida yotadi.

O‘quvchi yuqoridagi kabi masalalarni yechishda bilish, mantiqiy fikrlash, asosiy tushunchalarni farqlash, masalaning yechilishi haqida hukm chiqarish hamda masalaning yechimi haqida xulosa qilish asosiy vazifalardan biridir.

Masalalarni bunday tartibda batafsil yechimini topish o‘quvchilarning keyingi masalalarni yechishiga yordam berish bilan birgalikda, uning tafakkurini kengayishiga ham ijobiy ta`sir qiladi. Bu esa geometrik masalalarni yechishda o‘quvchilarda yanada qiziqishini orttiradi va masalani yechimini topishga yordam beradi. Ta’lim jarayoniga muammoli masalalarni tizimli kiritish

o‘quvchining intellektual salohiyatini oshiradi, uni raqobatbardosh va kreativ shaxs sifatida shakllantiradi.

ADABIYOTLAR RO‘YXATI.

1. Abdurahmonov, G‘. (2021). Matematikadan mantiqiy masalalar va ularni yechish usullari. Toshkent: "O‘qituvchi".
2. Jumayev, M. E. (2019). Boshlang‘ich sinflarda matematika o‘qitish metodikasi. Toshkent: "Turon-Iqbol".

INNOVATSION TA’LIM MUHITIDA TALABALARNI NOSTANDART MASALALARNI YECHISH KO‘NIKMALARINI RIVOJLANTIRISHNING PEDAGOGIK ASOSLARI

G‘affarova D. Sh.

Navoiy davlat universiteti tayanch doktoranti

Annotatsiya: Ushbu maqolada innovatsion ta’lim muhitida talabalarni nostandart masalalarni yechish ko‘nikmalarini rivojlantirishning pedagogik imkoniyatlari tahlil qilinadi. Dars mashg‘ulotlarida innovatsion texnologiyalardan foydalanish orqali talabalarning mustaqil fikrlash, ijodiy yondashuv va strategik qaror qabul qilish ko‘nikmalarini shakllantirish metodikasi yoritilgan. Misol va interaktiv vositalar yordamida nostandart masalalarni yechish jarayonining samaradorligi, talabalarning faol ishtirokini ta’minlashdagi roli hamda pedagogik jarayonda individual va guruh ishlari orqali o‘quv jarayonini optimallashtirish imkoniyatlari ko‘rsatib berilgan.

Kalit so‘zlar: innovatsion ta’lim, pedagogika, nostandart masalalar, dars mashg‘ulotlari, talaba faoliyati, interaktiv metodlar

Kirish. Bugungi kunda ta’lim jarayonida innovatsion yondashuvlar talabalar bilimini nafaqat kengaytirish, balki ularning ijodiy va tanqidiy fikrlashini rivojlantirishda muhim vosita hisoblanadi. Innovatsion ta’lim muhiti talabalarga mustaqil fikrlash, muammolarni turlicha tahlil qilish va nostandart masalalarni yechish ko‘nikmalarini shakllantirish imkonini beradi [1]. Shu nuqtai nazardan, matematik analiz fanida dars mashg‘ulotlarini zamonaviy pedagogik yondashuvlar asosida tashkil etish, talabalarni nazariy bilim bilan birga amaliy ko‘nikmalar bilan ham ta’minlashga xizmat qiladi.

Matematik analiz fanida talabalar ko‘pincha integral, hosila, limit va funksiyalar tahlili kabi mavzular bilan shug‘ullanadilar. Bu mavzularning murakkabligi talabalarni faollashtirish va ularni innovatsion texnologiyalar orqali darsga jalb qilishni talab qiladi. Shuningdek, nostandart masalalarni yechish orqali talabalarda kreativ fikrlash, strategik qaror qabul qilish va muammolarni turli yo‘llar bilan tahlil qilish ko‘nikmalari rivojlantiriladi [2].

Innovatsion ta’lim texnologiyalarining didaktik ahamiyati.

Innovatsion ta’lim texnologiyalari pedagogik jarayonda talabalarning faol ishtirokini rag‘batlantiradi va ularning ijodiy fikrlashini rivojlantiradi. Interaktiv darslar, simulyatsiyalar, virtual laboratoriyalar va elektron ta’lim resurslari yordamida talabalar matematik analizdagi murakkab masalalarni amaliy misollar orqali o‘rganish imkoniga ega bo‘ladi [3].

Didaktik nuqtai nazardan, innovatsion texnologiyalar quyidagi afzalliklarni beradi:

Individual yondashuv: Har bir talaba o‘z tezligida o‘rganadi, mustaqil mashqlarni bajaradi va natijalarni darhol ko‘radi.

Guruhli faoliyat: Talabalar bir masalani turli yo‘llar bilan yechish orqali bir-biridan o‘rganadi, fikr almashadi va muloqot ko‘nikmalarini rivojlantiradi.

Amaliylashtirish: Nazariy bilimlarni interaktiv dasturlar yordamida real vaziyatlarda qo‘llash imkoniyati paydo bo‘ladi.

Masalan, Wolfram Alpha yoki GeoGebra dasturlari yordamida integral va hosila hisoblash jarayonlarini vizual tarzda ko‘rsatish mumkin. Bu esa talabalarning mavzuni yaxshiroq tushunishiga va nostandart masalalarni mustaqil yechish ko‘nikmalarini shakllantirishga xizmat qiladi [4].

Dars mashg‘ulotlarida nostandart masalalarni qo‘llash metodikasi.

Nostandart masalalar talabalarning tayyor yechimlarni eslab qolishdan ko‘ra, muammoni analiz qilish va turli strategiyalarni sinash orqali yechim topish ko‘nikmalarini rivojlantiradi. Matematik analiz fanida bu masalalar talabalarni integral, hosila, limit va funksiyalar tahlilini amaliy tarzda o‘rganishga jalb qiladi [5].

Nostandart masalalarni qo‘llash metodikasi quyidagi didaktik printsiplarga asoslanadi:

1. Mustaqil fikrlashni rag‘batlantirish: Talabalar o‘z yechimlarini topish jarayonida turli strategiyalarni sinash imkoniyatiga ega bo‘ladi.

2. Turli nuqtai nazardan tahlil: Masalalarni turlicha yechish orqali talaba analitik fikrlashini rivojlantiradi.

3. Amaliy misollar bilan mustahkamlash: Nazariy bilimni real vaziyatlarda qo‘llash imkonini beradi.

4. Ijodiy yondashuvni hisobga olish: Baholash jarayonida talabaning yaratgan innovatsion yechimlari ham hisobga olinadi [6].

Masalan, talabaga integralni hisoblash topshirig‘i beriladi, lekin shartlar o‘zgacha shaklda kiritilgan. Talaba an’anaviy formulalardan tashqari, grafik yoki kompyuter simulyatsiyalari yordamida yechim topishi mumkin. Bu jarayon talabalarni kreativ va mustaqil fikrlashga o‘rgatadi.

Talabalarni innovatsion texnologiyalarga jalb qilishning amaliy yo‘llari.

Dars mashg‘ulotlarida quyidagi usullar orqali talabalar innovatsion texnologiyalarga jalb qilinadi:

Simulyatsiyalar va vizualizatsiya dasturlari: GeoGebra, Desmos, MATLAB kabi dasturlar yordamida matematik funksiyalarni interaktiv tarzda o‘rganish.

Onlayn laboratoriyalar va virtual mashg‘ulotlar: Talabalar mustaqil tajriba o‘tkazish va natijalarni real vaqt rejimida tekshirish imkoniga ega bo‘ladi.

Guruhli loyihalar: Masalalarni guruhda yechish orqali talabalar hamkorlik va muloqot ko‘nikmalarini rivojlantiradi.

Gamifikatsiya elementlari: O‘quv jarayonini o‘yin shaklida tashkil etish orqali motivatsiyani oshirish.

Elektron portfellar va bloglar: Talabalar o‘z yechimlarini yozma va vizual shaklda taqdim etadi, bu esa ijodiy yondashuvni rag‘batlantiradi [7].

Bu metodlar talabalarning matematik analiz fanini o‘rganish jarayonida faolligini oshiradi va nostandart masalalarni yechish ko‘nikmalarini mustahkamlaydi.

Dars mashg‘ulotlarida real misollar va yechimlar

Misol 1: Talabaga integralni hisoblash topshirig‘i beriladi:

$$\int (x^2 + 3x + 4)dx$$

An’anaviy yechim bilan bir qatorda, talaba GeoGebra yordamida grafik orqali integral maydonini vizual tarzda aniqlashi mumkin. Bu esa mavzuni tushunishni osonlashtiradi va mustaqil fikrlash ko‘nikmalarini rivojlantiradi.

Misol 2: Hosilani topish masalasi:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 7$$

Talabalar MATLAB yoki Wolfram Alpha yordamida hosila hisoblashni interaktiv tarzda amalga oshiradi va natijalarni turli yo‘llar bilan tekshiradi. Shu orqali ular muammoni tahlil qilish va nostandart yechimlarni topish ko‘nikmalarini rivojlantiradi.

Misol 3: Limit masalasi, virtual laboratoriya orqali:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

Talabalar bu limitni grafik va interaktiv simulyatsiya orqali vizual tushunadi, bu esa ularning tushunishini mustahkamlaydi.

Xulosa. Innovatsion ta’lim texnologiyalari va nostandart masalalarni yechish metodikasi dars mashg‘ulotlarida talabalarning faolligini sezilarli darajada oshiradi [8]. Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatadiki, innovatsion yondashuvlar orqali talabalar nafaqat nazariy bilimni chuqurroq

o‘zlashtiradi, balki mustaqil fikrlash, strategik qaror qabul qilish va kreativ yondashuv ko‘nikmalarini rivojlantiradi. Shu bilan birga, interaktiv vositalar va virtual laboratoriyalar talabalarga murakkab mavzularni vizual tarzda o‘rganish imkonini beradi, bu esa matematik analiz fanida nostandart masalalarni yechish jarayonini samarali qiladi.

Guruh ishlari va individual topshiriqlar orqali talabalarning o‘zaro muloqoti va fikr almashuvi rag‘batlantiriladi, bu esa pedagogik jarayonni yanada samarali va qiziqarli qiladi. Dars mashg‘ulotlarida gamifikatsiya, elektron portfellar va simulyatsiyalar kabi innovatsion metodlardan foydalanish talabalar motivatsiyasini oshiradi va ularning o‘quv jarayonidagi ishtirokini faol qiladi.

Shuningdek, nostandart masalalarni yechish metodikasi pedagogik jarayonning didaktik samaradorligini oshiradi, chunki talaba muammoni turli yo‘llar bilan tahlil qiladi va eng optimal yechimni topish jarayonida ijodiy fikrlashni rivojlantiradi. Bu esa talabalarni ilmiy-tadqiqot faoliyatiga tayyorlash, ularni mustaqil va mas’uliyatli fikrlashga o‘rgatish hamda o‘quv jarayonida faol va mustaqil ishtirok etishini ta’minlaydi.

Umuman olganda, innovatsion ta’lim muhitida nostandart masalalarni yechish metodikasi pedagogik jarayonni zamonaviy talablarga moslashtiradi, talabalarning akademik va amaliy ko‘nikmalarini rivojlantiradi hamda ularni ijodiy va tanqidiy fikrlashga o‘rgatishda muhim ahamiyatga ega. Shu sababli, ushbu metodikani qo‘llash nafaqat o‘qituvchilarga, balki talabalarga ham dars jarayonini yanada interaktiv, qiziqarli va samarali qilish imkonini beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

[1] Jonson D., *Innovations in Pedagogy and Teaching Strategies*, New York, 2020.

[2] Smith P., *Interactive Learning Technologies in Higher Education*, London, 2019.

[3] Liljedahl P., Santos-Trigo M., *Problem Solving in Mathematics Education*, Springer, 2018.

[4] Gaffarova D.Sh., *Innovative Methods for Teaching Mathematical Analysis*, Tashkent, 2022.

[5] Hattie J., *Visible Learning for Teachers*, Routledge, 2012.

[6] Prensky M., *Digital Game-Based Learning*, McGraw-Hill, 2001.

[7] Fullan M., *The New Meaning of Educational Change*, Teachers College Press, 2007.

[8] OECD, *Innovative Learning Environments*, OECD Publishing, 2013.

TALABALARNING IJODIY VA MUAMMOLI FIKRLASH FAOLIYATINI RIVOJLANTIRISHDA ZAMONAVIY PEDAGOGIK YONDASHUVLARNING METODIK ASOSLARI

G‘affarova D. Sh.

Navoiy davlat universiteti tayanch doktoranti

Annotatsiya. Mazkur maqolada matematik analiz fanini o‘qitishda innovatsion pedagogik yondashuvlarning o‘rni va ahamiyati tahlil qilingan. Xususan, axborot-kommunikatsiya texnologiyalari, kompetensiyaviy yondashuv, muammoli o‘qitish hamda modellashtirish asosida talabalarning nazariy bilimlarini chuqurlashtirish va nostandart masalalarni yechish ko‘nikmalarini rivojlantirish masalalari yoritilgan. Shuningdek, mahalliy va xorijiy olimlarning ilmiy ishlari asosida matematik analizni o‘qitishda zamonaviy metodik yondashuvlarning samaradorligi asoslab berilgan. Tadqiqot natijalari innovatsion ta’lim muhitida talabalar faoliyatini faollashtirish va ularning mustaqil fikrlashini rivojlantirish muhim omil ekanligini ko‘rsatadi.

Kalit so‘zlar: Innovatsion ta’lim, pedagogik texnologiyalar, matematik analiz, nostandart masalalar, kompetensiya, modellashtirish, axborot texnologiyalari, muammoli o‘qitish.

Kirish. Globallashuv va raqamli transformatsiya sharoitida ta’lim tizimi oldiga mutlaqo yangi talablar qo‘yilmoqda. Endilikda ta’lim jarayonining asosiy maqsadi faqat bilim berish bilan cheklanmay, balki talabalarda mustaqil fikrlash, muammolarni hal eta olish, ijodiy yondashuvni shakllantirishdan iboratdir. Shu sababli zamonaviy pedagogik yondashuvlar ta’lim mazmunini yangilash, metod va vositalarni takomillashtirishni talab etmoqda.

Innovatsion pedagogik muhitni shakllantirishda axborot-kommunikatsiya texnologiyalaridan samarali foydalanish, o‘quv jarayonini interaktiv tashkil etish hamda talabalarni faol subyekt sifatida jalb etish muhim ahamiyat kasb etadi. Ayniqsa, murakkab tushunchalarni o‘zlashtirish, ularni amaliy faoliyat bilan bog‘lash va nostandart vaziyatlarda qo‘llay olish ko‘nikmalarini rivojlantirish zamonaviy ta’limning ustuvor yo‘nalishlaridan biridir.

So‘nggi yillarda olib borilgan ilmiy izlanishlar shuni ko‘rsatadiki, ta’lim samaradorligi ko‘p jihatdan o‘qituvchilarning kasbiy kompetensiyasi, qo‘llanilayotgan pedagogik texnologiyalar va o‘quv jarayonining tashkil etilishiga bog‘liqdir. Shu bois innovatsion yondashuvlarni joriy etish orqali talabalarni muammoli vaziyatlarda mustaqil qaror qabul qilishga o‘rgatish dolzarb ilmiy-pedagogik muammo sifatida qaralmoqda.

Asosiy qism. Zamonaviy pedagogik ta’lim tizimida innovatsion texnologiyalarni joriy etish talabalarning bilish faoliyatini faollashtirish, ularning mustaqil va ijodiy fikrlashini rivojlantirish hamda o‘quv jarayonini samarali tashkil etishning muhim omili sifatida qaralmoqda. An’anaviy o‘qitish yondashuvlari asosan tayyor bilimlarni uzatishga yo‘naltirilgan bo‘lsa, innovatsion pedagogik texnologiyalar talabalarning o‘z bilimlarini mustaqil ravishda shakllantirishiga, muammoli vaziyatlarni tahlil qilishiga va nostandart yechimlar topishiga imkon yaratadi.

Ilmiy tadqiqotlar tahlili shuni ko‘rsatadiki, o‘quv jarayonida axborot-kommunikatsiya texnologiyalaridan foydalanish nafaqat bilimlarni o‘zlashtirish sifatini oshiradi, balki ularning barqarorligini ham ta’minlaydi. Xususan, O.E. Belova tomonidan ishlab chiqilgan metodik yondashuvda o‘quv materiallarini vizuallashtirish, ularni tizimli taqdim etish hamda talabalarni faol o‘quv subyekti sifatida jalb etish asosiy tamoyillar sifatida qaraladi [1]. Mazkur yondashuv talabalarning murakkab tushunchalarni anglash jarayonini yengillashtirib, ularning mustaqil ta’lim faoliyatini faollashtirishga xizmat qiladi.

Shu bilan birga, A.S. Bezruchko tomonidan taklif etilgan metodika o‘quv jarayonida zamonaviy dasturiy vositalardan foydalanish orqali bilimlarni amaliy faoliyat bilan integratsiyalash imkonini beradi [2]. Bunda o‘quv materiallari faqat nazariy jihatdan emas, balki grafik, modellashtirish va hisoblash jarayonlari orqali ham o‘rganiladi. Natijada talabalarda analitik tafakkur bilan bir qatorda amaliy ko‘nikmalar ham shakllanadi, bu esa ularning kelajakdagi kasbiy faoliyatida muhim ahamiyat kasb etadi.

E.L. Cheremnyx tadqiqotida innovatsion texnologiyalar asosida tashkil etilgan o‘quv jarayoni talabalarning bilimlarni tizimli va ongli ravishda o‘zlashtirishiga olib kelishi asoslab berilgan [3]. Ayniqsa, interaktiv vositalardan foydalanish o‘quv jarayonini dialogik shaklga keltirib, talaba va o‘qituvchi o‘rtasida samarali hamkorlikni ta’minlaydi. Bu esa bilimlarni chuqurroq anglash va ularni amaliyotda qo‘llash imkoniyatlarini kengaytiradi.

Kompetensiyaviy yondashuv nuqtai nazaridan qaralganda, N.A. Juravleva tomonidan ishlab chiqilgan metodik model alohida e’tiborga loyiqdir [4]. Ushbu modelda talabalar faqat bilim egallovchi emas, balki faol tadqiqotchi sifatida qaraladi. O‘quv jarayoniga tadqiqot xarakteridagi topshiriqlar, loyihaviy faoliyat va muammoli vaziyatlarni kiritish orqali talabalarning kommunikativ, axborot bilan ishlash va mustaqil qaror qabul qilish kompetensiyalari shakllantiriladi.

S.I. Kalinin tadqiqotida esa fundamental bilimlarni shakllantirish masalasi markaziy o‘rin egallaydi [5]. Muallifning ta’kidlashicha, chuqur nazariy tayyorgarlik talabalarning murakkab va nostandart vazifalarni hal etish qobiliyatining asosini tashkil etadi. Shu sababli o‘quv jarayonida nazariy bilimlar va ularning amaliy qo‘llanilishi o‘rtasidagi uzviylikni ta’minlash zarur hisoblanadi.

E.A. Kastina tomonidan taklif etilgan yondashuv esa bo‘lajak mutaxassislarning axborot texnologiyalaridan foydalanishga tayyorligini shakllantirishga qaratilgan [6]. Ushbu modelda texnologik kompetensiyalarni bosqichma-bosqich rivojlantirish orqali talabalarni zamonaviy ta’lim muhitiga moslashtirish nazarda tutiladi. Bu esa ularning kasbiy faoliyatida innovatsion yondashuvlardan samarali foydalanish imkonini beradi.

S.Z. Kenjalieva tadqiqotida esa bilimlarni mazmunli o‘zlashtirish muammosi tahlil qilinib, unda g‘oyaviy yondashuvning ahamiyati asoslab berilgan [7]. Muallifning fikricha, bilimlarni faqat formal o‘zlashtirish emas, balki ularning mohiyatini anglash orqali talabalarda chuqur va barqaror bilimlar shakllanadi. Bu esa ularning nostandart vaziyatlarda to‘g‘ri qaror qabul qilishiga yordam beradi.

Xorijiy tadqiqotlar ham ushbu yo‘nalishdagi ilmiy qarashlarni to‘ldiradi. Jumladan, N. Swanepoel o‘qituvchilarning kasbiy rivojlanishi ta’lim sifatini oshirishda hal qiluvchi omil ekanligini ta’kidlaydi [8]. R. Huo esa zamonaviy raqamli texnologiyalar yordamida nazariy bilimlarni amaliy faoliyat bilan integratsiyalash orqali o‘quv jarayonining samaradorligini oshirish mumkinligini ko‘rsatadi [9]. V.P. Kochnev esa muammoli va nostandart vaziyatlarga asoslangan o‘qitish talabalarning ijodiy tafakkurini rivojlantirishning samarali vositasi ekanligini ilmiy asoslaydi [10].

Umuman olganda, tahlil qilingan ilmiy manbalar innovatsion pedagogik texnologiyalarni qo‘llash orqali o‘quv jarayonini sifat jihatdan yangi bosqichga olib chiqish mumkinligini ko‘rsatadi. Bunda ayniqsa muammoli o‘qitish, modellashtirish, vizuallashtirish, kompetensiyaviy yondashuv va axborot texnologiyalarining integratsiyasi muhim ahamiyat kasb etadi. Ushbu yondashuvlar talabalarning nafaqat bilimlarini chuqurlashtiradi, balki ularni nostandart vaziyatlarda mustaqil va ijodiy fikrlashga tayyorlaydi.

Xulosa. Yuqorida keltirilgan ilmiy tadqiqotlar tahlili shuni ko‘rsatadiki, innovatsion pedagogik muhitni shakllantirish zamonaviy ta’lim tizimining ustuvor yo‘nalishlaridan biri hisoblanadi. Ta’lim jarayonida axborot texnologiyalarini qo‘llash, interaktiv metodlardan foydalanish hamda kompetensiyaviy yondashuvni joriy etish talabalar faoliyatini sifat jihatdan yangi bosqichga olib chiqadi.

Shuningdek, muammoli va nostandart vaziyatlarga asoslangan o‘qitish metodlari talabalarning mustaqil fikrlashini rivojlantirish, ularni real hayotiy vaziyatlarga tayyorlash va ijodiy yondashuvni shakllantirishda muhim ahamiyat kasb etadi. Bunday yondashuvlar orqali ta’lim jarayonida faqat bilim berish emas, balki uni qo‘llay olish, tahlil qilish va yangi vaziyatlarga moslashtirish ko‘nikmalari rivojlantiriladi.

Tahlillar natijasida shuni ta’kidlash mumkinki, innovatsion pedagogik texnologiyalarni kompleks qo‘llash, o‘qituvchilarning kasbiy kompetensiyasini muntazam rivojlantirib borish va o‘quv jarayonini muammoli vaziyatlarga asoslash orqali ta’lim samaradorligini sezilarli darajada oshirish mumkin. Shu bois innovatsion ta’lim muhitida talabalarning ijodiy va muammoli fikrlash faoliyatini rivojlantirish metodikasini takomillashtirish dolzarb ilmiy-pedagogik vazifa sifatida e’tirof etiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Белова О.Е. Методика обучения студентов педагогических вузов интегральному исчислению с использованием информационных технологий.
2. Безручко А.С. Методика обучения решению дифференциальных уравнений с использованием информационных технологий.
3. Черемных Е.Л. Методика обучения основным понятиям интегрального исчисления на основе ИТ.
4. Журавлева Н.А. Формирование базовых ключевых компетенций студентов в процессе обучения математическому анализу.
5. Калинин С.И. Методическая система обучения дифференциальному и интегральному исчислению.
6. Кастина Е.А. Формирование готовности к использованию информационных технологий в профессиональной деятельности.
7. Кенжалиева С.З. Теория и методика реализации идейного потенциала математического анализа.
8. Swanepoel N. Professional development of teachers in teaching problem solving.
9. Huo R. Future teachers’ knowledge of real numbers and functions on computers.
10. Кочнев В.П. Пропедевтика языка математических структур и схем.

KVANT MEXANIKASIDAN QAT'IY MATEMATIK ASOSLARGACHA:SHRYODINGER OPERATORLARINING SPEKTRAL NAZARIYASI, TARIXIY TARAQQIYOT VA DISKRET MODELLAR

Ibragimova D. A.

Navoiy davlat universiteti, Matematika kafedrasi o'qituvchisi

Annotatsiya: Ushbu maqolada Shryodinger operatorlarining fizik modellaridan qat'iy matematik nazariyaga o'tish jarayoni bayon qilinadi. 1926-yilda Ervin Shryodinger tomonidan to'lqin mexanikasining kashf etilishidan boshlab, Jon fon Neymanning Hilbert fazosidagi aksiomatik yondashuvi hamda Tosio Katoning o'z-o'ziga qo'shma operatorlar haqidagi fundamental teoremasigacha bo'lgan davr yoritiladi. Ko'p zarrachali sistemalar dinamikasida modda barqarorligi, sochilish nazariyasi, HWZ teoremasi va Faddeev tenglamalari kabi spektral nazariyadagi burilish nuqtalari hamda zamonaviy panjaraviy modellarning paydo bo'lishi haqida ma'lumot beriladi.

Kalit so'zlar: Shryodinger operatori, kvant mexanikasi, Hilbert fazosi, Kato-Rellix teoremasi, HWZ teoremasi, Faddeev tenglamalari, diskret modellar.

Annotation: This article analyses the historical evolution of Schrödinger operators and their transition from physical modeling to rigorous mathematical theory. It covers the period from the foundation of wave mechanics by Erwin Schrödinger in 1926 to the axiomatic approach in Hilbert space by John von Neumann, and Tosio Kato's fundamental theorem on self-adjointness. Furthermore, turning points in spectral theory, such as the stability of matter, scattering theory, the HWZ theorem, the Faddeev equations, and the emergence of modern discrete lattice models and their mathematical properties are systematically studied.

Keywords: Schrödinger operator, quantum mechanics, Hilbert space, Kato's theorem, HWZ theorem, Faddeev equations, discrete models.

Kvant mexanikasining rivojlanishi XX asr fizikasidagi eng yirik inqiloblardan biri hisoblanadi. 1887-yil 12-avgustda Venada tug'ilgan Ervin Shryodinger o'zining mashhur to'lqin mexanikasini 1926-yilda yaratdi. Uning 1925-yildagi dastlabki urinishi elektronning tezligini yorug'lik tezligiga teng deb olgani (umumiy nisbiylik nazariyasini hisobga olgani) va elektronning spinini inobatga olmagani sababli muvaffaqiyatsizlikka uchragan edi.

1926-yilda esa u elektronlar tezligini past qiymatda olib, nurlanish mexanikasiga mos keluvchi mashhur to'lqin tenglamasini keltirib chiqardi. U o'z kashfiyotida XIX asrda U.R.Hamilton tomonidan ko'rsatib berilgan klassik mexanika va nur optikasi o'rtasidagi matematik analogiyadan muvaffaqiyatli foydalandi. Bu yondashuv unga Lui de Broylning modda to'lqinlari haqidagi g'oyasini qat'iy to'lqin tenglamasiga aylantirish imkonini berdi [1].

Aynan shu davrda Verner Geyzenberg matritsaviy mexanikani ishlab chiqdi. Garchi bu ikki nazariya butunlay farq qiladigan uslublarda yaratilgan bo'lsa-da, tez orada P.Dirak va Jon fon Neyman bu ikki yondashuv (to'lqin nazariyasi va matritsaviy mexanika) aslida bitta matematik obyektning turli xil tasvirlari ekanligini isbotlashdi. Kvant sistemalari dinamikasini tavsiflovchi asosiy obyekt sifatida $H = -\Delta + V$ ko'rinishidagi Shryodinger operatori yuzaga keldi va uning matematik tabiatini o'rganish ehtiyoji paydo bo'ldi [2-3].

Vaqtga bog'liq Shryodinger tenglamasini ($i\partial\psi / \partial t = H\psi$) aniq yechish uchun H operatorining matematik jihatdan "o'z-o'ziga qo'shma" (self-adjoint) bo'lishi talab etilardi. 1932-yilda Jon fon Neyman chegaralanmagan o'z-o'ziga qo'shma operatorlar nazariyasini ishlab chiqib, kvant mexanikasining qat'iy matematik poydevorini yaratdi. U chegaralanmagan operatorlarning o'z-o'ziga qo'shma kengaytmalarini qurish uchun indeks diffektlari nazariyasini ishlab chiqdi. Bu nazariya 1910-yilda H.Veyl tomonidan kiritilgan limit nuqta va limit aylana chegaraviy shartlar tasnifiga uzviy bog'liq bo'lib, bir o'lchamli Shryodinger operatorlarini qat'iy tahlil qilish uchun asos bo'ldi. Biroq, fon Neymanning o'zi Kulon potensiallariga ($1/r$ singulyarlikka) ega bo'lgan haqiqiy atom Hamiltonianlarining o'z-o'ziga qo'shmaligini isbotlashni o'ta murakkab masala deb hisoblagan.

Bu muammo 1951-yilda Tosio Kato tomonidan hal qilindi. Kato o‘zining fundamental teoremasida atom Hamiltonianlarining aniqlanish sohasida o‘z-o‘ziga qo‘shma ekanligini uzil-kesil isbotlab berdi. Kato kinetik energiya operatoriga nisbatan nisbiy chegaralangan potensiallar sinfini kiritdi. U o‘z isbotida asosan F.Rellixning operatorlar uchun qo‘zg‘alishlar nazariyasi va Sergey Sobolev hamda Salomon Boxnerlar tomonidan ishlab chiqilgan Sobolev tengsizliklaridan foydalangan edi. Ushbu qo‘zg‘alishlar nazariyasi matematik fizikaning eng yirik shaxobchalaridan biriga aylandi.

Shryodinger operatorlari nazariyasining eng katta amaliy yutuqlaridan biri — bu "moddaning barqarorligi" muammosining matematik isbotlanishidir. Klassik fizika nuqtai nazaridan N ta elektron va M ta protondan iborat sistema elektrostatik tortishish tufayli markazga qulashi kerak edi. 1967-yilda Friman Dayson va Andrew Lenard bunday sistemaning umumiy energiyasi quyidan

$-c\left(N+M\right)$ bilan chegaralanganligini isbotladilar. Ularning isbotida elektronlarning fermion ekanligi, ya’ni Paulining taqiqlash prinsipi hal qiluvchi rol o‘ynadi. 1975-yilda Elliot Lieb va T.Walter Tomas-Fermi yaqinlashishidan foydalangan holda bu isbotni ancha soddalashtirdilar va energiya chegara koeffitsiyentini sezilarli darajada yaxshilashga erishdilar.

Operatorlarning sochilish nazariyasida ham jiddiy amaliy yutuqlar qayd etildi. H. Møller tomonidan kiritilgan to‘lqin operatorlari yordamida sochilish matritsasi aniqlandi. Asosiy muammo asimptotik to‘lalik edi: har qanday holat vaqt cheksizlikka intilganda faqat yakkalangan bog‘langan holatlar va erkin sochilib ketayotgan to‘lqinlardan iborat bo‘ladimi? Degan savol edi. Enss 1978-yilda geometrik metodlarni kiritib, ikki zarrachali sistemalar uchun asimptotik to‘lalikni qat’iy matematik isbotini berdi va bu kvant sochilish nazariyasida inqilob yasadi.

Ko‘p zarrachali sistemalar sohasidagi navbatdagi fundamental yutuq — bu uzluksiz spektrning qayerdan boshlanishini belgilab beruvchi HWZ teoremasidir. Bu teorema 1960-yillarda Hunziker, Winter va Zhislinlar tomonidan mustaqil ravishda isbotlangan. Teoremaga ko‘ra, N zarrachali H Hamiltonianning muhim spektri $\sigma_{ess}\left(H\right)=\left[\Sigma,\infty\right)$ oraliqdan iborat bo‘ladi. Bu yerdagi Σ ning qiymati, tizim ikki yoki undan ortiq mustaqil kanal (qism) larga ajralgandagi eng kichik energiyani bildiradi. Bungacha esa, 1960-yillarda L.D. Faddeev uch zarrachali sistemalarni tahlil qilish uchun [5] (kompakt yadroli) integral tenglamalarni kashf qilgan edi. Fizik olim V. Yefimov esa 1970-yilda rezonans holatidagi zarrachalar cheksiz ko‘p bog‘langan holatlarni yuzaga keltirishini mumkinligini tajriba asosida hal qildi.

Uzluksiz fazodagi Shryodinger operatorlaridan farqli ravishda, zamonaviy matematik fizikada panjaradagi kvant modellarini tavsiflovchi diskret Shryodinger operatorlari ham muhim ahamiyat kasb etadi. Kinetik energiya operatorining chegaralanganligi bu muhitda o‘ziga xos xususiyatlarni shakllantiradi. P. Andersonning tasodifiy potensiallar ostida spektral lokalizatsiyani kashf etishi ulkan yutuq bo‘ldi. O‘lchami d bo‘lgan tor T^d da aniqlangan kvadrati bilan integrallanuvchi funksiyalar fazosida $L_2\left(T^d\right)$ harakat qiluvchi ikki zarrachali diskret Hamiltonianni qaraylik. Standart Furye almashtirishi $F:L_2(\left(T^d\right)^2)\to\ell_2(\left(Z^d\right)^2)$ orqali sistemaning spektral xossalarini o‘rganish alohida $h\left(k\right)=h_0\left(k\right)-V$ operatorlar oilasini o‘rganishga keltiriladi. Bu yerda $h_0\left(k\right)$ operatori kinetik energiyani ifodalasa, V esa

$$Vf\left(x\right)=\int_{T^d}V\left(x-s\right)f\left(s\right)ds$$

ko‘rinishidagi integral operator orqali ta’sirlashuvni bildiradi.

Ushbu diskret modellar sohasida O‘zbekiston matematiklari hissasi salmoqlidir. Xususan, akademik S.N. Laqayev [6] va uning shogirdlari tomonidan olib borilgan izlanishlar natijasida ko‘p zarrachali diskret modellarni tahlil qilishning yangi metodlari yaratildi. Ular tomonidan uch zarrachali sistemalar uchun panjarada Yefimov effekti saqlanib qolishi va uzluksiz modellarda uchramaydigan yangi rezonans holatlarining paydo bo‘lishi ko‘rsatildi.

Shryodinger operatorlarining bir asrlik tarixi, fizik qonuniyatlarning funksional tahlil apparati orqali qanday qilib mukammallikka erishganligini ko‘rsatadi. Fon Neyman va Katoning isbotlaridan tortib, Rid va Saymonlarning 4 tomlik jildlari [4] da jamlangan sochilish nazariyasi va bugungi kundagi diskret modellarigacha bo‘lgan bu evolyutsiya murakkab kvant tizimlarini anglashning yagona to‘g‘ri yo‘lidir. Jumladan Samarqand matematika maktabi yutuqlari asosida shakllantirilgan ushbu zamonaviy tahlil diskret kvant sistemalarini tadqiq qiluvchilar uchun asos bo‘lib xizmat qiladi.

Kelajakdagi ilmiy tadqiqotlarda Shryodinger operatorlari nazariyasi yanada keng ko‘lamli va innovatsion sohalarga xizmat qilishi kutilmoqda. Xususan, zamonaviy kvant kompyuterlari va kvant axborot nazariyasining rivojlanishi murakkab ko‘p zarrachali Hamiltonianlarning spektral xossalarini chuqur o‘rganishga tayanadi. Shuningdek, qattiq jismlar fizikasidagi kashfiyotlar, grafen va topologik izolyatorlar dizayni asosan davriy hamda tasodifiy panjaralardagi Shryodinger operatorlarini tahlil qilishni talab etadi. Ushbu matematik apparat nazariy fizika va kelajak nanotexnologiyalari uchun asosiy fundamental baza bo‘lib xizmat qilishda davom etadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

[1] Simon, B. (2000). Schrodinger operators in the twentieth century. Journal of Mathematical Physics, 41(6), 3523-3555.

[2] Simon, B. (1985). The Theory Of Schrodinger Operators: What’s It All About?. Engineering Science, 20-25.

[3] Jumayeva, S. I., Hayitova, M. A. (2023). Ikki Zarrachali Diskret Shryodinger Operatori Tarixi Va Lining Ba’zi Xossalari. Journal Of New Century Innovations.

[4] Reed, M., Simon, B. (1980). Methods Of Modern Mathematical Physics I: Functional Analysis.

[5] Faddeev, L. D. (1965). Mathematical Aspects of the Three-Body Problem in the Quantum Scattering Theory. Israel Program for Scientific Translations.

[6] Laqaev, s.n., Holmatov, sh.yu. (2010). hilbert fazolarida o‘z-o‘ziga qo‘shma operatorlar. Samdu nashriyoti, Samarqand.

UCHBURCHAKNING AJOYIB NUQTALARI VA ULARNING GEOMETRIK QONUNIYATLARI

Ibragimova D.A.

Navoiy davlat universiteti, Matematika kafedrasi o‘qituvchisi

Rahmonqulova M. B.

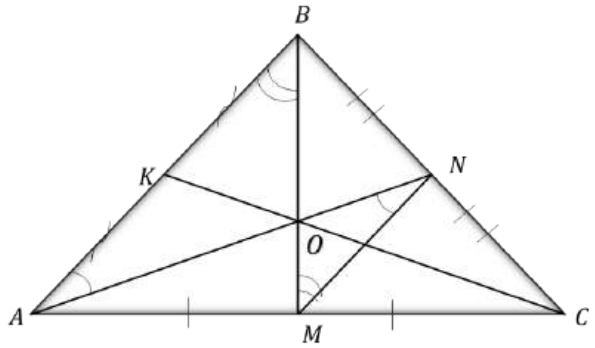
NavDU talaba

Yevklid geometriyasida uchburchak nafaqat eng oddiy ko‘pburchak, balki chuqur matematik xossalarni va o‘zaro mutanosiblikni o‘zida jamlagan fundamental shakldir. Uchburchakning ichki va tashqi qismida joylashgan, uning asosiy elementlari (medianalar, balandliklar, bissektrisalar va o‘rta perpendikulyarlar) kesishuvidan hosil bo‘ladigan maxsus nuqtalar fanda "ajoyib nuqtalar" deb yuritiladi. Ushbu maqolaning maqsadi mazkur nuqtalarning mavjudligini geometrik yondashuvlar yordamida analitik isbotlash va ularning fanga ma’lum bo‘lgan yashirin simmetriyalarini (Eyler chizig‘i) tahlil qilishdan iborat. Teoremalarni isbotlash jarayonida klassik planimetriya usullaridan foydalanildi.

1. Medianalar xossasi (Og‘irlik markazi)

Teorema: Uchburchakning medianalari bitta nuqtada kesishadi va kesishish nuqtasida uning uchidan boshlab hisoblaganda $2:1$ kabi nisbatda bo‘linadi.

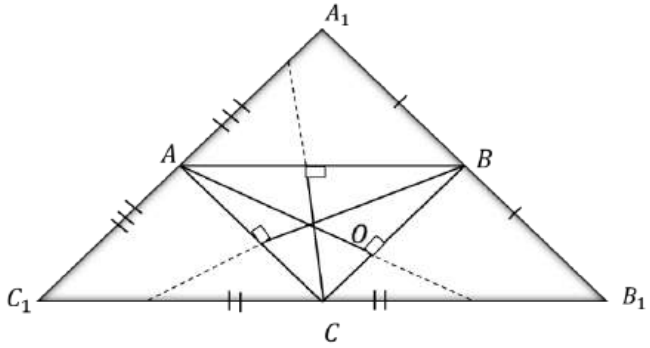
Isbot : Agar M va N nuqtalar mos ravishda AC va BC tomonlarning o‘rtalari deb olinsa, u holda MN kesma o‘rta chiziq bo‘ladi va $MN \parallel AB$ sharti bajariladi. Natijada, AN va BM medianalar O nuqtada kesishganda, o‘zaro parallel chiziqlardan hosil bo‘lgan ichki almashinuvchi burchaklar tengligi sababli $\Delta ABO \sim \Delta MNO$ o‘xshashligi kelib chiqadi. Bu o‘xshashlik ularning qat’iy $2:1$ nisbatda bo‘linishini ko‘rsatadi.



2. Balandliklar (Ortomarkaz)

Teorema: Uchburchakning hamma balandliklari bitta nuqtada kesishadi. Bu kesishish nuqtasi uchburchakning ortomarkazi deyiladi.

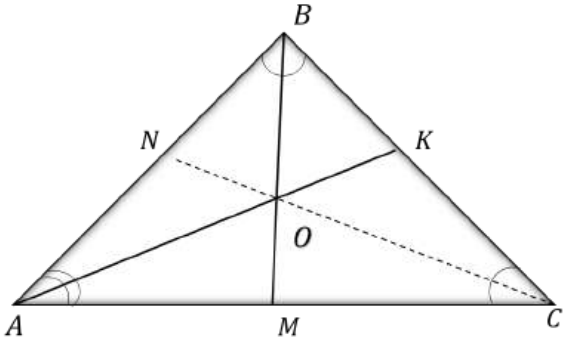
Isbot : Berilgan ΔABC uchlaridan qarama-qarshi tomonlarga parallel to‘g‘ri chiziqlar o‘tkazib, yangi $\Delta A_1B_1C_1$ yasaladi. Dastlabki uchburchakning uchlari bu yangi yasalgan uchburchak tomonlarining o‘rtalari bo‘lib qoladi. Asosiy ΔABC ning balandliklari esa yangi katta uchburchakning o‘rta perpendikulyarlariga aylanadi. Har qanday uchburchakda o‘rta perpendikulyarlar bitta nuqtada kesishganligi sababli, balandliklar ham yagona nuqtada kesishishi isbotlanadi.



3.Bissektrisalar (Inmarkaz)

Teorema: Uchburchakning uchta bissektrisasi bitta nuqtada kesishadi. Bu nuqta uchburchakning inmarkazi deyiladi.

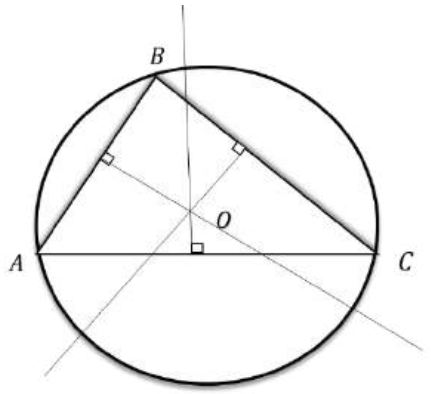
Isbot: Dastlab A va B burchaklar bissektrisalari o‘tkaziladi va ular O nuqtada kesishadi deb olinadi. Bissektrisa xossasiga ko‘ra, bu nuqta AB, AC va BC tomonlardan baravar uzoqlikda joylashadi. Modomiki, O nuqta AC va BC dan baravar uzoqlikda ekan, u avtomatik ravishda C burchakning bissektrisasida ham yotishi kelib chiqadi.



4. O‘rta perpendikulyarlar va Tashqi chizilgan aylana (Sirkummarkaz)

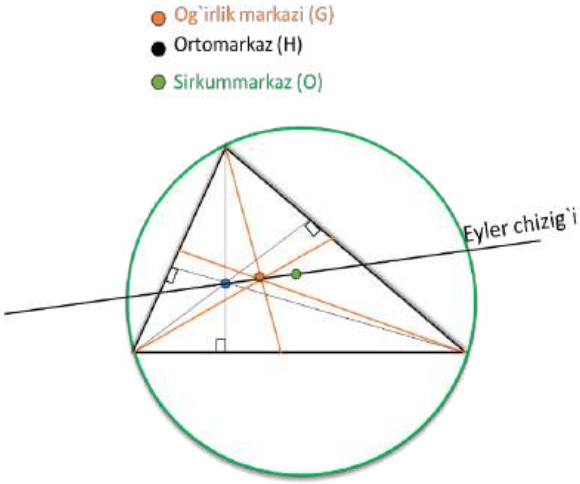
Teorema: Uchburchak tomonlariga o‘tkazilgan uchta o‘rta perpendikulyar yagona nuqtada kesishadi. Bu kesishish nuqtasi uchburchakka tashqi chizilgan aylananing markazi (sirkummarkaz) deyiladi.

Isbot: Kesmaning o‘rta perpendikulyaridagi ixtiyoriy nuqta kesma uchlaridan baravar uzoqlikda yotadi. Agar AB va BC tomonlarning o‘rta perpendikulyarlari O nuqtada kesishsa, u holda $OA = OB$ va $OB = OC$ bo‘ladi. Bundan $OA = OC$ kelib chiqadi. Ya’ni, O nuqta AC tomonning o‘rta perpendikulyarida ham yotadi. Bu nuqtadan uchburchak uchlarigacha bo‘lgan masofalar teng ($R = OA = OB = OC$) bo‘lganligi uchun u tashqi aylananing markazi hisoblanadi.



5. Eyler to‘g‘ri chizig‘i (Uchta ajoyib nuqtaning sintezi)

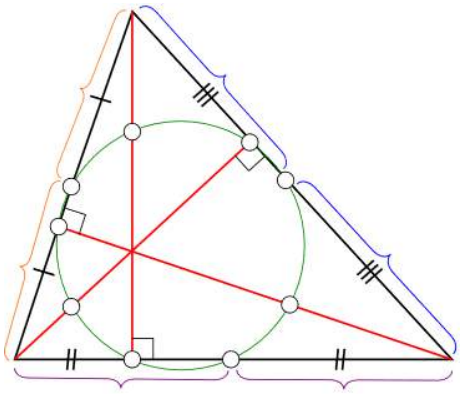
Geometriyaning eng go‘zal kashfiyotlaridan biri shundaki, yuqorida alohida-alohida isbotlangan ajoyib nuqtalar aslida bir-biri bilan uzviy bog‘langan.Fakt (Eyler teoremasi): Ixtiyoriy uchburchakda ortomarkaz (H - balandliklar kesishmasi), og‘irlik markazi (G - medianalar kesishmasi) va tashqi aylana markazi (O - sirkummarkaz) har doim bitta to‘g‘ri chiziqda yotadi. Bu chiziq fanda Eyler to‘g‘ri chizig‘i deb ataladi. Eyler to‘g‘ri chizig‘ida og‘irlik markazi (G) doimo ortomarkaz (H) va sirkummarkaz (O) orasida joylashadi hamda ularni qat’iy $2:1$ nisbatda bo‘ladi, ya’ni $HG = 2 \cdot GO$.



6. To‘qqiz nuqta aylanasi (Eyler-Feyerbax aylanasi)

Uchburchakdagi ajoyib nuqtalar xossasi shunchaki nuqtalar bilan cheklanmaydi. Matematik tahlillar shuni ko‘rsatadiki, ixtiyoriy uchburchakda quyidagi 9 ta nuqta doimo yagona bitta aylanada yotadi: tomonlarning 3 ta o‘rtasi (medianalar tushadigan nuqtalar), 3 ta balandlikning asoslari va ortomarkazdan uchburchak uchlarigacha bo‘lgan 3 ta kesmaning o‘rtalari.

Bu aylananing markazi ham Eyler to‘g‘ri chizig‘ining aynan o‘rtasida joylashadi. Garchi bu aylana ko‘pincha Leonard Eyler nomi bilan bog‘lansa-da, u faqat birinchi 6 ta nuqtani (tomonlar o‘rtasi va balandlik asoslari) aniqlagan edi. 1822-yilda Karl Vilgelm Feyerbax aylana barcha 9 nuqtadan o‘tishini va ichki chizilgan aylanaga urinishini isbotlagan.



Maqola davomida o‘rganilgan medianalar (og‘irlik markazi muvozanati), balandliklar (ortogonal proyeksiyalar) va bissektrisalar (ichki simmetriya) bir qarashda butunlay turli xil elementlar bo‘lib ko‘rinsa-da, Eyler to‘g‘ri chizig‘i va To‘qqiz nuqta aylanasi ularning yagona bir fundamental

matematik sistemaga bo‘ysunishini namoyish etadi. Ushbu xulosalar nafaqat sof matematikaning estetik go‘zalligini ko‘rsatadi, balki amaliyotda – mexanikada massalar markazini topishda, arxitekturada barqaror konstruksiyalar yaratishda, astronomik hisob-kitoblarda va zamonaviy kompyuter grafikasida tayanch nuqtalar sifatida hal qiluvchi ahamiyat kasb etadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Agzamxodjaeva M.Sh. (2023). *Uchburchakdagi ajoyib nuqtalar*. Toshkent: TIIAME qoshidagi IHT akademik litseyi o‘quv-uslubiy majmuasi.
2. Pogorelov A.V. (2004). *Geometriya: Umumta’lim maktablari va akademik litseylar uchun darslik*. Toshkent: O‘qituvchi nashriyoti.
3. Ataxonov M. A., va boshqalar. (2011). *Geometriya (Akademik litseylar va kasb-hunar kollejlari uchun)*. Toshkent: Cho‘lpon nashriyoti.
4. Prasolov, V. V. (2006). *Problems in Plane and Solid Geometry*. Moscow: MCCME.

MATEMATIK MASALALAR YECHISH METODIKASINI RIVOJLANTIRISH – ZAMONAVIY TA’LIMNING USTUVOR YO‘NALISHI

Jalilov A. A.

Navoiy davlat universiteti Matematika kafedrasi dotsenti

Bugungi globallashuv sharoitida matematik ta’limning asosiy maqsadi faqat bilim berish emas, balki talabalarda mustaqil fikrlash va muammolarni hal qilish qobiliyatini shakllantirishdan iborat. Shu nuqtai nazardan, matematik masalalar yechish metodikasi muhim pedagogik vosita sifatida qaraladi. Xalqaro tadqiqotlar matematik savodxonlikni real hayotiy vaziyatlarni tahlil qilish va yechim topish orqali baholash zarurligini ko‘rsatadi.

So‘nggi ilmiy ishlarda matematik muammo yechish jarayoni ko‘p komponentli faoliyat sifatida talqin qilinadi. U nafaqat algoritmik bilimlarni, balki strategik va refleksiv fikrlashni ham o‘z ichiga oladi. Tadqiqotchilar muammo yechish jarayonida talabalar faol ishtirok etishi, ya’ni bilimni tayyor shaklda emas, balki mustaqil ravishda shakllantirishi muhimligini ta’kidlaydi. Shu bilan birga, zamonaviy tadqiqotlar raqamli texnologiyalar matematik tushunchalarni chuqurroq anglashga yordam berishini ko‘rsatadi.

Ilmiy manbalarni tahlil qilish, taqqoslash va umumlashtirish, pedagogik kuzatuv kabi metodlar orqali matematik masala yechish metodikasining hozirgi holati va rivojlanish tendensiyalari o‘rganiladi.

Tahlillar natijasi shuni ko‘rsatadiki:

Birinchidan, nazariy bilimlar va amaliy qo‘llanish o‘rtasida uzilish mavjud. Talabalar ko‘pincha formulalarni eslab qoladi, biroq ularni real vaziyatlarga moslashtirishda qiyinchilikka duch keladi;

Ikkinchidan, o‘qitish jarayonida ijodiy va ochiq turdagi masalalar yetarlicha qo‘llanilmaydi. Bu esa talabalarning mustaqil fikrlashini cheklaydi;

Uchinchidan, an’anaviy o‘qitish usullari hali ham ustun bo‘lib, innovatsion metodlar keng joriy etilmagan;

To‘rtinchidan, raqamli vositalardan foydalanish darajasi past bo‘lib qolmoqda, bu esa zamonaviy ta’lim talablariga mos kelmaydi.

Muhokama: Olingan natijalar asosida matematik ta’limni takomillashtirish uchun quyidagi yo‘nalishlar muhim deb hisoblanadi. Avvalo, ta’lim jarayonida muammoli vaziyatlarni keng qo‘llash zarur. Bu talabalarning tahliliy va tanqidiy fikrlashini rivojlantiradi.Shuningdek, raqamli texnologiyalarni integratsiya qilish orqali murakkab matematik tushunchalarni vizual shaklda tushuntirish mumkin. Bundan tashqari, hamkorlikda o‘rganish metodlari talabalar o‘rtasida bilim almashinuvini kuchaytiradi.

Xulosa qilib aytganda, tadqiqot natijalari matematik masalalar yechish metodikasini rivojlantirish zamonaviy ta’limning ustuvor yo‘nalishlaridan biri ekanligini ko‘rsatdi. Samarali metodik yondashuvlarni joriy etish orqali talabalarning bilim darajasi va amaliy ko‘nikmalarini sezilarli darajada oshirish mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.

1.OECD. (2023). *Mathematics for life and work*. OECD Publishing.

2.Santos-Trigo, M. (2020). *Mathematical problem solving and the use of digital technologies*. Springer.

3.LILJEDAHL, P., CAI, J. (2021). PROBLEM SOLVING IN MATHEMATICS EDUCATION. SPRINGER.

4.Frontiers in Education. (2024). Teaching through problem solving in mathematics classrooms.

5.MDPI. (2024). Problem-solving based learning in mathematics education.

OLIY TA'LIMDA MATEMATIKANI KEYS-STADI ASOSIDA O'QITISH METODIKASI.

Jalilov A. A.

Navoiy davlat universiteti Matematika kafedrasi dotsenti

Mirzayeva M. S.

Navoiy davlat universiteti magistri

Hozirgi globallashuv va raqamli iqtisodiyot sharoitida oliy ta'lim tizimida raqobatbardosh, mustaqil fikrlay oladigan va muammoli vaziyatlarda samarali qaror qabul qila oladigan mutaxassislarni tayyorlash dolzarb masalaga aylandi. Bu jarayonda matematika fanlari muhim o'rin tutadi, chunki matematik bilimlar tahliliy tafakkur va mantiqiy fikrlashning asosi hisoblanadi .

Bunga yaqqol misol sifatida O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 07.05.2020 yildagi Matematika sohasidagi ta'lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risidagi PQ-4708-sonli qarori hamda 08.10.2019 yildagi O'zbekiston Respublikasi oliy ta'lim tizimini 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to'g'risidagi O'zbekiston Respublikasi Prezidentining PF-5847-son farmonini keltirishimiz mumkin.

An'anaviy o'qitish metodlari ko'proq tayyor formulalar va algoritmlarni o'zlashtirishga yo'naltirilgan bo'lib, talabalarning amaliy kompetensiyalarini yetarli darajada rivojlantirmaydi. Shu sababli, oliy ta'limda matematika fanlarini o'qitishda innovatsion yondashuvlar, xususan, keys-stadi metodidan foydalanish zarurati yuzaga kelmoqda.

Keys-stadi metodi real yoki realga yaqin muammoli vaziyatlarni o'rganish va tahlil qilish orqali bilimlarni egallashga asoslangan faol o'qitish metodidir. Ushbu metod talabalarning bilim olish jarayonidagi faolligini oshiradi va ularni ta'lim subyektiga aylantiradi .

Matematika fanlarida keys-stadi metodining didaktik ahamiyati quyidagilarda namoyon bo'ladi:

- matematik tushunchalarni real vaziyatlar orqali anglash;
- nazariya va amaliyot o'rtasidagi bog'liqlikni mustahkamlash;
- muammoli fikrlash va tahliliy yondashuvni rivojlantirish;
- jamoaviy ishlash ko'nikmalarini shakllantirish.

Oliy ta'lim matematika fanlari murakkab va abstrakt xarakterga ega. Keys-stadi metodidan foydalanish ushbu murakkablikni bartaraf etib, mavzularni hayotiy misollar asosida tushuntirish imkonini beradi.

Masalan:

Matematik analiz fanida ishlab chiqarish xarajatlarini minimallashtirish;

Ehtimollar nazariyasida risk va ehtimolliklarni baholash;

Chiziqli algebra fanida logistika va transport masalalarini modellashtirish.

Bunday keyslar talabalarning kelajak kasbiy faoliyatiga bevosita xizmat qiladi.

Matematika fanlarining asosiy maqsadi talabalarda matematik modellashtirish, tahlil qilish va muammolarni yechish kompetensiyalarini shakllantirishdir. Shu asosda keyslarni ishlab chiqish quyidagi bosqichlarda amalga oshiriladi:

- O'quv maqsadini aniqlash;

- Muammoli vaziyatni tanlash;
- Matematik modelni tuzish;
- Yechim variantlarini ishlab chiqish;
- Natijalarni tahlil qilish va xulosa chiqarish.

Keyslar murakkablik darajasiga koʻra bosqichma-bosqich ishlab chiqilishi lozim. Keys-stadi metodini samarali amalga oshirishda quyidagi zamonaviy yondashuvlar muhim ahamiyatga ega:

- Flipped classroom (teskari sinf) texnologiyasi;
- Blended learning (aralash ta’lim) modeli;
- Problem-based learning;
- STEM yondashuvi;
- Raqamli platformalar (GeoGebra, MATLAB, Desmos).

Mazkur yondashuvlar talabalarning mustaqil ishlash koʻnikmalarini rivojlantiradi.

Keys-stadi asosidagi darslar quyidagi bosqichlarda tashkil etiladi:

Muammo bilan tanishtirish;

Keysni tahlil qilish;

Guruhiy muhokama;

Yechimlarni taqdim etish;

Refleksiya va baholash.

Baholash jarayonida formativ va summativ baholash usullaridan foydalanish tavsiya etiladi.

Amaliy tajribalar shuni koʻrsatadiki, keys-stadi metodidan foydalanilgan darslarda talabalar:

- mavzuni chuqurroq oʻzlashtiradi;
- nazariy bilimlarni amaliyotda qoʻllay oladi;
- mustaqil va ijodiy fikrlashga oʻrganadi.
- Bu esa ta’lim sifatining oshishiga xizmat qiladi.

Shvetsiya ham ta'lim sohasida ilgʻor yondashuvlar bilan tanilgan davlatlardan biridir. Oliy ta'lim tizimida matematika fanlarini oʻqitishda zamonaviy metodlarni joriy etish, oʻquvchilarning tanqidiy fikrlash, yaratish va mustaqil oʻrganish koʻnikmalarini rivojlantirishga qaratilgan. Ushbu yondashuvlar oʻquvchilarning fan sohasida chuqur bilimlarni egallashini va amaliyotda qoʻllashini ta'minlashga moʻljallangan. Shvetsiyada matematikani oʻqitishning ba'zi zamonaviy usullari quyidagicha tasniflanishi mumkin:

1.Interaktiv oʻqitish va amaliyotga asoslangan ta'lim. Shvetsiyada matematikani oʻqitishda interaktiv metodlar va amaliyotga asoslangan ta'lim usullari keng qoʻllaniladi. Bu metod oʻquvchilarning matematika faniga boʻlgan qiziqishini oshirish, shuningdek, ularning tushunchalarni mustahkamlashga yordam beradi.

Masalan, talabalar matematikaga oid masalalarni guruhlar boʻyicha yechishadi va bu jarayon davomida bir-biriga maslahat berish, fikr almashish, va yechimlarni taqdim etish orqali oʻz bilimlarini mustahkamlashadi. Ushbu metod oʻquvchilarning faol ishtirokini ta'minlab, oʻquv jarayonining samaradorligini oshiradi. Bundan tashqari kommunikatsiyani oshiradi, reja qilib ish qilish qobiliyatini shakllantiradi.

2.Raqamli texnologiyalarni qoʻllash. Zamonaviy oʻqitish metodlaridan biri sifatida raqamli texnologiyalarni qoʻllash katta ahamiyat kasb etadi. Shvetsiyada matematikani oʻqitishda turli onlayn platformalar, simulyatsiyalar, va interaktiv dasturlar keng tarqalgan. Bu texnologiyalar oʻquvchilarga matematik tushunchalarni vizual tarzda koʻrsatish va amaliy mashqlarni onlayn rejimda bajarish imkoniyatini yaratadi

3.Kritik fikrlash va muammolarni hal qilish. Shvetsiyaning oliy ta'lim tizimida matematikani oʻqitishda tanqidiy fikrlashni rivojlantirishga alohida e'tibor qaratiladi. Oʻquvchilarga matematik masalalarni yechishda muammolarni oʻylab topish, turli xil yondashuvlarni qoʻllash va tanqidiy fikrni rivojlantirishga undovchi metodlar qoʻllaniladi.

Masalan, o‘quvchilarga murakkab matematik vaziyatlar taqdim etilib, ular bu vaziyatlarni yechishda o‘z fikrlarini mustaqil tarzda shakllantiradilar. O‘quvchilarni matematik masalalarni muhokama qilish va boshqalar bilan fikr almashishga undash, ularning jamoaviy ishlash ko‘nikmalarini rivojlantiradi.

4.O‘quvchilarning individual yondashuvi. Shvetsiyada o‘quvchilarga individual yondashuv tizimi keng qo‘llaniladi. Har bir talabaning o‘rganish usuli, sur'ati va ehtiyojlari inobatga olinadi. Matematikani o‘qitishda shaxsiy yondashuv talabaning o‘zgaruvchan ehtiyojlariga javob berishga imkon beradi. Bu yondashuvda o‘quvchilarga o‘z o‘qish jarayonlarini rejalashtirish va boshqarish imkoniyatini berish, ularning o‘qish motivatsiyasini oshiradi va o‘qish samaradorligini ta'minlaydi. O‘quvchilar o‘z qobiliyatlariga mos ravishda matematik masalalarni mustaqil ravishda bajarishadi va o‘zlarining rivojlanishiga moslashtirilgan o‘quv rejalari orqali ta'lim olishadi.

5.Matematik modellashtirish va real hayotga moslashish. Shvetsiya oliy ta'limida matematik modellashtirishga alohida e'tibor qaratiladi. Bu metod, o‘quvchilarga matematik tushunchalarni real dunyo muammolari bilan bog‘lashga yordam beradi.

O‘quvchilar matematik modellar yaratish orqali real hayotdagi masalalarni yechishga harakat qiladilar. Ushbu yondashuv o‘quvchilarga matematikani amaliyotda qo‘llashni o‘rgatadi va ularning matematik ko‘nikmalarini real hayotda ishlatish qobiliyatlarini rivojlantiradi. Modellashtirish, o‘quvchilarga o‘z bilimlarini kengaytirish va yangi muammolarni hal qilishda qo‘llash imkonini beradi.

Xulosa:

Xulosa qilib aytganda, keys-stadi metodi oliy ta’limda matematika fanlarini o‘qitishning samarali va innovatsion usuli hisoblanadi. Ushbu metod talabalarda muhim kasbiy kompetensiyalarni shakllantiradi va matematika ta’limining amaliy ahamiyatini oshiradi. Keys-stadi metodini zamonaviy pedagogik texnologiyalar bilan uyg‘unlashtirish orqali yuqori natijalarga erishish mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Bloom B. Taxonomy of Educational Objectives. – New York: Longman, 2019.
2. Prince M. Does Active Learning Work? – Journal of Engineering Education, 2020.
3. Jonassen D. Problem-Based Learning. – New York: Routledge, 2018.
4. Polya G. How to Solve It. – Princeton University Press, 2017.
5. O‘zbekiston Respublikasi Oliy ta’lim tizimini rivojlantirish konsepsiyasi. – Toshkent, 2020.
6. Ziyomuhammedov B. Pedagogik texnologiyalar. – Toshkent, 2019.
7. Rasulov A. Matematika o‘qitish metodikasi. – Toshkent, 2021.

ANIQ-INDUKTIV METOD ASOSIDA MATEMATIK TUSHUNCHALARNI SHAKLLANTIRISH

Jalilov A. A.

Navoiy davlat universiteti Matematika kafedrasi dotsenti

Po‘lotova D. O.

Navoiy davlat universiteti magistri

Matematik fanlari bugungi kunda hayotning deyarli barcha sohalariga kirib borgan va ularning ahamiyati tobora ortib bormoqda. Ular boshqaruv, sanoat ishlab chiqarishi, moliya tizimi, biznes jarayonlari hamda turli ilmiy yo‘nalishlarda qaror qabul qilish va tahlil qilish jarayonlarining asosiy tayanchiga aylanmoqda. Ya’ni, har qanday muhim qaror ortida ma’lum darajada matematik hisob-kitob va ma’lumotlar tahlili yotadi. Shuningdek, bu fanlar insonlarning kundalik hayotiga ham bevosita ta’sir ko‘rsatadi. Har bir inson xoh xodim, xoh fuqaro yoki axborot iste’molchisi sifatida turli statistik ma’lumotlar, raqamli tizimlar va texnologik yechimlar bilan

muntazam duch keladi. Raqamli texnologiyalar rivojlanishi natijasida ma’lumotlar hajmining keskin ortishi esa matematik fanlarining ahamiyatini yanada kuchaytirmoqda.

Shu sababli, zamonaviy ta’lim tizimi ushbu o‘zgarishlarga moslashishi, o‘quvchilarda nafaqat hisoblash ko‘nikmalarini, balki tahlil qilish, mantiqiy fikrlash va ma’lumotlar bilan ishlash kompetensiyalarini ham rivojlantirishi zarur. Bu esa kelajak avlodni zamonaviy jamiyat talablariga tayyorlashda muhim omil hisoblanadi.

Matematik tushunchalarni aniq-induktiv metod orqali kiritish — bu pedagogik yondashuv bo‘lib, unda tushunchaning ta’rifi o‘quvchilar tomonidan mustaqil ravishda shakllantiriladi. Bu jarayon xususiy (alohida) misollarni tahlil qilish, umumiy muhim belgilarni aniqlash va keyinchalik umumlashtirish asosida amalga oshiriladi.

Ushbu metod ko‘pincha boshlang‘ich va o‘rta maktablarda qo‘llaniladi hamda yaxshiroq tushunishga yordam beradi, chunki bunda o‘rganish jarayoni xususiydan umumiyga qarab olib boriladi.

Maktab ta’limida matematik tushunchalarni kiritishda ma’lum bir sxemaga amal qilish foydalidir. Biroq bu sxema doimiy emas, balki moslashuvchan bo‘lishi kerak, ya’ni o‘qitish sharoitlariga (sinf tarkibi, matematik tushunchaning xususiyati va boshqalar) qarab qisqartirilishi yoki to‘ldirilishi mumkin.

Matematik tushunchalarni o‘rganish o‘quvchilarning bilimlarini tizimlashtirishga va fanni chuqurroq o‘zlashtirishga yordam beradi. Har qanday mavzuni o‘rganishda tushunchani shakllantirish matematika o‘qituvchisining eng muhim vazifalaridan biri hisoblanadi. Bularning barchasi matematik tushunchalar bilan ishlash zaruratini keltirib chiqaradi va ularni shakllantirish jarayoniga alohida e’tibor bilan yondashishni talab etadi. Shuni ta’kidlash kerakki, masalalar matematika ta’limida ayniqsa muhim rol o‘ynaydi. Topshiriqlar ham maqsad, ham o‘qitish vositasi sifatida qaraladi.

Tushunchalarni anglash va ularni ta’riflash murakkab kategoriyalar hisoblanadi, ayniqsa matematika sohasida. Shuning uchun ularni maktabda o‘rgatish uchun o‘qituvchining puxta tayyorgarligi, nazariy asoslarni chuqur bilishi va ularni amaliyotda qo‘llay olish ko‘nikmasiga ega bo‘lishi zarur.Tushunchalarni o‘rganishning asosiy maqsadi — o‘quvchilar tomonidan tushuncha mazmunini to‘g‘ri o‘zlashtirish va uni o‘quv jarayonida qo‘llay olishdan iborat. Bu maqsadga erishish esa uzoq davom etadigan jarayondir.

O‘quvchilarda tushunchalarning shakllanishi, ya’ni ularni egallash jarayoni, ushbu tushunchani o‘z faoliyatida qo‘llash orqali amalga oshadi. Shu sababli, o‘quvchilarni faol faoliyatga - aqliy yoki amaliy faoliyatga jalb etish - ularda o‘rganilgan matematik tushunchalarni shakllantirishning eng muhim va samarali usullaridan biri hisoblanadi.

N.L.Stefanovaning “Matematika o‘qitish metodologiyasi va texnologiyasi” darsligida matematik tushunchalar bilan ishlash metodikasi to‘rtta bosqichga ajratilgan:

1.Professional bosqich (mantiqiy-matematik tahlilni bajarish; bu tahlil darsda ta’rifni algoritmlashtirilgan ko‘rinishda berishga va zarur bilimlarni aniqlab, ularni faollashtirishga yordam beradi);

2.**Tayyorgarlik bosqichi** (kerakli bilimlarni faollashtirish, o‘quvchining shaxsiy tajribasi bilan bog‘lash, motivatsiya yaratish);

3.**Asosiy bosqich** (o‘rgatish jarayoni);

4.**Mustahkamlash bosqichi** (kiritilgan nazariy materialni tipik masalalarni yechishda qo‘llash).

Aniq-induktiv metodni amalga oshirish bosqichlari:

1. Misollarni tahlil qilish: O‘qituvchi tushunchani ifodalovchi bir qator xususiy misollarni ko‘rsatadi (masalan, turli xil uchburchaklar).

2. Muhim belgilarni ajratish: O‘quvchilar misollarni tahlil qiladi, ularni taqqoslaydi va umumiy xususiyatlarni aniqlaydi.

3. Ta’rifni shakllantirish: O‘quvchilar o‘qituvchi rahbarligida tushunchaning ta’rifini tuzadilar, so‘ng u aniqlashtiriladi.

4. Mustahkamlash: Qarama-qarshi misollar (kontrmisollar) kiritiladi va yangi tushunchani qo‘llashga doir mashqlar bajariladi.

O‘qituvchilar quyidagilarga intilishlari kerak:

• matematikani **tushunchaviy anglashni rivojlantirish uchun** o‘qitish, ya’ni matematik tushunchalar, amallar va ularning o‘zaro bog‘liqligini tushunishga yordam berish;
• o‘quvchilarda **protseduraviy ravonlikni (amal bajarish malakasini)** rivojlantiradigan tarzda o‘qitish, bu esa amallarni moslashuvchan, aniq, tez va to‘g‘ri bajarish ko‘nikmasini anglatadi;
• o‘quvchilarning **strategik kompetensiyasini** rivojlantirish — matematik muammolarni yechish uchun mos strategiyalarni shakllantirish, ifodalash va tanlash qobiliyati;
• o‘quvchilarga **matematik fikrlash (mantiqiy tafakkur)** ko‘nikmalarini rivojlantirish uchun ko‘plab va turli imkoniyatlar yaratish — bu mantiqiy fikrlash, mulohaza yuritish, tushuntirish va asoslash qobiliyatini o‘z ichiga oladi;
• barcha yuqoridagi jihatlarni qo‘llab-quvvatlaydigan **o‘quv markazli (o‘quvchiga yo‘naltirilgan) sinf muhitini** yaratish, bunda o‘qituvchi o‘quvchilar bilan faol muloqotda bo‘lib, matematik o‘rganishni asosiy o‘ringa qo‘yadi.

Xulosa qilib aytganda, 5–6-sinf matematika darslarida aniq-induktiv yondashuvdan foydalanish, ya’ni avval hayotiy misollarni tahlil qilib, so‘ng umumiy qoidaga kelish, o‘quvchilarning bilimini mustahkamlaydi. Masalan, o‘lchov birliklari, geometrik shakllar yoki foiz tushunchalari real hayot bilan bog‘lab tushuntirilsa, o‘quvchi matematikani “quruq fan” sifatida emas, balki hayotiy zarurat sifatida qabul qiladi.

Bunday yondashuv o‘quvchilarning kelajak kasb tanlashiga ham bevosita ta’sir qiladi. Chunki matematikani chuqur tushungan o‘quvchi:

- muhandislik va texnika sohalariga,
- axborot texnologiyalari yo‘nalishiga,
- iqtisodiyot va biznesga,
- arxitektura va dizayn kabi sohalarga ongli ravishda yo‘naladi.

Matematika ta’limida tushunchaviy anglash, protseduraviy ravonlik, strategik kompetensiya va matematik fikrlashni rivojlantirish bir-biri bilan uzviy bog‘liq jarayondir. 5–6-sinf bosqichida aniq-induktiv yondashuvdan foydalanish esa o‘quvchilarning nafaqat bilimini, balki ularning kelajakdagi kasbiy yo‘nalishini ham shakllantiradi. Shu sababli o‘qituvchi har bir darsni o‘quvchini faol fikrlashga undaydigan, hayot bilan bog‘langan va mazmunli tarzda tashkil etishi lozim.

Agar o‘quvchilar matematik jihatdan mantiqiy fikrlay olsalar, ular ta’riflar, qonunlar, teoremalar va boshqalarni masalalarni yechishda qo‘llay oladilar. Bunday holda ular narsalarni yodlab olishga majbur bo‘lmaydilar. Shuningdek, ular javobning to‘g‘ri yoki noto‘g‘riligini, yoki boshqa birovning yechimi mantiqan asosli yoki yo‘qligini ham mustaqil ravishda tekshira oladilar.

Bu esa ularni matematik fikrlovchi sifatida yanada mustaqil qiladi. Ular endi javobning to‘g‘ri yoki noto‘g‘riligini aytib berish uchun o‘qituvchiga shunchalik ko‘p tayanishga muhtoj bo‘lmaydilar.

ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. S.Alixonov. Matematika o‘qitish metodikasi. Cho‘lpon nomidagi nashriyot-matbaa ijodiy uyi. Toshkent. 2011yil.
2. Alixonov S. Matematika o‘qitish metodikasi.Qayta ishlangan II nashri. T., O‘qituvchi.1997 yil.
3.Стефанова Н. Л. *Методика и технология обучения математике : курс лекций* : пособие для пед. вузов
4.Kolyagin Yu.N. va boshqalar Metodika prepodavaniya matematiki v sredney shkole. Obhaya metodika., M., «Prosveshenie», 1988.

FIZIKA FANINI O‘QITISHDA MULTIMEDIA VOSITALARIDAN FOYDALANISH USULLARI, SHAKLLARI VA METODLARI

Jamilov Y. Y.
NavDU “Fizika va astronomiya” kafedrasi dotsenti, p.f.f.d. (PhD)
Norchayev X.Sh.
NavDU “Fizika va astronomiya” ta’lim yo‘nalishi 4-kurs talabasi

Maqolada multimedia, multimedia texnologiyalari va multimedia vositalaridan foydalanib fizika fanini o‘qitishning didaktik imkoniyatlari tahlil qilingan. Bundan tashqari dars mashg‘ulotlarini o‘tkazishda elektron darsliklar, virtual labaratoriya stendlari, 3D animatsiyalar va o‘quv trenajorlaridan foydalanish usullari, shakllari va metodlari tahlili keltirilgan.

Multimedia - bu kampyuter texnologiyasining turli xil fizik ko‘rinishiga ega bo‘lgan matn, grafika, rasm, 3D animatsiyalar, audio va turli xil tashuvchilarda mavjud bo‘lgan axborotdan foydalanish bilan bog‘liq sohasidir [1].

Multimedia foydalanuvchiga fantastik (virtual) dunyoni yaratishda juda ajoyib imkoniyatlarni yaratib beradi, Bunda foydalanuvchi chekkadagi sust kuzatuvchi rolini bajarmasdan, balki u yerda avj olayotgan xodisalarda faol ishtirok etadi. Shu bilan birga muloqot foydalanuvchi uchun odatlangan tilda - birinchi navbatda tovushli va videoobrazlar vositasida bolib otadi.

Multimedia bu zamonaviy kompyuterli axborot texnologiyalari mahsuli bolib, matn, tovush, videotasvir, grafik tasvir va 3D animatsiyani (multiplikatsiyani) yaxlit kompyuter tizimiga birlashtirish imkonini yaratadi. Multimedia amaliyotdagi ish tartibi bu apparat-dasturiy muxit bolib, kompyuterga axborotni kiritish, ishlov berish, saqlash, uzatish va matn, chizmalar, videotasvir, tovush hamda nutqlarni insonga zarur va qulay holatda yetkazishdir. Birinchidan foydalanuvchiga albatta interfaollikni taqdim etadigan, yani inson va kompyuter ortasida buyruqlar va javoblar almashinuvini taminlab, dialog muhitini yaratadigan dasturiy mahsulot; Ikkinchidan, turli video va audio effektlar ishlatiladigan muhitdir. U tomoshabinga o‘zicha u yoki bu ilovani tanlash imkonini beruvchi videofilmni eslatadi.

Multimedia texnologiyasi - axborotni bir vaqtning o‘zida insonga tushunarli, kop shakllar (jumladan, nutq, rasm, chizma, tasvir, musiqa, raqam va harflar) kombinatsiyasida xavola qila oladi. Bu texnologiya axborotni qidirish, nusxa olish va boshqa biror kompyuterga ko‘rsatilgan shaklda, ko‘chirib otkaza oladi hamda ularning hohlagan kombinatsiyasini yarata oladi [4].

Undan tashqari multimedia texnologiyasidan foydalanuvchi o‘zi dizayn bilan shug‘ullana olishiga imkon beradi, Shuningdek statik (harakatsiz) va dinamik (harakatlanuvchi) tasvirlarni yaratishi hamda o‘z ijodiy ishining natijalarini aloqa kanallari orqali tashqi muxitga tarqatishi mumkin bo‘ladi.



1-rasm. Multimedia mahsulotlari.

Multimedia tizimlarining jadallik bilan rivojlanishiga shaxsiy kompyuterlarning imkoniyatlarini kengayganligi va texnik, dasturiy vositalarining rivojlanishi sabab boldi. Oxirgi yillarda kompyuterning tezligi va xotira qurilmalarning sigimi keskin oshdi, shuningdek grafik

imkoniyatlari kengayib, tashqi xotira qurilmalarining texnik korsatgichlari yaxshilandi. Multimedia texnologiyalarining rivojlanishiga videotexnika yonalishi, lazer disklar, shuningdek yozish texnikasining hamda tovush va tasvirni xosil qilish texnologiyalarining rivojlanishi katta xissa qoshdi. Axborotlarni xotirada ixcham (zich) joylash va saqlash maqsadida tez va samarali ozgartirish usullarini yaratilishi ham muhim ahamiyat kasb etdi.

Rivojlangan mamlakatlarda o‘qitishning multimediali tizimlari hozirgi kunda ta’lim sohasi yo‘nalishlari boyicha keng tadbiq qilinmoqda. Amaliyot shuni korsatmoqdaki, multimedia vositalari asosida o‘quvchilarni o‘qitish ikki barobar unumli va vaqtdan yutish mumkun. Multimedia vositalari asosida bilim olishda **30%** gacha vaqtni tejash mumkin bolib, olingan bilimlar esa xotirada uzoq muddat saqlanib qoladi. Agar o‘quvchilar berilayotgan materiallarni korish asosida qabul qilsa, axborotni xotirada saklash **25-30%** oshadi. Bunga qo‘shimcha sifatida o‘quv materiallari audio, video va grafika korinishda mujassamlashgan holda berilsa, materiallarni xotirada saqlab kolish **75% ortadi**. Bunga biz multimedia vositalari asosida chet tillarni organish jarayonida yana bir bor ishonch xosil qildik [5].

Multimedia texnologiyalarining afzalliklari va alohida xususiyatlari quyidagilar:

- turli xil ko‘rinishdagi katta xajmdagi axborotlarni bitta diskda saqlash imkoniyati mavjud (bir necha bobli matnlarni, minglab yuqori sifatli tasvirlarni bir necha soatli film va roliklarni hamda tovushli axborotlarni);
- sifati saqlangan holda ekranda tasvirlarni qismlarga ajratish yoki ularni eng qiziq hamda kerakli qismlarini kattalatish imkoni mavjud;
- grafiklar, tasvir va rasmlarni qiyosiy taxlil qilish, ularning ko‘rsatgichlarini xisoblash, ilmiy yoki o‘rganish maqsadida dasturiy vositalar yordamida ishlov berish imkoniyati;
- tasvir yoki tasvirni yoritish maqsadida foydalanilgan matn hamda boshqa ko‘rsatilayotgan axborotdan kalit so‘zlarni yoki tasvirni kerakli qismini ma’lumot olish hamda tushuntirishga kerakli axborotni ajratib olish imkoniyatlari mavjud;
- statik yoki dinamik tasvirga monand uzluksiz musiqa hamda boshqa audio ta’minotini olib borish bor;
- “stop-kadr” (kadrni to‘xtatish) ish tartibidan foydalanib videoyozuv lavxasidan foydalanish imkoniyati;
- global Internet tarmog‘iga ulanish, uning resurslaridan foydalanish imkoniyati mavjud;
- grafik va tovush redaktorlari, kartografik axborot va matnlarga ishlov bera oladigan shaxsiy amaliy dasturlar bilan ishlashi mumkin.

Multimedia tizimlarini paydo bo‘lishi axborot texnologiyalarini rivojlanishiga va ilm-fanda, talimda, savdoda (biznesda) tibbiyotda keng ko‘lamda tadbiq etilishiga turtki bo‘ldi.

Shuningdek, multimedia vositalarining amaliy tomoni, ulardan o‘quv jarayonida foydalanish va kelgusida ta’lim tizimida o‘quv jarayoni uchun ma’lumotlar bazasini va animatsion taqdimotlar yaratishdek muhim vazifani amalga oshirishga zamin hozirlaydi.

Multimedia vositalari asosida o‘qitish quyidagi afzalliklarga ega:

- berilayotgan materiallarni chuqurroq va mukammalroq o‘zlashtirish imkoniyati;
- ta’lim olishning yangi sohalari bilan yaqindan aloqa qilish ishtiyoqi yanada ortadi;
- ta’lim olish vaqtining qisqarish natijasida, vaqtni tejash imkoniyati;
- olingan bilimlar kishi xotirasida uzoq saqlanib, kerak bo‘lganda amaliyotda qo‘llash imkoniyatiga erishiladi.

Multimedia vositalari asosida o‘qitish jarayonida aniq fanni kompyuter asosida to‘liq o‘qitish, ma’ruza matnlarini taxrirlash, o‘quvchilar topshirgan nazorat natijalarining taxlili asosida ma’ruza matnlarini bayon qilish uslubini yaxshilash, multimedia vositalari asosida animatsiya elementlarini dars jarayonida ko‘rishi, eshitishi va mulohaza qilish imkoniyatlariga ega bo‘ladi.

Darslarning multimedia imkoniyatlaridan foydalantib o‘tilishi o‘qituvchilarga bir qancha qulayliklar tug‘diradi. Chunki, shu fanga mavzulashtirilgan ovozli dasturlar, rasmli ishlanmalar, harakatli yozuvlar (prezentatsiyalar), multiplikatsiya ko‘rinishida yaratilgan filmlar, animatsiyalar bir tomondan o‘qituvchi uchun yangillik bo‘lsa, ikkinchi tomondan ta’lim oluvchilar uchun qiziqarli va diqqatini o‘ziga jalb qiladi va mavzuni yaxshi o‘zlashtirilishiga erishiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

1. Bent B.Andresen and Katja van den Brink. Multimedia in Education. UNESCO Institute for Information Technologis in Education. 2013. ISBN 978-5-7777-0556-3.
2. Tay Vaughan. Multimedia: Making It Work. Chapter 1: What Is Multimedia? 2011. ISBN: 978-0-07-174850-6/p.15.
3. Yunusovich J.Y., Ikromovna M.G. Use Of Multimedia Tools In Organizing Independent Education Of Students And Evaluating Their Knowledge. Conferences, 2023. -P. 93-96.
4. Y.Jamilov, U.Baxranova Possibilities Of Using Multimedial Software In The Process Of Education On Alternative Energy. Archive of Conferences 10 (1), 137-140.
5. Y.Jamilov Didactic Possibilities Of Using Multimedia Software In The Educational Process. Archive of Conferences 10 (1), 141-144.

DASTURIY TA’LIM VOSITALARIDAN FOYDALANIB FIZIKA FANIDAN LABORATORIYA MASHG‘ULOTLARINI O‘TKAZISH IMKONIYATLARI

Jamilov Y.Y.
NavDU “Fizika va astronomiya” kafedrasi dotsenti, p.f.f.d. (PhD)
Turimova A.O‘.
NavDU “Fizika va astronomiya” ta’lim yo‘nalishi 4-kurs talabasi

Bugungi kunda umumiy o‘rta ta’lim muassasalarida fizika fanidan dars mashg‘ulotlarini samarali tashkil etish va o‘tkazishda dasturiy ta’lim vositalaridan (DTV), shu jumladan, virtual laboratoriya ishlaridan foydalanish muhim ahamiyat kasb etadi.

Hozirda virtual laboratoriya ishlarini tashkil etish va bajarish bo‘yicha ilmiy-metodik ishlar, virtual laboratoriya asbob-uskunalari va ulardan foydalanib bajariladigan laboratoriya mashg‘ulotlari tavsiflari juda kam. Ta’limda virtual o‘quv laboratoriyasi tushunchasi metodologik nuqtai nazardan ancha keng manoga ega. Shu o‘rinda virtual laboratoriya, virtual auditoriya, virtual haqiqiylik va o‘qitishning virtual muhiti haqida to‘xtalib o‘tish lozim.

Virtual laboratoriya - o‘rganilayotgan haqiqiy obektlarda bo‘layotgan jarayonlarni kompyuter imitatsiyasi orqali taqdim etish va masofaviy talim berish imkoniyatiga ega bo‘lgan o‘quv jarayonining dasturlashtirilgan majmuasi.

Virtual auditoriya - talim olish uchun tarmoq texnologiyasi yordamida turli geografik joylarda yashayotgan o‘quvchilarni birlashtiruvchi muhit.

Virtual haqiqiylik - o‘rganishga mo‘ljallangan murakkab jarayonlarda bo‘ladigan hodisalarning kompyuter, video tizimi orqali o‘quvchi tassavuridagi mavhum ko‘rinishi.

O‘qitishning virtual muhiti - talim jarayonining barcha ishtirokchilari orasida interaktiv aloqani taminlaydigan maxsus o‘zaro aloqador va yangilanib turiladigan o‘qitish vositalarining majmuasini tashkil etuvchi ochiq tizim [2].

Virtual laboratoriya ishining asosiy tarkibiy qismlari quyidagilar: o‘rganilayotgan obekt, hodisa yoki jarayonning qisqacha matni va nazariy jihatlari tahlili; tadqiqotlar o‘tkazish uchun foydalaniladigan asbob va uskunalar, kompyuter dasturlari, ularning xarakteristikalari va qo‘llash ketma-ketligi qayd etilgan matn; laboratoriya ishini bajarish tartibi; o‘rganilayotgan obekt, hodisa yoki jarayonni tadqiq etish tartibi; natijalarni qayta ishlash va hisobot taqdim etish tartiblari. Virtual laboratoriya, talim sohasi uchun mo‘ljallangan dasturlashtirilgan o‘qitish vositalari, darsliklar, jadvallar, videofilmlar, slaydlar, transparantlar va boshqalarning uzviy bir qismi hisoblanadi.

Umumiy o‘rta ta’lim maktabida fizika ta’limining ahamiyati uning fan-texnika va texnologiya taraqqiyotida, ishlab chiqarish sohalari va kundalik hayotda tutgan o‘rni bilan belgilanadi. Umumiy o‘rta ta’lim maktablarida fizika fanini o‘qitish o‘quvchilarning hayotiy tasavvurlari bilan amaliy faoliyatlarini umumlashtirish orqali fizik bilimlarni amalda qo‘llay olish salohiyatini shakllantirish va rivojlantirishdan iborat [1].

Quyida 8-sinf fizika fanidan “Elektr tokining ishi va quvvati” bobiga oid laboratoriya dars ishlanmasi keltirilgan. “Iste’molchining elektr quvvatini aniqlash” mavzusidagi ushbu

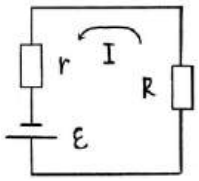
laboratoriya ishini “Elektronikaga kirish” nomli virtual laboratoriya (konstruktori) stendi yordamida bajarish tartibi, namuna sifatida ko‘rsatilgan:

Laboratoriya ishi. Iste’molchining elektr quvvatini aniqlash.

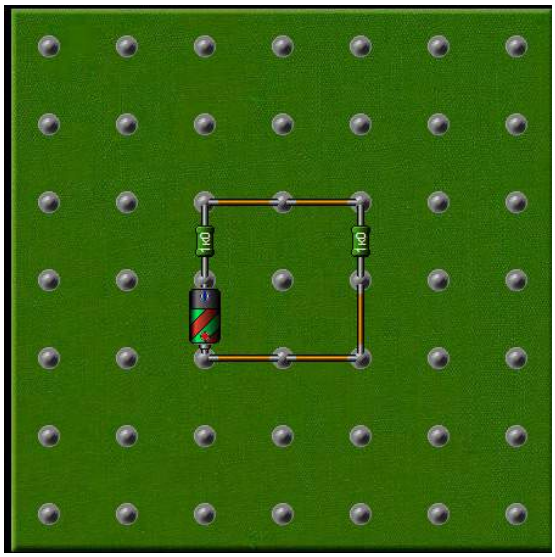
Maqsad: Iste’molchining quvvatini tok kuchi va unga qo‘yilgan kuchlanish orqali aniqlashni o‘rganish.

1. Qisqacha nazariy ma’lumot

Har bir haqiqiy tok manbai ichki qarshilikka ega. Shuning uchun, tok manbaini yuklamaga ulaganda, issiqlik ham yuklamaning o‘zida, ham tok manbaining ichida (uning ichki qarshiligida) ajraladi. Ushbu tok manbaiga ulangan qanday yuklamada maksimal quvvat ajralib chiqadi?



1-chizma.



1-rasm. Elektr zanjirining montaj stolidagi ko‘rinishi.

1-chizmadagi sxemani ko‘rib chiqamiz.

Konturda oqayotgan tok kuchi to‘liq zanjir uchun Om qonuni orqali aniqlanadi:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \quad (1)$$

Bu yerda: I - EYUK tok manbai,

r – manbaning ichki qarshiligi,

R – yuklamaning qarshiligi.

R yuklamada U kuchlanish quyidagiga teng bo‘ladi:

$$U = R \cdot I = \frac{\varepsilon \cdot R}{R + r}, \quad (2)$$

R qarshilik bo‘lganda paydo bo‘ladigan P quvvat esa:

$$P = U \cdot I = \frac{\varepsilon^2 \cdot R}{(R + r)^2} \quad (3) \text{ ga teng}$$

(3) formuladan ko‘rinib turibdiki, R yuklamada ajraladigan quvvat, agar yuklamaning qarshiligi kichik bo‘lsa ($R << r$), kichik bo‘ladi. YUklamaning qarshiligi juda katta bo‘lgan holatda ham ($R >> r$), quvvat kichik bo‘ladi. Hisob-kitoblar shuni ko‘rsatadiki, yuklamada maksimal quvvat, yuklama qarshiligi va ichki qarshilik teng bo‘lgandagina, ajraladi $R = r$. Bu holda:

$$P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4R}.$$ (4)

2. Ishning bajarilish tartibi

2.1. Montaj stolida 2-chizmada ko‘rsatilgan sxemani yig‘ing.

Elementlar parametrlarining quyidagi miqdorlarini tanlang:

Batareyka: ε = 1.5 V; r = 10 Om;

Reostat: R = 20 Om

2.2. Reostat dvijogi holatini o‘zgartira turib, zanjirdagi tok kuchini va reostatdagi (yuklamadagi) kuchlanishni o‘lchang.

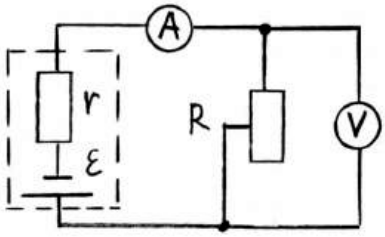
2.3. Olingan ma’lumotlarni (*R* reostat qarshiligini, *I* tok kuchini va *U* kuchlanishni) jadvalga kiriting.

2.4. Reostat qarshiligining turli miqdorlari uchun ajratadigan yuklamalardagi *R* quvvatni *P* = *U I* ga asosan hisoblang.

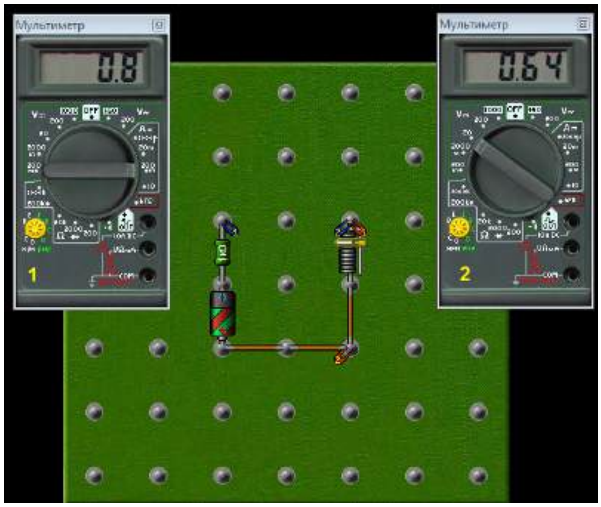
2.5. Quvvatning yuklama qarshiligiga bog‘liqligi grafigini tuzing.

2.6. Tuzgan grafigingizdan maksimal quvvatga ega bo‘lgan yuklama qarshiligining miqdorini aniqlab oling.

2.7. Olingan ma’lumotlarni nazariy ma’lumotlar bilan solishtiring (4). Xulosalar qiling.



2-chizma.



2-rasm. Elektr zanjirining montaj stolidagi ko‘rinishi.

3. Nazorat savollari

3.1. Nima uchun yuklama qarshiligi oshirilsa, unda kuchlanish ham oshadi?

3.2. Nima uchun yuklamadagi quvvat, agar yuklama qarshiligi manbaning ichki qarshiligidan katta farq qilsa, kichik bo‘ladi? Tok kuchi (1) va kuchlanish (2) ning formulalariga e’tibor bering.

Fizika mashg‘ulotlari samaradorligini oshirish uchun o‘qituvchi darsga ijodiy izlanib tayyorgarlik ko‘rishi, o‘z ustida ishlashi, multimediali va zamonaviy ta’lim vositalaridan unumli foydalana olishi, ta’limning innovatsion texnologiyalarini o‘rganishi lozim. Ta’limga doir kerakli ma’lumotlarni egallashi va muntazam ravishda ta’lim sohasidagi modernizatsiyalash jarayonlari bilan tanishib borishi hamda yangiliklarni dars jarayoniga tadbiq etishi o‘qituvchinig kasbiy kompetensiyalarini rivojlantiradi.

Dars mashg‘ulotlarida o‘quvchining faol ishtirokini ta’minlash, ta’limdan kutilayotgan natijaga erishishda va bilim, ko‘nikma, malaka hamda kompetensiyaga ega bo‘lishida muhim ahamiyat kasb etadi. Shu nuqtai nazardan, fizika fanidan nazariy, amaliy va yuqorida bayon qilingani kabi laboratoriya mashg‘ulotlarini tashkil etish jarayonida dasturiy ta’lim vositalaridan foydalanish samarali hisoblanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

1. X.H.Tajiboyeva, Sh.P.Usmanova. Fizika va astronomiya o‘qitish nazariyasi va metodikasi. -T.: “Fan va texnologiya”, 2015-y. 160 bet.
2. Y.Jamilov “Elektrotexnika va elektronika” fanini o‘qitishda virtual laboratoriya stendlaridan foydalanish imkoniyatlari. Pedagogik mahorat. Ilmiy-nazariy va metodik jurnal, 2024-yil 11-son. Buxoro. –B. 129-135.
3. Y.Jamilov Didactic Possibilities Of Using Multimedia Software In The Educational Process. Archive of Conferences 10 (1), 141-144.
4. Y.Zhamilov Possibilities Of Using Multimedial Energy Software In The Formation Of Environmental Culture And Education In Students. Central Asian Problems of Modern Science and Education 2020 (4), 68-80.

BO‘LAJAK MATEMATIKA O‘QITUVCHILARINI TAYYORLASHDA TARIXIY MA’LUMOTLARDAN FOYDALANISHGA O‘RGATISH METODIKASINI TAKOMILLASHTIRISH

Jumayeva N. F.

NavDU, Matematika kafedrasi o‘qituvchisi

Narziyeva G.A.

NavDU 4-kurs talabasi

Bugungi kunda ta’lim tizimini modernizatsiya qilish jarayonida bo‘lajak o‘qituvchilarning kasbiy kompetensiyalarini rivojlantirish dolzarb masalalardan biri hisoblanadi. Ayniqsa, matematika fanini o‘qitishda innovatsion yondashuvlar bilan bir qatorda tarixiylik tamoyilidan foydalanish muhim ahamiyat kasb etadi. Matematika tarixiga oid ma’lumotlar o‘quvchilarda fan mazmunini chuqurroq anglash, uning rivojlanish bosqichlarini tushunish hamda ilmiy tafakkurni shakllantirishga xizmat qiladi.

Matematika fanini o‘qitishda tarixiy materiallardan foydalanish ta’lim samaradorligini oshirish, talabalarda fanlarga nisbatan qiziqishni kuchaytirish hamda ularning ilmiy dunyoqarashini kengaytirishda muhim omil hisoblanadi. Bo‘lajak matematika o‘qituvchilarini tayyorlash jarayonida tarixiy yondashuvni qo‘llash ularning kasbiy kompetensiyalarini rivojlantirishga xizmat qiladi.

Mazkur tezisda matematika o‘qituvchilarini tayyorlashda tarixiy ma’lumotlardan foydalanishga o‘rgatish metodikasini takomillashtirish masalalari tahlil qilinadi. Jumladan, matematika tarixi elementlarini dars jarayoniga integratsiya qilish, buyuk allomalar merosidan samarali foydalanish hamda interfaol metodlar asosida tarixiy materiallarni yetkazish yo‘llari ko‘rib chiqiladi. Xususan, Muhammad al-Xorazmiy, Abu Rayhon Beruniy va Abu Ali ibn Sino kabi allomalarning ilmiy merosidan foydalanish orqali talabalar bilimini chuqurlashtirish mumkin.

Tadqiqot natijalariga ko‘ra, tarixiy materiallardan foydalanish talabalarning mantiqiy fikrlashini rivojlantiradi, matematik tushunchalarning kelib chiqishini anglashga yordam beradi hamda ularni mustaqil izlanishga undaydi. Shu bilan birga, zamonaviy pedagogik texnologiyalar asosida ishlab chiqilgan metodik tavsiyalar bo‘lajak o‘qituvchilarning dars jarayonini samarali tashkil etishiga xizmat qiladi.

Bo‘lajak matematika o‘qituvchilarini tayyorlashda tarixiy materiallardan samarali foydalanishga o‘rgatish ularning metodik tayyorgarligini mustahkamlash bilan birga, darslarni mazmunan boyitish imkonini beradi. Shu nuqtai nazardan, mazkur yo‘nalishda metodik yondashuvlarni takomillashtirish muhim ilmiy-amaliy ahamiyatga ega.

Matematika ta’limida tarixiy yondashuvni qo‘llash o‘quv jarayonini jonlantirish, mavzularni tushunarli va qiziqarli shaklda yetkazish imkonini beradi. Bu esa bo‘lajak o‘qituvchilarning nafaqat nazariy bilimlarini, balki amaliy ko‘nikmalarini ham rivojlantiradi.

Tarixiy materiallardan foydalanishda quyidagi metodik yo‘nalishlar muhim hisoblanadi:

- matematika tarixi elementlarini dars mazmuniga integratsiya qilish;
- allomalar hayoti va ilmiy merosidan misollar keltirish;
- muammoli vaziyatlar orqali tarixiy masalalarni tahlil qilish;
- interfaol metodlar asosida tarixiy ma’lumotlarni o‘zlashtirish.

Xususan, Muhammad al-Xorazmiy algebra fanining asoschisi sifatida algebraik tushunchalarning shakllanishida muhim o‘rin tutadi. Shuningdek, Abu Rayhon Beruniy ilmiy izlanishlari orqali matematik hisoblash usullarini rivojlantirgan bo‘lsa, Abu Ali ibn Sino o‘z asarlarida matematik bilimlarning boshqa fanlar bilan uzviy bog‘liqligini ko‘rsatib bergan.

Tarixiy materiallardan foydalanish quyidagi natijalarga olib keladi:

- talabalar matematik tushunchalarning kelib chiqishini anglaydi;
- mantiqiy va tanqidiy fikrlash rivojlanadi;
- fanlararo bog‘liqlikni tushunish kuchayadi;
- o‘quv jarayoniga qiziqish ortadi.

Shu bilan birga, zamonaviy pedagogik texnologiyalar (klaster, aqliy hujum, loyihaviy ta’lim) asosida tarixiy materiallarni qo‘llash metodikasi yanada takomillashtirilishi lozim. Bu esa bo‘lajak o‘qituvchilarning darslarni samarali tashkil etish kompetensiyasini oshiradi

Xulosa qilib aytganda, matematika ta’limida tarixiy yondashuvni takomillashtirish bo‘lajak o‘qituvchilarning kasbiy tayyorgarligini oshirishning muhim yo‘nalishlaridan biri hisoblanadi. Matematika ta’limida tarixiy yondashuvni qo‘llash bo‘lajak o‘qituvchilarning kasbiy tayyorgarligini oshirishda muhim vosita hisoblanadi. Tarixiy materiallardan samarali foydalanish orqali darslarning mazmuni boyiydi, talabalarning bilim olishga bo‘lgan motivatsiyasi ortadi. Shu bois, mazkur yo‘nalishda metodik ta’minotni takomillashtirish dolzarb vazifa bo‘lib qoladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

1. A.A. Normatov. Matematika tarixi. T.: Nizomiy nomidagi toshkent davlat pedagogika universiteti, 2007.

2. Axmedov S.A. O‘rta Osiyda matematika o‘qitish tarixidan. T.: «O‘qituvchi», 1977.

3. Гильмуллин М.Ф. История математики: Учебное пособие / М.Ф. Гильмуллин. — Елабуга: Изд-во ЕГПУ, 2009. — 212 с.

AKADEMIK LITSEY VA KASB-HUNAR KOLLEJLARIDA EHTIMOLLAR NAZARIYASI VA STATISTIKA ELEMENTLARINI O‘QITISH METODIKASI

Jumayeva N.F.

NavDU, Matematika kafedrasi o‘qituvchisi

O‘tgan asrning 50-yillaridan boshlab maktab dasturiga ehtimollar nazariyasi va statistikani kiritish bo‘yicha katta ishlar olib borilgan. Tadqiqotlarda bu ishni asoslabgina qolmasdan, ularni amalga oshirish metodlari ham o‘z aksini topdi.

Maktabda bu kursni o‘rganishning bir nechta dasturlari ishlab chiqildi. Bugungi kunda ushbu masala quyidagicha hal qilingan. Maktab matematikasining 6-sinfida ehtimollar nazariyasi va kombinatorika elementlarini o‘rganishga 8 soat ajratilgan. Akademik litseylarda esa bu mavzuga 12 soat vaqt ajratilgan.

Endi rivojlangan chet mamlakatlarning ayrimlarida ehtimollar nazariyasi elementlarini o‘qitishi haqida to‘xtalib o‘tamiz.

Inglizlarning pedagogik adabiyotlarida statistikani quyidagi masalalarini o‘rganish taklif qilinadi:

- Sonli ma’lumotlarni grafik tasviri, diagrammalarni turli ko‘rinishlari, gistogrammalar.
- Turli xil ozgarishlar bilan bog‘liq bo‘lgan taqibiy hisoblashlar.

- Turli xil o‘rta arifmetiklar, mediana.
- Dispersiyani, ranglarni hisoblash.
- Ayrim tadqiqot elementlari.

Fransuz maktablarida 1956 yildan boshlab matematika dasturlariga statistika elementlari kiritiladi. Masalan, texnik yo‘nalishdagi sinflarga quyidagi savollar kiritildi:

- Arifmetik va logarifmik masshtablarda grafiklar, ko‘pyoqlar va chastotalar egri chizigi.
- Statistik qatorning xarakteristik elementlari. Umumiy xarakterdagi kattaliklar, medianalar, o‘rta qiymatlar, dispersiyalarni baholash. O‘zgarishlar intervallari va statistikaning boshqa savollari.

Yaponiya maktablarida ehtimollar nazariyasi va statistikani o‘qitish muammolarini hal qilinishi diqqatga sazovardir.

Bunda o‘qitish D.Bruner metodiga mos keladi: oquvchilar shu sinfda kelgusida o‘qish uchun asos bo‘ladigan bilimlar bilan qurollantiriladi.

Oqitishni olib borishni sinflar bo‘yicha qarab chiqamiz. Kichik o‘rta maktab. (7-8 yillik o‘qish).

Birinchi sinf. 8 soat ajratilgan. Quyidagi masalalarni organish ko‘zda tutilgan:

- Ma’lum maqsadlarga mos keluvchi ma’lumotlarni to‘plash va sistemalashtirish; chastotalar taqsimoti jadvallari mohiyatini tushunish; gistogrammalar qurish; chastotalar egri chiziqlari taqsimoti; taqsimotlar tipi; komulyativ chastotalar, jadvallar va grafiklar.
- O‘rta qiymat ma’nosi, chastotalar taqsimoti jadvallar yordamida o‘rta qiymatni topish; orta qiymatlarni oqilona qollash.

Ikkinchi sinfda ehtimollar nazariyasiga 15 soat vaqt ajratiladi. Bunda o‘qituvchi olduga quyidagi masalalar qo‘yiladi:

- O‘quvchilarni u yoki bu hodisa sodir bo‘lishida, tasodiflar sonini hisoblashga o‘rgatish.
- Sodda yondashuvlar yordamida orin almashtirishlar va o‘rinlashtirishlarni o‘quvchilarga o‘rgatish va ular sonini hisoblash.
- Tasodifni mohiyatini ochib berish, sodda hollarda ularni topishni o‘rgatish.
- Kutilayotgan kattaliklar mohiyatini ochib berish.
- Statistik ehtimollar ma’nosini ochib berish.

Uchinchi sinfda – 11 soat ajratilgan. Maqsad quyidagilarni o‘qitish:

- Normallashgan chetlanishlarni amaliy qo‘llash va topish usullari mohiyatini tushunish.
- Tanlash metodi asoslarini sodda misollar yordamida ko‘rsatish.
- Korrelyatsiya ma’nosini ikki kattalik o‘rtasidagi moslik qonuniyati kabi, korrelyatsion jadvallarni qurish va korelyatsion diagrammalarni qurish.

Oqitishda amal qilinadigan metodik xususiyatlar quyidagicha.

Barcha tushunchalar imkon qadar sodda misollar yordamida oddiy usullar bilan o‘rganiladi. Qo‘shimcha murakkabliklardan qochish maqsadida oddiy simvolikalardan foydalaniladi.

Tushunchalarni o‘rganishni formal yondashuvi yo‘q. O‘quvchilar tushunchalar, masalalar, kundalik hayotda uchraydigan hodisalar ehtimolin ongli ravishda baholaydilar. Ular ko‘r-ko‘rona qaror statistik prinsiplardan adashishga olib kelishiga o‘qitiladi. Ehtimoli kam bo‘lgan hodisalar amaliy jihatdan mumkin emasligi, ammo ularni hamma vaqt ham e’tibordan chetda qoldirmaslik, chunki, bunday holat yolg‘on xulosalarga olib kelishi o‘qitiladi. O‘quvchilarda tasodiflarga ishonmaslik hissi tarbiyalanadi. Materiallarni bayon qilishda hayotdan olingan misollardan foydalaniladi. Bir xil masalalarda turli tushunchalar tushuntirib beriladi. Bularni hammasi materialni o‘zlashtirishdagi qiyinchiliklarni kamaytirish bilan bog‘liq.

Umuman olganda Akademik litsey va kasb-hunar kollejlarida ehtimollar nazariyasi va statistika elementlarini o‘qitish metodikasi — bu o‘quvchilarda tasodifiy hodisalarni tushunish, ma’lumotlarni tahlil qilish va real hayotiy muammolarni matematik modellashtirish ko‘nikmalarini shakllantirishga qaratilgan pedagogik tizimdir.

Quyida metodikaning asosiy jihatlari keltiriladi:

- Ehtimollik tushunchasini shakllantirish (tasodif, hodisa, ehtimollik).
- Statistik tafakkurni rivojlantirish.
- Real hayotdagi ma’lumotlarni yig‘ish, qayta ishlash va tahlil qilishni o‘rgatish.
- Qaror qabul qilishda matematik yondashuvni shakllantirish.
- Tasodifiy hodisalar (ishonchli, imkonsiz, tasodifiy hodisa)
- Klassik ehtimollik ta’rifi
- Hodisalar ustida amallar (qo‘shish, ko‘paytirish)
- Mustaqil va bog‘liq hodisalar
- Ma’lumotlarni yig‘ish va guruhlash
- Jadval va diagrammalar (ustunli, doiraviy)
- O‘rtacha qiymatlar (arifmetik o‘rta, moda, median)
- Tarqalish ko‘rsatkichlari (dispersiya, og‘ish)

Ehtimollar nazariyasi va statistika elementlarini o‘qitish o‘quvchilarning mantiqiy va analitik fikrlashini rivojlantiradi. To‘g‘ri tanlangan metodika orqali bu fan qiziqarli va tushunarli bo‘lib, o‘quvchilarni real hayotga tayyorlaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Vestvud, P. (2008). O‘qituvchilar o‘qitish usullari haqida nimalarni bilishlari kerak. Kambervell, Vik, ACER matbuot
2. *Bokhove C, Kempbell R (2020). "8-bob: "ta'limotni moslashtirish"". Erta martaba doirasi bo‘yicha qo‘llanma(PDF) (1-nashr.). Korvin Donishmand. 76-79 betlar. ISBN 978-1-5297-2457-8.*
3. *Charlton BG (yanvar 2006). "Ma'ruzalar juda samarali o‘qitish usuli, chunki ular o‘rganishni yaxshilash uchun rivojlangan inson psixologiyasidan foydalanadilar". Tibbiy Farazlar. **67** (6): 1261–1265. doi:10.1016 / j. mehy.2006.08.001. PMID 16949216.*
4. *Zokirman Z, Lufri L, Xayroniy K (2019). "O‘quv faoliyatida ma'ruza usullaridan foydalanishga ta'sir qiluvchi omillar: o‘qituvchi istiqboli". Ta'limdagi innovatsiyalar bo‘yicha 1-xalqaro konferentsiya materiallari (ICoIE 2018). Atlantis Matbuot. doi: 10.2991 / icoie-18.2019.2. ISBN 978-94-6252-662-4.*

TALABALARNING PEDAGOGIK TEXNOLOGIYALARNI LOYIHALASH VA JORIY ETISH BO‘YICHA MUSTAQIL TADQIQOT ISHLARINI MODELLASHTIRISH.

Karamatov B.

Navoiy davlat Universiteti o‘qituvchisi

Zamonaviy falsafa insonga ham tajribaning butun dunyosi, ham hech qanday mutlaq chegaralar bilan cheklanmagan rivojlanayotgan dunyo sifatida qarash kerakligini ta'kidlaydi.

Bizning tadqiqotimiz shuni ko‘rsatdiki, ko‘plab talabalar kelajakda tadqiqotchi o‘qituvchi bo‘lishni xohlashadi, bu esa oliy ta'limning maqsadlarini belgilaydi. Shunday qilib, talabalarga "ta'limni pedagogik ongda voqelik obyekti sifatida aks ettirish"ning turli shakllarini (idrokning spontan-empirik jarayonida aks ettirish; badiiy-majoziy aks ettirish; ilmiy bilimlarda pedagogik voqelikni aks ettirish) farqlashni o‘rgatish kerak. V.V. Kraevskiy ta'kidlaydi: "... pedagogika universitetlarida hech kim talabalarga tadqiqot ishlarini o‘rgatmaydi. Shu bilan birga, butun ilmiy tadqiqot sohasi mavjud. Pedagogikaga nisbatan bu pedagogik tadqiqot metodologiyasi." Keyinchalik ularning mazmunini CSO (kollektiv o‘rganish va kichik guruhlarda ishlash) kontekstida "ochish" bilan o‘rganildi.

Talabalarning pedagogik texnologiyalarni loyihalash va amalga oshirish bo‘yicha mustaqil tadqiqot ishlarini modellashtirish bosqichlarini, birinchidan, uchta darajada ko‘rib chiqiladigan pedagogik texnologiyaning tuzilishi bilan bog‘lash mumkin: yetakchi nazariy g‘oyalar darajasi; tizim qurilgan tamoyillar darajasi; va texnologik elementlar va yechimlar darajasi. Ikkinchidan, modellashtirish bosqichlari o‘qish yili bo‘yicha pedagogik fanlarni o‘rganish imkoniyatlari va maqsadlariga yo‘naltirilgan bo‘lishi kerak.

Tizim modellashtirish bo‘yicha eksperimental ishimizning asosiy g‘oyalari: kelajakdagi matematika o‘qituvchilari uchun ko‘tarilgan pedagogik muammolarning ahamiyati, ularning individual imkoniyatlari va ortib borayotgan tajribasini hisobga olgan holda; Matematika fakulteti talabalariga pedagogik yordam va rahbarlik bilan birgalikda o‘qitishga tizimli yondashuv g‘oyasi; o‘qishning barcha yillari davomida yaratilgan ta'lim ijodiy makonining g‘oyasi, uning yillar davomida boyitilishi va har bir talabaning individual rivojlanish traektoriyasi, ularning "ijodiy rivojlanish zonasi" bilan bog‘liqligi.

Modellashtirilgan tizim quyidagi tamoyillarga asoslanadi:

• pedagogik bilimlarning "tirik" shaxsiy bilim sifatidagi dolzarbligi printsipi;

• mustaqil tadqiqot ishlarini modellashtirish va individual ravishda differentsial yordam berish faoliyatida uzluksizlik printsipi;

• taqlidchi ijodkorlikdan ijodiy taqlidga va vaziyatga qarab rag‘batlantirilmagan ijodiy faoliyatga o‘tish tamoyili.

Olimlar taqlidni inson mustaqil ijodkorlik cho‘qqilariga ko‘tariladigan "tramplin" deb hisoblashadi.

Bularning barchasi kelajakdagi o‘qituvchilarning diagnostik-proyektiv madaniyatni egallashi, pedagogik texnologiyaning "qonuniyligi" va uning "maqsadliligi"ni tushunishi zarurligini taqozo etadi. Bu masalalarni allaqachon birinchi kurs talabalari tushunib yetmoqdalar, ular nazariyani nisbatan bir hil, yaxlit hodisani yoki uning elementlari va funktsiyalari to‘plamini tavsiflovchi tamoyillar, qonunlar, kategoriyalar, tushunchalar va tushunchalar tizimi sifatida tushunadilar. Talabaning (bolaning) shaxsiyati demokratik muloqot, o‘zaro ta'sir va hamkorlik sharoitida uning rivojlanishi uchun "loyiha" sifatida tushuniladi. "G‘oya" tushunchasi fikr, obyekt yoki hodisaning ifodasi sifatida, inson tafakkuri mahsuli sifatida kelajakdagi faoliyat uchun qadriyat munosabatlarini - innovatsion, transformatsion va integratsiyalashgan nazariya va amaliyotni tanlashni osonlashtiradi.

Talabalar uchun kelajakdagi matematika o‘qituvchilarining metodologik va loyihaga asoslangan madaniyatining mazmunli xususiyatlarini o‘zlashtirish muhimdir.

O‘qitish usuli sifatida qo‘llab-quvvatlovchi yozuvlar an'anaviy belgilar, belgilar, diagrammalar va boshqalar yordamida bilimlarni umumlashtirish, kodlash va "ixchamlashtirish" operatsiyalariga asoslangan talabalarning o‘zaro ta'sirini osonlashtirdi.

Guruhlar bir-birining ishini baholab, tuzilgan qo‘llab-quvvatlovchi yozuvlar bo‘yicha ma'lumot almashadilar. Katta hajmdagi ma'lumotlardan eng muhim fikrlarni tanlab, matn bilan ishlaydigan har bir kishi bo‘limlar o‘rtasida mantiqiy aloqa o‘rnatadi. Bu yana bir bor diqqat bilan o‘qishni talab qiladi. O‘q nuqtalaridan belgilarga bosqichma-bosqich o‘tish so‘zlarni almashtiradigan shaxsiy belgilar tizimini ishlab chiqishni talab qiladi. Kelajakda bu ma'ruza materialini yozib olishni sezilarli darajada osonlashtiradi. Qo‘llab-quvvatlovchi yozuvlar ustida ishlash, barcha o‘ziga xos narsalardan tashqari, bolaning mavhum fikrlashini rivojlantiradi, ularning assotsiativ darajasini kengaytiradi.

Ta'limdagi proyektivlik rejalashtirish, bashorat qilish, yaratish, bajarish va loyihalash san'atini amalga oshirishga qaratilgan. Olimning fikriga ko‘ra, proyektiv madaniyat ta'limning ilgari kesishmagan ikkita sohasini birlashtirishga chaqiriladi: gumanitar fanlar va san'at hamda fan va texnologiya. Proyektivlik kelajakning ta'lim yo‘nalishini ifodalaydi. Mustaqil talabalar tadqiqoti modelimizda pedagogik texnologiyalarni loyihalash muammosini hal qilishning keyingi bosqichi tadqiqot mavzusining mazmunli qiyofasini va uning umumiy g‘oyasini tushunishdir.

"Kontseptsiya" deganda, yuqorida ta'kidlab o‘tilganidek, biz tadqiqot mavzusining mazmunli qiyofasini, umumiy g‘oyani muayyan ta'lim obyektlarini umumlashtirish sifatida tushunamiz. Bu tasvir belgi-ramziy tizimda (sxematik, tasviriy, tezisga asoslangan) taqdim etiladi va "semantik maydon"ning gipotetik va bashoratli xususiyatiga ega.

Bizning tadqiqotimiz kelajakdagi matematika o‘qituvchilarini loyihaga asoslangan madaniyatni va pedagogik texnologiyalarni loyihalashni o‘zlashtirish bilan birga falsafiy asoslarni tanlashga puxta yondashishga undaydigan ta'limni tashkil etish shakllariga ehtiyoj borligini ko‘rsatdi.

Matn turi ushbu kontseptsiyaning majburiy tabiatining turli darajalarini oldindan belgilaydi: "Berilgan matn ma'lum bir tor tushunish usuliga qanchalik yo‘naltirilgan bo‘lsa, uning talqini shunchalik aniq bo‘ladi." Bu, umuman olganda, ilmiy matnlarda va ayniqsa ta'lim matnlarida ham shunday.

Dizayn dastlab vizual-majoziy tasvir sifatida quriladi, keyin esa ijodiy ishning ikkinchi bosqichida mazmunli ma'lumotlar diagramma, ma'nolar va belgilarga aylantiriladi. Abstraksiya elementlari mustahkamlanadi va mavzuning mazmunli tasvirining vizual-tasviriy yechimi tezis shakliga yo‘l ochib, muammoli, gipotetik va bashoratli xarakterga ega bo‘ladi.

Kontseptsiya kelajakdagi tadqiqotlar uchun faqat modeldir, garchi diagnostika va bashoratli elementlar bilan bo‘lsa ham. Modelda taqdim etilgan ushbu tadqiqot keyingi ishlarda o‘zaro bog‘liq texnologik yechimlar, yondashuvlar, izlanishlar va eng yaxshi amaliyotlar va uning yetakchi nazariy g‘oyalarini amalga oshirishdagi o‘z imkoniyatlarini tushunish zanjiri sifatida rivojlanadi.

Kontseptsiya darsi - bu tadqiqot mavzusining mazmunli tasvirini, uning yo‘naltiruvchi g‘oyalari va tamoyillarini namoyish etilishi mumkin bo‘lgan tarzda ochib berish bo‘yicha hamkorlikdagi ishlarni o‘z ichiga olgan uyushgan o‘rganishning guruhli shakli bo‘lib, undan so‘ng guruhning muammoning diagnostik va prognostik xususiyatlari va uning texnologik yechimlari bo‘yicha o‘z taxminlarini himoya qilishi kuzatiladi.

Ijodiy ish ta'lim usuli uchun texnologiyani loyihalash bilan ifodalanadi. Bu ish individual bo‘lib, elementlari bilan... Tadqiqot. Dunyoqarash inson individualligiga noyob nuqtai nazarni ifodalaydi.

Shunday qilib, ta'lim usuli texnologiyasini loyihalashning quyidagi bosqichlari belgilab berildi: 1) loyihalash ish algoritmi (bashorat qilinadigan harakatlar). Algoritmning asosi ta'lim usulining tuzilishi (diagnostika bloki, mazmun va protsedura bloklari haqida ma'lumot va o‘zini baholash bloki o‘zlashtiriladi); amalga oshirishning mumkin bo‘lgan modeli ko‘rib chiqiladi; 2) usulning mazmunli komponentini erkin tanlash, uning mavzusini aniqlash va asosiy savollar.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Громкова М.Т. Психология и педагогика профессиональной деятельности.- М.: Юники-Дана, 2003. - 415 с.
2. Зимняя И.А. Педагогическая психология. - М.: Логос, 2002. - 383 с.
3. Краевский В.В. Качество педагогики и методологическая культура педагога // Магистр. - 1991. - № 1. - С. 4 - 15.

CHIZIQLI ALGEBRA VA ANALITIK GEOMETRIYA FANINI O‘QITISHDA FANLARARO BOG‘LIQLIK

Mamatov A.R.

Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat unuversiteti

Ciziqli algebra va analitik geometriya fani ma’lumotlari talabalar tomonidan o‘zlashtirilishida nafaqat fanning konkret mavzusidan avvalgi ma’lumotlari, balki boshqa fan ma’lumotlaridan foydalanish ham ba’zi hollarda fan ma’lumotlarini tez o‘zlashtirishida, bundan tashqari taqqoslash uchun qo‘laylik yaratadi.

Matematik analiz [1] fanining asosiy tushunchalaridan biri bo‘lib funksiya hosilasi tushinchasi hisoblanadi. Bu tushunchadan chiziqli algebra va analitik geometriya fanini ba’zi mavzulari, masalan, ikkinchi tartibli chiziqlarning urinmalari tenglamalarini chiziqli algebra va analitik geometriya fani ma’lumotlari hamda funksiya hosila tushinchasidan foydalanib keltirib chiqarish talabalarda taqqoslash ko‘nikmalarini rivojlantirishga xizmat qiladi.

1-masala. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsga $M_0\left(x_0,y_0\right)$ nuqtada o‘tkazilgan urinma tenglamasi tuzilsin.

Analitik geometriya

$$a)\, y - y_0 = k\left(x - x_0\right), \frac{x^2}{a^2} + \frac{\left(y_0 + k\left(x - x_0\right)\right)^2}{b^2} = 1, Ax^2 + Bx + C = 0$$

$$A = \frac{1}{a^2} + \frac{k^2}{b^2}, B = \frac{2k\left(y - kx_0\right)}{b^2}, C = \frac{\left(y - kx_0\right)^2}{b^2} - 1, B^2 - 4AC = 0,$$

$$k = -\frac{b^2 x_0}{y_0 a^2}, y = \frac{b^2 x_0}{y_0 a^2} x + y_0 + \frac{b^2 x_0}{y_0 a^2} \quad \left| \frac{y_0}{b^2}, \quad \frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1 \right.$$

Funksiya hosilasi tushinchasi orqali

$$g)\, y - y_0 = f'\left(x_0\right)\left(x - x_0\right), f\left(x\right) = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}, f'\left(x_0\right) = -\frac{b^2 x_0}{y_0 a^2}, \frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1$$

Koshi-Bunyakovskiy tengsizligi orqali

$$i)\left(\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2}\right)^2 \le \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}\right)\left(\frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2}\right)$$

$$\left(\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2}\right)^2 \le 1$$

Xuddi shunday xulosalarni fazoda (ayqash) to‘g‘ri chiziqlar orasidagi masofa mavzusi bo‘yicha ham qilish mumkin.

Ikkinchi tartibli chiziqlarning markazini topishda ham funksiya hosilasi tushunchasidan foydalanish, ma’lumotlarni o‘zlashtirishda qo‘laylik yaratadi.

Chiziqli fazo mavzusini bayon etishda, talabalar tomonidan o‘zlashtirishda matematik analiz fanining ko‘plab tushunchalari (funksiya uzluksizligi, aniqmas itegral, aniq integral va h.) xizmat qiladi.

[2] adabiyotdagi analitik geometriyaga taalluqli masalalarning ko‘pchilik qismini hosila tushunchasidan foydalanib yechish mumkinligi bayon etiladi.

Shu bilan birga ba’zi masalalarni yechishda funksiya hosilasi tushunchasidan ko‘ra geometrik yondashuv samara berishi mumkin.

2-masala. A(-3;3), B(4;6) nuqtalar berilgan. Absissa o‘qidan |AM|+|MB| masofa eng kichikk bo‘ladigan M(x;0) nuqta aniqlansin.

Odatda, bu masala funksiya hosilasi tushunchasidan foydalanib bajariladi. Lekin, B(4;6) nuqtaga abscissa o‘qiga nisbatan simmetrik B’(4;-6) nuqtani olib, A(-3;3), B’(4;-6) nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzib, hosil bo‘lgan tenglamada y=0 deb olib, masalani yechimini aniqlash qo‘laydir.

Izoh. 2-masalani umumlashmasini, ya’ni birinchi, ikkinchi choraklarda chekli sondagi nuqtalar berilganda ham, yuqoridagi usulni chekli marta qo‘llab yechish, hosila tushunchasidan foydalanib yschishga qaraganda osonroq amalga oshiriladi.

Bu masalalar fanlararo bog‘liqlikni o‘rnatishda, shu bilan birga talabalarda taqqoslash ko‘nikmalarini takomillashtirishga xizmat qiladi.

ADABIYOTLAR

1. Alimov Sh. O., Ashurov R.R. Matematik analiz. Jild 1. Toshkent: MUMTOZ SO‘Z, 2018. 586 b.

2. Беркович Ф.Д. и др. Задачи студенческих математических олимпиад с указаниями и решениями. Ростов на Дону: Феникс, 2008. 171 с.

PANJARADAGI IKKI ZARRACHA: BOG‘LANGAN HOLATLARNING PAYDO BO‘LISHI VA XUSUSIYATLARI

Mavlanova X. K.
Navoiy davlat universiteti o‘qituvchisi

Ushbu maqolada ikki o‘lchamli panjarada ikki zarrachali sistemaning bog‘langan holatlari va ularning spektral xususiyatlari tadqiq etiladi. Tadqiqotda zarrachalarning o‘zaro ta’sir potensiali va to‘la kvaziimpulsning bog‘langan holatlar soniga ta’siri o‘rganilgan. Minimaks prinsipi yordamida operatorning xos qiymatlari mavjudligi haqidagi teorema isbotlangan.

Panjaradagi ikki zarrachali sistemaning bog‘langan holatlari kvant mexanikasi va matematik fizikaning dolzarb masalalaridan biri bo‘lib, ko‘plab mualliflar tomonidan turli usullar bilan o‘rganilgan. Xususan, klaster operatorlarining bog‘langan holatlari parametrning kichik qiymatlarida , ikki bozonli va ikki fermionli sistemalar uchun esa to‘la kvaziimpulsga bog‘liqlik masalalari qo‘zg‘alishlar nazariyasi yordamida tahlil qilingan.

Ushbu ishda biz ikki o‘lchamli panjarada harakatlanuvchi ikki zarrachali sistema Hamiltoniani spektrini, xususan, muhim spektrdan pastda yotuvchi xos qiymatlarni (bog‘langan holatlarni) o‘rganamiz.

Panjaradagi ikki zarrachali sistemaning bog‘langan holatlari ko‘plab mualliflar tomonidan tadqiq qilingan $[1-3]$. Masalan, $[1]$ ishda ikki zarrachali klaster operatorlarining bog‘langan holatlari parametrning kichik qiymatlarida o‘rganilgan. Panjarada ikki bozonli sistemaning bog‘langan holatlari soni $[2]$ ishda, ikki fermionli sistema bog‘langan holatlarining soni esa $[3]$ ishda to‘la kvaziimpulsiga bog‘liqligi qo‘zg‘alishlar nazariyasi yordamida o‘rganilgan. Uch o‘lchamli panjarada ikki fermionli sistema Hamiltoniani tashuvchisi

$D=\{n=(n_1,n_2,n_3)\in\Gamma^3 : n_3\in\Gamma \not\leq |n_1|+|n_2|\leq 1\}$ silindrda bo‘lgan potensial bilan qaralgan bo‘lib$[4]$, $\mathrm{H(k)}$ operatorning invariant qism fazolari topilgan hamda bu qism fazolardagi bog‘langan holatlarga mos energiyaning qiymatlari aniq hisoblangan.

Ikki zarrachali sistemaga mos energiya operatori $l_2\left(\left(\mathbb{Z}^2\right)^2\right)$ Hilbert fazosida

$\hat{H}=\hat{H}_0+\hat{V}$ formula bilan aniqlanadi. Bu yerda $\hat{H}_0$ ikki zarrachaning kinetik energiyasiga mos operator bo‘lib, u quyidagicha aniqlanadi:

$\hat{H}_0=-\frac{1}{2m_1}\Delta_1-\frac{1}{2m_2}\Delta_2$, bu yerda m_1 birinchi zarrachaning, m_2 ikkinchi zarrachaning massasi bo‘lib, ularni biz birga teng deb hisoblaymiz, ya’ni

$\Delta_1=\Delta\otimes I$, va $\Delta_2=I\otimes\Delta$ bo‘lib, $I-l_2\left(\mathbb{Z}^2\right)$ dagi birlik operator, Δ esa panjaradagi standart Laplas operatori, ya‘ni

$(\Delta\hat{\psi})(x)=\sum_j^2\left(\hat{f}\left(x+e_j\right)+\hat{\psi}\left(x-e_j\right)-2\hat{\psi}(x)\right),\hat{\psi}\in l_2\left(Z^2\right)$ bu yerda $e_1=(1.0),e_2=(0.1)$ lar $\mathbb{Z}^2$ panjaradagi birlik vektorlar. Zarrachalarning o‘zaro ta‘sir energiyasi V^2 esa quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi: $\left(\hat{V}\hat{\psi}\right)(x_1x_2)=\hat{v}(x_1-x_2),\hat{\psi}\in l_2\left(\left(\mathbb{Z}^2\right)^2\right)$

Potensial $\hat{v}:\mathbb{Z}^2\to R$ ga quyidagi shartlar qo‘yiladi:

$\hat{v}(n)=\hat{v}(n_1n_2)=\hat{v}(|n|),|n|=|n_1|+|n_2|,\ (1)$ hamda $\hat{v}(0)>\hat{v}(1)>0,\hat{v}(n)=0,n\geq 2$ deb faraz qilinadi.

Potensial $\hat{v}$ ga qo‘yilgan (1)shartda $\hat{H}$ operator chegaralangan va o‘z-o‘ziga qo‘shma bo‘ladi.

$\hat{H}$ operatorning koordinat tasviridan impuls tasviriga Fur‘ye almashtirishi orqali o‘tiladi. Ikki zarrachali sistema Hamiltoniani $H = H_0 - V$ va $L_2((T^2)^2)$ fazolar quyidagicha to‘g‘ri integralga yoyiladi [5], $H = \int_{T^2} \oplus \tilde{H}(k)dk, L_2((T^2)^2) = \int_{T^2} \oplus L_2(F_k)dk,$

bu yerda $F_k = \{(k_1, k_2) \in (T^2)^2 : k_1 + k_2 = k\}, k \in T^2,$ k– sistemaning to‘la kvaziimpulsi.

Har bir tayinlangan $k \in T^2$ da $\tilde{H}(k) : L_2(F_k) \to L_2(F_k)$ operator $L_2(T^2)$ Hilbert fazosida aniqlangan $H(k) = H_0(k) - V$ operatorga $[2]$ unitary ekvivalent bo‘ladi. Bu yerda $H_0(k)$ operator $e_k(p) = 4 - \cos\frac{k_1}{2}\cos p_1 - \cos\frac{k_2}{2}\cos p_2$ funksiyaga ko‘paytirish operatori. Zarrachalar o‘zaro ta‘sirini ifodalovchi operator V integral operator bo‘lib uning $f \in L_2(T^2)$ elementga ta‘siri quyidagicha aniqlanadi: $(Vf)(p) = \frac{1}{2\pi}\int_{T^2} v(p-q)f(q)dq.$ Potensial $\hat{v}$ ga qo‘yilgan (1) shartda $v(p)$ funksiyaning ko‘rinishi quyidagicha bo‘ladi:

$v(p) = \frac{1}{2\pi}\sum_{n\in Z^2}\hat{v}(n)e^{i(n,p)} = \frac{1}{2\pi}\left[\bar{v}(0) + 2\bar{v}(1)(\cos p_1 + \cos p_2)\right]$. $\mathrm{H(k)}$operatorning xos vektorlari sistemaning bog‘langan holatlari, bu xos vektorga mos xos son bog‘langan holatning energiyasi deyiladi. Shunday ekan biz $\mathrm{H(k)}$ operatorning xos funksiyalari va xos qiymatlari bilan qiziqamiz. Minimaks prinspidan [5] foydalanib $\mathrm{H(k)}$operator muhim spektridan pastda yotuvchi xos qiymatlari soni uchun quyidagi tasdiqni isbotlash mumkin.

Teorema. Agar $\bar{v}(1) > 2\cos\frac{k_1}{2} + 2\cos\frac{k_2}{2}$ bo‘lsa, u holda $\mathrm{H(k)}$operator kamida uchta xos qiymatga ega.

Xulosa

Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatadiki, panjaradagi ikki zarrachali sistemaning bog‘langan holatlari soni nafaqat potensialning kuchiga, balki sistemaning to‘la kvaziimpulsiga ham uzviy bog‘liqdir. Topilgan shartlar asosida spektrda uchta bog‘langan holatning mavjudligi fizik tizimlardagi zarrachalar o‘zaro ta’sirini tahlil qilishda muhim ahamiyat kasb etadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1.Маматов Ш.С., Минлос Р.А. Связанные состаяния двухчастичного кластерного оператора. ТМФ. (1989). Т. 79, 2. С. 163-179

2. Абдуллаев Ж.И., Кулиев К.Д. Связанные состаяния системы двух бозонов на двумерной решетке. ТМФ. (2016). Т. 79, 2. С. 272-292

3. Абдуллаев Ж.И., Кулиев К.Д., Мамуров Б.У. Бесконечность числа связанных состаяний системы двух фермионов на двумерной решетке. УзМЖ, 2016 4, С. 3-16

4.J.I.Abdullaev, A.M. Toshturdiyev. Bound States of a System of Two Fermions on Invariant Subspace. AIP Conference Procedinges. 2021. Vol 2365.

5. Reed M. and Simon B. Methods of Modern Mathematical Physics Ser: Analysis of Operators 1978.

6. Bobomurodov F.N. Ikki fermionli sistema Hamiltonianining bog‘langan holatlari. SamDU Ilmiy tadqiqotlar axborotnomasi. 2011.

SONLI KETMA-KETLIKLAR LIMITLARINI HISOBLASHDA MATEMATIK INDUKSIYA METODINI QO‘LLASH

Mirzakarimova N. M.
Farg‘ona davlat universiteti matematika kafedrasi katta o‘qituvchisi.
Xolmatov A. X.
Farg‘ona texnika universiteti qoshidagi 2-akademik litsey o‘qituvchisi.

Matematikada sonli ketma-ketliklar va ularning limitini o‘rganish muhim nazariy va amaliy ahamiyatga ega. Ayniqsa, ketma-ketliklarning xossalarini tahlil qilishda turli usullardan foydalaniladi. Shulardan biri – matematik induksiya metodi bo‘lib, u ayrim qonuniyatlarni qat’iy isbotlash imkonini beradi. Ushbu maqolada sonli ketma-ketliklar limitini hisoblashda matematik induksiya metodini qo‘llash imkoniyatlari ko‘rib chiqiladi. Shu orqali usulning samaradorligi va ahamiyati yoritib beriladi.

1-misol. (x_n) ketma-ketliklar hadlari quyidagicha aniqlangan:

$$x_1=\sqrt{2},\quad x_2=\sqrt{2+\sqrt{2}},\quad x_3=\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}},...$$

Bu ketma-ketlikning monoton o‘suvchi va chegaralanganligini ko‘rsating hamda limitini toping.

Yechish. Ketma-ketlikning umumiy hadi

$$\underbrace{x_2=\sqrt{2+\sqrt{2...+\sqrt{2}}}}_{n\ ta\ ildiz}$$

Ko‘rinishda bo‘lgani uchun uni

$$x_n=\sqrt{2+x_{n-1}}$$

kabi yozish mumkin. Bundan esa (x_n) ketma-ketlikning monoton o‘suvchiligi kelib chiqadi.

$$x_n<\sqrt{2}+1$$

Shunday qilib, berilgan ketma-ketlik monoton o‘suvchi va yuqoridan chegaralangan ekan, shu sababli uning limiti mavjud, ya‘ni

$$\lim_{n\to\infty}x_n=l>0$$

Bu munosabatni $x_n=\sqrt{2+x_{n-1}}$ tenglikni e’tiborga olsak,

$$\lim_{n\to\infty}x_n=\sqrt{2+\lim_{n\to\infty}x_{n-1}}$$

yoki $l=\sqrt{2+l}$ hosil bo‘ladi ifodadan $l=2$.

2-misol. $a_1, a_n=\dfrac{a_{n-1}+1}{2},\quad n\geq 2$ ketma-ketlikning limitga ega ekanini ko‘rsating va bu limitni toping.

Yechish. Ketma-ketlikning bir necha hadini topaylik

$$a_1=2,\quad a_2=\frac{3}{2},\quad a_3=\frac{5}{4}$$

$$a_4=\frac{9}{8},\quad a_5=\frac{17}{8},\quad a_6=\frac{32}{33}.$$

Topilgan sonlarning hammasi [1;2] oraliqqa tegishli. Barcha *n* lar uchun

$$1<a_n\leq 2 \qquad (1)$$

tengsizlik bajarilishini ko‘rsataylik.

I. $n=1$ da $a_1=2$ va (1) o‘rinli

II. $n=k\geq 1$ uchun $2<a_k\leq 2$ o‘rinli bo‘lsin deb, $n=k+1$ uchun ham o‘rinli bo‘lishini ko‘rsatamiz.

$$a_{k+1}=\frac{1}{2}(a_K+1)\leq\frac{2+1}{2}<2$$

Demak, $1<a_{k+1}\leq 2$, shuni isbotlash kerak, edi.

Endi $a_{n+1}-a_n$ ayrimaning ishorasini tekshiramiz.

$$a_{n+1}-a_n=\frac{a_n+1}{2}-a_n=\frac{1-a_n}{2}<0$$

chunki, $a_n>1$. Demak, barcha *n* lar uchun $a_{n+1}<a_n$ ya’ni berilgan ketma-ketli kamayuvchi.

Veyershtrass teoremasiga asosan ketma-ketlik limitga ega, bu limitni *a* deb belgilaylik, ya’ni

$$\lim_{n\to\infty}a_n=a$$

Ma’lumki, (a_n) ketma-ketlik limitga ega bo‘lsa, har doim

$$\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}a_{n+1} \tag{2}$$

o‘rinli bo‘ladi.

$$a_{n+1}=\frac{1}{2}(a_n+1)$$

tenglikda (2) ni e’riborga olsak.

$\lim_{n\to\infty}a_{n+1}=\frac{1}{2}\lim_{n\to\infty}a_n+\frac{1}{2}$ yoki $a=\frac{1}{2}a+\frac{1}{2},\ a=1$

Demak, $\lim_{n\to\infty}a_n=1.$

3-misol. Ushbu limitni hisoblang

$$\lim_{n\to\infty}(\sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[8]{2}\cdot....\cdot\sqrt[2n]{2}) \tag{3}$$

Yechilishi berilgan ifodada shakl almashtirish qilamiz.

$$\sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[8]{2}\cdot....\cdot\sqrt[2n]{2}=2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2^n}}=2^{S_n}$$

S_n yig‘indini induksiya yuritib hisoblaylik.

$n=1,2,3,4$ bo‘lganda

$$S_1=\frac{1}{2},\quad S_2=\frac{3}{4},\quad S_3=\frac{7}{8},\quad S_4=\frac{15}{16}.$$

Bu sonlarni quyidagicha yozib olaylik,

$$S_1=1-\frac{1}{2},\quad S_2=1-\frac{1}{4},\quad S_3=1-\frac{1}{8},\quad S_4=1-\frac{1}{16}$$

yoki

$$S_1 = 1 - \frac{1}{2^1},\quad S_2 = 1 - \frac{1}{2^2},\quad S_3 = 1 - \frac{1}{2^3},\quad S_4 = 1 - \frac{1}{2^4} \tag{4}$$

(4) sonlarni ko‘zdan kechirib uchbu gipotezani aytish mumkin.

Ixtiyoriy *n* natural son uchun

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + ... + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n} \tag{5}$$

(5) ni usbotlaylik.

I. (5) $n = 1,2,3,4$ lar uchun o‘rinli

II. (5) tenglik $n = k\ \ (k \geq 1)$ uchun o‘rinli bo‘lsin

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + ... + \frac{1}{2^k} = 1 - \frac{1}{2^k}$$

(5) tenglik $n = k + 1$ uchun bajarishini ko‘rsatamiz. Farazga asosan

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + ... + \frac{1}{2^k} + \frac{1}{2^{k+1}} = 1 - \frac{1}{2^k} + \frac{1}{2^{k+1}} = 1 - \frac{1}{2^{k+1}}$$

Demak, (5) tenglik $\forall n \in N$ uchun o‘rinli, u holda

$$\lim_{n\to\infty}(2 \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2} \cdot .... \cdot \sqrt[2n]{2}) = \lim_{n\to\infty} 2^{S_n} = \lim_{n\to\infty} 2^{1-\frac{1}{2^n}} = 2^{1-\lim\limits_{n\to\infty} 2^{-n}} = 2$$

4-misol. Arifmatik progressiyaning *n* – hadi

$$a_n = a_1 + d(n-1) \tag{6}$$

formula bilan hisoblanishini ko‘rsating, bunda a_1 - birinchi had, *d* – progressiyaning ayirmasi.

II. $n = k$ uchun $a_k = a_1 + d(k-1)$ bo‘lsin deb faraz qilib, (6) tenglik $n = 1$ uchun o‘rinli bo‘lishini ko‘rsatamiz. Arifmetik progressiyaning ta’rifiga asosan

$$a_{k+1} = a_k + d$$

So‘nggi tenglikda induktiv farazni eslasak,

$$a_{k+1} - a_1 + d(k-1) + d - a_1 + dk$$

Demak, (6) formula ixtiyoriy natural son uchun o‘rinli.

5-misol. $b_1, b_2, ..., b_n, ...$ geometrik progressiyaning dastlabki *n* ta hadining yig‘indisi

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} \tag{7}$$

formula bilan hisoblamishini ko‘rsating, bu yerda $q\ \ (q \neq 1)$ - geometrik progressiyaning mahraji. $0 < q < 1$ bo‘lganda

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{b_1}{1-q}$$

Isboti. I. $n = 1$ da $S_1 = b_1$, (7) dan esa

$$\frac{b_1(q^1 - 1)}{q - 1} = b_1$$

Demak, (7) formula $n = 1$ da to‘g‘ri.

II. $n=k$ uchun

$$S_k=\frac{b_1(q^k-1)}{q-1}$$

tenglik bajarilsin, $n=k+1$ da

$$S_{k+1}=\frac{b_1(q^{k+1}-1)}{q-1}$$

bo‘lishini ko‘rsatamiz.

Haqiqatan ham

$$S_{k+1}=S_k+b_{k+1}=\frac{b_1(q^k-1)}{q-1}+b_1q^k=\frac{b_1(q^{k+1}-1)}{q-1}$$

Demak, (7) formula barcha $n\in N$ uchun o‘rinli.

(7) tenglikda $n\to\infty$ da limitga o‘tib, limitlarga oid tegishli qoidalardan foydalansak,

$$\lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}\frac{b_1q^n}{q-1}-\lim_{n\to\infty}\frac{b_1}{q-1}=\frac{b_1}{q-1}+\frac{b_1}{q-1}\lim_{n\to\infty}q^n+\frac{b_1}{q-1}=\frac{b_1}{q-1}$$

chunki, $0<q<1$.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. N.Mirzakarimova. “Algebra”. O‘quv qo‘llanma, Farg‘ona 2025 y, 247 b.
2. X.Maxmudov. “Algebra va sonlar nazariyasidan amaliy mashg‘ulotlar” I qism. Farg‘ona 2002 y, 118 b.
3. T.T.Azlarov naxriri ostida. “Matematikaning qo‘llanma”. I qism. 1979 y, 448 b.
4. I.S.Sominskiy. “Matematik induksiya metodi”. Toshkent. 1968 y, 54 b.

HAYOTIY MASALALARNI YECHISHDA TO‘PLAMLARDAN FOYDALANISHGA O‘RGATISH METODIKASI VA UNING O‘ZIGA XOS XUSUSIYATLARI

Nasriddinova M. B.

Navoiy davlat universiteti, magistr

Ashurova D. N.

Navoiy davlat universiteti Matematika kafedrasi dotsenti

Annotatsiya: Mazkur maqolada matematika ta’limida to‘plamlar nazariyasi elementlarini hayotiy masalalar orqali o‘rgatishning pedagogik va metodik asoslari yoritilgan. To‘plam tushunchasining kundalik hayotdagi o‘rni, mantiqiy fikrlashni rivojlantirishdagi didaktik ahamiyati hamda murakkab vaziyatlarni matematik modellashtirish usullari tahlil qilingan. Eyler–Venn diagrammalaridan foydalanishning vizual afzalliklari aniq misollar (til o‘rganish, ijtimoiy soha, sport) yordamida ko‘rsatib berilgan. Metodika o‘quvchilarning matematik savodxonligini oshirish va fanlararo bog‘liqlikni mustahkamlashga xizmat qiladi.

Kalit so‘zlar: to‘plamlar nazariyasi, hayotiy masalalar, metodika, Eyler–Venn diagrammalari, matematik modellashtirish, mantiqiy fikrlash, kompetensiya, didaktika.

Abstract: This article highlights the pedagogical and methodological foundations of teaching elements of set theory through real-life problems in mathematics education. The role of the set concept in daily life, its didactic significance in developing logical thinking, and methods of mathematical modeling for complex situations are analyzed. The visual advantages of using Euler–Venn diagrams are demonstrated through specific examples (language learning, social spheres, sports). The methodology aims to increase students' mathematical literacy and strengthen interdisciplinary connections.

Keywords: set theory, real-life problems, methodology, Euler–Venn diagrams, mathematical modeling, logical thinking, competence, didactics.

Hozirgi kunda ta’lim jarayonida matematik bilimlarning hayotiy masalalar bilan uzviy bog‘liqligini ta’minlash muhim pedagogik vazifalardan biri hisoblanadi. Ayniqsa, umumta’lim va oliy ta’lim tizimida matematik tushunchalarni real hayotiy vaziyatlar orqali tushuntirish o‘quvchilarda mantiqiy fikrlash, tahlil qilish va muammo yechish kompetensiyalarini shakllantirishda muhim ahamiyat kasb etadi. Shu nuqtai nazardan, to‘plamlar nazariyasi elementlaridan hayotiy masalalarni yechishda foydalanishga o‘rgatish metodikasini ishlab chiqish dolzarb ilmiy-pedagogik muammo hisoblanadi.

To‘plam tushunchasi matematikaning eng fundamental tushunchalaridan biri bo‘lib, u nafaqat sof matematikada, balki informatika, iqtisod, statistika, mantiq, sotsiologiya kabi ko‘plab fanlarda ham keng qo‘llaniladi. Hayotiy masalalarda obyektlarni guruhlash, tasniflash, solishtirish va umumlashtirish jarayonlarida to‘plamlar bilan ishlash tabiiy va samarali vosita bo‘lib xizmat qiladi.

To‘plam tushunchasining hayotiy mazmuni va didaktik ahamiyati. Ma’lumki, to‘plam deganda biror umumiy belgi asosida birlashtirilgan obyektlar majmui tushuniladi. Kundalik hayotda inson doimiy ravishda to‘plamlar bilan ishlaydi: sinf o‘quvchilari, do‘kon mahsulotlari, transport vositalari, oilalar, hujjatlar va hokazo. Shu sababli to‘plam tushunchasi o‘quvchilar uchun intuitiv jihatdan tushunarli bo‘lib, uni hayotiy misollar asosida o‘rgatish metodik jihatdan qulaydir.

Didaktik nuqtayi nazardan, to‘plamlar bilan ishlash:

- obyektlarni tasniflash va guruhlash ko‘nikmasini rivojlantiradi;
- mantiqiy bog‘lanishlarni aniqlashga yordam beradi;
- abstrakt tushunchalarga o‘tish uchun poydevor yaratadi;
- matematik til va belgilar bilan ishlashni osonlashtiradi.

Hayotiy masalalarda to‘plam tushunchasidan foydalanish o‘quvchilarga masalaning shartini chuqurroq anglash, muammoni strukturaviy tahlil qilish va optimal yechim topishga imkon beradi.

Hayotiy masalalar deb real voqelikda uchraydigan, kundalik hayot, ijtimoiy munosabatlar, iqtisodiy jarayonlar bilan bog‘liq masalalarga aytiladi. Bunday masalalar o‘quvchilarda matematik bilimlarning amaliy ahamiyatini anglashga yordam beradi.

Ta’lim jarayonida hayotiy masalalardan foydalanish:

- o‘quvchilarning o‘quv motivatsiyasini oshiradi;
- mustaqil fikrlash va qaror qabul qilish malakalarini rivojlantiradi;
- fanlararo bog‘lanishlarni mustahkamlaydi;
- nazariy bilimlarni amaliyotga tatbiq etish ko‘nikmasini shakllantiradi.

Hayotiy masalalarni yechishda to‘plamlar nazariyasidan foydalanish esa masalani sxematik tarzda ifodalash, ortiqcha ma’lumotlarni ajratib olish va muhim elementlarni aniqlash imkonini beradi.

Hayotiy masalalarni yechishda eng muhim bosqichlardan biri — ularni matematik modelga keltirishdir. To‘plamlar bu jarayonda asosiy modellashtiruvchi vosita bo‘lib xizmat qiladi.

Masalan:

- ma’lum bir xususiyatga ega insonlar guruhi — to‘plam;
- bir nechta shartlarga mos keluvchi obyektlar — to‘plamlar kesishmasi;
- ikki guruhga mansub bo‘lmagan elementlar — to‘plamlar ayirmasi;
- barcha mumkin bo‘lgan variantlar — universal to‘plam.

To‘plamlar yordamida modellashtirish o‘quvchilarga masalaning mantiqiy tuzilishini ko‘rishga, grafik tasvirlar (Eyler–Venn diagrammalari) orqali vizual fikrlashni rivojlantirishga yordam beradi.

To‘plam tushunchasini o‘rgatishda abstrakt ta’rifдан кўра, real hayotiy misollar asosida tushuntirish yuqori samaradorlik beradi.

Misol 1 (hayotiy vaziyat):

Bir sinfda 30 nafar o‘quvchi bor. Ulardan 18 nafari ingliz tilini, 12 nafari nemis tilini, 5 nafari esa har ikkala tilni o‘rganadi. Bu yerda A — ingliz tilini o‘rganayotgan o‘quvchilar to‘plami, B — nemis tilini o‘rganayotgan o‘quvchilar to‘plami. Masala mazmuni o‘quvchilarga quyidagi to‘plam amallari orqali tushuntiriladi:

$A \cap B$ — ikkala tilni o‘rganayotganlar,

$A \cup B$ — kamida bitta tilni o‘rganayotganlar,

U\(A∪B) — hech qaysi tilni o‘rganmayotganlar.

Bu diagramma o‘quvchilarga masalaning mantiqiy tuzilishini vizual tarzda anglash imkonini beradi.

Hayotiy masalalarni yechishda eng muhim bosqich — masalani matematik modelga keltirishdir. To‘plamlar bu jarayonda asosiy modellashtiruvchi vosita hisoblanadi.

Misol 2 (kundalik hayotdan):

Bir mahallada yashovchi oilalarning 40 tasi gazdan, 35 tasi elektr plitadan, 15 tasi esa ikkala turdagi plitadan foydalanadi. Bu vaziyat quyidagicha modellashtiriladi:

- G — gaz plitadan foydalanuvchilar to‘plami,
- E — elektr plitadan foydalanuvchilar to‘plami.

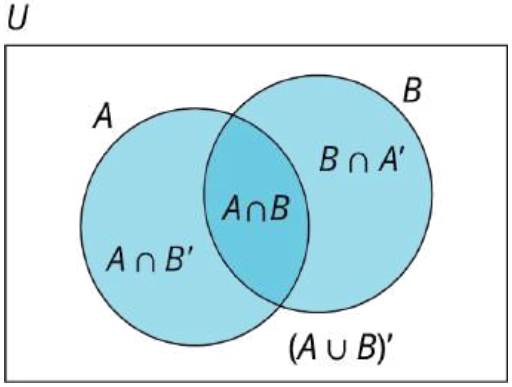
Savol: nechta oila kamida bitta turdagi plitadan foydalanadi?

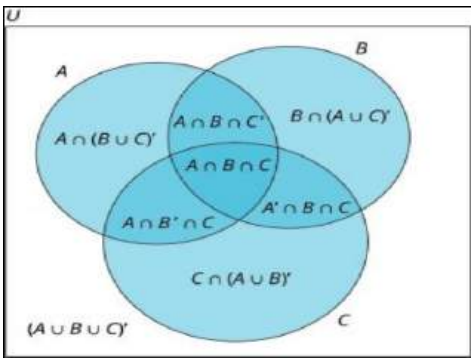
Yechim: $|G \cup E| = |G| + |E| - |G \cap E| = 40 + 35 - 15 = 60$

Bu yerda to‘plamlar formulasi hayotiy vaziyatni aniq va ixcham ifodalashga xizmat qiladi.

To‘plamlar bilan bog‘liq hayotiy masalalarni tushuntirishda Eyler–Venn diagrammalari muhim vizual vosita hisoblanadi. Diagrammalar:

- axborotni tizimlashtiradi,
- mantiqiy bog‘lanishlarni ochib beradi,
- o‘quvchilarning ko‘rgazmali tafakkurini rivojlantiradi.





Misol (uchta to‘plamli hayotiy masala):

Talabalar quyidagi sport turlari bilan shug‘ullanadi:

- futbol — 25 nafar,
- voleybol — 20 nafar,
- basketbol — 15 nafar,
- uchalasiga ham qatnashuvchilar — 5 nafar.

Bu holatda har bir sport turi alohida to‘plam sifatida olinadi va diagramma asosida umumiy sport bilan shug‘ullanuvchilar soni aniqlanadi.

Bu metod o‘quvchilarda murakkab hayotiy vaziyatlarni tizimlashtirish ko‘nikmasini shakllantiradi.

To‘plamlar ustida bajariladigan asosiy amallar (birlashtirish, kesishma, ayirma) hayotiy masalalarda keng qo‘llaniladi.

Misol (ayirma amali):

Bir maktabda 120 nafar o‘quvchi bor. Shundan 70 nafari sport to‘garagiga, 50 nafari san’at to‘garagiga qatnaydi, 30 nafari esa faqat sport bilan shug‘ullanadi.

Bu yerda:

$$Sport \cap San'at = 70 - 30 = 40$$

Shu tariqa, to‘plam ayirmasi real hayotiy vaziyatni aniq ifodalashga yordam beradi.

To‘plamlardan foydalanishga o‘rgatish metodikasining asosiy yo‘nalishlari. Hayotiy masalalarni yechishda to‘plamlardan foydalanishga o‘rgatish metodikasi quyidagi asosiy yo‘nalishlarni o‘z ichiga oladi:

- ***Intuitiv yondashuv,*** **bunda boshlang‘ich bosqichda to‘plam tushunchasi kundalik hayotiy misollar orqali kiritiladi. Masalan, “sinfdagi qizlar to‘plami”, “sport bilan shug‘ullanuvchi o‘quvchilar to‘plami”**

- *Grafik va vizual metodlar* - to‘plamlar o‘rtasidagi munosabatlarni Eyler–Venn diagrammalari yordamida tasvirlash masalaning mazmunini chuqurroq anglashga yordam beradi.

- *Muammoli ta’lim* - o‘quvchilarga mustaqil ravishda to‘plamlar orqali masalani ifodalash vazifasi beriladi. Bu esa ularning ijodiy va mantiqiy fikrlashini rivojlantiradi.

Hayotiy masalalarni yechishda to‘plamlardan foydalanishga o‘rgatish metodikasining quyidagi o‘ziga xos xususiyatlarini ko‘rsatish mumkin:

- **Amaliy yo‘naltirilganlik** — nazariy tushunchalar real hayot bilan bog‘lanadi;
- **Vizualizatsiya** — diagrammalar va sxemalar orqali tushuntirish;
- **Fanlararo integratsiya** — matematika, informatika, iqtisod fanlari bilan bog‘liqlik;
- **Mantiqiy fikrlashni rivojlantirish** — tahlil, solishtirish, umumlashtirish jarayonlari faollashadi;
- **Mustaqil ishlashga yo‘naltirish** — o‘quvchi faol subyekt sifatida ishtirok etadi.

Mazkur metodika o‘quvchilarning matematik savodxonligini oshirish, hayotiy vaziyatlarda to‘g‘ri qaror qabul qilish, axborotni tahlil qilish kabi muhim kompetensiyalarni shakllantirishga xizmat qiladi. To‘plamlar asosida yechilgan hayotiy masalalar o‘quvchilarning matematikaga bo‘lgan qiziqishini oshiradi va fan mazmunini chuqurroq o‘zlashtirishga yordam beradi.

Xulosa qilib aytganda, hayotiy masalalarni yechishda to‘plamlardan foydalanishga o‘rgatish metodikasi zamonaviy matematika ta’limining muhim tarkibiy qismi hisoblanadi. Ushbu metodika o‘quvchilarning mantiqiy fikrlashini rivojlantirish, matematik bilimlarni amaliyotga tatbiq etish va mustaqil muammo yechish kompetensiyalarini shakllantirishda samarali vosita bo‘lib xizmat qiladi. Mazkur yo‘nalishda olib boriladigan ilmiy-metodik tadqiqotlar matematika ta’limi sifatini oshirishga xizmat qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Hamedova N., Ibragimova Z. Matematika. Oliy o‘quv yurtlari uchun darslik. Toshkent, Turon-Iqbol, 2007.
2. Allakov I., Muzropova N. To‘plamlar nazariyasi va matematik mantiq elementlarini o‘qitishga doir // “Ta’lim va innovatsion tadqiqotlar” jurnali, 2021 yil, 18-23 b.
3. Nasriddinova M.B., Ashurova D.N. To‘plamlar nazariyasining tadbiqlariga doir masalalar yechish // “Aniq va tabiiy fanlarni o‘qitishda zamonaviy yondashuvlar: muammo va yechimlar” Respublika ilmiy-amaliy konferensiyasi materiallari // Navoiy, 2025 yil, 18-19 aprel. 198-201 b.

KIMYO YO‘NALISHI TALABALARIGA ANIQMAS INTEGRAL MAVZUSINI TUSHUNTIRISHNING ZAMONAVIY VA QULAY USULLARI HAMDA KIMYOVIY JARAYONLARDA QO‘LLANILISHI

Oltiyev A. B.

Navoiy davlat universiteti o‘qituvchisi.

Ibrohimova D. I.

Navoiy davlat universiteti talabasi.

Zamonaviy ta’lim tizimida fanlar integratsiyasi muhim ahamiyat kasb etmoqda. Ayniqsa oliy ta’lim muassasalarida matematika fanini boshqa tabiiy fanlar bilan bog‘lab o‘qitish talabalar bilimini yanada mustahkam qilishga xizmat qiladi. Kimyo yo‘nalishida tahsil olayotgan talabalar uchun oliy matematika fani muhim bo‘limbiridan biri bo‘lga naniqmas integral mavzusini

o‘rganish katta ahamiyatga ega. Chunki integral hisoblash usullari ko‘plab kimyoviy jarayonlarni modellashtirish, reaksiyalar tezligini aniqlash va modal konsentratsiya o‘zgarishini tahlil qilishda qo‘shimcha. Shu sababli aniqmas integral mavzusini kimyo yo‘nalishi talabalarga nisbatan zamonaviy pedagogik texnologiyalar vizual vositalar hamda amaliy misoll foydalanish muhim hisoblanadi.

Mavzuning dolzarbligi. Kimyo yo‘nalishi talabalari uchun matematika, avvalo, ko‘plab kimyoviy masalalarni hal qilishda foydali vosita hisoblanadi. Biroq kimyo yo‘nalishidagi talabalar uchun oliy matematikani o‘qitish ko‘pincha ushbu holatni hisobga olmagan holda amalga oshiriladi. Odatda matematika va maxsus kimyoviy fanlar alohida o‘qitiladi, natijada matematika yopiq tizim sifatida qolib ketadi. Shuning uchun matematika talabalarga ularning keying o‘qishida va kasbiy faoliyatida ketak bo‘lmagan narsalarni o‘rgatadi, degan e’tirozlar paydo bo‘ladi. Agar nomatematik yo‘nalishlarda matematika o‘qitilishi matematik ta’limning kasbiy yo‘naltirilganlik konsepsiyasiga asoslangan holda amalga oshirilsa, buni yengib o‘tish mumkin. Bu esa o‘qitish jarayonini tegishli mutaxasislik bo‘yicha tahsil olayotgan talabalarning matematik tayyorgarligiga qo‘yiladigan talablarni maksimal darajada qondirishga imkon berdi. Talabalarning qiziqishini oshirish uchun matematika bo‘yicha ma’ruza kursi matematik tushuntirishlarning ma’lum qisimlarini kengaytirishni, amaliy mashg‘ulotlarda esa beriladigan topshiriqlar talabalar asosiy ixtisosligiga mos tarzda tanlanishi, shu jumladan matematik bilimlarning ularning kasbiy faoliyat sohasida qo‘llanilishi imkoniyatini ko‘rsatib berishi lozim.

Aniqmas integral tushunchasi. Ma’lumki, biror $y=f\left(x\right)$ funksiyaning hosilasini hisoblash jarayonini uni differensiallash deb yuritilar edi. Biz endi differensiallash amaliga teskari bo‘lgan amal integrallash amalini o‘rganamiz. Differensiallash hisobining asosiy masalasi berilgan funksiyaga ko‘ra uning hosilasini topish bo‘lsa, integral hisobining asosiy masalasi funksiya hosilasiga ko‘ra uning o‘zini topishdir.

Aytaylik $y=f\left(x\right)$ funksiya biror X oraliqda qaralayotgan bo‘lsin.

Ta’rif. Agar X oraliqning barcha nuqtalarida

$$F'\left(x\right)=f\left(x\right)$$

tenglik o‘rinli bo‘lsa, o‘sha oraliqda funksiyaning boshlang‘ich funksiyasi deb ataladi.

Masalan: $F\left(x\right)=cosx$ funksiya $f\left(x\right)=-sinx$ uchun boshlang‘ich funksiyadir, yoki $F\left(x\right)=ln\left|x\right|\left(x\neq 0\right)$ funksiya $f\left(x\right)=\frac{1}{x}$ uchun boshlang‘ich funksiya bo‘ladi.

Yuqoridagi ta’rif hamda misollardan ko‘rinayaptiki, agar $F\left(x\right)$ funksiya $f\left(x\right)$ funksiyaning biror oraliqda boshlang‘ich funksiyasi bo‘lsa, o‘sha oraliqda $F\left(x\right)+C$ ifoda ham boshlang‘ich funksiya bo‘ladi, chunki $C=const\neq 0$ 0 bo‘lib, $C'=0$. Demak, berilgan funksiyaning boshlang‘ich funksiyalari cheksiz ko‘p ekan.

Ta’rif. Agar X oraliqda $F\left(x\right)$ funksiya $f\left(x\right)$ uchun boshlang‘ich funksiya bo‘lsa, u holda o‘sha oraliqda $F\left(x\right)+C$ ifodani $f\left(x\right)$ funksiyaning aniqmas integrali deb yuritiladi va $\int f\left(x\right)dx$ kabi yoziladi.

Demak ta’rifga ko‘ra:

$$\int f\left(x\right)dx=F\left(x\right)+C$$

bu yerda, $\int .$ aniqmas integral belgisi, x integrallash o‘zgaruvchisi, $f\left(x\right)$ - integrallanuvchi funksiya hamda, $f\left(x\right)dx$ - esa integral belgisi ostidagi ifoda deb yuritiladi.

Aniqmas integralning asosiy xossalari.

1.Agar biror oraliqda (1) tenglik o‘rinli bo‘lsa aniqmas integralning hosilasi integrallanuvchi funksiyaga teng bo‘ladi, ya’ni:

$$\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$$

2. Biror funksiya differensialining aniqmas integrali, shu funksiya bilan ixtiyoriy o‘zgarmasning yig‘indisiga teng:

$$\int dF(x) = F(x) + C$$

3. O‘zgarmas ko‘paytuvchini integral belgisidan tashqariga chiqarish mumkin:

$$\int Af(x)dx = A\int f(x)dx, \quad A \neq 0 - o'zgarmas$$

4. Chekli sondagi uzluksiz funksiyalar algebraik yig‘indisining aniqmas integrali, shu funksiyalar aniqmas integrallarining algebraik yig‘indisiga teng:

$$\int\left(f(x) \pm g(x)\right)dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$$

Anikmas integral jadvali. Quyida biz asosiy elementar funksiyalar aniqmas integrallarining jadvalini keltiramiz. Jadvaldagi har bir formulaning to‘g‘riligini differensiallash yo‘li bilan tekshiriladi.

1-jadval.

	$\int x^{\alpha}dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$		$\int \frac{1}{\cos^2(x)}dx = tg(x) + C$
	$\int \frac{dx}{x} = \ln\lvert x\rvert + C$	0	$\int \frac{1}{\sin^2(x)}dx = -ctg(x) + C$
	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	1	$\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a}arctg\left(\frac{x}{a}\right) + C$
	$\int e^x dx = e^x + C$	2	$\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a}\ln\left\lvert\frac{x-a}{x+a}\right\rvert + C$
	$\int \sin(x)dx = -\cos(x) + C$	3	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln\left\lvert x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right\rvert + C$
	$\int \cos(x)dx = \sin(x) + C$	4	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin\left(\frac{x}{a}\right) + C$
	$\int tg(x)dx = -\ln\lvert\cos(x)\rvert + C$	5	$\int \frac{1}{\cos(x)}dx = \ln\left\lvert tg\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right\rvert + C$
	$\int ctg(x)dx = \ln\lvert\sin(x)\rvert + C$	6	$\int \frac{1}{\sin(x)}dx = \ln\left\lvert tg\left(\frac{x}{2}\right)\right\rvert + C$

Aniqmas integralni yechish usullari. Aniqmas integralni hisoblash — bu differensiallashga teskari jarayon bo‘lib, u murakkab kimyoviy-fizik muammolarni statik modeldan dinamik modelga o‘tkazish imkonini beradi. Matematik nuqtai nazardan, aniqmas integralni yechishning to‘rtta asosiy va eng ko‘p qo‘llaniladigan usuli mavjud.

Quyida ushbu usullarni kimyoviy jarayonlar bilan bog‘lagan holda tahlil qilamiz:

1. Bevosita integrallash (Integrallar jadvalidan foydalanish). Bu usul integral ostidagi ifodani standart jadval ko‘rinishiga keltirish va asosiy xossalarni (o‘zgarmasni chiqarish, yig‘indini integrallash) qo‘llashga asoslanadi.

Matematik ko‘rinishi:

$$\int\left(k \cdot x^n\right)dx = k\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

Kimyoviy misol: Nolinchi tartibli reaksiyalar kinetikasi $\left(v = k\right)$.

$$\int dC = -\int kdt \Rightarrow C = -kt + C_0$$

Bu yerda integral to‘g‘ridan-to‘g‘ri olinadi va jarayon vaqt o‘tishi bilan chiziqli kamayishini ko‘rsatadi.

2. O‘zgaruvchini almashtirish usuli. Murakkab ko‘rinishdagi integral ostidagi funksiyani soddaroq o‘zgaruvchi (u) orqali ifodalash usuli. Bu usul kimyoda o‘zgaruvchilar o‘zaro bog‘liq bo‘lgan (masalan, harorat va vaqt) jarayonlarda juda muhim.

Matematik ko‘rinishi:

$$\int f\left(g\left(x\right)\right)g'\left(x\right)dx = \int f\left(u\right)du$$

bunda $u = g\left(x\right)$

Kimyoviy misol: Arrenius tenglamasini integrallashda harorat o‘zgarishini (T) yangi o‘zgaruvchi sifatida kiritish:

$$\int \frac{E_a}{RT^2}dT \ \text{\textdiamond}\ u = \frac{1}{T}$$

deb almashtirilsa, integral soddalashadi.

3. Bo‘laklab integrallash usuli. Ushbu usul ikki xil turdagi funksiyalar (masalan, ko‘phad va eksponenta) ko‘paytmasi ishtirok etgan integrallarni yechishda qo‘llaniladi.

Matematik ko‘rinishi:

$$\int udv = uv - \int vdu$$

bunda $u = g\left(x\right)$

Kimyoviy misol: Molekulalarning tezlik bo‘yicha taqsimlanishini (Maksvell-Bolsman) o‘rganishda o‘rtacha kvadratik tezlikni hisoblash:

$$\int v^2 \text{\textdiamond} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}dv$$

Bunda $u = v$ va $v\text{\textdiamond}e^{-v^2}dv$ deb olinib, jarayon energetik tahlil qilinadi.

4. Ratsional kasrlarni integrallash. Integral ostidagi ifoda murakkab kasr ko‘rinishida bo‘lsa, uni oddiyroq kasrlar yig‘indisiga ajratish usuli.

Matematik ko‘rinishi:

$$\frac{1}{\left(x-a\right)\left(x-b\right)} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b}$$

Kimyoviy misol: Ikki xil boshlang‘ich moddali ikkinchi tartibli reaksiyalar ($A+B$ - mahsulot):

$$\frac{dx}{\left(x-a\right)\left(x-b\right)} = kdt$$

Ushbu differensial tenglamani yechish uchun kasrni qismlarga ajratmasdan integral olib bo‘lmaydi. Bu usul orqali olingan natija tizimdagi har bir moddaning kamayish tezligini aniq ko‘rsatadi.

Talabalarga ushbu usullarni o‘rgatishda quyidagi ketma-ketlikka amal qilish samarali:

1. Kasr/Ko‘paytma: Integral ostidagi ifoda ko‘rinishini aniqlash.
2. Usul tanlash: Agar argument murakkab bo‘lsa — Almashtirish, agar ikki funksiya ko‘paytmasi bo‘lsa — Bo‘laklab, agar kasr bo‘lsa — Yoyish.
3. Tekshirish: Olingan natijadan hosila olib, boshlang‘ich funksiyani qayta hosil qilish.

Xulosa. Kimyo yo‘nalishi talabalariga oliy matematika fanining integral mavzusini o‘qitishda zamonaviy pedagogik yondashlardan foydalanish ta’lim samaradorligini oshiradi. Fanlararo integratsiyalar raqamli texnologiyalar va amaliy misollar yordamida mavzuni tushuntirish talablar tomonidan matematik hisoblashlarni chuqur o‘zlashtirish uchun foydalanishga yordam beradi. Aniqmas integral kimyo fanining 2-jadvaldagi hisoblarda keng qo‘llaniladi. Shu sababli matematik bilimlarni jarayonlar bilan bog‘lab o‘qitish zamonaviy ta’limning muhim yo‘nalishlaridan biri hisoblanadi.

Kimyo yo‘nalishi talabalari uchun aniqmas integral qoidalarini integratsiya

qilishning kengaytirilgan modeli

2-jadval.

Matematik integrallash qoidasi	**Kimyoviy jarayon (Amaliy namuna)**	**Differensial shakldagi bog‘liqlik**	**Integral shakldagi yakuniy model**	**Pedagogik va Metodik tavsiya**
O‘zgarmas sonni chiqarish $\int kf(x)dx$	Faradey qonuni: Elektrolizda modda massasining vaqt bo‘yicha to‘planishi.	$dm = k\text{◆}I(t)dt$	$m = k\int I(t)dt$	O‘zgarmas koeffitsiyent (k) tabiatini tushuntirishda moddaning tabiatiga urg‘u berish.
Darajali funksiya $\int x^n dx \ \ (n \neq -1)$	n-tartibli kinetika: Reaksiya tezligining konsentratsiyaga bog‘liqligi.	$-\frac{dC}{dt} = kC^m$	$\frac{1}{(n-1)C^{n-1}} = kt +$	Talabalarga daraja ko‘rsatkichi ortishi bilan reaksiya sekinlashishini grafikda ko‘rsatish.
Logarifmik qoida $\int \frac{1}{x}dx$	Arrenius tenglamasi 1-tartibli kinetika: Aktivlanish energiyasi va tezlik bog‘liqligi.	$\frac{d(lnk)}{dT} = \frac{E_0}{RT^2}$	$\ln\frac{k_2}{k_1} = \frac{E_0}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \right.$	“Tabiiy logarifm” va “Eksponenta” tushunchalarini kimyoviy muvozanat bilan bog‘lash.
Yig‘indining integrali $\int(f+g)dx$	Gess qonuni va Issiqlik sig‘imi: Murakkab tizimlarning entalpiya o‘zgarishi.	$dH = (a + bT + +cT^2)dT$	$\text{◆}H = aT + \frac{bT^2}{2} + \frac{cT^3}{3} + I$	Murakkab ko‘phadlarni qismlarga ajratib integrallash orqali “hisoblash qo‘rquvi”ni kamaytirish.
O‘zgaruvchini almashtirish $\int f(u)du$	Adsorbtsiya jarayonlari: Sirt faol moddalarning konsentratsiya bo‘yicha taqsimlanishi.	$dG = \frac{c}{RT}\frac{d\sigma}{dc}dc$	$G = \int \frac{c}{RT}d\sigma$	Bilvosita o‘lchanadigan parametrlarni (masalan, sirt tarangligi) asosiy miqdorlarga o‘tkazishni o‘rgatish.
O‘zgaruvchini almashtirish $\int f(g(x))g'(x)dx$	Noizotermik kinetika: Harorat vaqt bo‘yicha chiziqli o‘zgarganda reaksiya unumini topish.	$dT = \beta dt$ bo‘lganda, $v = k(T)dt$	$\int \exp\left(-\frac{E_0}{RT}\right)dT$	Modelni soddalashtirish: Murakkab o‘zgaruvchilardan oson o‘lchanadigan parametrlarga o‘tish san‘ati.
Bo‘laklab integrallash	Kvant kimyosi Statistika: Molekulalarning tezlik bo‘yicha	$f(v) = = Av^2\exp$	$\int v^2 e^{-v^2}dv$	Energetik taqsimot: Ehtimollik va kinetik energiya o‘rtasidagi

$\int udv = uv - \int vdu$	taqsimlanishi (Maksvell-Bolsman).			bog‘liqlikni tahlil qilish.
Eksponensial integral $\int e^x dx$	Arrenius qonuni: Aktivlanish energiyasi va tezlik konstantasi bog‘liqligi.	$dk = Ae^{\frac{E_0}{RT}}dT$ (kichik oraliqda)	$k = A\int e^{\frac{E_0}{RT}}dT$	Aktivlanish to‘sig‘i: Eksponenta molekulalarning energetik to‘siqdan o‘tish “shiddati”ni ifodalaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Atkins P., de Paula J. *Physical Chemistry*. 11th Edition. Oxford University Press, 2018.
2. Levenspiel O. *Chemical Reaction Engineering*. 3rd Edition. Wiley, 1999.
3. Boyce W.E., DiPrima R.C. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. Wiley, 2017.
4. Xudoyberdiyev A.K. *Oliy matematika: Kimyogarlar uchun qo‘llanma*. Toshkent: Fan va texnologiya, 2022.
5. Smith J.M. *Chemical Engineering Kinetics*. McGraw-Hill Education, 1981.

KIMYO KURSIDA ANIQMAS INTEGRALNI QO‘LLASHNING AMALIY METODIK ALGORITMI: KINETIKA VA TERMODINAMIKA MISOLIDA

Oltiyev A.B.
Navoiy davlat universiteti o‘qituvchisi
Hikmatova L.I.
Navoiy davlat universiteti talabasi

Zamonaviy ta’lim tizimida fanlararo integratsiya, xususan, oliy matematikani tabiiy fanlar bilan bog‘lab o‘qitish talabalar bilimini mustahkamlashning muhim omilidir. Kimyo yo‘nalishida tahsil olayotgan talabalar uchun oliy matematika fanining aniqmas integral bo‘limini o‘rganish alohida ahamiyatga ega, chunki integral hisoblash usullari ko‘plab kimyoviy jarayonlarni modellashtirish, reaksiyalar tezligini aniqlash va modda konsentratsiyasi o‘zgarishini tahlil qilishda bevosita qo‘llaniladi. Biroq, kimyo yo‘nalishi talabalari uchun matematika ko‘pincha maxsus kimyoviy fanlardan uzilgan, yopiq tizim sifatida o‘qitiladi, natijada talabalarda olingan bilimlarning kasbiy faoliyatdagi o‘rni haqida e’tirozlar paydo bo‘ladi. Ushbu muammoni bartaraf etish uchun matematik ta’limning kasbiy yo‘naltirilganlik konsepsiyasiga tayangan holda, dars jarayonida amaliy metodik algoritmlardan foydalanish lozim. Mazkur maqolada kimyoviy kinetika va termodinamika misolida aniqmas integralni qo‘llashning amaliy bosqichlari hamda o‘qitishning zamonaviy metodik algoritmi taklif etiladi.

Matematik tahlil asoslarini kimyo jarayonlariga integratsiya qilish talabalarda mavzuni chuqurroq tushunish ko‘nikmasini shakllantiradi. Quyida aniqmas integral qoidalarining ikkita asosiy kimyoviy yo‘nalishda qo‘llanilishi ko‘rib chiqilgan. Unda aniqmas integralning mavhum matematik qoidalarini real kimyoviy jarayonlar (kinetika va termodinamika) bilan bog‘lashning bosqichma-bosqich algoritmi keltirilgan.

Kimyoviy kinetika: Ikkinchi tartibli reaksiyalar tezligi. Kimyoviy kinetikada aniqmas integral differensial tenglamalarni yechish va reaksiyaning vaqtga bog‘liq konsentratsiya o‘zgarishini (integral tenglamasini) keltirib chiqarish uchun xizmat qiladi.

Masalan, bitta modda ishtirokidagi ikkinchi tartibli reaksiya $(2A \to B)$ tezligini olaylik. Differensial ko‘rinishdagi tezlik tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$v = -\frac{dA}{dt} = kA^2$$

Bu yerda A — modda konsentratsiyasi, k — tezlik konstantasi, t — vaqt.

Pedagogik tushuntirish qadamlari:

1. O‘zgaruvchilarni ajratish usuli: Integrallashdan oldin bir xil o‘zgaruvchilarni tenglikning bir tomoniga yig‘ish kerakligini tushuntiramiz:

$$\frac{dA}{dt} = -kA^2$$

1. Ikki tomonni integrallash (O‘zgarmasni chiqarish va Darajali funksiya qoidalari):

$$\int A^2 dA = -k \int dt$$

Matematikadan ma’lum bo‘lgan $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ qoidasini ($n = -2$ holati uchun) qo‘llaymiz:

$$-\frac{1}{A} = -kt + C$$

2. Integrallash doimiysini (C) topish: Talabalarga C shunchaki mavhum son emas, balki boshlang‘ich holat ekanligini uqtirish muhimdir. Agar $t = 0$ bo‘lganda, $A = A_0$ (boshlang‘ich konsentratsiya) bo‘lsa, u holda $C = -\frac{1}{A_0}$ bo‘ladi.

3. Yakuniy integral tenglama:

$$\frac{1}{A} = kt + \frac{1}{A_0}$$

Misolida Qo‘llash (II-tartibli reaksiyalar). Kinetikada aniqmas integral differensial tezlik tenglamasini integral shaklidagi vaqt-konsentratsiya bog‘liqligiga o‘tkazadi.

Metodik algoritm:

Differensial model:	$-\frac{dA}{dt} = kA^2$
O‘zgaruvchilarni ajratish:	$\frac{dA}{A^2} = -kdt$
Integrallash:	$\int A^2 dA = -k \int dt$
Natija:	$-\frac{1}{A} = -kt + C$
Chegaraviy shart:	$t = 0$ da $A = A_0$ bo‘lgani uchun, yakuniy tenglama: $\frac{1}{A} = kt + \frac{1}{A_0}$

Masala: Gaz fazadagi $2NO_2 \rightarrow 2NO + O_2$ reaksiyasi ikkinchi tartibli bo‘lib, uning differensial tezlik tenglamasi quyidagicha:

$$-\frac{dA}{dt} = kA^2$$

Yechish bosqichlari:

1. O‘zgaruvchilarni ajratish: Konsentratsiyalarni bir tomonga, vaqtni ikkinchi tomonga o‘tkazamiz:

$$\frac{dA}{A^2} = -kdt$$

2. Integrallash: Har ikki tomonni integrallaymiz. Bunda Darajali funksiya integrali qoidasidan ($\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$) foydalanamiz:

$$\int A^{-2} dA = -k \int dt$$

3. Integrallash doimiysini (I) aniqlash: $t = 0$ (reaksiya boshida) konsentratsiya $A = A_0$ ga teng. Ushbu qiymatni qo‘ysak:

$$-\frac{1}{A_0} = -k(0) + I \Rightarrow I = -\frac{1}{A_0}$$

4. Yakuniy integral model:

$$-\frac{1}{A} = -kt - \frac{1}{A_0} \Rightarrow \frac{1}{A} = kt + \frac{1}{A_0}$$

Ushbu olingan chiziqli tenglama ($y = mx + b$ ko‘rinishida) tajriba ma’lumotlarini qayta ishlashda juda muhim. Talabalar $\frac{1}{A}$ ning t ga nisbatan grafigini chizib, olingan to‘g‘ri chiziqning qiyaligidan (burchak koeffitsiyentidan) k konstantani qanday topishni empirik ma’lumotlar asosida o‘rganishlari mumkin. Talabaga bu yerda integral natijasi giperbolik bog‘liqlikni chiziqli ko‘rinishga keltirishi tushuntiriladi.

2. Kimyoviy termodinamika: Issiqlik sig‘imi va Entalpiya.

Termodinamikada moddaning issiqlik sig‘imi (C_p) harorat o‘zgarishi bilan doimiy bo‘lib qolmaydi, balki haroratning murakkab funksiyasi hisoblanadi. Odatda bu bog‘liqlik ko‘phad shaklida beriladi:

$$C_p = a + bT + cT^2$$

Bu yerda a, b, c — muayyan modda uchun tajriba asosida aniqlangan doimiylar. Moddani qizdirganda entalpiyaning o‘zgarishini topish uchun yig‘indini integrallash xossasidan foydalaniladi:

Pedagogik tushuntirish qadamlari: Asosiy bog‘liqlik: $dH = C_p dT$ ekanligini keltiramiz.

Yig‘indining integrali xossasini qo‘llash:

$$\int dH = \int \left(a + bT + cT^2\right) dT$$

$$\int dH = \int a dT + \int bT dT + \int cT^2 dT$$

O‘zgarmaslarni tashqariga chiqarish va darajani integrallash:

$$H(T) = aT + \frac{bT^2}{2} + \frac{cT^3}{3} + C$$

Bu yerda integrallash doimiysi C ning kimyoviy ma’nosi — absolut nol haroratdagi standart entalpiya (yoki tanlangan referent holatdagi entalpiya) ekanligini ko‘rsatib o‘tish maqsadga muvofiq.

Misolida Qo‘llash (Entalpiya). Termodinamikada issiqlik sig‘imining haroratga bog‘liqligi ko‘phad ko‘rinishida beriladi.

Metodik algoritm:

Bog‘liqlik:	$dH = C_p dT$

Funksiya:	$C_p = a + bT + cT^2$
Yig‘indi integrali qoidasini qo‘llash:	$\Delta H = \int \left(a + bT + cT^2\right) dT = aT + \frac{bT^2}{2} + \frac{cT^3}{3} + C$

Masala: Bir mol moddaning issiqlik sig‘imi haroratga bog‘liq holda quyidagi ko‘rinishda berilgan:

$$C_p = a + bT + c\frac{1}{T^2}$$

Moddaning entalpiya o‘zgarishini $\left(\Delta H = \int C_p dT\right)$ aniqlang.

Yechish bosqichlari:

1. Integralni shakllantirish: Berilgan funksiyani integral belgisining ostiga qo‘yamiz:

$$\Delta H = \int \left(a + bT + cT^{-2}\right) dT$$

2. Yig‘indining integrali xossasini qo‘llash: Har bir hadni alohida integrallaymiz:

$$\Delta H = \int a dT + \int bT dT + \int cT^{-2} dT$$

3. Integrallash: O‘zgarmas sonni chiqarish va Darajali funksiya qoidalarini qo‘llaymiz:

$$\Delta H = aT + b\frac{T^2}{2} + c\frac{T^{-1}}{-1} + I$$

$$\Delta H = aT + \frac{bT^2}{2} - \frac{c}{T} + I$$

Talabaga I (integrallash doimiysi) bu yerda standart holatdagi $\left(T = 0K\right)$ entalpiyani anglatishi va integral amali orqali biz umumiy issiqlik zaxirasini hisoblashimiz tushuntiriladi.

Masala: Kumush nitrat $\left(AgNO_3\right)$ elektrolizi jarayonida $I\left(t\right)=0.5t+1.2\left(A\right)$ bo‘lsa, 3 soatda ajralgan kumush massasini toping ($k = 4.024\, g / A \cdot$soat).

Yechimi: Yuqoridagilarga asoslanib quyidagicha ishlaymiz.

$$m = 4.024\int_0^3 \left(0.5t + 1.2\right) dt = 4.024\left(0.25t^2 + 1.2t\right)_0^3 = 4.024 \Delta 5.58 \approx 23.54\, g$$

Xulosa. Kimyo yo‘nalishi talabalariga oliy matematika fanining integral bo‘limini o‘qitishda zamonaviy pedagogik yondashuvlardan foydalanish ta’lim samaradorligini sezilarli darajada oshiradi. Aniqmas integral kimyoviy kinetikadagi reaksiya tezligi modellari va termodinamikadagi issiqlik sig‘imi kabi qator amaliy hisob-kitoblarda keng qo‘llaniladi.

Kinetikada aniqmas integral yordamida reaksiya tezligi konstantasini va vaqtga bog‘liqlikni topish o‘rgatiladi. Termodinamikada integral issiqlik sig‘imining haroratga bog‘liqlik funksiyasidan foydalanib, umumiy energiya o‘zgarishini topishga xizmat qiladi.

Matematik qoida	**Kimyoviy ma’nosi va qo‘llanilishi**	**O‘zlashtirishdagi ahamiyati**
Darajali funksiya integrali $\int x^n dx$	Kinetika: n-tartibli reaksiyalar uchun vaqt-konsentratsiya bog‘liqligini topish.	Mavhum darajalarning reaksiya mexanizmiga qanday ta’sir qilishini vizualizatsiya qiladi.
Logarifmik qoida	Kinetika: 1-tartibli reaksiyalar yarim yemirilish davrini hisoblash. Izotermik jarayon ishi.	Talaba kinetikada “tabiiy pasayish” (eksponensial yemirilish) mantig‘ini tushunadi.

$\int \frac{1}{x} dx$		
Yig‘indini integrallash $\int (u+v)dx$	Termodinamika: Issiqlik sig‘imining haroratga bog‘liqlik koeffitsiyentlari asosida entalpiyani topish.	Murakkab makroskopik jarayonlarni oddiy qo‘shiluvchilarga ajratib hisoblashni o‘rgatadi.
Bo‘laklab integrallash $\int udv = uv - \int vdu$	Kvant kimyosi: To‘lqin funksiyalarining o‘zaro ta’sir energiyasini va elektron zichligini hisoblash.	Murakkab atom va molekulyar orbitallarni hisoblashda operatorlar bilan ishlash ko‘nikmasini beradi.
Aniqlangan integral $\int_a^b f(x)dx$	Termodinamika: Reaksiya issiqligining T_1 dan T_2 gacha bo‘lgan harorat oralig‘idagi o‘zgarishini aniqlash.	Tizimdagi energiya o‘zgarishini umumiy miqdor sifatida hisoblash imkonini beradi.
Eksponensial funksiya $\int e^{ax} dx$	Aralashtirish jarayonlari: reaktorlarida modda konsentratsiyasining barqaror holatga o‘tish vaqti.	Sanoat reaktorlarining ishga tushish va xavfsizlik rejimlarini modellashtirishni o‘rgatadi.

Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatadiki, talabalarga integral yechish usullarini (bevosita integrallash, almashtirish, bo‘laklab integrallash va ratsional kasrlarni yoyish) kimyoviy misollar bilan bog‘lab o‘rgatish, ularda abstrakt matematik formulalarni real laboratoriya ko‘rsatkichlari bilan bog‘lash imkonini beradi. Fanlararo integratsiya va raqamli texnologiyalar yordamida har bir integral yechimning grafik interpretatsiyasini tahlil qilish talabalarning kasbiy motivatsiyasini kuchaytiradi hamda ularni kelgusidagi ilmiy va muhandislik faoliyatida duch keladigan murakkab masalalarni yechishga tayyorlaydi. Shunday qilib, matematik bilimlarni kimyoviy jarayonlar bilan bog‘lovchi metodik algoritmlarni ta’lim amaliyotiga joriy etish yuqori malakali va raqobatbardosh mutaxassislar tayyorlashning muhim shartidir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. **Atkins P., de Paula J.** Physical Chemistry. 11th Edition. Oxford University Press, 2018. (Kinetika va termodinamikaning matematik asoslari).
2. **Levenspiel O.** Chemical Reaction Engineering. 3rd Edition. Wiley, 1999. (Reaktorlar dizayni va massalar balansi bo‘yicha fundamental qo‘llanma).
3. **Xudoyberdiyev A.K.** Oliy matematika: Kimyogarlar uchun qo‘llanma. Toshkent: Fan va texnologiya, 2022.
4. **Smith J.M.** Chemical Engineering Kinetics. McGraw-Hill Education, 1981.
5. **Xolmatov A., Nasritdinov G‘.** Matematika kursi. I-II qismlar. Toshkent: O‘qituvchi, 2012.

TALABALARGA FUNKSIYANING NUQTADAGI LIMITI TUSHUNCHASINI KIMYONING TURLI BO‘LIMLARIDA TAHLIL QILISH ORQALI TUSHUNTIRISH

Oltiyev A.B.
Navoiy davlat universiteti o‘qituvchisi
Pardayev Sh.Q.
Navoiy davlat universiteti talabasi

Zamonaviy kimyo fani nafaqat moddalarning tarkibi va tuzilishini o‘rganuvchi, balki murakkab jarayonlarning dinamikasini miqdoriy jihatdan bashorat qiluvchi aniq fanga aylandi. Ushbu dinamikani tushunishda matematik tahlil, xususan, funksiyaning nuqtadagi limiti

tushunchasi fundamental poydevor bo‘lib xizmat qiladi. Ko‘pincha kimyo yo‘nalishi talabalari matematikani mavhum formulalar yig‘indisi deb qabul qilishadi, biroq aynan limit tushunchasi kimyoviy kinetika, termodinamika va kimyoning mohiyatini ochib beruvchi kalit hisoblanadi.

Kimyoviy hodisalar ko‘pincha uzluksiz o‘zgaruvchan jarayonlardir. Masalan, reaksiyaning oniy tezligini aniqlash yoki moddaning kritik holatdagi xatti-harakatini baholash uchun bizga ma’lum bir nuqtadagi qiymat emas, balki tizimning o‘sha nuqtaga yaqinlashish xususiyati kerak bo‘ladi. Matematik tahlilning bu bo‘limi bizga jarayonning “nolga intilish” yoki “muvozanatga yaqinlashish” lahzalaridagi xulq-atvorini modellashtirish imkonini beradi.

Ushbu maqolaning asosiy maqsadi — funksiya limiti tushunchasining quruq nazariy ta’rifidan chekinib, uni konkret kimyoviy misollar orqali tahlil qilishdir. Maqolada quyidagi masalalarga alohida e’tibor qaratiladi:

- **Kimyoviy kinetikada** o‘rtacha tezlikdan oniy tezlikka o‘tishning limitik mexanizmi;
- **Termodinamikada** real gazlarning ideal gaz holatiga o‘tish chegaralari;
- **Analitik tahlilda** titrlash egri chiziqlaridagi keskin o‘zgarishlarni limitlar yordamida tushuntirish.

Matematik bilimlarni kimyoviy jarayonlar bilan integratsiya qilish orqali o‘qitish, talabalarda nafaqat hisoblash ko‘nikmalarini emas balki kimyoviy hodisalarning mantiqiy-matematik modelini yaratish qobiliyatini ham rivojlantiradi. Bu esa bo‘lajak mutaxassislar uchun murakkab kimyoviy tizimlarni chuqurroq anglash va tadqiq etishda muhim metodologik asos bo‘lib xizmat qiladi.

Kimyo yo‘nalishi talabalari uchun matematik qonuniyatlarni murakkab formulalar kabi emas, balki real kimyoviy jarayonlarning “yurak urishi” sifatida ko‘rsatish juda muhimdir. Funksiyaning nuqtadagi limiti tushunchasi kimyoning turli bo‘limlarida nazariy modellarni yaratish va eksperimental natijalarni tahlil qilish uchun xizmat qiladi. Quyida eng ko‘p qo‘llaniladigan asosiy yo‘nalishlar keltirilgan:

1. Kimyoviy kinetika: O‘rtacha tezlikdan Oniy tezlikka o‘tish. Kinetikada limit tushunchasi reaksiyaning aniq bir vaqtdagi tezligini topish uchun ishlatiladi. Agar biz oddiygina o‘rtacha tezlikni hisoblasak $\frac{\Delta C}{\Delta t}$, bu bizga konsentratsiya egri chizig‘idagi ikkita nuqtani tutashtiruvchi to‘g‘ri chiziq (kesuvchi) burchagini beradi. Ammo haqiqiy (oniy) tezlik — bu egri chiziqqa o‘tkazilgan urinmaning burchagidir.

Kimyoviy misol: Azot (V) oksidi (N_2O_5) ning parchalanish reaksiyasi:

$$2N_2O_5 \rightarrow 4NO_2 + O_2$$

Faraz qilaylik, N_2O_5 konsentratsiyasi vaqt bo‘yicha $C(t) = C_0 \cdot e^{-kt}$ qonuniyati bilan kamaymoqda. t_0 vaqtdagi aniq tezlikni topish uchun biz Δt vaqt oralig‘ini nolga intiltiramiz:

$$v = -\lim_{\Delta t \to 0} \frac{C(t_0 + \Delta t) - C(t_0)}{\Delta t}$$

Talabalar uchun metodik izoh: Δt ni nolga teng deb ololmaymiz (chunki nol soniyada hech qanday reaksiya ketmaydi va maxraj nolga aylanadi). Biz Δt ni shunchaki juda kichik qiymatga (masalan, millisoniyalarga) intiltiramiz.

2. Fizik-kimyo: Langmyur adsorbsiya izotermasi. Yuzada gaz molekulalarining yutilishi (adsorbsiya) ham limit bilan mukammal tushuntiriladi. Langmyur izotermasiga ko‘ra, yuzaning qoplanish darajasi (θ) gaz bosimiga (P) bog‘liq:

$$\theta = \frac{KP}{1 + KP}$$

(Bu yerda K — adsorbsiya muvozanat konstantasi)

Kimyoviy misol: Talabaga savol bering: “Agar biz gaz bosimini cheksiz oshiraversak ($P \rightarrow \infty$), yuzada nima sodir bo‘ladi? Yutilish cheksiz davom etadimi?”

Matematik javob limit orqali topiladi:

$$\lim_{P\to\infty}\frac{KP}{1+KP}=\lim_{P\to\infty}\frac{KP}{KP\left(\frac{1}{KP}+1\right)}=\lim_{P\to\infty}\frac{1}{\frac{1}{KP}+1}=\frac{1}{0+1}=1$$

Xulosa: bosim cheksizlikka intilganda, qoplanish darajasi $\theta\to 1$ (ya'ni 100%) ga intiladi. Demak, yuza molekulalar bilan to‘liq qoplanadi va adsorbsiya o‘zining limitiga yetadi.

3. Termodinamika: Real gazlarning Ideal gazga aylanish limiti. Real gazlar o‘zaro ta’sir kuchlari va molekulalarning o‘z hajmi sababli ideal gaz qonuniyatlaridan (Mendeleyev-Klapeyron tenglamasi) chetga chiqadi. Buni ifodalash uchun kompressibilik faktori (Z) kiritilgan: $Z=\frac{PV}{nRT}$. (Ideal gaz uchun $Z=1$).

Kimyoviy misol: Real gaz qachon ideal gaz kabi o‘zini tutadi? Buni bosimning nolga intilishi limiti orqali isbotlaymiz:

$$\lim_{P\to 0}Z=\lim_{P\to 0}\frac{PV}{nRT}=1$$

Buni kimyoviy fizika nuqtai nazaridan shunday tushuntirish mumkin: Bosim nolgacha pasayganda ($P\to 0$),), molekulalar orasidagi masofa cheksiz kattalashadi, ularning o‘zaro tortishish kuchlari va xususiy hajmi ahamiyatsiz (nolga teng) bo‘lib qoladi. Matematik limit fizik reallikni qanday isbotlashini ko‘ryapsizmi?

4. Analitik kimyo: Kislota-asos titrlashidagi sakrash. Titrlash egri chizig‘i matematik tahlilning go‘zalligini namoyish etadi. Kuchsiz kislotani kuchli ishqor bilan titrlashda ekvivalentlik nuqtasida pH keskin o‘zgaradi.

Agar biz pH funksiyasining qo‘shilgan hajm (V) bo‘yicha hosilasini (o‘zgarish tezligini) olsak va V ni ekvivalent hajmga (V_{eq}) intiltirsak:

$$\lim_{V\to V_{eq}}\frac{dpH}{dV}\to\infty$$

Bu "sakrash"ni bildiradi. Haqiqiy laboratoriya amaliyotida indikatorlar aynan mana shu funksiya chegarasi (limiti) cheksizlikka intilgan nuqtada rangini o‘zgartirishiga asoslanadi.

Xulosa. Ushbu maqolada oliy matematikaning fundamental tushunchalaridan biri bo‘lgan funksiyaning nuqtadagi limiti mavzusini kimyo yo‘nalishi talabalariga o‘qitishning fanlararo integratsiyaga asoslangan metodologiyasi tahlil qilindi. Mavhum matematik qonuniyatlarni quruq formulalar ko‘rinishida emas, balki real kimyoviy jarayonlar bilan bog‘lab tushuntirish ta’lim samaradorligini oshirishning eng optimal yo‘li ekanligi ko‘rsatildi. O‘tkazilgan tahlillar natijasida quyidagi asosiy xulosalarga kelindi:

Fanlararo bog‘liqlikning amaliy ahamiyati: Matematika va kimyo fanlari o‘rtasidagi sun’iy to‘siqlarni olib tashlash talabalarda “matematika faqat hisoblash uchun kerak” degan noto‘g‘ri tushunchani yo‘qotadi. Limit tushunchasini kimyoviy kinetika (oniy tezlik), termodinamika (ideal gazga intilish) va analitik tahlil (titrlash sakrashi) misolida o‘rganish talabalarda mavzu haqida vizual va mantiqiy tasavvur shakllantiradi.

Tafakkurni rivojlantirish: Matematik bilimlarni kimyoviy jarayonlarga tatbiq etish talabalarda shunchaki yodlash qobiliyatini emas, balki hodisalarni tahlil qilish, mantiqiy bog‘liqliklarni topish va jarayonlarning yakuniy holatini bashorat qilish (modellashtirish) ko‘nikmalarini rivojlantiradi.

Umuman olganda, kimyo yo‘nalishi talabalariga matematikani o‘qitishda kasbiy yo‘naltirilganlik tamoyiliga amal qilish zarur. Bu yondashuv nafaqat talabalarning fundamental bilim darajasini ko‘taradi, balki kelajakda murakkab ilmiy muammolarni hal qila oladigan, mustaqil va tahliliy fikrlaydigan yuqori malakali kimyogar mutaxassislar va tadqiqotchilarni tayyorlashga xizmat qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. **Azlarov T., Mansurov H.** *Matematik analiz (1-qism).* Toshkent: "O‘qituvchi", 2005. – 432 b. (Klassik nazariy asoslar uchun).
2. **Stewart, J.** *Calculus: Early Transcendentals.* 9th Edition. Cengage Learning, 2020. – 1376 p. (Limit tushunchasini vizual va interaktiv tushuntirishda xalqaro tajriba).
3. **Piskunov N.S.** *Differensial va integral hisob.* 1-tom. Toshkent: "O‘qituvchi", 1996. (Amaliy mashg‘ulotlar va klassik yondashuv uchun).
4. **Steiner, E.** *The Chemistry Maths Book.* 2nd Edition. Oxford University Press, 2008. – 656 p. (Kimyoviy kinetika va termodinamikada limitlarni qo‘llash bo‘yicha asosiy qo‘llanma).
5. **Mortimer, R. G.** *Mathematics for Physical Chemistry.* 4th Edition. Academic Press, 2013. – 416 p. (Kvant kimyosi va real gazlar qonuniyatlarida matematik limitlar tahlili).
6. **Atkins, P., de Paula, J.** *Physical Chemistry.* 11th Edition. Oxford University Press, 2018. (Reaksiya tezligi va muvozanat jarayonlarining matematik modellari uchun).
7. **Ziyomuhammadov B.** *Pedagogika.* Toshkent: "Turon-Iqbol", 2006. (Milliy pedagogik yondashuvlar uchun).
8. **Tursunov Q.** *Kimyo o‘qitish metodikasi.* Toshkent: "Iqtisod-Moliya", 2008.
9. **Johnson, A. P.** *Mathematics in Chemistry: A contextual approach.* Journal of Chemical Education, 2016. (Fanlararo integratsiyani o‘rganish bo‘yicha ilmiy maqola).

MAKTABDA O‘QUVCHILARNI SONLARGA OID MATEMATIK MUAMMOLARNI YECHISHGA O‘RGATISH

Ostonov

Q.-Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti .

Jo‘raqulov M.

Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti ilmiy tadqiqotchisi.

1."Qasddan qilingan raqam". Bir kishi istalgan uch xonali sonni qog‘ozga yozadi. Uni boshqasiga uzatadi. Ikkinchi kishi shu sonning o‘ng tomoniga qo‘shib, olti xonali sonni uchinchi shaxsga uzatadi. Uchinchi shaxs bu sonni 7 ga bo‘lib, to‘rtinchi shaxsga uzatadi. To‘rtinchi shaxs bu natijani 11 ga bo‘lib, beshinchi shaxsga uzatadi. Beshinchi shaxs natijani 13 ga bo‘lib, birinchi shaxsga uzatadi. Agar barcha hisob-kitoblar to‘g‘ri bajarilgan bo‘lsa, birinchi shaxs dastlab qog‘ozga yozgan uch xonali sonni oladi . Bu fokusning yechimi nima?

Yechish. Bu go‘zal arifmetik fokus, tajribasiz odam uchun sehrli bo‘lib tuyuladi, juda oddiy tushuntiriladi: agar siz uch xonali sonni o‘ziga qo‘shsangiz, uni 1001 ga, ya'ni 7*11*13 ko‘paytmasiga ko‘paytirasiz. Belgilangan songa qo‘shilgandan keyin olingan olti xonali son qoldiqsiz 7, 11 va 13 ga bo‘linishi kerak. Va bu uchta songa ketma-ket bo‘lganda (ya'ni ularning ko‘paytmasiga -1001), u, albatta, yana belgilangan sonni berishi kerak.

Adabiyotda men ***1001 raqami Shahrizoda soni deb atalishini aniqladim.*** 1001 raqamining o‘ziga xosligi nimada? Bu juda oddiy ko‘rinadi. U hatto "tub sonlar" deb ataladigan tanlangan guruhga ham kirmaydi. U qoldiqsiz 7, 11 va 13 ga bo‘linadi — ketma-ket uchta tub songa, ularning ko‘paytmasiga. Ammo g‘alati tomoni shundaki, 1001 soni = 7 x 11 x 13 emas — bunda sehrli narsa yo‘q. Eng diqqatga sazovor tomoni shundaki, uch xonali sonni unga ko‘paytirganda, natijada ko‘paytirilgan sonning o‘zi olinadi, u atigi ikki marta yoziladi. Masalan: 873 x 1001 = 873873, 207 x 1001 = 207207 va boshqalar.

"Sevimli raqam". Har bir ishtirokchi o‘zining sevimli sonini o‘ylaydi. Sehrgar ulardan 15873 ni sevimli sonini 7 ga ko‘paytirishni so‘raydi. Masalan, agar ularning sevimli soni 5 bo‘lsa, ular 35 ga ko‘paytirishlari kerak. Natijada butunlay ularning sevimli soniga yozilgan ko‘paytma bo‘ladi. Yana bir variant - 12345679 ni sevimli sonini 9 ga ko‘paytirish - bu holda 45.

*Yechish.*Bu fokusning izohi juda oddiy: agar siz 15873 ni 7 ga ko‘paytirsangiz, 111111 ni olasiz va agar siz 12345679 ni 9 ga ko‘paytirsangiz, 11111111 ni olasiz.

Tenglamalarga asoslangan matematik sehrli fokuslar juda qiziqarli va qiziqarlidir. Bu guruhga sehrgar sizdan bir qator harakatlar bajarishingizni so‘raydigan, keyin sizdan yakuniy

natijani xabar qilishingizni so‘raydigan va uni olgandan so‘ng darhol siz o‘ylagan raqamni aytadigan fokuslar kiradi.

Diqqatni jamlang. Bir son o‘ylab ko‘ring, uni 4 ga ko‘paytiring va ko‘paytmaning ustiga 1 ni qo‘shing. Bu amallarning barchasi natijasida 49 soni hosil bo‘ladi. Siz qanday sonni o‘ylab topdingiz?

Yechim: Sehrgar oddiy tenglamani aqliy ravishda yechadi: 4 x + 1 = 49; u natijadan 1 ni ayiradi va hosil bo‘lgan sonni 4 ga bo‘ladi. Keyin u sizga 12 ni o‘ylab topganingizni aytadi.(x=(49-1)/4=12). Ko‘rib turganingizdek, hamma narsa juda oddiy: sehrgar kerakli sonni olish uchun natija bilan nima qilishni oldindan biladi.

Natijani bashorat qilish. Bu sehrli fokuslarning aksariyati tenglamalarga asoslangan bo‘lib, unda sehrgar mo‘ljallangan raqamni bilmasdan, sonli manipulyatsiyalar natijasini bashorat qilishi mumkin. U buni qanday amalga oshiradi? Tushunish uchun barcha buyruqlarni algebra tiliga tarjima qilish kifoya.

Bir son o‘ylab ko‘ring. Keyin sonni 3 ga ko‘paytiring. Ko‘paytmaning 9 ni qo‘shing. Yig‘indini 3 ga bo‘ling va natijadan o‘ylagan soningizni ayiring. Yakuniy son nima?*Yechish.* Bu fokusda sehrgar harakat davomida mo‘ljallangan raqam yo‘q qilinishini oldindan biladi.(x + 25 + 125 – 36 - x) · 3:2 = 114 · 3:2 = 171.

"O‘yib tashlangan raqam" fokusi. Istalgan to‘rt xonali sonni yozing. Raqamlarni almashtiring. Katta sondan kichikroq sonni ayiring. Olingan sonda noldan tashqari istalgan raqamni chizib tashlang. (Sehrgar bu amallarning barchasida ko‘rinmas.) Sehrgar chizib tashlangan raqamni taxmin qiladi.

Yechish. Ma'lumki, sonning raqamlari yig‘indisi 9 ga bo‘linganida, sonning o‘zi bilan bir xil qoldiqqa ega bo‘ladi. Shuning uchun, agar siz sondagi raqamlarni almashtirsangiz, ularning raqamlari yig‘indisi o‘zgarishsiz qoladi. Va 9 ga bo‘linganida, bu son asl son bilan bir xil qoldiqni beradi. Shuning uchun, bir sonni boshqasidan ayirganida, qoldiqlar yo‘qoladi va javob 9 ga bo‘linganda qoldiq qoldirmaydigan son bo‘ladi, ya'ni u 9 ga bo‘linadi. Shunga ko‘ra, bu sondagi raqamni chizib tashlaganingizda, qolgan raqamlar yig‘indisi 9 ga bo‘linmaydi. Bu sonni 9 ga bo‘lish uchun, barcha raqamlar qo‘shilganda, yig‘indi 9 ga bo‘linadigan raqamni qo‘shishingiz kerak. Masalan, 5x18 soni. Bu sonning raqamlari yig‘indisini 9 ga bo‘lish uchun, 4 raqamini qo‘shishingiz kerak.Fokusning siri 9 raqamining xossasidan kelib chiqadi.

"Sonlar piramidasi". *Fokus:* Birinchi raqami 1 ga teng va keyingi har bir raqami oldingisidan 1 ga katta bo‘lgan istalgan sonni tasavvur qiling. Uni 9 ga ko‘paytiring va unga keyingi raqamni qo‘shing. Natijada butunlay birliklardan iborat son hosil bo‘ladi.

Yechish. Biz barchasini piramidada ko‘rsatamiz.

1*9+2=11
12*9+3=111
123*9+4=1111
1234*9+5=11111
12345*9+6=111111
123456*9+7=1111111
1234567*9+8=11111111
12345678*9+9=111111111

Bu g‘alati shaklni tushunish uchun, misol sifatida sonli piramidamizning o‘rta qatorlaridan birini olaylik: 123456*9+7. 9 ga ko‘paytirish o‘rniga, (10-1) ga ko‘paytirishimiz mumkin, ya'ni 0 ni qo‘shib, ko‘paytmani ayirishimiz mumkin:

123456*9+7=1234560+7-123456=1234567-123456=111111.

Bu yerdagi natija nima uchun faqat bittadan iboratligini tushunish uchun oxirgi ayirishga qarang[1].

“Haftaning rejalashtirilgan kunini topish”. Haftaning barcha kunlarini raqamlaymiz: dushanba birinchi, seshanba ikkinchi va hokazo. Haftaning istalgan kunini tasavvur qiling. Siz o‘ylayotgan kun sonini 2 ga ko‘paytirishingiz, ko‘paytmani 5 ga qo‘shishingiz va natijada olingan yig‘indini 5 ga ko‘paytirishingiz kerak.Olingan sonning oxiriga 0 qo‘shing, natijani xabar qiling.

Javob: natijadan 250 ni ayirishingiz kerak va yuzliklar o‘rnida olingan son siz ifodalamoqchi bo‘lgan hafta kunining raqami bo‘ladi.

Fokus yechimi: aytaylik, payshanba, ya'ni 4-kun. Quyidagi amallarni bajaramiz: ((4 * 2 + 5) * 5) * 10 = 650, 650 - 250 = 400.

Biz fokusning matematik mohiyatini tenglama yordamida topamiz, bu yerda x haftaning mo‘ljallangan kuni:((x*2+5)*5)*10-250=100x; (2x+5)*5)*10-250=100x;

(10x+25)*10-250=100x; 100x + 250 - 100x = 250; 250=250

"Tug‘ilgan kunni topish" fokusi. Tomoshabinlarga auditoriyadagi istalgan notanish odamning tug‘ilgan kunini taxmin qilishingiz mumkinligini e'lon qiling. Xohlovchilarni chaqiring va ulardan tug‘ilgan kunini 2 ga ko‘paytirishni so‘rang. Keyin ulardan olingan ko‘paytmani 5 ga qo‘shishlarini so‘rang va keyin olingan sonni 50 ga ko‘paytiring. Ushbu natijaga tug‘ilgan oyni qo‘shing (7 iyul, 1 yanvar va boshqalar). Ular olingan sonni aytishlari kerak. Bir soniyadan so‘ng, siz tomoshabinning tug‘ilgan kuni va oyini aytasiz.[2]

*Fokusning yechimi.*Bu juda oddiy. Tomoshabinlar ismlari yozilgan sondan 250 ni ayiring. Natijada uch yoki to‘rt xonali son bo‘lishi kerak. Birinchi va ikkinchi raqamlar tug‘ilgan kun, oxirgi ikkitasi oy.

Fokus-nayrangning matematik mohiyati: bir oyda maksimal 31 kun bor, bu "X", bir yilda esa 12 oy bor, bu "Y". Sehrgar matematik amallar ketma-ketligini o‘rnatadi.(((x*2)+5)*50)+ y — 250 qavslarni ochaylik; x*2*50 + 5 *50 + y -250; x*100+250+y-250; x*100+y

Oxirgi ifodadagi x o‘rniga 1 dan 31 gacha bo‘lgan sonlarni va y o‘rniga 1 dan 12 gacha bo‘lgan sonlarni qo‘yib, biz 101 dan 3112 gacha bo‘lgan qiymatlarni olamiz.

10 yoshdan kichik va istalgan oyda tug‘ilgan kunlar quyidagi qiymatlar diapazonini bering: 1*100 + y = 101...112; 2*100+y=201...212; 3*100+y=301...312;….; 9*100+y=901...912.

Har doim uch xonali sonni o‘rganing. Birinchi raqam tug‘ilgan kunni, oxirgi ikkita raqam esa tug‘ilgan oyni bildiradi. Agar o‘rtada nol bo‘lsa, unda tug‘ilgan oyni nomlash uchun uni qoldirish kerak. Agar tug‘ilgan kun ikki xonali raqam bo‘lsa, biz quyidagi vaqt oralig‘ida to‘rt xonali raqamni olamiz: 10*100+y=1001...1012;…; 31*100+y=3101...3112.

Birinchi ikkita raqam aniq tug‘ilgan kunni, ikkinchi ikkita raqam esa tug‘ilgan oyni bildiradi. Agar oxirgi ikkita raqam 01 yoki 02...09 bo‘lsa, nol ham shunga mos ravishda tushiriladi.

Pozitsion sanoq tizimi tamoyillari va arifmetik amallar qoidalaridan foydalangan holda, ikki xonali sonlar bilan bunday "yashirin" matematik amallar (bitta son 100 ga ko‘paytirilganda va keyin yana bir ikki xonali son qo‘shilganda) yuzlik va minglik pozitsiyalarida birinchi mo‘ljallangan sonni, o‘nlik va birlik pozitsiyalarida esa ikkinchi mo‘ljallangan sonni olish imkonini beradi.[3],[4]

Eng oddiy matematik fokuslarni taxminan quyidagi guruhlarga bo‘lish mumkin :bir yoki bir nechta mo‘ljallangan sonlarni taxmin qilish; ma'lum matematik amallar natijasida olingan sonni uning aytilgan qismi bo‘yicha aniqlash;ma'lum bir sanani taxmin qilish (masalan, tug‘ilgan kun).

1-fokus. Turli xil raqamlarga ega bo‘lgan istalgan ikki xonali sonni o‘ylang. Bu sonni teskari tartibda yozing. Birini boshqasidan ayiring (kichigini kattasidan). Natijaning faqat oxirgi raqamini ayting.

Yechish.Asl sonning birinchi raqamini a harfi bilan, ikkinchisini b harfi bilan belgilaymiz. Sonning tarkibini bilib, har bir bosqichni quyidagicha yozamiz.

10a + b; 2. 10b + a; 3. 10a + b - (10b + a) = 10a + b - 10b - a = 9a - 9b = 9 (ab).

Ikki ikki xonali sonning ayirmasi odatda ikki xonali son. Bu shuni anglatadiki, natijada faqat ikkita raqam bo‘ladi va ularning oxirgisini (c) bilib, birinchi x ni osongina topishingiz mumkin: x=9-c.

2-fokus**.** Haftaning kunini aniqlash. XXI asrdagi istalgan yilning 1-yanvar haftasi kunini qanday aniqlash mumkin. Avvalo, taqdim etilgan jadvalni ko‘rib chiqing.Dushanba - 1;Seshanba - 2; Chorshanba - 3; Payshanba - 4;Juma - 5;Shanba - 6. Yakshanba - 7 yoki 0 Masalan, 2030-yil 1-yanvar haftaning qaysi kuni ekanligini aniqlaylik. Yilning oxirgi ikki raqamini oling va bu sizning restorandagi hisobingiz (bu holda, $30) deb tasavvur qiling. Endi 25% choychaqa

qo‘shing, lekin qo‘shimcha sentlarni oling. (Buni hisobni ikkiga bo‘lish va barcha qaytimni olib tashlash orqali hisoblash mumkin. 30 ning yarmi 15 ga, 15 ning yarmi esa 7.50 ga teng. Qo‘shimcha sentlarni saqlab qolsangiz, siz $7 choychaqa olasiz.) Bu sizning hisobingiz va choychaqa $37 ga teng degan ma'noni anglatadi. Haftaning kunini aniqlash uchun, kun raqamini olish uchun ushbu yig‘indidan 7 ning eng yaqin (lekin katta bo‘lmagan) ko‘paytmasini (0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, …) ayiring. Ushbu misolda 37 – 35 = 2, ya'ni 2030-yil 1-yanvar haftaning ikkinchi kuniga, ya'ni seshanbaga to‘g‘ri keladi. 2043-yil 1-yanvar haftaning qaysi kuni? Ball: 43 Maslahat: + 10 = 53. 7 sonining ko‘paytmasi: – 49. 49-53=4 = Payshanba.

Istisno: Agar bu kabisa yili bo‘lsa, avval hisoblangan choychaqadan 1 dollarni ayiring. Masalan, 2032-yil 1-yanvarda 32 dollarlik kupyuraning 25% 8 dollarlik chaychaqa bo‘ladi. 1 ni ayirish 32 + 7 = 39 ni beradi. 7 ning kupyuraga nisbatan eng katta ko‘paytmasini ayirish 39 – 35 = 4 ni beradi. Shunday qilib, 2032-yil 1-yanvar haftaning to‘rtinchi kuniga, payshanbaga to‘g‘ri keladi.[5],[6],[7],[8].

Matematika murakkab va mavhum fan bo‘lib tuyulishi mumkin, ammo to‘g‘ri yondashuv bilan u juda qiziqarli bo‘lishi mumkin. Matematik sehrli fokuslardan foydalanish auditoriyangizni jalb qilish va oddiy, ammo jozibali tushunchalarni namoyish etishning ajoyib usuli hisoblanadi. Ushbu maqolada sehrli fokuslar orqali matematikani qanday o‘qitish va hatto bolalar va kattalarda matematikaga bo‘lgan muhabbatni qanday rivojlantirish haqida so‘z boradi.

Sonli fokuslar nafaqat matematik ko‘nikmalarni rivojlantirishga, balki mantiq, diqqat va ijodkorlikni ham o‘rgatishga yordam beradi. Ularning qanday ishlashini tushunish chuqurroq o‘rganish va matematikani turli kundalik vaziyatlarda qo‘llash imkonini beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

1. Дубровский В. Н., Калинин А. Т. Математические головоломки. – М.: Знание, 1990. – 144 с.
2. Белов В. Н. Фантасмагория с головоломками. – М.: Мир, 2002. – 190 с.
3. Игнатьев Е. И. В царстве смекалки. Книга 1. – СПб.: Новое время, 1914. – 275 с.
4. Перельман Я. И. Для юных математиков. Веселые задачи. – М.: Ремис, 2007. – 136 с.
5. Кордемский Б. А. Математическая смекалка. – М.: Изд. дом «ОНИКС», 2000. – 576 с.
6. Мочалов Л. П. Головоломки. – М.: Просвещение, 1996. – 190 с.
7. Лихтарников Л. М. Числовые ребусы и способы их решения. – СПб.: Лань, 1996. – 125 с.
8. Гарднер М. Математические чудеса и тайны. Математические фокусы и головоломки. – М.: Наука, 1978. – 128 с.

KOLLABORATIV TA’LIM ASOSIDA TALABALARNING METODIK TAYYORGARLIGINI TAKOMILLASHTIRISH: O‘QITUVCHI METODIK TAYYORGARLIGI TUSHUNCHASI VA MOHIYATI

Qayumova U.B.

O‘zMPU : “Aniq va tabiiy fanlar o‘qitish metodikasi (matematika)” yo‘nalishi1-bosqich magistranti

Yunusova D.I

(O‘zMPU professor)

Hozirgi zamon ta’lim tizimida pedagog kadrlarning metodik tayyorgarligi ta’lim sifati va samaradorligini belgilovchi eng muhim omillardan biridir. Ta’lim jarayonining markazida o‘qituvchi shaxsi, uning kasbiy salohiyati, didaktik tafakkuri va metodik mahorati turadi. Shu nuqtai nazardan, o‘qituvchining metodik tayyorgarligi nafaqat bilimlar tizimi, balki ta’limiy jarayonni loyihalash, boshqarish va takomillashtirishni ta’minlovchi kasbiy kompetensiyalar kompleksidir.

Metodik tayyorgarlik bugungi kunda kompetensiyaviy yondashuv, innovatsion pedagogika, hamda kolaborativ ta’lim konsepsiyalari bilan bevosita uzviy bog‘liqdir. Chunki

zamonaviy o‘qituvchi individual bilim manbai emas, balki ta’lim jarayonini tashkil etuvchi hamkorlik subyekti sifatida qaraladi. Shu bois, metodik tayyorgarlik nafaqat o‘quv jarayonida samarali metodlarni qo‘llashni, balki talabalar bilan birgalikda bilim yaratish — *co-construction of knowledge* — jarayonini boshqarishni ham o‘z ichiga oladi.

Hozirgi globallashuv, raqamli transformatsiya va ta’lim tizimining modernizatsiyalashuvi sharoitida pedagog kadrlarning metodik tayyorgarligi alohida ahamiyat kasb etmoqda. Zamonaviy o‘qituvchi nafaqat bilim beruvchi, balki ta’lim jarayonini tashkil etuvchi, boshqaruvchi va innovatsiyalarni joriy etuvchi subyekt sifatida namoyon bo‘lmoqda. Shu sababli metodik tayyorgarlikni rivojlantirish masalasi bugungi kunda eng dolzarb ilmiy-pedagogik muammolardan biri hisoblanadi.

O‘qituvchi metodik tayyorgarligining ilmiy talqini

Metodik tayyorgarlik tushunchasining mazmuni ko‘p qirrali bo‘lib, u pedagogik nazariya, didaktika, psixologiya hamda ta’lim texnologiyalari bilan chambarchas bog‘langan. Turli mualliflar bu tushunchani quyidagi mezonlar asosida izohlaydilar:

- Psixologik-pedagogik yondashuvga ko‘ra, metodik tayyorgarlik o‘qituvchining ta’limiy faoliyatni samarali tashkil etish va boshqarish uchun zarur bo‘lgan pedagogik tafakkur, refleksiya va kommunikатив kompetensiyalar majmuidir (Sh.A.Amonov, 2019).
- Didaktik yondashuvda, u o‘qituvchining dars jarayonini loyihalash, metod tanlash, o‘quv faoliyatini tahlil qilish va optimallashtirishga yo‘naltirilgan faoliyat tizimi sifatida qaraladi (V.V.Davidov, 2000).
- Texnologik yondashuv doirasida esa metodik tayyorgarlik o‘qituvchining zamonaviy axborot-kommunikatsiya texnologiyalarini didaktik maqsadga muvofiq qo‘llash malakasini bildiradi (A.I.Brindley, 2017).

Shunday qilib, o‘qituvchi metodik tayyorgarligi integral tushuncha bo‘lib, u o‘qituvchining:

1. nazariy–pedagogik bilimlarini;
2. metodik tahlil va refleksiya ko‘nikmalarini;
3. ta’limiy jarayonni modellashtirish, innovatsiyalarni joriy etish salohiyatini;
4. kommunikativ-hamkorlik kompetensiyalarini o‘z ichiga oladi.

Metodik tayyorgarlikning tarkibiy tuzilmasi

ILMIY MANBALARDA (JOYCE WEIL, 2019; MUKHITDINOVA, 2021) METODIK TAYYORGARLIK QUYIDAGI ASOSIY KOMPONENTLARDAN TASHKIL TOPADI:

1. Nazariy komponent — ta’lim jarayonining maqsadlari, prinsiplari, shakllari va usullari haqidagi bilimlar tizimi.
2. Amaliy komponent — ta’lim jarayonida metodlarni tanlash, moslashtirish va qo‘llash malakasi.
3. Tahliliy-refleksiv komponent — dars jarayonini tahlil qilish, o‘z faoliyatini baholash va takomillashtirish qobiliyati.
4. Innovatsion komponent — yangi metodik yondashuvlar, axborot texnologiyalari va kolaborativ platformalarni o‘quv jarayoniga integratsiya qilish ko‘nikmasi.
5. Kommunikativ komponent — o‘quvchi va hamkasblar bilan samarali muloqot, jamoaviy qarorlar qabul qilish madaniyati.

Ushbu komponentlar bir-biri bilan organik bog‘liq bo‘lib, o‘qituvchining professional faoliyatida yaxlit tizim sifatida namoyon bo‘ladi.

Metodik tayyorgarlikning mohiyati va funksional ahamiyati

Metodik tayyorgarlikning mohiyati shundan iboratki, u o‘qituvchining kasbiy faoliyatida doimiy ravishda yangilanib boruvchi, refleksiv va ijodiy jarayon hisoblanadi. Bu jarayon uch asosiy funksiyani bajaradi:

1. Tashkiliy-funktsional funksiya — o‘qituvchi o‘quv jarayonini tizimlashtiradi, metodik manbalarni tanlaydi, dars strukturasini ishlab chiqadi.

2. Tahliliy-baholovchi funksiya — o‘qituvchi o‘z faoliyati samaradorligini baholaydi, dars natijalarini monitoring qiladi.

3. Innovatsion funksiya — o‘qituvchi ta’lim jarayonida yangi g‘oyalar, texnologiyalar va metodlarni sinovdan o‘tkazadi, ularni kontekstga moslashtiradi.

Ilmiy tadqiqotlar (Korthagen, 2010; OECD, 2020) ko‘rsatadiki, yuqori metodik tayyorgarlikka ega o‘qituvchilar talabalarning mustaqil fikrlash, muammoli vaziyatlarga ijodiy yondashish va jamoaviy ishlash qobiliyatlarini samarali rivojlantira oladilar. Bu esa ta’lim samaradorligining o‘sishiga to‘g‘ridan-to‘g‘ri ta’sir qiladi.

Metodik tayyorgarlikni shakllantirishda kolaborativ o‘qitishning o‘rni

Kolaborativ ta’lim (collaborative learning) — o‘qituvchi va talabaning hamkorlikda bilim yaratish, tajriba almashish va muammolarni birgalikda hal etishga asoslangan metodologik yondashuvdir. U metodik tayyorgarlikni takomillashtirish uchun qulay sharoit yaratadi, chunki:

- o‘qituvchilar o‘zaro fikr almashish orqali metodik bankni boyitadilar;
- tajribali va yosh pedagoglar o‘rtasidagi mentorlik tizimi shakllanadi;
- dars jarayonida “subyekt-subyekt” munosabatlari kuchayadi;
- refleksiya va tanqidiy tahlil madaniyati rivojlanadi.

Kolaborativ ta’lim asosida tashkil etilgan metodik tayyorgarlik jarayoni o‘qituvchining individual izlanishlari bilan jamoaviy rivojlanish o‘rtasida muvozanat yaratadi. Natijada o‘qituvchi “bilim yetkazuvchi” emas, balki “bilim yaratuvchi va yo‘naltiruvchi” pozitsiyasiga o‘tadi.

O‘zbekiston ta’lim tizimida metodik tayyorgarlikni rivojlantirish tendensiyalari

So‘nggi yillarda O‘zbekiston Respublikasi ta’lim siyosatida o‘qituvchi metodik tayyorgarligini rivojlantirish masalasi alohida e’tiborga olingan. “O‘zbekiston Respublikasida ta’limni 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasi”da o‘qituvchilarning strategik kompetensiyalarini rivojlantirish, pedagogik innovatsiyalarni qo‘llash, va ilmiy-metodik markazlar faoliyatini kuchaytirish zarurligi qayd etilgan.

Shuningdek, oliy ta’lim muassasalarida “Pedagogik mahorat va metodika” yo‘nalishlari bo‘yicha malaka oshirish kurslari, masofaviy o‘quv dasturlari va kolaborativ onlayn platformalar joriy etilmoqda. Bu jarayon metodik tayyorgarlikka yangicha mazmun baxsh etmoqda — endilikda o‘qituvchi metodik faoliyatining markazida uzluksiz o‘rganish (lifelong learning) g‘oyasi turadi.

O‘qituvchining metodik tayyorgarligi — bu pedagogik bilim, metodik tafakkur va amaliy mahoratni birlashtiruvchi kasbiy-pedagogik kompetensiyalar tizimidir. Uning mohiyati:

- ta’lim jarayonini ilmiy asosda tashkil etish;
- yangi metod va texnologiyalarni samarali qo‘llash;
- kolaborativ muloqot va refleksiyani faol amalga oshirishda namoyon bo‘ladi.

Shunday qilib, metodik tayyorgarlik o‘qituvchining kasbiy yetukligining poydevori bo‘lib, u kolaborativ ta’lim konsepsiyasi asosida yanada chuqurlashadi. Bu esa nafaqat o‘qituvchi faoliyatining sifatini oshiradi, balki talabalarning intellektual va ijtimoiy rivojlanishiga ijobiy ta’sir ko‘rsatadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Amonov, Sh.A. (2019). *Pedagogik metodika va innovatsion jarayonlar*. T.: Fan.
2. Korthagen, F. (2010). *How Teacher Education Can Make a Difference*. Teaching and Teacher Education, 26(3).
3. Brindley, A.I. (2017). *Teaching Methodologies in the Digital Age*. Routledge.
4. Joyce, B., Weil, M. (2019). Models Of Teaching. Pearson Education.
5. OECD (2020). *Teaching and Learning International Survey (TALIS)*. Paris.
6. Mukhitdinova, G. (2021). *Zamonaviy ta’lim metodikasi: nazariya va amaliyot*. Tashkent State Pedagogical University Press.
7. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining PQ–4319-son qarori. “O‘zbekiston Respublikasi ta’lim tizimini 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasi”.

XVIII-XIX ASRLAR BOSHIDAGI MATEMATIKA: GAUSSS VA UNING ALGEBRA, EHTIMOLLAR NAZARIYASI, SONLAR NAZARIYASI, GEOMETRIYA VA MATEMATIK ANALIZ BO‘YICHA ISHLARI

Qodirova Sh.T.
Navoiy Davlat Universiteti, Aniq fanlar fakulteti, Matematika kafedrasi o‘qituvchisi
Nakibov B.
Navoiy Davlat Universiteti, Aniq fanlar fakulteti 3-kurs talabasi

Annotatsiya: Mazkur maqolada XVIII asr oxiri va XIX asr boshlarida matematika fanining rivojlanish tendensiyalari hamda Karl Fridrix Gaussning fundamental ilmiy merosi tahlil qilinadi. Maqolada Gaussning algebra, sonlar nazariyasi, ehtimollar nazariyasi, geometriya va matematik analiz sohalariga qo‘shgan hissasi yoritiladi. Shuningdek, Buyuk Fransuz inqilobining matematik ta’lim tizimiga ta’siri va politexnika maktablarining shakllanishi masalalari ko‘rib chiqiladi. Tadqiqot natijalari Gauss ilmiy kashfiyotlarining zamonaviy matematika rivojidagi hal qiluvchi ahamiyatini asoslab beradi.

Kalit so‘zlar: Karl Fridrix Gauss, algebra, sonlar nazariyasi, ehtimollar nazariyasi, differensial geometriya, matematik analiz, politexnika maktablari.

Аннотация: В данной статье анализируются тенденции развития математики в конце XVIII и начале XIX веков и фундаментальное научное наследие Карла Фридриха Гаусса. В статье освещается вклад Гаусса в алгебру, теорию чисел, теорию вероятностей, геометрию и математический анализ. Также рассматривается влияние Французской революции на систему математического образования и формирование политехнических школ. Результаты исследования подтверждают решающее значение научных открытий Гаусса в развитии современной математики.

Ключевые слова: Карл Фридрих Гаусс, алгебра, теория чисел, теория вероятностей, дифференциальная геометрия, математический анализ, политехнические школы.

Abstract: This article analyzes the development trends of mathematics in the late 18th and early 19th centuries and the fundamental scientific heritage of Carl Friedrich Gauss. The article highlights Gauss's contribution to algebra, number theory, probability theory, geometry, and mathematical analysis. It also examines the impact of the French Revolution on the mathematical education system and the formation of polytechnic schools. The results of the study substantiate the decisive importance of Gauss's scientific discoveries in the development of modern mathematics.

Keywords: Carl Friedrich Gauss, algebra, number theory, probability theory, differential geometry, mathematical analysis, polytechnic schools.

KIRISH

Matematika tarixida XVIII asr va XIX asrning birinchi yarmi chuqur nazariy umumlashmalar va fundamental kashfiyotlar davri sifatida alohida o‘rin tutadi. Bu davrda matematika nafaqat abstrakt fan sifatida rivojlandi, balki tabiiy fanlar, astronomiya, fizika va muhandislik ishlarining asosiy metodologik vositasi darajasiga ko‘tarildi. Aynan shu tarixiy bosqichda differensial va integral hisobning mantiqiy asoslari mustahkamlanib, algebra, sonlar nazariyasi, ehtimollar nazariyasi kabi mustaqil ilmiy yo‘nalishlarning poydevori qo‘yildi.

XVIII asr matematikasining rivojida Yevropada tashkil etilgan ilmiy akademiyalar, xususan, Peterburg Fanlar Akademiyasi muhim rol o‘ynadi. Bu maskanda faoliyat yuritgan Leonard Eyler va Bernullilar sulolasi matematik tahlil, differensial tenglamalar va funksiyalar nazariyasining rivojiga beqiyos hissa qo‘shdilar. Xususan, Eylerning fundamental asarlari matematikani “cheksiz kichiklar analizi” tilsimidan xalos etib, uni qat’iy ilmiy tizimga aylantirishga xizmat qildi.

XIX asr boshiga kelib esa matematika olamida Karl Fridrix Gaussning yulduzi porladi. “Matematika qiroli” (Princeps Mathematicorum) unvoniga sazovor bo‘lgan Gauss o‘zining qomusiy bilimi va teran tafakkuri bilan sonlar nazariyasi, algebra, differensial geometriya va ehtimollar nazariyasi sohalarida inqilobiy natijalarga erishdi. Uning ilmiy merosi nafaqat nazariy

matematikani boyitdi, balki astronomik kuzatishlar, geodeziya va fizikaviy hisob-kitoblar uchun ham mustahkam zamin yaratdi.

Ushbu maqolaning maqsadi aynan shu davr matematikasining rivojlanish xususiyatlarini va Karl Fridrix Gaussning fundamental ilmiy ishlarini tahlil qilishdan iborat.

ASOSIY QISM

Karl Fridrix Gaussning algebra va sonlar nazariyasiga qo‘shgan hissasi

Karl Fridrix Gauss (1777–1855) XVIII-XIX asrlar chegarasidagi eng buyuk matematiklardan biri sifatida e’tirof etiladi. U o‘zi “matematikaning malikasi” deb atagan sonlar nazariyasi sohasida fundamental kashfiyotlar qildi. Gauss tub sonlar, modul hisob va kongruensiya nazariyasini chuqur o‘rgandi. Uning 1801-yilda nashr etilgan “Disquisitiones Arithmeticae” (“Arifmetik tadqiqotlar”) asari sonlar nazariyasining klassik poydevorini yaratib, diskriminantlar va sonlarning taqsimoti bo‘yicha muhim natijalarni o‘z ichiga oldi. Aynan shu asarda kvadratik chegirmalar nazariyasi va o‘zaro qonuniyatlar chuqur tahlil qilindi.

Algebra sohasida Gauss polinomlar nazariyasi ustida samarali ishladi. U algebraik tenglamalarning umumiy yechimlariga oid fundamental nazariyalarni ishlab chiqdi. Gaussning eng muhim yutuqlaridan biri – algebraning asosiy teoremasini birinchilardan bo‘lib to‘liq isbotlaganligidir. Ushbu teoremaga ko‘ra, kompleks koeffitsiyentli har qanday n-darajali algebraik tenglama kamida bitta kompleks ildizga ega bo‘ladi. Gauss murakkab sonlar va ularning algebraik xossalarini chuqur tadqiq qilib, ularning geometrik interpretatsiyasiga asos soldi va kompleks sonlarning matematikadagi mavqeini mustahkamladi.

Geometriya va matematik analiz sohasidagi tadqiqotlari

Gauss geometriya sohasida ham ulkan meros qoldirdi. U Yevklid geometriyasi va analitik geometriya usullarini birlashtirib, sferik geometriya bo‘yicha muhim tadqiqotlar olib bordi. Ayniqsa, uning 1828-yilda nashr etilgan “Disquisitiones generales circa superficies curvas” (“Egri sirtlar haqida umumiy tadqiqotlar”) asari differensial geometriyaning asosiy manbalaridan biri hisoblanadi. Bu asarda Gauss sirtning ichki geometriyasi tushunchasini kiritib, sirtning egriligi faqatgina uning ichki metrikasiga bog‘liq ekanligini isbotladi (Theorema Egregium – “Ajoyib teorema”). Bu g‘oyalar keyinchalik Bernhard Riman tomonidan yaratilgan ko‘p o‘lchovli geometriyaning shakllanishiga zamin yaratdi va noyevklid geometriyaning rivojlanishiga turtki bo‘ldi.

Matematik analiz sohasida Gauss differensial va integral hisobni mukammallashtirishda davom etdi. U qatorlarning yaqinlashishi, to‘plamlar nazariyasi va konvergentlik masalalariga doir qimmatli ishlarni amalga oshirdi. Gaussning gipergeometrik funksiyalar ustida olib borgan tadqiqotlari analizning yangi yo‘nalishlarini ochib berdi. Shuningdek, u matematik analiz apparatini amaliy masalalarga, jumladan, geodezik o‘lchashlar va astronomik kuzatuvlar natijalarini qayta ishlashga keng joriy etdi.

Ehtimollar nazariyasi va statistik tahlil metodlari

Gaussning amaliy matematika sohasidagi eng katta yutuqlaridan biri – “eng kichik kvadratlar usuli”ni ishlab chiqqanligi va uni ilmiy asoslab berganligidir. Astronomik kuzatuvlar, geodezik o‘lchashlar va fizikaviy eksperimentlar natijalarida doimo ma’lum bir tasodifiy xatoliklar mavjud bo‘ladi. Gauss taklif etgan ushbu usul o‘lchash natijalarini qayta ishlashda eng ishonchli va aniq natijalarni olish imkonini berdi. U normal taqsimot qonuniyatlarini tadqiq qilib, bu sohadagi bilimlarni tizimlashtirdi. Gaussning bu boradagi ishlari zamonaviy ehtimollar nazariyasi va matematik statistika fanining shakllanishiga mustahkam asos bo‘ldi.

Buyuk Fransuz inqilobi va matematik ta’lim islohotlari

XVIII asr oxirida yuz bergan Buyuk Fransuz inqilobi (1789) nafaqat ijtimoiy-siyosiy hayotda, balki fan va ta’lim tizimida ham tub burilish yasadi. Inqilobdan keyin fan, xususan matematika, oliy va o‘rta ta’limda majburiy fan sifatida kiritildi. Yangi o‘quv dasturlari va metodik qo‘llanmalar ishlab chiqildi. 1794-yilda Parijda tashkil etilgan École Polytechnique (Politexnika maktabi) matematika va amaliy fanlar: algebra, geometriya, mexanika, fizika va harbiy ilmlarning o‘zaro integratsiyasini ta’minladi. Ushbu maktab qisqa vaqt ichida Yevropada ilmiy va texnik kadrlar tayyorlashning eng nufuzli markaziga aylandi. Shuningdek, École Normale Supérieure

(Normal maktab) o‘qituvchilar tayyorlash va fundamental ilmiy tadqiqotlar olib borish markazi sifatida faoliyat yuritdi. Ushbu islohotlar natijasida matematik bilimlarni amaliy sohalarga, jumladan, sanoat, harbiy ish va geodeziyaga joriy etishga alohida e’tibor qaratildi.

XULOSA

XVIII asr oxiri va XIX asr boshidagi matematika fani chuqur nazariy umumlashmalar va amaliy tatbiqlar uyg‘unlashgan muhim tarixiy bosqich hisoblanadi. Ushbu davrda erishilgan yutuqlar zamonaviy matematikaning asosiy yo‘nalishlarini belgilab berdi. Xususan, Karl Fridrix Gauss tomonidan sonlar nazariyasi, algebra, differensial geometriya va matematik analiz sohalarida erishilgan fundamental kashfiyotlar fanning keyingi ikki asrlik taraqqiyotiga hal qiluvchi ta’sir ko‘rsatdi. Uning “Arifmetik tadqiqotlar” asari va “Ajoyib teorema”si matematika tarixida yangi davrni boshlab berdi.

Shuningdek, ushbu davrda amalga oshirilgan ta’lim islohotlari, xususan, Fransiyada politexnika maktablarining tashkil etilishi natijasida matematika amaliy fanlar bilan mustahkam bog‘lanib, sanoat va texnika taraqqiyotining ajralmas tarkibiy qismiga aylandi. Gauss ilmiy merosining o‘ziga xos jihati shundaki, u bir vaqtning o‘zida ham chuqur nazariyotchi, ham yorqin amaliyotchi bo‘lib, matematikaning mavhum go‘zalligini real hayotiy muammolarni hal etish bilan uyg‘unlashtira oldi. Shu sababli, XVIII-XIX asrlar boshidagi matematika nafaqat mazmunan boyidi, balki zamonaviy ilmiy tafakkur uslubining shakllanishiga ham hal qiluvchi ta’sir ko‘rsatdi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Nazarov, X., Ostonov, Q. (1996). Matematika Tarixi. Toshkent: “O‘Qituvchi” Nashriyoti. (113–118-Betlar).
2. Rybnikov, K. A. (1974). Istoriya matematiki. Moskva: “Nauka”.
3. Vileytner, G. (1966). Istoriya matematiki ot Dekarta do seredini XIX stoletiya. Moskva: “Nauka”.
4. Klein, F. (1989). Leksii o razvitii matematiki v XIX stoletii. Moskva: “Nauka”.
5. Yushkevich, A. P. (1970–1972). Istoriya matematiki s drevneyshix vremen do nachala XIX stoletiya (3 tomda). Moskva: “Nauka”.
6. Uktamova, Sh. (n.d.). XVIII asr matematikasi rivojlanishi. Peterburg fanlar akademiyasi. Bernulli, Eyler asarlarida funksiya tushunchasining rivoji.

OPERATSION HISOBNING TATBIQLARINI BO‘LG‘USI MUHANDISLARGA O‘QITISH HAQIDA

Qushmurotov U.I.

Navoiy davlat konchilik va texnologiyalar universiteti

“Oliy matematika va AT” kafedrasi v.b.,dotsent (PhD)

Annotatsiya: bo‘lajak muhandislarga o‘zgarmas koeffitsiyentli chiziqli differensial tenglamalar sistemasini operatsion hisob usuli, xususan Laplas almashtirish yordamida o‘qitish masalalari ko‘rib chiqilgan. Natijada, ushbu usul talabalarning kasbiy yo‘naltirilgan matematik kompetensiyasini rivojlantirishga xizmat qilishi asoslangan.

Kalit so‘zlari: differensial tenglama, harakatlarning mo‘ljalli asosi, operatsion hisob yordamida differensial tenglamani yechish, Laplas almashtirish

Texnika oliy ta’lim muassasalarida matematikani o‘qitish maqsadlaridan biri matematikaning tatbiqiy salohiyatini talabalarga o‘rgatishdan iborat. Bu maqsadni amalga oshirishning samarali usullaridan biri matematikaning turdosh fanlar, umumkasbiy va ixtisoslik fanlari bilan o‘zaro aloqadorlikda o‘qitish ekanligi tadqiqotchilar tomonidan tasdiqlangan [1,2].

Talaba biror matematik tushunchani boshqa fan masalasini yechishga kirishishdan oldin uni yechishda qo‘llaniladigan metodni, shu metod doirasidagi asosiy masalalarni yechish harakatlarining mo‘ljalli asosini o‘zlashtirishi maqsadga muvofiq. Masalan,

$$\left.\begin{array}{l} x_1^{'}(t)+\sum\limits_{k=1}^{n}a_{1k}x_k(t)=f_1(t) \\ x_2^{'}(t)+\sum\limits_{k=1}^{n}a_{2k}x_k(t)=f_2(t) \\ \cdots \\ x_n^{'}(t)+\sum\limits_{k=1}^{n}a_{nk}x_k(t)=f_n(t) \end{array}\right\},\ x_k(0)=x_{k_0},\quad \left(k=\overline{1,n}\right)$$

O‘zgarmas koeffitsiyentli chiziqli differensial tenglamalar sistemasini operatsion hisob usuli bilan yechish harakatlarining mo‘ljalli asosi quyidagicha:

1) Laplas almashtirishi qo‘llanilgandan keyin izlanayotgan funksiyalarning tasvirlariga nisbatan chiziqli algebraik operator tenglamalar sistemasi hosil qilish $L\{f_k\}=F_k(p),\qquad L\{x_k(t)\}=X_k(p);$

2) [4] avval operator tenglamalar sistemasini yechish

$$\left.\begin{array}{l} pX_1(p)+\sum\limits_{k=1}^{n}a_{1k}X_k(p)=F_1(p)+x_{10} \\ pX_2(p)+\sum\limits_{k=1}^{n}a_{2k}X_k(p)=F_2(p)+x_{20} \\ \cdots \\ pX_n(p)+\sum\limits_{k=1}^{n}a_{nk}X_k(p)=F_n(p)+x_{n0} \end{array}\right\};$$

3.tasvirlardan originallarga o‘tib, differensial tenglamalar sistemasining izlanayotgan yechimi topish.

Endi oliy matematika amaliy mashg‘ulotlarida o‘zgarmas koeffitsiyentli chiziqli differensial tenglamalar sistemasini operatsion hisob va Kramer usullari yordamida yechishga doir amaliy masala namunasini ko‘rib chiqamiz.

Masala. Ikki konturli RL zanjir uchun quyidagi sistema berilgan:

$$\begin{cases} \dfrac{di_1}{dt}+2i_1-i_2=5 \\ \dfrac{di_2}{dt}+i_2-i_1=3 \end{cases}$$

Boshlang‘ich shartlar:

$i_1(0)=0,\ i_2(0)=0$

toping: $i_1(t),\ i_2(t).$

Laplas almashtirish

$L\{i_1(t)\}=I_1(p),\quad L\{i_2(t)\}=I_2(p)$

$$\begin{cases} pI_1(p)-0+2I_1(p)-I_2(p)=\dfrac{5}{p} \\ pI_2(p)-0+I_2(p)-I_1(p)=\dfrac{3}{p} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (p+2)I_1 - I_2 = \dfrac{5}{p} \\ -I_1 + (p+1)I_2 = \dfrac{3}{p} \end{cases}$$

$$\Delta = (p+2)(p+1) - 1 = p^2 + 3p + 1$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} \frac{5}{p} & -1 \\ \frac{3}{p} & p+1 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{\frac{5}{p}(p+1) + \frac{3}{p}}{p^2+3p+1} = \frac{5(p+1)+3}{p(p^2+3p+1)} = \frac{5p+8}{p(p^2+3p+1)}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} p+2 & \frac{5}{p} \\ -1 & \frac{3}{p} \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{\frac{3(p+2)+5}{p}}{p^2+3p+1} = \frac{3p+11}{p(p^2+3p+1)}$$

Teskari Laplas.

Kvadrat ildizlarga ajratamiz: $p^2+3p+1=0 \quad p = \dfrac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

Natija: $i_1(t) = A_1 + B_1 e^{\lambda_1 t} + C_1 e^{\lambda_2 t}$

$i_2(t) = A_2 + B_2 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}$

Bu masaladan ko‘rinib turibdiki, masalani yechish uchun uning matematik modelini – tenglamlar sistemasini Kramer metodidan foydalanib hosil qilish, olingan natijalarni talqin qilish lozim.

Demak, talabaga matematik modellarni tuzishni ham o‘rgatib borish oliy matematikani kasbga yo‘naltirib o‘qitish samaradorligini oshirishga xizmat qiladi.

ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

1. Евграфова И.В. Межпредметные связи курсов физики и высшей математики в технических вузах Дис. канд. пед. наук: 13.00.02 Санкт-Петербург, 2010.-160 с.
2. Кириченко О.Е. Межпредметные связи курса математики смежных дисциплин в техническом вузе связи как средство профессиональной подготовки студентов Дис.канд. пед. наук: 13. 00.02 - Орел, 2003.-170 с.
3. Qushmurotov U.I. “Chiziqli tenglamalar sistemasining tadbiqlarini bo‘lg‘usi muhandislarga o‘qitish haqida” Matematikani iqtisodiy-texnik masalalarga tadbiqlari va o‘qitish muammolari mavzusidagi respublika ilmiy amaliy anjumani materiallari to‘plami. 268-271 betlar. Andijon mashinasozlik instituti «Oliy matematika» kafedrasi Andijon. 2021yil 8 aprel.
4. Piskunov N. S. vtuzlar uchun differentsial va integral hisoblash. II jild. - M.: Fan, 1985 Yil. 560 s.

FIZIKA DARSLARIDA BAHOLASHNING NOAN'ANAVIY USULLARIDAN FOYDALANISH

Qutbedinov A.K. Qudratov E.A. Uktamov M.Y
Navoiy davlat universiteti

Bugungi kunda ta‘lim jarayonida ko‘pchilik o‘qituvchilar o‘quvchilardan yangi materialni o‘zlashtirish darajasini so‘rash va baholashni asosan dars boshida emas, balki dars davomida va oxirida, o‘rganilgan materialni mustahkamlashda amalga oshirmoqda.

Albatta, o‘quvchilarning bilimini, malaka va ko‘nikmalarini hisobga olish, nazorat qilish va baholash juda katta ahamiyatga ega.

Shuning uchun har bir o‘qituvchidan, jumladan fizika fani o‘qituvchisidan ham avvalo o‘quvchilarning fizika darslaridan olgan bilimlari va o‘rganish darajasi, bilim va ko‘nikmalari qanday bo‘lishi kerakligini aniqlash va baholashi talab etiladi. O‘quvchilarning nafaqat bilim va malakalarini, balki umumiy rivojlanishi va shakllanishini ham hisobga olinishi lozim.

Fizika darslarida asosan o‘quvchilarning bilimi og‘zaki so‘rash orqali, yozma ishlarni tekshirish, masalalar yechishi, laboratoriya ishlarini bajarishi, mustaqil ta‘limni topshirishi va test savollari usulda tekshiriladi.

O‘quvchilarning malaka va ko‘nikmalarini esa eksperimental va grafik masalalarni yechish, nazorat va laboratoriya ishlari yordamida tekshiriladi. Qisqa vaqtli yoki bir soatli nazorat ishlari o‘tkaziladi,

Shunday ekan bugungi kunda o‘quvchilarning bilim, malaka va ko‘nikmalarni tekshirishning yangi usullarini ishlab chiqish, rivojlantirish va takomillashtirish ta‘limning zaruriy vazifalaridan biri bo‘lishi kerak. Chunki bugungi kunda o‘quvchilarning olgan nazariy bilimlarini amaliyotga qo‘llash va o‘quv maqsadiga erishish darajasini standart test topshiriqlari vositasida aniqlash ko‘zlangan natijani bermayapdi.

Shu sababli, quyida berilayotgan ko‘p javobli, jadvalli nostandart test topshiriqlaridan foydalanish tavsiya etiladi.

Nazorat – Ta‘lim oluvchilarni bilim, ko‘nikma, malakalarini (BMK) aniqlash, o‘lchash va baholashni anglatadi; ta‘lim beruvchini ta‘lim oluvchilar bilan qaytar aloqasini, ular tomonidan o‘quv materialini o‘zlashtirish darajasi to‘g‘risidagi haqqoniy ma‘lumotni olish, shuningdek kamchiliklarni aniqlashni ta‘minlaydi.

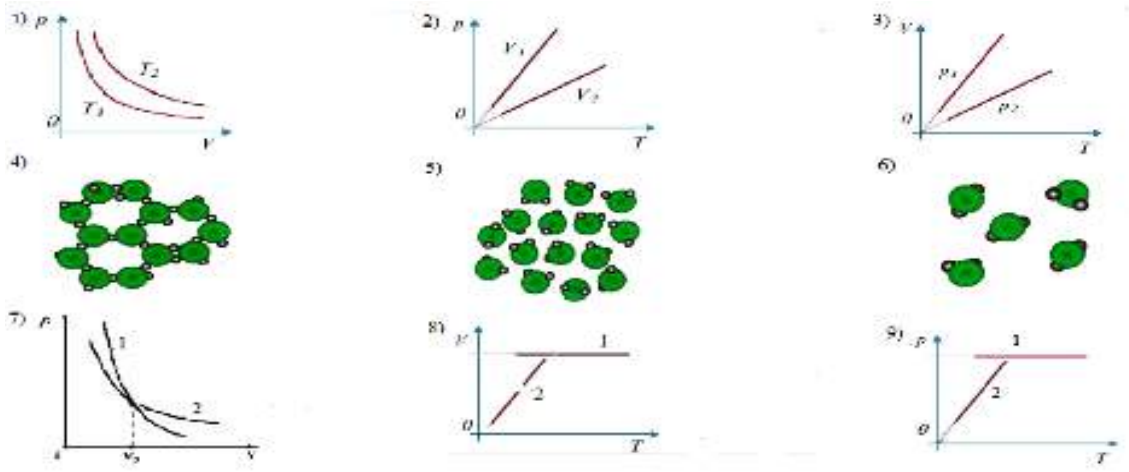
Demak, bu ta‘limiy jarayonini amalga oshirishda noan‘anaviy usullardan, baholashning yangi turlarini ishlab chiqish va tadbiq etish kerak. Jumladan fizika darslarida o‘quvchilar bilimini nazorat qilish va baholashda test savollarini nostandart ko‘rinishlarda tavsiya etish, nafaqat o‘quvchilar bilimini tekshirish, balki aqliy, ijodiy va mantiqiy fikrlashiga ham davat etadi.

Masalan, “Molekulyar fizika” bo‘limi bo‘yicha o‘quvchilar bilimlarini baholashda nostandart testlardan foydalanish imkoniyatlarini bayon etamiz.

1. Rasmli va ko‘p javobli nostandart testlar:

1.1. *Grafik va rasmlarda tasvirlangan jarayonlar turlarini va agregat holatlarni aniqlang va jadvalga har bir grafik rasmga mos raqamlarni yozing.*

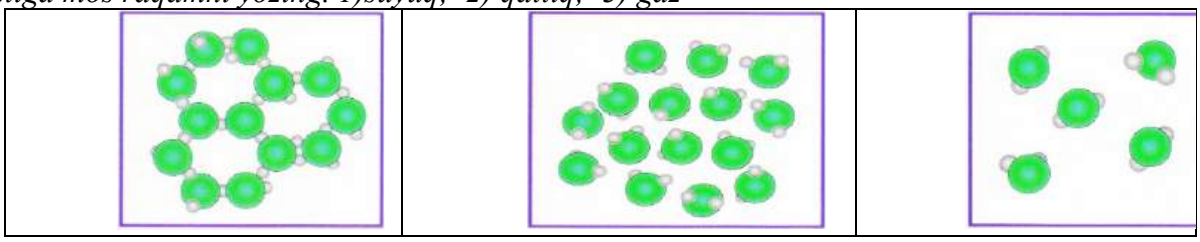
1) Izobarik va izoxorik jarayonlar; 2) Izoxorik va izobarik jarayonlar; 3) Adiabatik va izotermik jarayonlar; 4) Gaz holat; 5) Suyuq holat; 6) Qattiq holat; 7) Izoxorik jarayon; 8) Izobarik jarayon; 9) Izotermik jarayon.



Rasmli va ko‘p javobli nostandart test javoblari quyidagicha bo‘ladi

Javob:	**9**	**7**	**8**	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**

1.2. *Quyidagilardan moddaning agregat holatlarini ajrating va jadvalga har bir rasm ostiga mos raqamni yozing. 1)suyuq; 2) qattiq; 3) gaz*



Javobi:	**2**	**1**	**3**

2. Rasmli va ko‘p javobli nostandart testlar:

2.1. Ifodalarni o‘zlariga mos ta‘riflari bilan juftlang.

1.	O‘zgarmas hajimda kechadigon jarayon	A	$Q = \Delta U + A$
2.	O‘zgarmas temperaturada kechadigon jarayon	B	$\frac{T_1}{T_2} = \frac{V_1}{V_2}$
3.	Birlik hajmdagi molekulalar soni	C	$\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1}$
4.	O‘zgarmas bosimda kechadigon jarayon	D	$\frac{T_1}{T_2} = \frac{P_1}{P_2}$
5.	Sistemaga berilgan issiqlik miqdori sistemaning ichgi energiyasin uzgartirishga va tashqi kuchga qarsh ish bajarishga sarflanadi.	E	$n = \frac{N}{V}$

Javob	**1-D**	**2-C**	**3-E**	**4-B**	**5-A**

2.2. To‘g‘ri javobni yozing.

Savol: Gaz molekulalari tomonidan idish devoriga ta‘sir kursatuvchi kattalik nima?

Yechimi: Test savolining javobi sifatida talaba quydagi uchta so‘zdan birini yozishi kerak: *Bosim, Gaz bosimi, Ideal gaz bosimi*

2.3. To‘plamlarga berilgan ta’rifni atamalar bilan juftlang.

1.	Atom tuzulishi –	A	nuklondan tashkil topgan
2.	Yadro proton va	B	markazida yadro (proton va neytronlar) joylashgan va

	neytron –		uning atrofida berk orbitalar buyicha yerug‘lik tezligiga yaqin tezlikda aylanadigan elektronlardan iborat tizimdir
3.	Bog‘lanish energiyasi –	C	yadroda ma’lum yadroviy ryaksiyalar yuz berib (α, β va γ nurlar hosil bo‘lib) uning boshqa element yadrosiga aylanishi tushuniladi
4.	Radioaktiv yemirilish -	D	nuklonlarni butunlay ajratib yuborish uchun sarflanadigan energiyadir

Savol:	1-	2 -	3 -	4 -
Javob:	**1-B**	**2 -A**	**3 - D**	**4 - C**

Mazkur test topshiriqlari o‘quvchilarning fizikadan olgan va o‘zlashtirgan bilimlarini nazorat qilishda ularning fizikaviy hodisalarni, qonuniyatlarni, fizik kattaliklarni hamda ularni ifodalovchi fizik formulalarni tahlil qilishni va tanlash imkoniyatlarini namoyon etadi.

Shunday ekan o‘quv jarayonidagi baholash tizimida an’anaviy usullarni boyitgan holda noan’anaviy usullardan foydalanishning o‘ziga xos xususiyatlari o‘quvchilarni bilimlarini aniqlashda, ko‘nikmalarini nazorat qilishda baholash jarayonining haqqoniy va odilona amalga oshishiga imkon beradi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Tolipova J. G‘ofurov A.T. Ta’lim jarayonidagi noan’anaviy shakllari. T,: 2004-yil..
2. Беспалко В.П. Теоритечский остав стандартизации образавания. Педагогическое обеспечение государственного стандарта образования.-Москва: ИРПО. 1994г

FIZIKAVIY JARAYONLARNI MODELLASHTIRISH USULLARI

Qutbedinov A.K. Qudratov E.A..Nurullayeva D.B

Navoiy davlat universiteti

Annotatsiya: *Ushbu maqolada fizika fanini o‘qitishda zamonaviy axborot-kommunikatsion texnologiyalari asosida murakkab fizikaviy xodisalarni bayon etishda dasturiy ta’minotlarning turlari va ularning xususiyatlari bayon etilgan bo‘lib, bunda fizikaviy jarayonlarni modellashtirishning imkoniyatlari va afzalliklari xususidagi metodik jihatlari ko‘rsatilgan.*

Tayanch iboralar: *oliy ta’lim, kompyuter savodxonligi, o‘quv reja, fizika, analitik hisoblash, multmediali taqdimot, modellashtirish, atomlarning sochilishi, α-zarralar, “jonlantirish”.*

Zamonaviy axborot-kommunikatsion texnologiyalaridan ta’lim jarayonida foydalanish va o‘quv jarayoniga uning imkoniyatlarini tadbiq etish ta’limning dolzarb mavzulardan biri bo‘lib kelmoqda. Shuning uchun bugungi kunda oliy ta’lim muasassalarida tahsil olayotgan har bir talaba ta’lim yo‘nalishlari qanday bo‘lishidan qat’iy nazar, kompyuter savodxonligi bo‘yicha keng ko‘lamdagi bilimlarga, ya’ni informatsion aloqa va kommunikatsiya tizimlarni, texnika vositalari va ulardan foydalanishni, yangi informatsion texnika va texnologiya asoslarini, uning ertangi kuni va rivoji to‘g‘risidagi bilimlarni o‘zida mujassamlashtirgan bo‘lishi kerak. Shunigdek zamonaviy hisoblash texnikalari va informatsion texnologiyaning kun sayin rivojlanib, jamiyatning esa tobora kompyuterlashib borishi va raqamli iqtisodiyotning talablaridan kelib chiqqan holda uzluksiz ta’lim tizimining o‘rta va yuqori bosqichlariga informatika, ishlab chiqarish va boshqarish jarayonlarini kompyuterlashtirish bo‘yicha innovatsion g‘oyalarni ishlab chiqishni talab etmoqda. Bu esa ta’lim sohasiga ham yangi innovatsion-pedagogik texnologiyalarga asoslangan yangi dasturlar va bir qator o‘quv fanlarni tadbiq etishni, hamda takomillashtirishni talab etadi.

Bu o‘quv fanlari ta’lim jarayonida talabalarning kompyuter savodxonligi kompetensiyasini oshirish bilan birgalikda o‘quv jarayonini sifatini oshirish, fanlarni o‘qitish bo‘yicha yangi

usullarini kiritish, ta’limga yangicha yondashuvlarni qo‘llash, ilmiy, nazariy, va amaliy g‘oyalarni ro‘yobga chiqarish hamda talabalarda yangi ko‘nikmalarni rivojlantirishga imkon yaratadi.

Shu bilan birgalikda bugungi kunda fanlar bo‘yicha ma’lumotlar bazasi va axborotlar hajmining kengayib borishi natijasida ularni o‘rganish uchun vaqt yetishmaslik holatlari ham kuzatilmoqda.

Masalan, pedagogika oliy o‘quv yurtlarining O‘quv rejasida fizikadan laboratoriya ishlariga ajratilgan soatlari fanga ajratilgan umumiy soatning 30-35% (taxminan 30-40 soat)ni tashkil qiladi. Bu esa talabalarda asboblar bilan ishlash, qurilmalarni yig‘ish, asbob ko‘rsatgichlarini qayd qilishni o‘rganish ko‘nikmalarini singdirish bilan birgalikda tekshirilayotgan fizikaviy hodisalarning yoki fizik kattaliklarning qiymatlarini o‘lchash, xatoliklarni hisoblash va xulosalar chiqarish kabi jarayonlarni bajarishda vaqtning yetishmaslik masalasini keltirib chiqaradi.

Albatta, bugungi kunda ta’lim jarayonida zamonaviy axborot texnologiyalaridan foydalangan holda darslarni tashkillashtirish uchun ma’lum bir shart- sharoitlar mavjud**.** Bularga axborot resurslari va maxsus dasturiy ta’minotlar ya’ni, multmediali elektron o‘quv adabiyotlar, ma’ruzalar, virtual laboratoriya ishlari, har xil animatsion dasturlar va yana boshqa ishlarni yaratishda kerak bo‘ladigan maxsus dasturlar kiradi.

	Dasturlar	**Faoliyatlari**	**Imkoniyatlari**
.	**REDUCE**	Analitik hisoblash	Asosan masalalarni analitik hisoblash uchun qulay bo‘lib, sonlar bilan ishlashda va hisoblashga yordam beradi.
.	**FORTRAN, GNUOPLOT**	Grafiklar va chizmalar	Sonlarni qo‘yib grafiklar va chizmalarning sonli hisoblashlarni amalga oshiradi.
.	**Macromedia Flash MX**	Animatsion roliklar yaratish	Fizikaviy jarayonlarni kompyuter ekranida animatsion roliklar yordamida bayon etadi
.	**Power Point va Macromedia Authorware**	Taqdimot yartish	Multmediali taqdimot ma’ruzalarini yartishga imkon beradi.
.	**Adobe Photshop**	Elektron o‘quv adabiyotlarni yaratish	Rasmlarni tahrirlash, sifatini oshirish
.	**Phun physics**	3 o‘lchovda (3D) tasvirlarni “jonlantirish”	Fizikaviy jarayonlarni modellashtirish va fizikaviy jarayonlarni kuzatish ham mumkin
.	**Beginnings of Electronics.**	Elektron konstruktorlik	Monitorda elektr sxemalarini yig‘ish orqali real fizikaviy jarayonlarni juda katta aniqlikda imitatsiya qilish mumkin.

Bu kompyuter dasturlari orqali fizikaviy hodisalarni o‘rganishda, tahlil qilishda, laboratoriya ishlarini o‘tkazishda (Atom va yadro fizikasidagi radioaktiv elementlar bilan olib boriladigan) hamda, amaliy tadqiqotlar olib borishda ilmiy-metodik manbalar hisoblanadi.

Masalan: “Umumiy nisbiylik nazariyasi”da gravitatsion maydonni xarakterlaydigan Riman tenzorini hisoblash uchun o‘nlab va yuzlab algebraik ifodalar bilan ishlashga to‘g‘ri keladi. Bunday katta masalalarni yechish uchun qator kompyuter dasturlari (CAB(REDUCE, GRATOS)) mavjud.

Koinot mexanikasida, Koinotdagi jismlarning harakat tenglamasini taqribiy yechish metodi orqali ularning harakat trayektoriyasini yuqori darajada to‘g‘ri hisoblash uchun yuzlab funksiyalarni va katta matematik operatsiyalarni faqat ma’lum *(CAB(MACSYMA, REDUCE))* dasturlar yordamida yechish mumkin.

Kvant maydonlar nazariyasida ham bunday dasturlardan foydalanish maqsadga muvofiqdir. Elementar zarralarning sochilishi natijasida sochilishning effektiv kesimi matritsa

elementini hisoblash uchun katta algebraik ifodalarni *CAB* analitik dasturi yordamida hisoblash mumkin. Feynman diagrammasidagi g‘alayonlanishni generatsiya diagrammalari uchun *REDUCE* dasturi yordamida hisoblash mumkin.

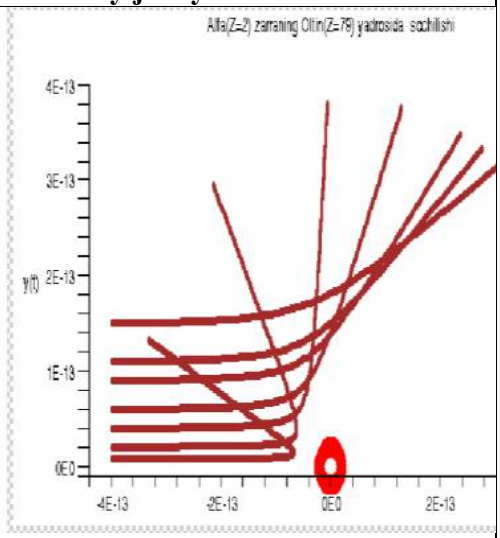
Plazma fizikasida plazmaning turg‘unlik holatini hisoblashda qancha energiya sarflanishini *REDUCE* dasturi yordamida hisoblaydilar. Atom va molekulyar fizikada atomlarni koordinata bo‘yicha impulsning radial taqsimlanishini hisoblash maqsadida *FORMAC* dasturi mavjud.

Optik sistemalardagi aberratsiya, hatto elektrotexnikadagi Kirxgof tenglamalarini ham ***REDUCE*** dasturi orqali hisoblash mumkin. Bundan tashqari matematikada, sonlar nazariyasida, guruh nazariyasida, chiziqli dasturlashda ***REDUCE***, *FORMAC* dasturidan keng foydalaniladi.

“MAPLE” dasturi kompyuter algebrasining juda kuchli va intellektual sistemalaridan biridir. Bu dastur yordamida ayerodinamika, maydon nazariyasi, nazariy mexanika va boshqa sohalarning o‘ta jiddiy matematik masalalarining yechimlarini topishda keng qo‘llanilmoqda. Bunda masalaning yechimlarini analitik hisoblashlar bilan bir qatorda, murakkab sonli hisoblashlar va natijalarni aniq grafiklar ko‘rinishlarida tasvirlash ishlari bajariladi.

Ma’lumki, Rezerford o‘z tajribasida radioaktiv elementdan chiqayotgan α-zarralardan foydalandi. Alfa-zarralar geliy yadrosi bo‘lib, musbat 2*ye* zaryadga va massa jihatidan proton massasidan taxminan to‘rt marotaba katta qiymatga egadir.

Sochilishlar ko‘p marotabali bo‘lmasligi uchun nishon sifatida juda yupqa qatlamli folga olinishi lozim. Nishon atomlaridan sochilgan α-zarralarni maxsus qayd etuvchi hisoblash uskunalarida bajariladi. Ushbu ish “Atom fizikasi” fanidan laboratoriya ishi sifatida o‘rganiladi. Buning uchun qimmatbaho asbob-uskunalar lozim bo‘ldi. “*Maple*” dasturi yordamida esa zarralarni yadrolarda elastik sochilishini, yadrolarning elektr zaryadiga bog‘liqligini jumladan, Rezerford tajribasini modellashtirib, tenglamalar sistemasining yechimlarini topish va grafiklarini chizish mumkin (rasm-1).

Dastur algoritmi	**Fizikaviy jarayon**
> restart;> sys:=diff(x(t),‘$‘(t,2))=1/4*q1*q2*x(t)/Pi/E0/massa/(x(t)^2+y(t)^2)^(3/2),diff(y(t),‘$‘(t,2))=1/4*q1*q2*y(t)/Pi/E0/massa/(x(t)^2+y(t)^2)^(3/2);> q1:=2*1.6e-19: q2:=79*1.6e-19: massa:=4*1.67e-27: E0:=8.89e-12: a:=4e-13: p:=5e-15:T:=4e5.7*1.6e-19: V0x:=sqrt(2*T/massa):>with(DEtools):ss:=DEplot({sys},{y(t),x(t)},t=0..7e-20,[[x(0)=-a,D(x)(0)=V0x,y(0)=p*1.5,D(y)(0)=0],[x(0)=-a,D(x)(0)=V0x,y(0)=p*4,D(y)(0)=0],[x(0)=-a,D(x)(0)=V0x,y(0)=p*8,D(y)(0)=0],[x(0)=-a,D(x)(0)=V0x,y(0)=p*12,D(y)(0)=0],[x(0)=-a,D(x)(0)=V0x,y(0)=p*18,D(y)(0)=0],[x(0)=-a,D(x)(0)=V0x,y(0)=p*22,D(y)(0)=0],[x(0)=-a,D(x)(0)=V0x,y(0)=p*30,D(y)(0)=0]],x(t)=-a..a,scene=[x(t),y(t)],stepsize=1e21,linecolor=brown):>with(plottools):yy:=circle([0,0],2E-14,color=red,thickness=9):>ss2:=PLOT(TEXT([1,-0.6e-22],‘+‘),FONT(HELVETICA,OBLIQUE,8)):> with(plots):>display([ss,yy,ss2], title=Alfa (Z=2) zarraning Oltin(Z=79) yadrosida sochilishi, axes=framed);	

Rasm 1. Alfa (Z=2) zarraning Oltin(Z=79) yadrosida sochilishi.

Fizika yo‘nalishida 2001-yildagi Nobel mukofotining sovrindori K.Viman tomonidan “Physics Education Technology” (PhET) sayti yaratilgan. Bu dastur Davlat ta’lim standartlariga va o‘quv muassasalarida qo‘llanilayotgan adabiyotlarga mos kelganligi bilan muhim pedagogik qurol hisoblanadi.

Phun physics - dasturi orqali tasvirlarni “jonlantirish” imkoniyatini beradi, ya’ni, dastur yordamida fizikaviy jarayonlarni modellashtirish va fizikaviy jarayonlarni kuzatish ham mumkin.

Demak, yuqorida keltirilgan dasturiy ta’minotlardan o‘quv jarayonida foydalanish ta’lim sifatini oshiradi va kompyuter modellarini o‘quv jarayonlarida qo‘llash natijasida:

- tajribalarni o‘tkazish mumkin bo‘lmagan yoki tajribani kuzatib bo‘lmas darajadagi harakatlarni o‘rganish;
- o‘rganilayotgan obyektni aniqlashda yoki yechilayotgan masalaning illyustratsiyasini ko‘rsatish;
- ish yakunida talabalar model yordamida fizikaviy hodisalarni xarakterlovchi kattaliklarning ham sifatiy, ham miqdoriy bog‘lanishlarini ko‘rishi;
- talabalarning turli murakkablikdagi topshiriqlar ustida izlanishini;
- shunigdek, o‘z ustida mustaqil ishlash va turli tadqiqotlar olib borish imkon beradi.

Albatta, dasturiy ta’minotlardan foydalanishda o‘qituvchining ham kompyuter savodxonlik darajasi yuqori bo‘lish kerak. Shunday ekan, zamonaviy axborot-kommunikatsion texnologiyalarni ta’lim jarayoniga tadbiq etishda o‘qituvchining kompyuter savodxonlik kompetenligini faqat informatika ta’lim yo‘nalishlarida emas balki, boshqa ta’lim yo‘nalishlarida ham shakllantirish zarur deb o‘ylaymiz.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. M.Mamarajabov, S.Tursunov. Kompyuter grafikasi va Web-dizayn. Darslik. T.: “Cho‘lpon”, 2013 y.
2. Xudayberdiyev E.N. O‘zbekistonda yadro fizikasi sohasidagi ilmiy tadqiqotlar tarixi //Uzbek Scholar Journal. Toshkent:– 2024.
3. Н.А.Ибрагимова. Компьютер дастурлари ёрдамида физикавий жараёнларни моделлаштириш. Таълим сифатини такомиллаштиришда инновацион ҳамкорликнинг долзарб масалалари халқаро илмий онлайн конференция. Навоий-2020.

EHTIMOLLIK NAZARIYASINI O‘QITISHDA MODELLASHTIRISH VA ISBOTLASH METODLARINI QO‘LLASHNING AMALIY AHAMIYATI

[1]Rajabov U.T.

Nizomiy nomidagi O‘zMPU katta o‘qituvchi

[2]Omonov O.I.

Nizomiy nomidagi O‘zMPU katta o‘qituvchi

Annotatsiya. Ushbu maqolada ehtimollik nazariyasini o‘qitishda qo‘llaniladigan asosiy metodlar - modellashtirish va isbotlash yondashuvlarining mazmuni, bosqichlari hamda ularning o‘quv jarayonidagi samaradorligi yoritilgan. Modellashtirish metodi asosida real hayotiy jarayonlar matematik modelga keltirilib, tasodifiy tajribalarni tahlil qilish va ehtimollikni hisoblash jarayoni izchil tushuntiriladi. Shuningdek, isbotlash metodi yordamida klassik ehtimollik ta’rifi mantiqiy jihatdan asoslanib, uning asosiy xossalari va formulalari deduktiv yo‘l bilan keltirib chiqariladi.

Kalit so‘zlar: Modellashtirish metodi, isbotlash metodi, tasodifiy hodisa, matematik model, klassik ehtimollik, elementar hodisalar, ehtimollik xossalari, deduktiv isbot, o‘qitishning amaliy ahamiyati, tahlil va interpretatsiya.

Ehtimollik nazariyasi zamonaviy matematikaning muhim bo‘limlaridan biri bo‘lib, tasodifiy hodisalarni o‘rganishda asosiy vosita hisoblanadi. Uni samarali o‘qitish o‘quvchilarda

mantiqiy fikrlash va tahlil qilish ko‘nikmalarini rivojlantiradi. Ayniqsa, modellashtirish va isbotlash metodlari murakkab tushunchalarni sodda va tushunarli shaklda yetkazishga yordam beradi. Ushbu maqolada mazkur metodlarning o‘rni va amaliy ahamiyati yoritiladi.

1. Modellashtirish metodi.

Ta’rif: Modellashtirish metodi - o‘rganilayotgan real ob’ekt yoki jarayonning xossalariga asoslangan holda, uning analitik ifodasini (matematik modelini) yaratish va shu model ustida tadqiqot o‘tkazish metodidir.

Metodik bosqichlari:

1. **Analiz:** Real vaziyatni tahlil qilish (masalan, zavoddagi 1000 ta detaldan 10 tasi sifatsiz).

Idishda yaxshilab aralashtirligan bir xil 12 ta shar bo‘lib, ulardan 5 tasi qizil, 4 tasi qora va 3 tasi oq rangli bo‘lsin

2. **Abstraksiyalash:** Muhim bo‘lmagan belgilarni (detalning rangi, shakli) e’tiborga olmasdan, faqat miqdoriy ko‘rsatkichlarni qoldirish.

Qizil yoki qora rangli shar chiqishini A hodisa sifatida qaraymiz. Elementar hodisalarni $E_1, E_2, E_3 \ldots$ bilan belgilaymiz. Bizning misolda quyidagi 12 ta elementar hodisa bo‘lishi mumkin: E_1, E_2, E_3, E_4, E_5 – qizil shar chiqdi; E_6, E_7, E_8, E_9 – qora shar chiqdi; E_{10}, E_{11}, E_{12} – oq shar chiqdi.

3. **Matematik model qurish:** Vaziyatni $P(A) = \frac{m}{n}$ formulasiga keltirish.

(A hodisaning ro‘y berishiga qulaylik tug‘diruvchi elementar hodisalar sonining ularning umumiy soniga nisbati A hodisaning ehtimolligi deyiladi va P(A) bilan belgilanadi.)

4. **Modelni yechish:** Matematik hisob-kitobni amalga oshirish.

Ko‘rilayotgan misolda elementar hodisalar jami 12 ta, ulardan 9 tasi A hodisaga qulaylik tug‘diradi. Demak, olingan sharning qizil yoki qora bo‘lish ehtimolligi: $P(A) = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$.

5. **Interpretatsiya:** (lotincha interpretatio — tushuntirish, talqin qilish) — bu matematik tilda olingan natijani real hayotiy vaziyatga bog‘lash, uning ma’nosini o‘quvchiga sodda va tushunarli tilda bayon qilib berishdir.

Natijada hosil bo‘lgan javob ($P(A) = \frac{3}{4}$) ni biz; 4 tadan 3 tasi yoki 75% qizil yoki qora bo‘ladi deymiz.

Ta’rif: A hodisaning ehtimolligi deb, tajribaning bu hodisa ro‘y berishiga qulaylik tug‘diruvchi natijalari soni m ning tajribaning mumkin bo‘lgan barcha elementar hodisalari soni n ga nisbatiga aytiladi, va quyidagi ko‘rinishda belgilanadi:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Ehtimollik ta’rifidan quyidagi xossalar kelib chiqadi:

- Muqarrar hodisaning ehtimolligi 1 ga teng. Ya’ni $P(A) = 1.$

Haqiqattan ham, agar hodisa muqarrar bo‘lsa, u holda tajribaning har qanday elementar natijasi shu hodisaning ro‘y berishiga qulaylik tug‘diradi (m=n).

- Mumkin bo‘lmagan hodisaning ehtimolligi nolga teng. $P(A) = 0$

Agar hodisa ro‘y bermaydigan bo‘lsa, u holda tajribaning hech bir elementar natijasi bu hodisaning ro‘y berishiga qulaylik tug‘dirmaydi (m=0).

- Tasodifiy hodisaning ehtimolligi musbat son bo‘lib, u 0 va 1 oralig‘ida bo‘ladi. $P(A) \in (0,1)$

Tasodifiy hodisaning ro‘y berishiga tajribaning barcha elementar hodisalarining bir qismigina qulaylik tug‘diradi. Bu holda $0 \le m \le n$. Shuning uchun $0 \le \frac{m}{n} \le 1, \quad 0 \le P(A) \le 1$

Agarda hodisalar bir-biriga bog‘liq bo‘lsa quyidagi formuladan foydalanamiz;

Idishda n ta shar bo‘lib, ulardan n_1 -tasi oq, n_2-tasi qora, n_3 -tasi qizil va hokazo n_k-tasi sariq. Shu idishdan tavakkaliga m ta shar olinganda, ulardan m_1 -tasi oq, m_2 -tasi qora, m_3 -tasi qizil va hokazo m_k -tasi sariq bo‘lish A hodisasining ehtimolligi topish formulasi:

$$P(A) = \frac{C_{n_1}^{m_1} \cdot C_{n_2}^{m_2} \bullet C_{n_3}^{m_3} \bullet \ldots \bullet C_{n_k}^{m_k}}{C_n^m}$$

2. Isbotlash metodi

Formulalar isbotlari

O‘rinlashtirish formulasi; $A_n^m = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-m+1)$

Isbot: Faraz qilaylik, bizda n ta turli element mavjud va biz ulardan m tasini tartib bilan tanlaymiz.

Birinchi o‘ringa istalgan elementni qo‘yish mumkin. Shuning uchun tanlashlar soni: n

Birinchi element tanlangandan keyin $n-1$ ta element qoladi. Ikkinchi o‘ringa tanlashlar soni $n-1$

Shu tarzda davom etamiz; m-o‘rin uchun: $n-m+1$

Keyin ko‘paytirish qoidasiga ko‘ra umumiy sonni topamiz:

$$A_n^m = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-m+1)$$

Bundan n ta elementdan m ta elementni **tartib bilan o‘rinlashtirishlar sonini** hisoblash formulasi kelib chiqadi.

n ta elementdan m ta elementni **guruhlash:** $\mathrm{C_n^m} = \frac{n!}{(n-m)!m!}$

Isbot: C_n^m da tartib muhim emas, shuning uchun $(1,2)$ va $(2,1)$ bitta hisoblanadi.

Har bir m ta tanlangan element o‘z ichiga $m!$ xil tartibda joylashadi. Demak:

$$A_n^m = C_n^m \cdot m!$$

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{m!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-m+1)}{m!}$$

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-m+1) \cdot (n-m)!$$

$$C_n^m = \frac{n!}{m! \cdot (n-m)!}$$

3. Mavzu motivatsiyasi (Ahamiyati)

Klassik ehtimollik faqat "o‘yin" emas, u strategik qarorlar qabul qilish vositasi.

3.1. Sanoat va sifat nazorati (Masala)

Bir partiya mahsulotda 500 ta detal bor. Tekshiruvlar natijasida ma’lum bo‘ldiki, bu partiyada o‘rtacha 10 ta detal nuqsonli bo‘ladi. Xaridor tasodifiy bitta detal sotib olganda, uning sifatli bo‘lish ehtimolligini hisoblang.

-

Yechish: $n = 500$, nuqsonli $m_{brak} = 10$, sifatli $m_{sifat} = 490$.

$$P(A) = 490 / 500 = 0.98.$$

-

Motivatsiya: 0.98 ehtimollik — bu 98% ishonchlilik demakdir. Zavod rahbari bu ko‘rsatkichga qarab kafolat muddatini belgilaydi.

3.2. Sug‘urta va xavfni boshqarish (Masala)

Sug‘urta kompaniyasi 1000 ta avtomobilni sug‘urta qildi. Statistikaga ko‘ra, bir yil davomida har 100 ta mashinadan 2 tasi avariyaga uchraydi. Bitta tasodifiy mashinaning avariya bo‘lish ehtimoli qancha?

Yechish: $n=1000$ (yoki nisbiy olsak 100). $m=20$ (yoki 2).

$P(A)=0.02$.

Ahamiyati: Kompaniya aynan shu $P(A)$ ga asoslanib sug‘urta badali miqdorini hisoblaydi. Agar $P(A)$ oshsa, narx ham oshadi.

Ehtimollik nazariyasini o‘qitishda **modellashtirish** va **isbotlash metodlari**ni qo‘llashning ahamiyati. Modellashtirish orqali real hayotdagi tasodifiy jarayonlar matematik shaklga keltirilib, ularni tushunish va hisoblash osonlashadi. Isbotlash metodi esa ehtimollik tushunchalari va formulalarini mantiqiy asoslash orqali o‘quvchilarning nazariy bilimlarini mustahkamlaydi.

Shuningdek, bu metodlar nafaqat nazariy bilim berish, balki ularni amaliyotda qo‘llash imkonini yaratadi. Natijada ehtimollik nazariyasi o‘quvchilar uchun yanada tushunarli va foydali fan sifatida shakllanadi.

Erishiladigan natijalar

- O‘quvchilarda mantiqiy va tahliliy fikrlash ko‘nikmalari rivojlanadi.
- Real jarayonlarni matematik modelga keltirish va tahlil qilish qobiliyati shakllanadi.
- Ehtimollik formulalari va qonuniyatlarini chuqur tushunish va isbotlash malakasi hosil bo‘ladi.
- Tasodifiy hodisalarni baholash orqali to‘g‘ri qaror qabul qilish ko‘nikmasi rivojlanadi.
- Bilimlarni amaliyotda qo‘llash imkoniyati kengayadi.
- O‘quv jarayonining samaradorligi va qiziqarliligi oshadi.
- Nazariya va amaliyot o‘rtasida uzviy bog‘liqlik shakllanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO ‘YXATI

1. S.Alixonov Matematika o‘qitish metodikasi. – Toshkent – 2011
2. Толипов Ў. Усмонов М. Педагогик технологиялар назарияси ва амалиёти. — Тошкент: Фан, 2012
3. Қодиров Б.Р. Педагогика назарияси. — Тошкент: Ўқитувчи, 2018
4. D.M.Maxmudova va boshqalar. Matematika o ‘qitish metodikasi. – Toshkent – 2022
5. Abdullayev A.G. “Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika”-A.:AndMI, 2012 y.

KOMBINATORIKA ELEMENTLARINI O‘QITISHDA INNOVATSION METODIK YONDASHUVLAR

Sadikova D. A.

Navoiy davlat universiteti, Matematika kafedrasi o‘qituvchisi

Shokirova D.Sh

Navoiy davlat universiteti, Matematika kafedrasi o‘qituvchisi

Annotatsiya: Ushbu maqolada matematika o‘qitish metodikasida kombinatorika bo‘limining tutgan o‘rni, uning tarixiy taraqqiyoti va zamonaviy fan-texnikadagi ahamiyati tahlil qilinadi. Shuningdek, talabalarda kombinatorik tafakkurni shakllantirishda guruhlash va o‘rinlashtirish masalalarining amaliy tatbiqi misollar orqali ko‘rsatib berilgan.

Kalit so‘zlar: Kombinatorika, o‘rin almashtirish, guruhlash, metodika, ehtimollar nazariyasi, algoritmlash.

Zamonaviy matematika ta’limida kombinatorika elementlarini o‘qitish o‘quvchilarning mantiqiy mushohada yuritish qobiliyatini o‘stirishda strategik ahamiyatga ega. Kombinatorika -

ma’lum bir chekli to‘plam elementlaridan berilgan shartlar asosida turli birikmalar (kombinatsiyalar) tuzish va ularning sonini hisoblash usullarini o‘rgatuvchi fandir. Bugungi kunda ushbu soha nafaqat sof matematika, balki kriptografiya, iqtisodiy optimallashtirish, genetik muhandislik va axborot texnologiyalari kabi sohalarning fundamenti hisoblanadi.

Kombinatorik muammolar qadimiy sivilizatsiyalarda (Xitoy, Hindiston) sehrli kvadratlar va o‘yin elementlari ko‘rinishida paydo bo‘lgan bo‘lsa-da, XVII asrga kelib B. Paskal va P. Ferma tadqiqotlari natijasida mustaqil fan sifatida shakllandi. O‘qitish metodikasida kombinatorikaning uchta asosiy tayanch tushunchasini farqlash maqsadga muvofiq:

1. **O‘rin almashtirishlar** (P_n) : Elementlar tartibi muhim bo‘lgan holatlar. $(P_n = n!)$
2. **O‘rinlashtirishlar** (A_n^m) :Tanlab olingan elementlarning ham tarkibi, ham tartibi muhim bo‘lgan birikmalar. $(A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!})$
3. **Guruhlashlar** (C_n^m) : Faqat elementlarning tarkibi muhim bo‘lib, tartibi ahamiyatga ega bo‘lmagan tanlanmalar. $(C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!})$

Ushbu tushunchalarni tushuntirishda hayotiy ssenariylardan foydalanish metodik samaradorlikni oshiradi. Masalan, diskret ob‘ektlarni optimallashtirish masalalari (eng qisqa yo‘lni topish yoki resurslarni taqsimlash) talabalarda fanga nisbatan qiziqish uyg‘otadi.

Ta’lim jarayonida ko‘pincha bir xil natijaga olib keluvchi turli kombinatsiyalarni solishtirish talab etiladi. Misol tariqasida quyidagi vaziyatni ko‘rib chiqamiz:

Vaziyat: Ikki talaba - Nargiza va Umida turli topshiriqlar berilgan. Nargiza 6 ta masaladan ixtiyoriy 4 tasini, Umida esa boshqa 6 ta masaladan 2 tasini tanlashi kerak. Ularning tanlov imkoniyatlarini o‘zaro solishtiring.

Yechish metodikasi:

Bu turdagi masalalarda tanlash tartibi ahamiyatga ega emas, shuning uchun guruhlash (kombinatsiya) formulasidan foydalaniladi:

$$(C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!})$$

1. Nargizaning tanlovlari soni:

$$C_6^4 = \frac{6!}{4!(6-4)!} = \frac{1\times2\times3\times4\times5\times6}{1\times2\times3\times4\times1\times2} = \frac{5\times6}{1\times2} = 15$$

2. Umidaning tanlovlari soni:

$$C_6^2 = \frac{6!}{2!(6-2)!} = \frac{1\times2\times3\times4\times5\times6}{1\times2\times1\times2\times3\times4} = \frac{5\times6}{1\times2} = 15$$

Hisob-kitoblar shuni ko‘rsatadiki, ikkala holatda ham imkoniyatlar soni 15 ga teng. Bu vaziyat talabalarga kombinatorikaning simmetriklik xossasini $(C_n^m = C_n^{n-m})$ tushuntirish uchun eng samarali usullardan biri hisoblanadi.

Xulosa o‘rnida aytish mumkinki, kombinatorika elementlarini o‘qitishda faqat formulalarni yodlatish emas, balki masalaning mazmuniga qarab to‘g‘ri modelni tanlash ko‘nikmasini shakllantirish lozim. Zamonaviy kompyuter texnologiyalari va dasturlash tillari yordamida murakkab kombinatorik masalalarni yechish o‘quvchilarning algoritmik tafakkurini boyitadi. Tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki, kombinatorik metodlarni o‘zlashtirgan mutaxassislar murakkab tizimlarni boshqarish va qaror qabul qilishda yuqori samaradorlikka erishadilar.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Vigodskiy M.Ya. Elementar matematikadan ma’lumotnoma. - T.: “Sharq”, 2015.
2. Bakirova A.Yu., Saydaliyeva F.X. Matematika o‘qitish metodikasi. - T.: 2008.
3. Gmurman V.E. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. - T.: “O‘qituvchi”, 2010.
4. Rasulov A.S Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika.Tashkent 2006

ANIQ VA TABIIY FANLARNI O‘QITISHDA STEM TEXNOLOGIYALARINING PEDAGOGIK SAMARADORLIGI VA INTERFAOL METODLAR TAHLILI

Sadikova D.A.
Navoiy davlat universiteti, Matematika kafedrasi o‘qituvchisi
Axmatova G.X.
Navoiy davlat universiteti talabasi

Annotatsiya: Ushbu tezisda aniq va tabiiy fanlarni (matematika, fizika) o‘qitishda STEM (Science, Technology, Engineering, Mathematics) paradigmasining tutgan o‘rni tahlil qilinadi. Tadqiqotda STEM yondashuvining an’anaviy ta’lim metodlaridan farqli jihatlari, fanlararo integratsiyaning talabalar kreativ tafakkurini rivojlantirishdagi samaradorligi va interfaol o‘qitish usullarining afzalliklari yoritilgan. Shuningdek, amaliy loyihalar orqali talabalarda muhandislik ko‘nikmalarini shakllantirish bo‘yicha metodik tavsiyalar berilgan.

Kalit so‘zlar: STEM ta’limi, innovatsion metodika, integratsiyalashgan ta’lim, aniq fanlar, pedagogik unumdorlik, tanqidiy mushohada, interfaol yondashuv, loyihaviy o‘qitish.

Zamonaviy ta’lim paradigmasining ustuvor vazifasi talabalarga nafaqat fundamental nazariy bilimlarni yetkazish, balki ularda amaliy kompetentsiyalarni shakllantirishdan iborat. Bugungi kunda **STEM** texnologiyasi fanlararo sintezni ta’minlovchi, talabalarni mustaqil izlanishga va murakkab muammolarga muhandislik yechimlarini topishga yo‘naltiruvchi eng samarali yondashuv sifatida e’tirof etilmoqda. Aniq fanlarni o‘qitishda ushbu metodni qo‘llash ta’lim oluvchilarning darsga bo‘lgan kognitiv qiziqishini sezilarli darajada oshiradi.Aniq fanlarni o‘qitishda ushbu metodni qo‘llash ta’lim oluvchilarning darsga bo‘lgan kognitiv qiziqishini sezilarli darajada oshiradi. STEM yondashuvining samaradorligi, avvalambor, nazariya va amaliyotning uzviy sintezida namoyon bo‘ladi: bunda matematik modellar va fizik qonuniyatlar mavhumlikdan real hayotiy loyihalarga, masalan, robototexnika konstruksiyalari yoki infratuzilma modellarini yaratishga ko‘chadi.

Fanlararo integratsiya (Interdisciplinary approach) jarayonida talaba fizika kursida o‘rgangan qonuniyatlarini matematik hisob-kitoblar orqali texnologik qurilmada sinab ko‘radi, bu esa fanni o‘rganish motivatsiyasini ichki ehtiyojga aylantiradi. STEM darslarida o‘qituvchi tayyor algoritmni bermaydi, balki muammoni qo‘yadi. Talaba esa ushbu muammoni hal qilish uchun o‘z tadqiqot strategiyasini ishlab chiqadi, bu esa tanqidiy va tahliliy tafakkurni shakllantiradi. Pedagogik kuzatishlar shuni ko‘rsatadiki, STEM texnologiyasi asosida tashkil etilgan mashg‘ulotlarda talabalarning o‘zlashtirish ko‘rsatkichi an’anaviy darslarga qaraganda 25-30% ga yuqori natija beradi. Buning asosiy sababi – o‘quvchining "Bu bilim menga nima uchun kerak?" degan savoliga amaliy javob topishidir.

Interfaol metodlar STEM bilan hamohanglikda ta’lim oluvchini jarayonning markaziga olib chiqadi. Bu yondashuvda rag‘batlantirishning yuqori darajasi ta’minlanadi, chunki talaba jarayonning sub’ekti sifatida o‘z hissasini ko‘radi. O‘qish shiddati va darajasi talabaning shaxsiy ehtiyojlariga moslashtirilib, ilgari olingan nazariy bilimlar amaliy tajriba orqali mustahkamlanadi. Xalqaro tajriba, xususan AQSh Milliy Fan Jamiyati (NSF) tadqiqotlari shuni tasdiqlaydiki, STEM ta’limi zamonaviy muhandislik va yuqori texnologiyalar sohasi uchun yetuk kadrlar tayyorlashning asosiy poydevoridir. O‘zbekiston sharoitida, jumladan Prezident maktablari tajribasida ko‘rilayotganidek, ushbu metodni keng ommalashtirish mehnat bozoridagi mutaxassislar taqchilligini bartaraf etishning eng maqbul yo‘lidir. Aniq fanlar ta’limiga innovatsion yondashuvlarni joriy etish respublika intellektual salohiyatini yangi bosqichga olib chiqadi va talabalarni faqat bilim oluvchi emas, balki ijodkor va yaratuvchi mutaxassis sifatida shakllantiradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Yo‘ldoshev J. G‘., Usmonov S. A. Zamonaviy pedagogik texnologiyalar. -T.: Sharq, 2020.
2. Muslimov N. A. va boshqalar. Innovatsion ta’lim texnologiyalari. - Toshkent: 2022.
3. Slastenin V. A. Pedagogika: Innovatsion faoliyat. - Moskva: 2018.
4. Honey M. STEM Integration in K-12 Education. - National Academies Press, 2014.

KVADRATIK FORMANI KANONIK KO‘RINISHGA KELTIRISHNING LAGRANJ VA YAKOBI USULLARINI O‘QITISH METODIKASI.

Sadullayeva I.P
Navoiy davlat universiteti Matematika kafedrasi o‘qituvchisi
Normurodova G.G‘
Navoiy davlat universiteti Aniq va tabiiy fanlar fakulteti Matematika yo‘nalishi talabasi

***Kalit so‘zlar*:** kvadratik forma, kanonik ko‘rinish, Lagranj algoritmi, Yakobi usuli, integrativ yondashuv, matematik savodxonlik, amaliy mashg‘ulot, qiyosiy tahlil.

Oliy ta’lim muassasalarida algebra fanini o‘qitish jarayonida talabalarning matematik savodxonligini va analitik fikrlash ko‘nikmalarini xalqaro standartlar darajasida shakllantirish muhim pedagogik vazifalardan biridir. Oliy algebra kursining markaziy mavzularidan bo‘lgan “Kvadratik formalar” quruq nazariy abstraksiya bo‘lib qolmasdan, analitik geometriya (ikkinchi tartibli sirtlarni tekshirish) va matematik analiz (ko‘p o‘zgaruvchili funksiyalarning ekstremumini topish) kabi fanlar bilan uzviy bog‘langan tushunchadir. Amaliy mashg‘ulotlarda kvadratik formalarni kanonik ko‘rinishga keltirishni bitta mexanik algoritm emas, balki Lagranj va Yakobi usullarining qiyosiy integratsiyasi sifatida o‘qitish talabalarda keng qamrovli matematik tafakkurni o‘stiradi.

O‘quv-uslubiy amaliyot shuni ko‘rsatadiki, bitta algebraik masalani turli xil yondashuvlar orqali yechish talabalarning mavzuni chuqurroq anglashiga xizmat qiladi. Haqiqiy koeffitsiyentli kvadratik forma quyidagi umumiy ko‘rinishga ega:

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_i x_j$$

Bu yerda $a_{ij} = a_{ji}$ simmetriklik sharti hisobga olinadi. Amaliy mashg‘ulotlarda talabalarga aynan bitta misolni ikki xil usulda ishlashni va natijalarni taqqoslashni taklif etish yuqori samaradorlik beradi:

Misol. Quyidagi uch o‘zgaruvchili kvadratik formani kanonik ko‘rinishga keltiring:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_2^2 + 4x_2x_3 + 5x_3^2$$

Lagranj usulini algoritmik o‘qitish. Lagranj usulida to‘la kvadrat ajratish amali bajariladi. Bu jarayon talabadan ko‘phadlar ustida amallar bajarish va mantiqiy guruhlash ko‘nikmasini talab qiladi. Mashg‘ulot davomida ushbu algoritm quyidagi bosqichlarda ko‘rsatiladi:

Avvalo, x_1 o‘zgaruvchi qatnashgan barcha hadlar bitta guruhga yig‘iladi va qisqa ko‘paytirish formulasiga keltirish uchun sun`iy ravishda to‘la kvadrat ajratiladi:

$$f = (x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2) - x_2^2 + 2x_2^2 + 4x_2x_3 + 5x_3^2$$

Qavs ichi formulaga asosan yig‘iladi, qolgan qismi algebraik soddalashtiriladi:

$$f = (x_1 + x_2)^2 + x_2^2 + 4x_2x_3 + 5x_3^2$$

Endi jarayon x_2 saqlovchi hadlar uchun takrorlanadi:

$$f = (x_1 + x_2)^2 + (x_2^2 + 4x_2x_3 + 4x_3^2) - 4x_3^2 + 5x_3^2$$

$$f = (x_1 + x_2)^2 + (x_2 + 2x_3)^2 + x_3^2$$

Yangi o‘zgaruvchilarga o‘tiladi: $y = x_1 + x_2, y_2 = x_2 + 2x_3, y_3 = x_3$

Kvadratik formaning kanonik ko‘rinishi hosil bo‘ladi:

$$f = y_1^2 + y_2^2 + y_3^2$$

Yakobi usulini matritsaviy yondashuv orqali o‘qitish. Amaliy mashg‘ulotning ikkinchi qismida ayni shu misol chiziqli algebraik tuzilmalar – matritsalar yordamida yechiladi. Bu usul talabaning determinantlar va bosh minorlar bilan ishlash savodxonligini tekshiradi.

Dastlab berilgan kvadratik formaning simmetrik matritsasi tuziladi:

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 1 & 2 & 2\\ 0 & 2 & 5\end{pmatrix}$$

Burchak bosh minorlar hisoblanadi bunda, $\Delta_k \neq 0$ shartiga e`tibor qaratish lozim:

$$A=\begin{pmatrix}\underline{1}| & 1 & 0\\ 1 & 2 & 2\\ 0 & 2 & 5\end{pmatrix}$$

Shu ajratilgan qismning determinanti Δ_1 hisoblanadi: $\Delta_1 = |1| = 1$

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 1 & 2 & 2\\ 0 & 2 & 5\end{pmatrix} \qquad \Delta_2 = \begin{vmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{vmatrix} = 1$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix}1 & 1 & 0\\ 1 & 2 & 2\\ 0 & 2 & 5\end{vmatrix} = 1$$

Kanonik ko‘rinish koeffitsiyentlari to‘g‘ridan-to‘g‘ri $\lambda_1 = \Delta_1$, va qolgan o‘lchamlar uchun $\lambda_k = \frac{\Delta_k}{\Delta_{k-1}}$ formulasi orqali topiladi. $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = \frac{1}{1} = 1, \lambda_3 = \frac{1}{1} = 1$

Barcha koeffitsiyentlar 1 ga teng bo‘lgani uchun kanonik ko‘rinish avvalgi usuldagi natijani to‘liq tasdiqlaydi:

$$f = y_1^2 + y_2^2 + y_3^2$$

Tahlil mezonlari	**Lagranj usuli**	**Yakobi usuli**
Universalligi	Har qanday kvadratik formaga qo‘llash mumkin (universal).	Faqat barcha bosh minorlar noldan farqli $\Delta_k \neq 0$) bo‘lgandagina ishlaydi.
Hisoblash davomiyligi	O‘zgaruvchilar soni ortganda hisoblash zanjiri cho‘ziladi va e`tiborsizlik sababli xato qilish ehtimoli ortadi.	Hisoblash algoritmi aniq qoliplangan, determinantlar orqali ancha tez va ixcham amalga oshadi.
Talab etiladigan metodik apparat	Algebraik shakl almashtirishlar va qisqa ko‘paytirish formulalarini erkin qo‘llay olish.	Chiziqli algebra elementlari: simmetrik matritsalar tuzish va yuqori tartibli determinantlarni hisoblash.
Pedagogik ahamiyati	Talabalarda mantiqiy, tizimli va ketma-ketlikka asoslangan algoritmik fikrlashni rivojlantiradi.	Mavzuni matritsalar nazariyasi bilan bog‘lab, algebraik tuzilmalar orqali integrativ fikrlashni o‘rgatadi.

Oliy algebra kursida o‘qitish metodikasini takomillashtirish uzluksiz pedagogik izlanishni talab qiladi. Kvadratik formalarni kanonik ko‘rinishga keltirishda Lagranj va Yakobi usullarini alohida-alohida mexanik qoida sifatida emas, balki integrativ-qiyosiy tarzda o‘qitish talabalarda chuqur matematik savodxonlikni shakllantiradi. Bu yondashuv orqali bo‘lajak matematik mutaxassislar berilgan masalani shunchaki yechibgina qolmay, balki uning o‘ziga xosligidan kelib chiqib, eng optimal yechim yo‘lini tanlashdek muhim kasbiy kompetensiyaga ega bo‘ladilar.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI.

1. Ayupov Sh. A., Omirov B. A., Xudoyberdiyev A. X. Oliy algebra asoslari. – Toshkent: “Universitet,” 2020. – 320 b.

2. Kurosh A. G. Oliy algebra kursi. – Toshkent: “O‘qituvchi”, 1976. – 432 b.

3. Avliyoqulov N. X., Musayeva N. N. Pedagogik texnologiyalar. – Toshkent: “Tafakkur bo‘stoni”, 2012. – 208 b.

MATEMATIKA FANINI O‘QITISHNING ZAMONAVIY METODIK ASOSLARI: MUAMMO VA YECHIMLAR

Sattorov M.T.

Andijon davlat universiteti “Algebra va analiz” kafedrasi o‘qituvchisi

Annotatsiya: Ushbu maqolada matematika fanini o‘qitishning dolzarb masalalari, o‘quvchilarning matematik tafakkurini rivojlantirish metodlari, ta'lim jarayoniga innovatsion texnologiyalarni joriy etish yo‘llari tahlil qilingan. Shuningdek, matematik kompetensiyalarni shakllantirishning samarali usullari va ularning amaliy ahamiyati yoritilgan.

Kalit so‘zlar: matematika, o‘qitish metodikasi, innovatsion texnologiyalar, matematik tafakkur, kompetensiyaviy yondashuv, interfaol metodlar.

MATEMATIKA TA'LIMINING NAZARIY-METODOLOGIK ASOSLARI

Matematika fani inson tafakkurining rivojlanishida, mantiqiy fikrlash qobiliyatining shakllanishida muhim o‘rin tutadi. Hozirgi ta'lim tizimida matematikani o‘qitishdan asosiy maqsad – o‘quvchilarga tayyor bilimlarni berish emas, balki ularning mustaqil fikrlash, muammolarni tahlil qilish va ularga yechim topish ko‘nikmalarini shakllantirishdan iborat.

Matematika ta'limi metodikasi quyidagi asosiy tamoyillarga asoslanadi:

- **Ilmiylik tamoyili** – matematik tushunchalar va qonuniyatlarning ilmiy asoslanganligi;
- **Tizimlilik va izchillik tamoyili** – mavzularning mantiqiy ketma-ketlikda joylashuvi;
- **Ko‘rgazmalilik tamoyili** – abstrakt matematik tushunchalarni vizual vositalar orqali tushuntirish;
- **Individual yondashuv tamoyili** – har bir o‘quvchining bilim darajasi va qobiliyatini hisobga olish.

Ushbu tamoyillarning uyg‘unligi matematik bilimlarning mustahkam o‘zlashtirilishini ta'minlaydi va o‘quvchilarda fanga nisbatan ijobiy motivatsiyani shakllantiradi.

MATEMATIK KOMPETENSIYALARNI SHAKLLANTIRISH METODLARI

Zamonaviy ta'lim paradigmasida bilim, ko‘nikma va malakalardan tashqari, kompetensiyaviy yondashuv alohida ahamiyat kasb etadi. Matematik kompetensiya deganda o‘quvchilarning matematik bilimlarni turli hayotiy vaziyatlarda qo‘llay olish qobiliyati tushuniladi.

Matematik kompetensiyalarni shakllantirishda quyidagi metodlar samarali hisoblanadi:

Muammoli ta'lim metodi. Bu metod o‘quvchilarni muammoli vaziyatlar oldiga qo‘yish orqali ularning mustaqil izlanish faoliyatini tashkil etishga asoslanadi. Masalan, yangi mavzuni tushuntirishdan oldin, o‘quvchilarga ularning oldingi bilimlari asosida hal qilib bo‘lmaydigan masala beriladi. Bu ularni yangi bilimlarni izlashga undaydi.

Evristik metod. Bu metod o‘quvchilarning ijodiy fikrlashini rivojlantirishga xizmat qiladi. O‘quvchilar berilgan masalani yechishning turli usullarini izlaydilar, gipotezalar ilgari suradilar va ularni tekshiradilar.

Tadqiqotchilik metodi. O‘quvchilar mustaqil ravishda matematik tadqiqot olib boradilar, ma'lumotlarni to‘playdilar, tahlil qiladilar va xulosalar chiqaradilar. Bu metod ayniqsa, matematik statistika, ehtimollar nazariyasi kabi bo‘limlarni o‘rganishda samarali.

INNOVATSION TEXNOLOGIYALARDAN FOYDALANISH

Axborot-kommunikatsiya texnologiyalarining jadal rivojlanishi matematika ta'limiga ham yangicha yondashuvlarni olib kirdi. Matematika darslarida innovatsion texnologiyalardan foydalanish quyidagi imkoniyatlarni yaratadi:

Interfaol dasturlar va platformalar. Geo Gebra, Desmos, Wolfram Alpha kabi matematik dasturlar o‘quvchilarga murakkab matematik tushunchalarni vizual tarzda o‘rganish imkonini beradi. Masalan, funksiya grafiklarini chizish, geometrik shakllarni modellashtirish, tenglamalarni yechish jarayonini vizual kuzatish mumkin.

Masofaviy ta'lim texnologiyalari. Zoom, Google Meet, Microsoft Teams platformalari orq onlayn darslarni tashkil etish, elektron resurslardan foydalanish imkoniyati yaratiladi. Ayniqsa, bu texnologiyalar qo‘shimcha ta'lim va mustaqil ta'limni tashkil etishda muhim ahamiyatga ega.

Multimedia vositalari. Animatsiyalar, video darslar, interfaol taqdimotlar orqali mavzularni yanada tushunarli va qiziqarli tarzda bayon qilish mumkin. Bu, ayniqsa, murakkab geometrik tushunchalar va matematik modellarni tushuntirishda samarali.

MATEMATIK TAFAKKURNI RIVOJLANTIRISH USULLARI

Matematik tafakkur – bu mantiqiy fikrlash, abstraksiyalash, umumlashtirish, tahlil va sintez qilish qobiliyatlarining majmuidir. Matematik tafakkurni rivojlantirish uzoq muddatli va tizimli jarayon bo‘lib, u quyidagi usullar orqali amalga oshiriladi:

Mantiqiy masalalar va topshiriqlar. Mantiqiy fikrlashni rivojlantiruvchi masalalar, rebuslar, krossvordlar, boshqotirmalar o‘quvchilarning matematik qobiliyatlarini oshirishga xizmat qiladi. Bunday topshiriqlar darsning turli bosqichlarida qo‘llanilishi mumkin.

Nostandart masalalar yechish. Darslikdagi standart masalalardan tashqari, nostandart, bir necha usul bilan yechiladigan masalalarni taklif qilish o‘quvchilarning ijodiy tafakkurini rivojlantiradi. Masalan, bir masalani arifmetik, algebraik va geometrik usullar bilan yechishni topshirish.

Matematik o‘yinlar va musobaqalar "Kim chaqqon?", "Matematik estafeta", "Zakovat" kabi o‘yinlar, matematik kechalar va musobaqalar o‘quvchilarning fanga bo‘lgan qiziqishini oshiradi, ularning tezkor fikrlash qobiliyatini rivojlantiradi.

MUSTAQIL TA'LIMNI TASHKIL ETISH METODIKASI

Mustaqil ta'lim – o‘quvchilarning darsdan tashqari vaqtlarda mustaqil ravishda bilim olish faoliyatidir. Matematika fanida mustaqil ta'limni samarali tashkil etish quyidagi yo‘nalishlarni o‘z ichiga oladi:

Uy vazifalarini tizimli tashkil etish. Uy vazifalari nafaqat o‘tilgan mavzuni mustahkamlash, balki yangi mavzuga tayyorgarlik ko‘rish, qo‘shimcha adabiyotlar bilan ishlash, ijodiy topshiriqlarni bajarishga qaratilgan bo‘lishi kerak.

Loyiha ishlari. O‘quvchilarga matematikaning amaliy qo‘llanilishini ko‘rsatadigan loyiha ishlarini bajarish topshiriladi. Masalan, "Uy byudjetini rejalashtirishda matematik hisob-kitoblar", "Maktab hovlisining geometrik modellashtirilishi" kabi loyihalar.

Elektron resurslardan foydalanish. O‘quvchilarga tavsiya etiladigan elektron kutubxonalar, ta'limiy portallar, video darsliklar ro‘yxatini tuzish va ulardan foydalanishni nazorat qilish.

MATEMATIKA DARSLARINI SAMARADORLIGINI OSHIRISH YO‘LLARI VA NATIJALAR BAHOLASH

Matematika darslarining samaradorligini oshirish uchun quyidagi omillarga e'tibor qaratish lozim:

Differensial yondashuv. Sinfdagi o‘quvchilarning bilim darajasi, qobiliyati va qiziqishlariga qarab, ularga tabaqalashtirilgan topshiriqlar berish. Kuchli o‘quvchilarga murakkabroq, qiyinchilikka uchrayotgan o‘quvchilarga esa soddaroq topshiriqlar tayyorlash.

Fanlararo aloqadorlik. Matematikani boshqa fanlar – fizika, kimyo, informatika, iqtisodiyot bilan bog‘lab o‘rganish. Bu matematik bilimlarning amaliy ahamiyatini ko‘rsatishga yordam beradi.

Baholashning zamonaviy usullari. O‘quvchilarning bilimlarini baholashda nafaqat yozma va og‘zaki nazorat, balki testlar, reyting tizimi, portfoliolar, kuzatish va o‘z-o‘zini baholash

usullaridan foydalanish. Baholash natijalari asosida o‘quvchilarning bilim darajasi tahlil qilinadi va keyingi darslar rejalashtiriladi.

Xulosa

Matematika fanini o‘qitish metodikasi doimiy takomillashtirib borilishi lozim bo‘lgan dinamik jarayondir. Jamiyatning texnologik va ijtimoiy rivojlanishi bilan birga o‘quvchilarning bilimga bo‘lgan ehtiyoji, qabul qilish uslubi va fikrlash tarzi ham o‘zgarib boradi. Shu sababli, an’anaviy o‘qitish usullarini zamonaviy axborot texnologiyalari, interfaol va innovatsion metodlar bilan uyg‘unlashtirish matematika ta’limi sifatini oshirishning asosiy omili hisoblanadi.

Kompetensiyaviy yondashuv, ya’ni o‘quvchilarda nafaqat bilim, balki bu bilimlarni hayotiy vaziyatlarda qo‘llay olish, muammolarni tahlil qilish va mantiqiy xulosa chiqarish ko‘nikmalarini shakllantirish, matematik savodxonlikning asosini tashkil etadi. Bunda o‘qituvchining roli alohida ahamiyatga ega: uning ijodiy yondashuvi, pedagogik mahorati, o‘z ustida doimiy izlanishi va yangilikka ochiqligi matematika darslarining samaradorligini ta’minlaydi. O‘qituvchi nafaqat bilim beruvchi, balki o‘quvchini izlanishga, mustaqil fikrlashga va ijodiy qarashlarga undovchi murabbiy sifatida faoliyat yuritishi kerak.

Bundan tashqari, matematika ta’limida differensial va individual yondashuv, loyiha asosida o‘qitish, masalaviy ta’lim va o‘yin texnologiyalaridan foydalanish o‘quvchilarning fan qiziqishini oshiradi. Axborot texnologiyalari (interaktiv doskalar, onlayn simulyatorlar, ta’limiy platformalar, sun’iy intellekt vositalari) esa o‘qitish jarayonini vizual, qulay va shaxsiylashtirilgan tarzda tashkil etish imkonini beradi.

Shunday qilib, matematika ta’limi sifatini oshirish uchun metodik, texnologik va psixologik-pedagogik omillarni uyg‘unlashtirish, o‘qituvchining kasbiy rivojlanishini tizimli qo‘llab-quvvatlash va o‘quvchilarning faol ishtirokiga asoslangan muhit yaratish dolzarb vazifa hisoblanadi. Faqat shundagina matematika fani o‘quvchilar uchun mavhum formulalar majmuasi emas, balki hayotiy muammolarni hal qilishning qudratli vositasi sifatida namoyon bo‘ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Azizzo‘jayeva N.N. Pedagogik texnologiya va pedagogik mahorat. – T.: TDPU, 2020.
2. Jo‘rayev R.H. Matematika o‘qitish metodikasi. – T.: "Fan va texnologiya", 2019.
3. Tolipov O‘.Q., Usmonboyeva M. Pedagogik texnologiyalarning tatbiqiy asoslari. – T.: 2018.
4. Ishmuhamedov R., Abduqodirov A., Pardayev A. Ta’limda innovatsion texnologiyalar. – T.: "Iste’dod", 2019.
5. Hasanboyev J. va boshqalar. Pedagogika. – T.: "Nashr", 2022.

GEOMETRIYADAN KOMPETENSIYALARNI ANIQLASHTIRISH

Sharipova M.N.

NDU magistr

Maqolada geometriyadan aniq mavzular bo‘yicha kompetensiyalarni tavsiflash, ularni shakllantirishda foydalaniladigan masalalar tizimi bayon qilingan.

Kalit so‘zlar: matematika, matematik kompetensiya, faoliyat usuli, masalalar tizimi.

В статье описаны компетенции по конкретным темам геометрии и изложена система задач, используемых для их формирования.

Ключевые слова: математика, математическая компетентность, деятельностный подход, система задач.

The article describes competencies for specific geometry topics and outlines a system of problems used for their formation.

Keywords: mathematics, mathematical competence, activity-based approach, task system.

Oliy ta’limda matematikani o‘qitishda kompetensiyaviy yondashuvga bag‘ishlangan ishlar tahlili bu ishlarni ikki guruhga ajratishga imkon beradi [2].

Matematik kompetensiya va kompetenlik tushunchalariga turlicha ta'riflar berilgan, masalan V.A.Shershnevaning [3] fikriga ko‘ra matematik kompetentlik bu talabaning fundamental matematik bilimlari, ko‘nikma va malakalari, hamda bularni kasbiy faoliyatda qo‘llashga bo‘lgan talabaning qobiliyati va tayyorgarligi (istagi) majmuasidan iborat.

A.J.Jafyarov [4] fikriga ko‘ra kompetensiya - bu insoniyat faoliyatining ma'lum sohasidagi faoliyatning nomi, uning mohiyati shundan iboratki, insoniyat ushbu faoliyat sohasidagi aniq muammolarni hal qilishga tayyor bo‘lishi kerak. Kompetentlik esa insonning shu kompetensiyalarni egallaganlik darajasini ifodalaydi.

Ushbu tadqiqotda har bir mavzu bo‘yicha matematik kompetensiya deganda, shu mavzuga xos matematik faoliyat nomini va unga mos bilim, ko‘nikma va malakalarni o‘zlashtirishga bo‘lgan talabni, talabaning matematik kompetentligi deganda talabaning shu kompetensiya egallaganlik darajasini tushunamiz.

Bu holda har bir mavzu bo‘yicha matematik kompetensiyani tavsiflash shu mavzuga xos bo‘lgan asosiy masalalarni yechish bo‘yicha faoliyat usullarini aniqlash hamda shu masalalar bilan bog‘liq bilimlarni tavsiflashga keltiriladi.

Ushbu maqolada “Amaliy matematika ta‘lim bakalavriat yo‘nalishi” bakalavriat ta'lim yo‘nalishi geometriya fani dasturiga mos “Tekislikda to‘g‘ri chiziq turli tenglamalari. To‘g‘ri chiziqlarning o‘zaro joylashishi” mavzusiga mos kompetensiyalarni tavsiflaymiz.

Bu mavzuga mos asosiy masalalar quyidagilardan iborat: 1) To‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasi doir masalalar (boshqa ko‘rinishdagi tenglamalarini tuzish; normal vektorini yozish; yo‘naltiruvchi vektorini yozish); 2) Berilgan $M_1(x_1;y_1)$ nuqta orqali o‘tib, berilgan $\vec{n}(A,B)$ vektorga perpendikulyar bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzish; 3) Berilgan $M_1(x_1;y_1)$ va $M_2(x_2;y_2)$ ikki nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzish; 4) Berilgan ikki to‘g‘ri chiziqlarning o‘zaro joylashishini aniqlash; 6) Ikki to‘g‘ri chiziq orasidagi burchakni topish.

Bu masalalarga bog‘liq bo‘lgan asosiy tushunchalar quyidagilardan iborat: to‘g‘ri chiziq, belgilanishi, to‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasi, ikki nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi, to‘g‘ri chiziqning koordinata o‘qlarida ajratgan kesmalar bo‘yicha tenglamasi, ikki to‘g‘ri chiziq orasidagi burchak, to‘g‘ri chiziqlarning o‘zaro joylashishi. To‘g‘ri chiziqning normal vektori, to‘g‘ri chiziqning yonaltiruvchi vektori, to‘g‘ri chiziqning normal tenglamasi.

Asosiy masalalarni yechish bo‘yicha faoliyat kompetensiyalarni, bu faoliyatni amalga oshirishdagi harakatlar ketma-ketligi - faoliyat usullari o‘qituvchiga talabalarda kompetensiyalarni shakllantirish metod va vositalarini aniqlashga yordam beradi, faoliyat usullari talaba uchun tayyor harakatning mo‘ljalli asosi, ya'ni masalani yechish uchun yo‘riqnoma vazifasini bajaradi.

Masalan $M_1(x_1;y_1)$ nuqta orqali o‘tib, berilgan $\vec{n}(A,B)$ vektorga perpendikulyar bo‘lgan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi bo‘yicha faoliyat usuli quyidagicha:

1) Berilgan $M_1(x_1;y_1)$ nuqta orqali o‘tib, berilgan $\vec{n}(A,B)$ vektorga perpendikulyar bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi tuzish bo‘yicha faoliyat usuli**:**

1) $A(x-x_0)+B(y-y_0)=0$ tenglamani tuzish;

2) tenglamani chap tomonini soddalashtirish;

3) javobni yozish.

Qaralayotgan mavzuga mos kompetensiyalarni bilish, ko‘nikmaga ega bo‘lish, boshqa masalaga ko‘chirish kategoriyalari yordamida quyidagicha shakllantirish mumkin:

Talaba mavzuni o‘zlashtirish natijasida mavzuga oid asosiy masalalarni yechish bo‘yicha faoliyat usullarini yangi masalalarni yechish uchun moslashtiradi, ko‘chiradi.

Talaba mavzuni o‘zlashtirish natijasida quyidagi asosiy masalalarni yechish ko‘nikmasiga ega bo‘ladi:

1) To‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasidan foydalanib, uning normal vektorini, yo‘naltiruvchi vektorini, burchak koeffitsiyentini aniqlashni; 2) Berilgan $M_1(x_1;y_1)$ nuqta orqali

o‘tib, berilgan $\vec{n}$ vektorga perpendikulyar bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi tuzishni 3) Berilgan $M_1(x_1;y_1)$ nuqta orqali o‘tib, berilgan $\vec{p}$ vektorga yo‘nalishdosh bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi tuzishni; $M_1(x_1;y_1)$ va $M_2(x_2;y_2)$ ikki nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzishni.

Bu kompetensiyalarni shakllantirishda yordamchi, bazis, mashq va rivojlantiruvchi masalalardan iborat masalalar tizimidan foydalanish maqsadga muvofiq bo‘ladi [1].

Yordamchi masalalar, qaraladigan masalalar turini hal qilish uchun zarur bo‘lgan talaba leksikonini dolzarblashtirishga xizmat qiladi, shuningdek ularni hal qilishning umumlashgan usullarini o‘rganish uchun motivatsiyani shakllantirishni ta’minlaydi. Bazis masalalar mashg‘ulot davomida talabalar bilan birgalikda asosiy masalalarni yechish bo‘yicha faoliyat usullarini shakllantirishga xizmat qiladi. Mashq masalalari standart tipdagi muayyan masalalarni hal qilishda faoliyat usullarini qo‘llash va uni talabalar tomonidan o‘zlashtirishini ta‘minlashga mo‘ljallangan bo‘lib, ta’lim standartini ta’minlashga xizmat qiladi. Rivojlantiruvchi masalalar esa shakllangan kompetensiyalarni nostandart matematik masalalarni, amaliy (kasbiy) masalalarni yechishda yechishda qo‘llash, o‘zgartirishga yo‘naltirilgan [2].

Bu masalalar tizimi tabaqalashgan ta’limni amalga oshirishga, ta’lim shaffofligini ta’minlashga imkon beradi.

Geometriyaning aniq mavzulari bo‘yicha kompetensiyalarni shakllantirish o‘qituvchi va talabaning ta’lim jarayonidagi faoliyatini aniqlashtirish, ta’lim metodlari va vositalarini tanlash hamda tabaqalashgan ta’limni amalga oshirish evaziga ta’lim sifatini oshirishga xizmat qiladi.

ADABIYOTLAR

1. Тургунбаев Р.М. Математик анализ фанининг ўқув тезаурусини шакллантириш ва унинг аҳамияти // Муғаллим ҳәм үзликсиз билимлендириў 2021 №1. 127-132б.
2. Qushmurotov U.I. Oliy matematikadan kompetensiyalarni aniqlash metodikasi haqida // Fizika, Matematika Va Informatika Ilmiy-Uslubiy Jurnal 2024 №5. -B. 167-172.
3. Шершнева В.А. Формирование математической компетентности студентов инженерного вуза на основе полипарадигмального подхода. Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора педагогических наук. Красноярск - 2011. 45 с.
4. Жафяров А.Ж. Реализация технологии внедрения компетентностного подхода в школьном курсе математики // Вестник Новосибирского государственного педагогического университета. - 2017.- том 7. №2. -С. 71-84.

CHIZIQLI TENGLAMALAR SISTEMASINI O‘QITISHDA PEDAGOGIK YONDASHUVLAR VA INNOVATSIYALAR

Shodiyev Sh.Sh.

Navoiy davlat universiteti, matematika kafedrasi katta o‘qituvchisi

Kalit so‘zlar: chiziqli tenglamalar sistemasi, Maple, psixologik muammolar, ko‘p representatsiyali yondashuv, teskari fikrlash, parametrli masalalar, kognitiv yuklama, vizualizatsiya.

Chiziqli tenglamalar sistemasi (ChTS) oliy matematika kursining fundamental mavzularidan biri bo‘lib, u kelgusida matritsalar nazariyasi, vektorlar fazosi, chiziqli operatorlar kabi murakkab tushunchalarni o‘zlashtirish uchun asos yaratadi. Biroq, ushbu mavzuni o‘qitishda o‘quvchilar va talabalar ko‘plab psixologik va kognitiv qiyinchiliklarga duch kelishadi. Xususan, mavhum algebraik tushunchalarni fazoviy tasavvur bilan bog‘lashdagi qiyinchiliklar, ko‘p o‘lchovli fazoni idrok etishdagi muammolar va hisoblashlarning murakkabligi asosiy to‘siqlar hisoblanadi.

So‘nggi yillarda kompyuter algebra tizimlarining ta’lim jarayoniga integratsiyasi ushbu muammolarni bartaraf etishning samarali vositasi sifatida namoyon bo‘lmoqda. Maple dasturi o‘zining kuchli analitik hisoblash, grafik vizualizatsiya va simvolli o‘zgartirish imkoniyatlari bilan matematik ta’limda alohida o‘rin tutadi. Shu maqsadda Maple dasturi asosida ChTSni o‘qitishdagi

psixologik muammolarni tizimli tahlil qilish, zamonaviy metodlarni o‘rganish va innovatsion yondashuvlarning samaradorligini baholash masalasini qarab chiqamiz.

Chiziqli tenglamalar sistemasini an’anaviy usulda o‘qitishda talabalar bir qator psixologik to‘siqlarga duch keladi. Birinchidan, ikki va uch o‘zgaruvchili tizimlarni geometrik talqin qilish (to‘g‘ri chiziqlar va tekisliklarning o‘zaro kesishishi) ko‘plab talabalar uchun mavhum bo‘lib qoladi. Ikkinchidan, Gauss usuli, Kramer usuli va matritsa usuli kabi turli yechim metodlari o‘rtasidagi bog‘liqlikni tushunish qiyinchilik tug‘diradi. Uchinchidan, parametrli tizimlarni yechishda umumiy yechimni topish va parametrning turli qiymatlarida tizim xususiyatlarini tahlil qilish alohida murakkablikni keltirib chiqaradi.

Maple dasturi o‘zining interaktiv muhiti bilan an’anaviy o‘qitishdagi ko‘plab psixologik to‘siqlarni bartaraf etish imkoniyatiga ega. Maple yordamida tuzilgan ko‘p qirrali tasvirlar talabalarning bir xil matematik ob’ektlarning turli ko‘rinishlari orasidagi munosabatlarni o‘rnatish qobiliyatiga ijobiy ta’sir ko‘rsatadi.

Xususan, Maple quyidagi psixologik imkoniyatlarni taqdim etadi:

- Vizualizatsiya: Chiziqli tizimlarning geometrik interpretatsiyasini 2D va 3D formatda ko‘rsatish;

- Interaktivlik: Parametrlarni real vaqt rejimida o‘zgartirish va natijalarni kuzatish;

- Avtomatlashtirish: Murakkab hisoblashlarni avtomatik bajarish, bu esa talabalarning diqqatini mexanik hisoblashlardan konseptual tushunchaga qaratish imkonini beradi ;

- Sinov va xato imkoniyati: Turli yechim strategiyalarini tez va xavfsiz sinab ko‘rish.

Shuningdek, ChTSni o‘qitishda uch xil tasvir shaklini qo‘llash mumkin. Bular: algebraik (tenglamalar sistemasi), matritsaviy (kengaytirilgan matritsa) va grafik (to‘g‘ri chiziqlar/tekisliklar). Maple muhitida ushbu uchala tasvir shakli o‘rtasida dinamik bog‘liqlik o‘rnatish mumkin.

Ushbu usul talabalarning quyidagi qobiliyatlarini rivojlantiradi:

1. Bir tasvir shaklidan ikkinchisiga o‘tish;

2. Turli tasvir shakllari o‘rtasidagi mantiqiy bog‘liqlikni tushunish;

3. Masalaning mohiyatini turli nuqtai nazardan tahlil qilish.

Maple dasturida `plot` va `plot3d` buyruqlari yordamida ikki va uch o‘lchovli tizimlarning grafik tasvirini yaratish, `with(LinearAlgebra)` paketi orqali matritsaviy amallarni bajarish va `solve` buyrug‘i yordamida algebraik yechimni topish mumkin. Ushbu uchala imkoniyatning birgalikda qo‘llanilishi talabalarning integral tushunchasini shakllantiradi.

Kushnir tomonidan taklif qilingan “teskari fikrlash” yoki “teskari masalalar” texnologiyasi matematik ta’limda yangicha yondashuvni ifodalaydi. Ushbu yondashuvga ko‘ra, talabalar oldindan belgilangan xususiyatlarga ega bo‘lgan matematik masalalarni (shu jumladan, parametrli chiziqli tenglamalar sistemalarini) konstruksiyalashni o‘rganadilar.

Ushbu texnologiyaning Maple muhitida amalga oshirilishi quyidagi afzalliklarga ega:

- Avtomatik variant yaratish: Maple bir xil turdagi masalalarning yetarlicha miqdordagi variantlarini avtomatik ravishda ishlab chiqarishi mumkin;

- Xatoliklarni minimallashtirish: Kompyuter muhitida konstruksiyalash “qo‘lda rejim”dagi texnik va hisoblash xatolarining oldini oladi;

- Integrativ o‘quv muhiti: Maple yangi integrativ o‘quv-informatsion muhitni yaratadi.

Kushnir ta’kidlaganidek, “teskari fikrlash” masalalarini yechish talabalarda fikrlash, tasavvur va boshqa yuqori psixik funksiyalarni rivojlantiradi. Parametrli masalalar esa nostandart yechimlarni talab qiladi va har bir bunday masala o‘zining alohida usuli va algoritmini talab qiladi, bu esa samarali o‘qitishni rag‘batlantiradi.

An’anaviy o‘qitishda talabalar ko‘pincha murakkab hisoblashlarning texnik detallariga “chalkashib” ketadi va asosiy konseptual tushunchani yo‘qotadi. Maple murakkab tenglamalarni soddalashtirdi va hisoblashlarda chalkashib ketishdan saqlaydi.

Maple quyidagi mexanizmlar orqali kognitiv yuklamani kamaytiradi:

- Rutin hisoblashlarni avtomatlashtirish;

- Xatoliklarni tez aniqlash va tuzatish imkoniyati;

- Vizual tasvirlar orqali mavhum tushunchalarni konkretlashtirish;
- Sinov va xato strategiyasini xavfsiz muhitda amalga oshirish.

Shuningdek, Maple bilan ishlash talabalarda metakognitiv ko‘nikmalarni - o‘z fikrlash jarayonini kuzatish, baholash va boshqarish qobiliyatini rivojlantiradi. Maple talabalarni xatolarni aniqlashga va keyin to‘g‘ri tuzatish protseduralariga amal qilishga o‘rgatdi, natijada o‘tgan ishlar ustida mulohaza yuritish va kelajakda shunga o‘xshash muammolardan qanday qochish kerakligini aniqlashni kuchaytirdi.

Chiziqli tenglamalar sistemasini Maple dasturi asosida o‘qitish bo‘yicha tahlillar quyidagi asosiy xulosalarga olib keladi:

1. Maple kompyuter algebra tizimlari an’anaviy o‘qitishdagi kognitiv yuklama, mavhum tushunchalarni vizualizatsiya qila olmaslik va hisoblash xatolari kabi asosiy psixologik muammolarni samarali hal qiladi.

2. Algebraik, matritsaviy va grafik tasvirlarning Maple muhitida integratsiyasi talabalarning integral tushunchasini shakllantiradi va bir xil matematik ob’ektlarning turli ko‘rinishlari orasidagi munosabatlarni o‘rnatish qobiliyatini rivojlantiradi.

3. Parametrli masalalarni Maple yordamida konstruksiyalash talabalarda yuqori darajali tafakkur, ijodkorlik va nostandart yechim topish ko‘nikmalarini rivojlantiradi.

ADABIYOTLAR

1. Kushnir, V. (2017). Technology of constructing of quadratic equations and systems of linear algebraic equations with parameters in a Maple-medium. Information Technologies in Education, (33), 007-024.

2. Mallet, D. G. (2007). Multiple Representations for Systems of Linear Equations via the Computer Algebra Systems Maple. International Electronic Journal of Mathematics Education, 2(1), 16-31.

3. Chiorescu, M., Samples, B., Mohr, D. (N.D.). Enhancing The Student Learning Experience With Maple. Maplesoft User Case Study. Georgia College And State University.

4. University of Rhode Island. (1999). Maple Worksheets for Linear Algebra I. NSF ILI Grant Project.

BERNULLI FORMULASI YORDAMIDA JARAYONLARNI EHTIMOLIY BAHOLASH VA TALABALARNING AMALIY MATEMATIK SAVODXONLIGINI OSHIRISH YO‘LLARI.

Shokirova D Sh.

Navoiy davlat universiteti, Matematika kafedrasi o‘qituvchisi

Sadikova D.A.

Navoiy davlat universiteti, Matematika kafedrasi o‘qituvchisi

Annotatsiya: Ushbu ilmiy tezisda ehtimollar nazariyasining fundamental asosi bo‘lgan Bernulli formulasi va uning zamonaviy stoxastik jarayonlarni modellashtirishdagi metodologik ahamiyati tadqiq etilgan. Maqolada oliy ta’lim tizimidagi dolzarb metodik muammolardan biri - nazariy bilimlar va amaliy tatbiq o‘rtasidagi uzilish tahlil qilinadi. Muallif tomonidan talabalarning amaliy matematik savodxonligini oshirish mexanizmi sifatida nazariy qoidalarni real iqtisodiy, ijtimoiy va texnologik jarayonlar bilan integratsiya qilish usullari taklif etilgan. Shuningdek, talabalarning mustaqil mutolaa va ilmiy izlanishlarini barqaror rivojlantirish orqali ularda nostandart vaziyatlarda ilmiy asoslangan qarorlar qabul qilish ko‘nikmasini shakllantirish masalalari yoritilgan. Tadqiqot natijalari bo‘lajak mutaxassislarning professional kompetentligini va intellektual raqobatbardoshligini oshirishda muhim amaliy ahamiyatga ega.

Kalit so‘zlar: Ehtimollar nazariyasi, Bernulli formulasi, matematik savodxonlik, stoxastik jarayonlar, amaliy matematika, kombinatorika, mustaqil ta'lim.

Bernulli formulasining ehtimoliy baholashdagi o‘rni:Bernulli formulasi o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan n ta tajribada ma'lum bir hodisaning aynan k marta ro‘y berish ehtimolini hisoblash imkonini beradi. U quyidagi ko‘rinishga ega:

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

Bu yerda:

- n - o‘tkazilgan tajribalar soni;
- k -hodisaning ro‘y berishlar soni;
- p - bitta tajribada hodisaning ro‘y berish ehtimoli;
- $q = 1 - p$ - bitta tajribada hodisaning ro‘y bermaslik ehtimoli;
- C_n^k - kombinatorikaning terma formulasi.

Ushbu formula yordamida ishlab chiqarishdagi brak mahsulotlar ulushini aniqlash, moliyaviy bozorlardagi xatarlarni baholash yoki logistika tizimlarida xizmat ko‘rsatish ehtimolliklarini hisoblash kabi murakkab stoxastik jarayonlarni aniq modellashtirish mumkin.

Talabalarga mavzuni tushuntirishda quyidagi real iqtisodiy-ishlab chiqarish masalasidan foydalanish maqsadga muvofiq:

Masala sharti**:** Katta zavodda ishlab chiqarilayotgan mahsulotlarning o‘rtacha 90 foiz qismi yuqori sifatli hisoblanadi. Agar tasodifiy ravishda 6 ta mahsulot tanlab olinsa, ularning aynan 4 tasi yuqori sifatli bo‘lish ehtimolini toping.

Ushbu masalani Bernulli sxemasi yordamida quyidagicha tahlil qilamiz:

Tajribalar soni: $n = 6$

Muvaffaqiyatli natijalar soni: $k = 4$

Bitta mahsulotning sifatli bo‘lish ehtimoli: $p = 0,9$

Mahsulotning sifatsiz bo‘lish ehtimoli: $q = 1 - 0,9 = 0,1$

Bernulli formulasiga ko‘ra:

$P_6(4) = C_6^4 (0,9)^4 (0,1)^{6-4}$

Avval C_6^4 kombinatsiyalar sonini hisoblaymiz:

$$C_6^4 = \frac{6!}{4!(6-4)!} = 15$$

Endi ehtimollikni hisoblaymiz:

$P_6(4) = 15 \cdot 0,6561 \cdot 0,01 = 0,098415$

Javob: Tanlangan 6 ta mahsulotdan 4 tasi sifatli bo‘lish ehtimoli taxminan $9,8$ foizga teng.

Ushbu masala orqali talabalarda quyidagi amaliy savodxonlik elementlarini rivojlantirish mumkin. Talaba har bir jarayonni Bernulli sxemasiga tushish-tushmasligini tahlil qilishni o‘rganadi.

Talabalarning amaliy matematik savodxonligini oshirish mexanizmlari. Talabalarning ilmiy salohiyatini oshirish faqatgina auditoriya mashg‘ulotlari bilan cheklanmaydi. Matematik tahlil va ehtimollar nazariyasi kabi murakkab yo‘nalishlarda talabalarning kutubxonalarda yoki qulay o‘quv muhitlarida har kuni bir necha soatlab olib boradigan barqaror, chuqur mutolaasi va nazariy izlanishlari o‘ta muhimdir. Biroq, bu nazariy bilimlar amaliyotga yo‘naltirilmasa, o‘zining to‘laqonli qiymatini yo‘qotadi.

Amaliy matematik savodxonlikni oshirish uchun quyidagi usullarni joriy etish maqsadga muvofiq:

- Real ma'lumotlar bilan ishlash: Masalalar shartini sun'iy raqamlardan iborat qilib emas, balki aniq bir korxona statistikasi, ob-havo ma'lumotlari yoki iqtisodiy ko‘rsatkichlar asosida tuzish.

- Loyihaviy ta'lim: Talabalarga kichik ilmiy maqolalar yoki loyihalar tayyorlashni vazifa qilib berish. Masalan, aniq bir ijtimoiy hodisani Bernulli sxemasiga tushirib, natijasini ilmiy tilda va qat'iy matematik dalillar bilan yozma ravishda asoslash.
- Fanlararo integratsiya: Bernulli formulasini o‘tish jarayonida uning genetika yoki IT xavfsizligi kabi sohalardagi tatbig‘ini ko‘rsatib berish.

Bernulli formulasi faqatgina ehtimolliklarni hisoblash vositasi emas, balki o‘zgaruvchan va noaniq jarayonlar ustidan mantiqiy xulosa chiqarishga o‘rgatuvchi qudratli tahlil instrumentidir. Muntazam o‘qish va nazariy qoidalarni chuqur o‘rganish amaliy hayotiy masalalarga tadbiq etilganda, talabalarning mantiqiy-tanqidiy fikrlashi rivojlanadi. Bu esa oliy ta'limning asosiy maqsadi bo‘lgan -nostandart vaziyatlarda to‘g‘ri va ilmiy asoslangan qarorlar qabul qila oladigan, matematik savodxonligi yuqori raqobatbardosh kadrlarni yetishtirishga xizmat qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI.

1.Gmurman, V. E. *Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika*. - Toshkent: "O‘qituvchi", 2005. (Ehtimollar nazariyasining fundamental nazariyasi va Bernulli formulasi tushuntirilgan klassik darslik).

2.Jumayev, M. E. (2020). *Oliy ta'limda matematika o‘qitish metodikasi va talabalar savodxonligi*. Toshkent: Ilm-Ziyo nashriyoti.

3.Rasulov A.S Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika.Tashkent 2006

4.Abdushukurov A.A Ehtimollar nazariyasi kursidan masalalar to‘plami Tashkent 2004

TO‘LA EHTIMOLLIK VA BAYES FORMULALARINI O‘QITISHDA MUAMMOLI TA'LIM TEXNOLOGIYASIDAN FOYDALANISH

Shokirova Durdona Shuxrat qizi

Navoiy davlat universiteti, Matematika kafedrasi o‘qituvchisi

Toshtemirova K. E.

Navoiy davlat universiteti, Matematika kafedrasi o‘qituvchisi

Esanova M.O.

NavDU talabasi

An‘anaviy ta‘lim tizimida matematika fanlari ko‘pincha "qoida-formula-misol" zanjiri asosida o‘qitiladi. Bu yondashuv talabalarda ma'lumotlarni yodlab olish ko‘nikmasini shakllantirsa-da, ularning ijodiy va mantiqiy fikrlashini cheklaydi. Ehtimollar nazariyasi, "To‘la ehtimollik va Bayes formulalari" mavzusi shunchaki quruq raqamlar emas, balki axborot va noaniqlik sharoitida to‘g‘ri qaror qabul qilish mexanizmidir.Ushbu mavzuni o‘qitishda muammoli ta‘lim texnologiyasidan foydalanish dars jarayonini butunlay o‘zgartiradi. Muammoli ta'lim texnologiyasining asosiy mohiyati - talabaga tayyor bilimlarni bermasdan, avval uning oldiga yechimini topish muhim bo‘lgan muammoli vaziyatni qo‘yishdir. Talaba muammoni hal qilish jarayonida yangi bilimlarni mustaqil "kashf etadi".

*Dars jarayonida muammoli vaziyatni shakllantirish:*Darsni to‘g‘ridan-to‘g‘ri formulalarni yozishdan boshlash o‘rniga, o‘qituvchi auditoriyada "kognitiv ziddiyat" hosil qiluvchi muammo tashlaydi.

*Muammoli masala :*Zavodda uchta yirik dastgoh (A,B,C) bir xil turdagi detallar ishlab chiqaradi. Zavodning umumiy mahsulotining 50 foizi qismini A dastgoh, 30 foiz qismini B dastgoh, qolgan 20 foiz qismini esa C dastgoh tayyorlaydi.Sifat nazorati bo‘limining ma‘lumotlariga ko‘ra, A dastgohning 1 foizi , B dastgohning 2 foizi va C dastgohning 5 foiz mahsuloti yaroqsiz chiqadi.

Muammo: Sifat nazoratchisi ombordagi tayyor mahsulotlar orasidan tavakkaliga bitta detalni oldi va uni tekshirganda detal yaroqsiz bo‘lib chiqdi. Ushbu yaroqsiz detal aynan qaysi dastgohda ishlab chiqarilgan bo‘lishi ehtimoli eng yuqori? Kimni javobgarlikka tortish yoki qaysi dastgohni ta‘mirlash kerak?

*Talabalarning izlanishi va gipotezalar tahlili:*Muammo o‘rtaga tashlangach, talabalar o‘z intuitsiyalariga tayanib turli xil javoblar berishni boshlaydilar. Ko‘pchilik talabalar "C dastgoh eng ko‘p xato qiladi , demak yaroqsiz detal shu dastgohdan chiqqan" degan xato xulosaga kelishadi. Ba‘zilar esa "A dastgoh eng ko‘p mahsulot ishlab chiqaradi , demak xato ham unga tegishli" deyishi mumkin.Shu o‘rinda o‘qituvchi talabalarni aniq matematik isbotga yo‘naltiradi: "Bu tortishuvni adolatli hal qilish uchun bizga aniq matematik isbot va tahlil kerak. Keling, buni bosqichma-bosqich hisoblab chiqamiz."

Muammoni matematik modellashtirish

1-bosqich: Gipotezalar va ularning ehtimolliklari

Bizda 3 ta taxmin mavjud:

H_1 - detal A dastgohda yasalgan: $P(H_1) = 0.50$

H_2 - detal B dastgohda yasalgan: $P(H_2) = 0.30$

H_3 - detal C dastgohda yasalgan: $P(H_3) = 0.20$

2-bosqich: To‘la ehtimollikni hisoblash

A hodisa - "tanlangan detalning yaroqsiz chiqishi". Har bir dastgoh uchun shartli ehtimolliklar:

$$P(A \mid H_1) = 0.01 \qquad P(A \mid H_2) = 0.02 \qquad P(A \mid H_3) = 0.05$$

O‘qituvchi talabalarga yuzlanadi: *"Umuman sifatida, zavoddan bitta yaroqsiz detal chiqishining umumiyligi qancha?"* Talabalar qismlarni qo‘shishni anglab yetadilar va o‘qituvchi To‘la ehtimollik formulasini taqdim etadi:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H) P(A \mid H)$$

Hisoblash:

$P(A) = (0.50 \cdot 0.01) + (0.30 \cdot 0.02) + (0.20 \cdot 0.05) = 0.005 + 0.006 + 0.010 = 0.021$ Demak, zavodning umumiy yaroqsiz mahsuloti 2.1 foizini tashkil qiladi.

3-bosqich: Muammoning yechimi

Endi asosiy savolga qaytamiz: Detal yaroqsiz ekani aniq bo‘ldi. Bu fakt dastlabki gipotezalarimizni qanday o‘zgartiradi? Shu joyda *Bayes formulasi*

$$P(H_k \mid A) = \frac{P(H_k) P(A \mid H_k)}{P(A)}$$

Talabalar har bir dastgohning "aybdorlik darajasi"ni hisoblab chiqadilar

A dastgoh: $P(H_1 \mid A) = 0.005 / 0.021 \approx 0.238$

B dastgoh: $P(H_2 \mid A) = 0.006 / 0.021 \approx 0.286$

C dastgoh: $P(H_3 \mid A) = 0.010 / 0.021 \approx 0.476$

Muammoning tahlili: Raqamlar shuni ko‘rsatadiki, eng katta ehtimollik baribir C dastgohga tegishli ekan 47.6 foiz, A dastgoh eng kam xato qilsa ham 1 foiz, uning ishlab chiqarish hajmi kattaligi tufayli "aybdor" bo‘lishi mumkinligi 23.8 foizgacha ko‘tarildi.

Bayes teoremasi shunday P va H harflaridan iborat tenglama emas; u -asosida inson o‘z fikrini qanday mantiqan to‘g‘ri yangilashi o‘rgatuvchi tafakkur vositasidir. Uni muammoli yo‘l orqali amalga oshirish strategiyasining eng to‘g‘ri yo‘nalishi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Mahmudmirzayev, M. va boshq. “Oliy pedagogik matematika texnologiyasi”. Toshkent, 2020 yil.
2. Rasulov A.S Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika.Tashkent 2006
3. Abdushukurov A.A Ehtimollar nazariyasi kursidan masalalar to‘plami Tashkent 2004

VEKTORLAR MAVZUSINI O‘QITISHDA MATEMATIK KOMPETENSIYALARNI SHAKLLANTIRISH METODIKASI

Shuxratova M.D.

Navoiy viloyati Navoiy shaxar Navoiy davlat universiteti 1-kurs magistr talabasi

Maqolada matematikadan aniq mavzular bo‘yicha kompetensiyalarni tavsiflash, ularni shakllantirishda foydalaniladigan masalalar tizimi bayon qilingan.

Kalit so‘zlar: matematika, matematik kompetensiya, faoliyat usuli, vektorlar, masalalar majmuasi, vektor ko‘paytma, aralash ko‘paytma.

В статье описана система задач, используемых при описании компетенций по конкретным темам высшей математики и их формировании.

Ключевые слова: математика, математическая компетентность, деятельностный подход, векторы, сборник задач, векторное произведение, смешанное произведение.

The article describes a system of problems used to describe competencies in specific topics of higher mathematics and their formation.

Keywords: mathematics, mathematical competence, activity-based approach, vectors, collection of problems, vector product, mixed product.

Respublikamizda oliy ta’lim tizimini rivojlantirish va uning samaradorligini oshirish, ayniqsa raqobatbardosh kadrlarni tayyorlash muhim vazifalardan biridir. Bu borada ilg‘or xorijiy tajribalarni o‘rganish, ularning nazariy asoslarini tahlil qilish hamda ularni mamlakatimiz sharoitiga moslashtirish asosida zamonaviy ta’lim texnologiyalarini ishlab chiqish va amaliyotga joriy etish zarur hisoblanadi. [1,2] manbalarda oliy ta’lim muassasalari talabalarining matematik kompetensiyalarini tezaurusli yondashuv asosida aniqlash mumkinligi ilmiy jihatdan asoslab berilgan.

Ushbu maqolada “Vektorlarning vektor, aralash ko‘paytmalari.” mavzusi misolida tezaurusli yondashuvga asoslangan o‘qitish metodikasida foydalaniladigan ba’zi masalalarni bayon qilamiz.

Qaralayotgan mavzu bo‘yicha matematik kompetensiyalar quyidagilardan iborat:

a) talaba biladi va tushunadi:

1. Asosiy tushunchalar: vektor, vektorning belgilanishi, ikki vektor orasidagi burchak, ikki vektorning ko‘paymasi, vektorlarning aralash ko‘paytmasi.

Asosiy masalalar: 1) Vektorlarning vektor ko‘paytmasi yozish); 2) Vektorlaning aralash ko‘paytmasini yozish; 3) Ikki vektor orasidagi burchakni topish.

talaba asosiy masalalarni yechishni uddalaydi.

Buning uchun talaba asosiy masalani yechish bo‘yicha quyidagi faoliyat usullarini o‘zlashtirishi lozim:

$\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar koordinatalari bilan berilgan vektorlarning vektor ko‘paytmasi bo‘yicha faoliyat usuli quyidagicha:

1) $\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}$; $\vec{b}=b_x\vec{i}+b_y\vec{j}+b_z\vec{k}$ vektorlar berilgan bo‘lsin;

2) $\left[\vec{a}\vec{b}\right]=\left(a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}\right)\left(b_x\vec{i}+b_y\vec{j}+b_z\vec{k}\right)$ qavsni ochish;

3) $\left(a_yb_z-a_zb_y\right)\vec{i}+\left(a_xb_z-a_zb_x\right)\vec{j}+\left(a_xb_y-a_yb_x\right)\vec{k}$ soddalashtirish;

4) $\begin{vmatrix}a_y & a_z\\ b_y & b_z\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}a_x & a_z\\ b_x & b_z\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}a_x & a_y\\ b_x & b_y\end{vmatrix}\vec{k}$;

5) javobni yozish $\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\end{vmatrix}$; yoki $\left[\vec{a}\vec{b}\right]=\left\{\begin{vmatrix}a_y & a_z\\ b_y & b_z\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_x & a_z\\ b_x & b_z\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_x & a_y\\ b_x & b_y\end{vmatrix}\right\}$

Yuqorida aytilgan asosiy tushunchalar va faoliyat usullari ma’ruza mashg‘ulotida bayon qilinadi, kompetensiyalarni shakllantirish amaliy mashg‘ulotlarda davom ettiriladi. Amaliy

mashg‘ulotlarda talabalarning asosiy tushunchalarni tushunib o‘zlashtirganligini tekshirish maqsadida quyidagi yordamchi masalalardan namunalar keltiramiz:

1. $\vec{a}(2,1,0)$, $\vec{b}(1,3,2)$,$\vec{c}(0,2,4)$ vektorlar berilgan.

a) $\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)$ vektor ko‘paymaning koordinatalarini toping.

b) $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarga qurilgan uchburchak, parallellogram yuzini toping.

c) $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ qurilgan parallelopepid hajmini toping.

2. $\blacklozenge ABC$ ning tomonlari $\overrightarrow{AB}=\{-3,-2,6\}$ va $\overrightarrow{BC}=\{-2,4,-4\}$ vektorlardan iborat. AD balandlikning uzunligini toping

Shunday qilib, o‘quv jarayonida yordamchi masalalar asosiy tushunchalarni tushunib o‘zlashtirishga, tayanch masalalar asosiy masalalarni yechish va uni mustahkamlashga, rivojlantiruvchi masalalar esa ta’limning rivojlantiruvchi va kasbga yo‘nalganlik tamoyillarini amalga oshirishga xizmat qiladi.

ADABIYOTLAR

1. Turgunbayev R.M., Kushmurotov U.I. Thesaurus approach: on the formation of mathematical competence and competence of future engineers. Current research journal of pedagogics (2767-3278), 2(07), 26–33p.

2. Turgunbayev R.M., Qushmurotov U.I. Texnika oliy ta’lim muassasalarida oliy matematikadan kompetensiyalarni aniqlashga tezaurusli yondashuv. “NamDU ilmiy axborotnomasi”. 2021-yil. №11 son. 476-481 betlar.

3. Тургунбаев Р.М. Математик анализ фанининг ўқув тезаурусини шакллантириш ва унинг аҳамияти // Муғаллим ҳәм үзликсиз билимлендириў 2021 №1. 127-132б.

4. Xurramov Sh.R. Oliy matematika (masalalar to‘plami nazorat topshiriqlari). Oliy ta’lim muassasalari uchun. O‘quv qo‘llanma. 1-qism. – T.: «Fan va texnologiya», 2015-yil, 408 bet.

TABIIY FANLARNI O‘QITISHDA ZAMONAVIY YONDASHUV

[1]TILLAYEVA Z.Y, [2]ASADULLAYEV N.R

[1]TDTU 3-son akademik litsey o‘qituvchisi, b.f.n

[2]TIIU psixologiya o‘qituvchisi, assistant

Annotatsiya: Tabiiy fanlarni o‘qitishda interfaol usullardan foydalanish ta’lim sifatini oshirishga yordam beradi. Maqolada sezgi organlari mavzusi bo‘yicha bir nechta interfaol usullar tavsiya qilingan bo‘lib, o‘qituvchi o‘quvchilarning yoshi va qiziqishiga ko‘ra topshiriqlarni soddalashtirishi yoki murakkablashtirishi mumkin.

Kalit so‘zlar: Tabiiy fan, sezgi organlari, interfaol metod

Darslarda zamonaviy pedtexnologiyalardan foydalanish o‘quvchilarning diqqatini jalb etishda, o‘yin orqali bilimni o‘zlashtirishda muhim ahamiyatga ega. Chunki hozirgi kunda gadjetlardan erkin foydalanadigan zamonaviy o‘quvchilarning diqqatini jalb etish o‘qituvchilar uchun qiyinchilik tug‘diradi. Agar darslar qiziqarli o‘yin ko‘rinishida tashkil etilsa va musobaqa ko‘rinishida rag‘batlantirilsa, dars jarayoni orqali o‘quvchilarni fanga olib kirish mumkin.

Ma’lumki tabiiy fanlarni o‘qitish sezgi organlarini tanishtirish bilan boshlanadi. Quyida shu mavzuga oid tavsiyalarni berib o‘tamiz.

O‘qituvchi o‘quvchilarga quyidagi savollar bilan murojaat qiladi.

- Qanday sezgi organlarini bilasiz?
- Biz bilim olishimiz va atrofni o‘rganishimiz uchun sezgi organlarimiz qanday ahamiyatga ega?

1. Sezgi organlariga beshta organ: teri – his qilish organi; quloq – eshitish organi; burun – hid bilish organi; til – ta’m bilish organi; ko‘z – ko‘rish organi kiradi.



2. Biz sezgi organlarimiz yordamida tashqi dunyodan ma’lumot qabul qilamiz. Aqlimiz yordamida ma’lumotlarni taqqoslab, to‘g‘ri qaror qabul qilishimiz mumkin.

O‘quvchilarning fikrlari eshitilgach, quyidagicha savol beriladi:

- Bizning nafas olishimiz, harakatlanishimiz va o‘ylashimiz uchun qaysi organlar javob beradi?

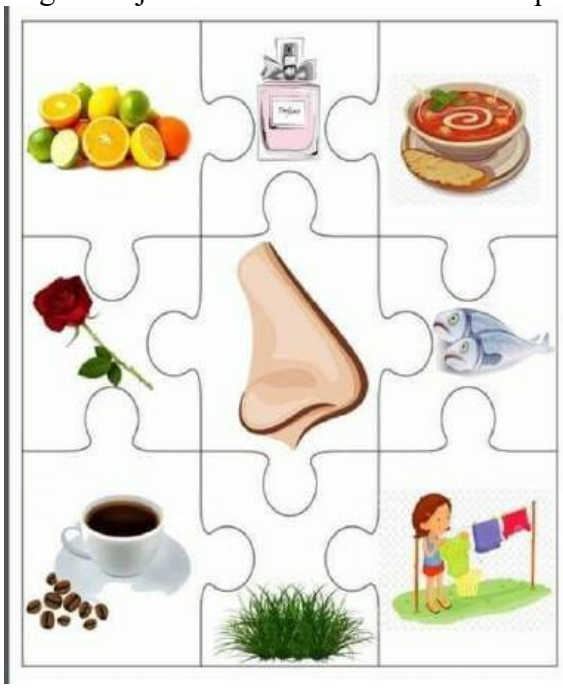
Odam nafas olishini o‘pka ta’minlab beradi. Nafas olganimizda o‘pkamizga havo kiradi. Barcha tirik organizmlar kislorod yordamida nafas oladi. Tomirlarda qon aylanishini yurak amalga oshiradi. Miyamiz esa kompyuter singari olingan ma’lumotlarni tahlil qiladi va to‘g‘ri qaror chiqarishimizga yordam beradi.

O‘quvchilar kichik guruhlarga bo‘linadi va ularga sezgi organlari tasvirlangan pazll beriladi. Rasmni yig‘ish asosida o‘quvchilar qaysi sezgi organlari qanday vazifa bajarishini bilib oladilar va savollarga javob beradilar.

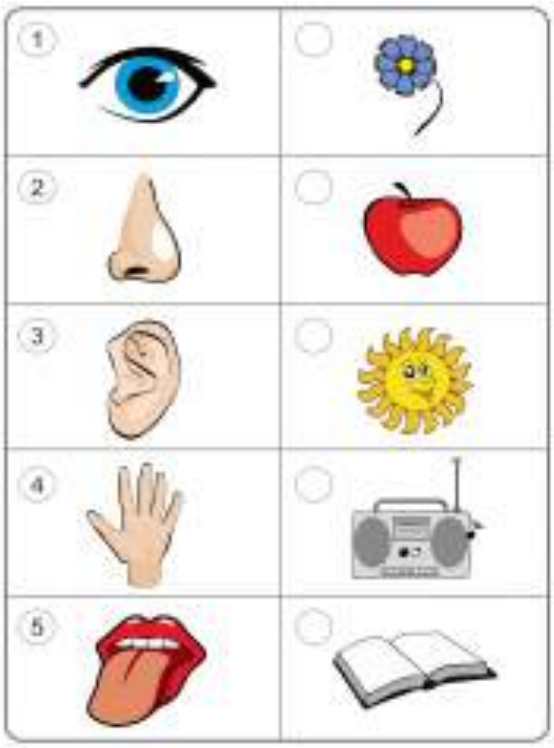
1. Rasmda qaysi sezgi organsi tasvirlangan?
2. Rasmdagi sezgi organsi yordamida nimalarni sezish mumkin?
3. Sezgi organlari bizga nima uchun kerak?



Munozarada gapirish va tinglash, kundalik hayotda sezgi organlari va ulardan foydalanish bo‘yicha ilmiy xabardorlik kompetensiyalari shakllanadi. Beshta sezgi organsiga oid pazllar kichik guruhlar tomonidan yig‘ilib, birinchi bo‘lgan o‘quvchilar guruhi birinchi javob beradi. Har bir to‘g‘ri javob ballar bilan taqdirlanadi.



Kichik guruhlarga sezgi organlariga oid quyidagicha tarqatma materiallar tarqatiladi. O‘qituvchi guruhlarga zarur ko‘rsatmalarni beradi: Birinchi topshiriqda sezgi organlariga mos sonlarni ikkinchi ustundagi rasmga moslab raqamlash topshirig‘i berilgan. Ikkinchi topshiriqda har bir qatorga mos ravishda qaysi organ ishtirok etishini yoki ishtirok etmasligini aniqlaydi.





Keyingi bosqichda kichik guruhlarda quyidagicha tadqiqot o‘tkaziladi:

- Turli meva va sabzavotlarni qutiga solib, o‘quvchining ko‘zi bog‘lanadi va u qo‘li bilan paypaslab nomini aytadi.
- Ko‘zi bog‘langan o‘quvchi meva sharbatini ichib ko‘rib qaysi mevaga tegishli ekanini ta’midan aniqlaydi.

Dars mobaynida o‘quvchilar sezgi organlarini o‘rganadi va qachon ulardan foydalanishni biladi.

Sezgi organlarini o‘rganish asosida o‘quvchilarda tadqiqotchilik ko‘nikmalarini shakllantiradi. Dars yakunida o‘quvchilar mavzu yuzasidan o‘rgangan bilimlarini tushuntira oladi, tahlil qiladi va xulosa chiqaradi. Demak, izlanish – tabiatdagi noma’lum narsalarni bilish, ularni izlashdir. Bu orqali aniq natija va xulosaga kelish mumkin. Inson sezgi organlaridan foydalanib, o‘zi uchun nima foydali yoki zararli ekanini ajrata oladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

1. Malikova Y.V. Tabiiy fanlar. Umumiy o‘rta ta’lim maktablarining 1-sinfi uchun darslik, 1-qism. Toshkent: “Novda Edutainment”, 2024. – 52 b.

2. The 5 Senses | Organs, Functions Examples - Lesson | Study.Com

3. Https://Youtu.Be/-2cac-Ui7l4

4. Https://Youtu.Be/Xumipk6lzbi

BAYES TARMOQLARI VA ULARNING TATBIQLARI

[1]Toshturdiyev A.M. [2]Axtamov Sh. A.

[1]Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti dotsenti,

[2]Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti talabasi

Annotatsiya: Ushbu maqolada Bayes tarmoqlarining nazariy asoslari, ularning tuzilishi va amaliy qo‘llanilishi yoritilgan. Bayes tarmoqlari – noaniqlik sharoitida murakkab tizimlarni modellashtirish imkonini beruvchi grafik probabilistik modellardir. Bayes teoremasi asosida aprior (tajribadan oldingi) ehtimolliklardan aposterior (tajribadan keyingi) ehtimolliklarga o‘tish jarayoni misollar bilan ko‘rsatilgan. Tibbiy diagnostika misolida (shamollash, tomoqshish va ularning belgilari asosida) Bayes tarmog‘ining ishlash mexanizmi bosqichma-bosqich bayon etilgan.

Kalit so‘zlar: Shartli ehtimol, to‘la ehtimol, Bayes teoremasi, Bayes formulasi, Bayes tarmog‘i.

Ta’rif: Bayes teoremasi — biror hodisaning sodir bo‘lish ehtimolligini, unga bog‘liq bo‘lgan boshqa bir hodisaning ma’lumotlari asosida hisoblash usulidir. Bu “teskari ehtimollik” ni topishga xizmat qiladi va quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)\cdot P(B)}{P(A)}$$

Bu yerda $P(A|B)-$ B hodisa ro‘y bergandagi A hodisaning shartli ehtimolligi,

$P(A)-$ to‘la ehtimollik

Bayes yondashuvining asosini shartli ehtimollik tushunchasi tashkil qiladi. Shartli ehtimollik $P(A|B) = p$ shuni anglatadiki, B hodisasi ro‘y berishi sharti bilan A hodisasining ehtimoli p ga teng. A va B hodisalarining birgalikda ro‘y berish ehtimolligi to‘la ehtimollik formulasi bo‘yicha aniqlanadi:

$$P(A,B) = P(A|B)\cdot P(B) = P(B|A)\cdot P(A)$$

Keltirilgan tenglama ehtimolliklarni hisoblashning fundamental qoidasi va Bayes teoremasi uchun asosdir:

$$P(B|A) = \frac{P(A \mid B)\cdot P(B)}{P(A)}$$

Bayes teoremasi bog‘liq o‘zgaruvchilar to‘g‘risida ma’lumot mavjud bo‘lganda qo‘llaniladi va tadqiqotning mohiyati boshlang‘ich o‘zgaruvchilarning (sabablarning) ehtimolligini aniqlashdan iborat. Shunday qilib, $P(B \mid A)$ shartli ehtimolligi – ya’ni A hodisasi ro‘y bergan taqdirda ba’zi bir B hodisasining yuzaga kelishi – mavjud bo‘lganda, Bayes teoremasi teskari masalani yechish imkonini beradi: agar B hodisasi sodir bo‘lgan bo‘lsa, A hodisasining yuzaga kelish ehtimolligi qanday bo‘ladi?

Haqiqatdan ham $A_1, A_2, \ldots, A_n$ – **bir-birini istisno qiluvchi muqobil farazlar bo‘lsin. U holda har bir A_j (j=1…n) B hodisa ro‘y bergan shartdagi shartli ehtimoli quyidagicha ifodalanadi:**

$$P(A_j|B) = \frac{P(B|A_j)P(A_j)}{P(B)} = \frac{P(B|A_j)P(A_j)}{\sum_1^n P(B|A_j)P(A_j)}$$

1-masala: Maysa ho‘l ekanligi kuzatilgan. Bulutlilik, sug‘orish va yomg‘ir o‘rtasidagi bog‘lanishlar quyidagi ehtimollik jadvallari bilan berilgan. Sug‘orish tizimining yoqilgan bo‘lish ehtimoli va yomg‘ir yog‘ayotgan bo‘lish ehtimolini (maysa ho‘l ekanligi shartida) hisoblang va qaysi sabab ehtimolroq ekanini aniqlang.

Yechish:

Sug‘orish tizimi (S) ehtimollari – Bulutlilik (C) ga bog‘liq holda

Bu jadval bulutlilik (C) ma’lum bo‘lganda, sug‘orish tizimining (S) yoqilgan (Y) yoki o‘chirilgan (H) bo‘lish ehtimolini ko‘rsatadi.

Bulutlilik (C)	**P(S=H) (O‘chirilgan)**	**P(S=Y) (Yoqilgan)**
Yo‘q (H)	0,5	0,5
Ha (Y)	0,9	0,1

Izoh: Agar havo bulutli bo‘lmasa (C=H), sug‘orish tizimi teng ehtimollik bilan yoqilgan yoki o‘chirilgan bo‘ladi (0,5/0,5). Agar havo bulutli bo‘lsa (C=Y), sug‘orish tizimi 90% ehtimollik bilan o‘chirilgan (H) va faqat 10% ehtimollik bilan yoqilgan (Y) bo‘ladi – chunki bulutli havoda yomg‘ir yog‘ishi mumkin va sug‘orishga ehtiyoj kamayadi.

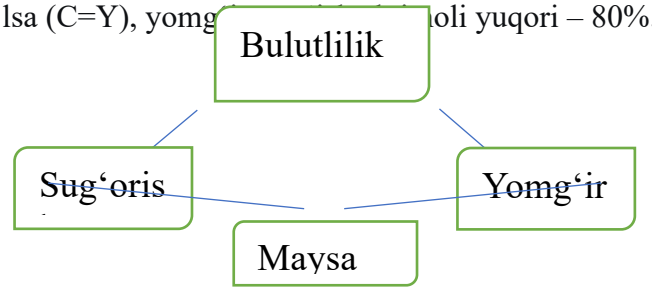
Bulutlilik (C) ning chegaraviy ehtimoli

Bulutlilik (C)	P(C) (Ehtimollik)
Yo‘q (H)	0,5
Ha (Y)	0,5

Izoh: Havoning bulutli yoki bulutsiz bo‘lish ehtimoli teng, ya’ni 50%/50%.
Yomg‘ir (R) ehtimollari – Bulutlilik (C) ga bog‘liq holda
Bu jadval bulutlilik (C) ma’lum bo‘lganda, yomg‘ir yog‘ish (R) ehtimolini ko‘rsatadi.

Bulutlilik (C)	P(R=H) (Yog‘maydi)	P(R=Y) (Yog‘adi)
Yo‘q (H)	0,8	0,2
Ha (Y)	0,2	0,8

Izoh: Agar havo bulutli bo‘lmasa (C=H), yomg‘ir yog‘ish ehtimoli past – atigi 20%. Agar havo bulutli bo‘lsa (C=Y), yomg[illegible]oli yuqori – 80%.



Maysa ho‘lligi (W) ning S va R ga bog‘liq shartli ehtimoli

Sug‘orish	Yomg‘ir	P(ho‘llems)	P(ho‘l)
F (Yo‘q)	F (Yo‘q)	1,0	0
T (Ha)	F (Yo‘q)	0,1	0,9
F (Yo‘q)	T (Ha)	0,1	0,9
T (Ha)	T (Ha)	0	1,0

Faraz qilaylik, kuzatish natijasida biz maysa ho‘l ekanligi haqida ma’lumotga ega bo‘ldik. Maysaning bunday holatining ikki sababi bor: yomg‘ir yog‘moqda yoki sug‘orish tizimi yoqilgan. Ushbu hodisalarning qaysi biri yuqori ehtimolga ega? Har bir hodisaning ehtimolini (aposterior ehtimolini) hisoblash uchun Bayes qoidasidan foydalanish mumkin (quyidagi belgilashlarni kiritamiz: rost = 1; yolg‘on = 0; W – maysa ho‘l; S – sug‘orish tizimi; R – yomg‘ir). Shunga ko‘ra, W=1 maysa ho‘l ekanligini, S=1 sug‘orish tizimi yoqilganligini, R=1 yomg‘ir yog‘ayotganligini anglatadi. Bayes qoidasidan foydalanib, quyidagini olamiz:

$$P(S=1|W=1)=\frac{P(S=1,W=1)}{P(W=1)}=\frac{\sum_{c,r}P(C=c,S=1,R=r,W=1)}{P(W=1)}=\frac{0,2781}{0,6471}==0,4298$$

$$P(R=1,|W=1)=\frac{P(R=1,W=1)}{P(W=1)}=\frac{\sum_{c,s}P(C=c,S=s,R=1,W=1}{P(W=1)}=\frac{0,4581}{0,6471}==0,7079$$

Bu yerda $P(W=1)=\sum_{c,r,s}P(C=c,S=s,R=r,W=1)=0,6471$

Xulosa: Maysa ho‘l ekanligi ma’lum bo‘lganda, yomg‘ir yog‘ayotgan bo‘lish ehtimoli sug‘orish tizimi yoqilgan bo‘lish ehtimolidan yuqori.

2-masala: Bayes tarmog‘i yordamida investitsiya muvaffaqiyatli bo‘lishishini baholash:

1. Masalaning sharti

Kompaniya yangi texnologik mahsulotga investitsiya kiritish masalasini ko‘rib chiqmoqda. Jarayon quyidagi bog‘liq zanjirdan iborat:

- A (Investitsiya): Loyihani moliyalashtirish (Sabab).
- B (Marketing): Reklama va bozorni egallash strategiyasi.
- C (Sifat): Mahsulotning texnik jihatdan mukammalligi.
- D (Sotuv): Bozordagi yakuniy muvaffaqiyat (Natija).

2. Berilgan ma’lumotlar

- P(A) = 0.75 (Investitsiya jalb qilish ehtimoli).
- P(B | A) = 0.2 (Investitsiya bo‘lsa, marketingning samarali bo‘lishi).
- P(C | A) = 0.7 (Investitsiya bo‘lsa, sifatning yuqori bo‘lishi).
- P(D | B, C) (Marketing va Sifatga bog‘liq yakuniy sotuv ehtimolligi):
  - P(D | B, C) = 0.3
  - P(D | B, ¬C) = 0.25
  - P(D | ¬B, C) = 0.1
  - P(D | ¬B, ¬C) = 0.35

3. Topish kerak

Investitsiya kiritilganligi ma’lum bo‘lganda, sotuvning muvaffaqiyatli bo‘lish ehtimolini toping:

4. Yechish va Bayes formulasining qo‘llanilishi

Ushbu masalani yechishda Bayes nazariyasining ikki asosiy ustunidan foydalanamiz:

Bayes zanjir qoidasi:

Har bir ssenariy (masalan, A → B → C → D) ehtimolligini hisoblashda Bayes zanjir qoidasidan foydalanamiz. Bu qoida murakkab qo‘shma ehtimollikni oddiy ko‘paytmalarga ajratish imkonini beradi:

$$P(A,B,C,D) = P(A)P(B|A)P(C|A)P(D|B,C)$$

Bizda A dan keyin jarayon ikki tarmoqqa (B va C) bo‘linib ketgani uchun, barcha mumkin bo‘lgan yo‘llarni qo‘shib chiqishimiz kerak.

Hisoblash bosqichlari:

1. Muvaffaqiyatli zanjir (B va C mavjud):
$$P(B|A)\cdot P(C|A)\cdot P(D|B,C) = 0.2\cdot 0.7\cdot 0.3 = 0.042$$
2. Faqat marketingga tayangan zanjir (B bor, C yo‘q):
$$P(B|A)\cdot P(\neg C|A)\cdot P(D|B,\neg C) = 0.2\cdot 0.3\cdot 0.25 = 0.015$$
3. Faqat sifatga tayangan zanjir (B yo‘q, C bor):
$$P(\neg B|A)\cdot P(C|A)\cdot P(D|\neg B,C) = 0.8\cdot 0.7\cdot 0.1 = 0.056$$
4. Omadga tayangan zanjir (B ham, C ham yo‘q):
$$P(\neg B,A)\cdot P(\neg C|A)\cdot P(D|\neg B,\neg C) = 0.8\cdot 0.3\cdot 0.35 = 0.084$$

Yakuniy yig‘indi:

$$P(D|A) = 0.042 + 0.015 + 0.056 + 0.084 = 0.197$$

5. Xulosa

Bayes modeli yordamida o‘tkazilgan hisob-kitoblar shuni ko‘rsatadiki, investitsiya kiritilgan taqdirda ham sotuvning muvaffaqiyatli bo‘lish ehtimoli 19.7% ga teng.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. S.X.Sirojiddinov, M.M.Mamatov. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. Darslik. Toshkent “O‘qituvchi” 1980y.
2. Judea Pearl. Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems: Networks of Plausible Inference. Morgan Kaufmann, 1988.
3. Finn V. Jensen, Thomas D. Nielsen. Bayesian Networks and Decision Graphs. Sprienger, 2007.

4. J. Abdullayev, O‘. Quljonov. Ehtimollar nazariyasidan masalalar to‘plami. O‘quv qo‘llanma. Samarqand. 2021 y.
5. Richard E. Neapolitan. Learning Bayesian Networks. Pearson Prentice Hall, 2004.

MATEMATIKA TA’LIMIDA SEMANTIK YONDASHUV VA UNING AHAMIYATI

Turgunbayev R.M.
Toshkent Kimyo xalqaro universiteti, professor

Hozirgi zamon pedagogika fanida bilimlarni o‘zlashtirish jarayoni ayrim tushuncha va faktlarni esda olib qolishdan iborat bo‘lmay, balki ular o‘rtasidagi mazmuniy aloqalar tizimini shakllantirish bilan bog‘liq degan tasavvur tobora mustahkamlanib bormoqda. Bu o‘rinda semantik yondashuv alohida ahamiyat kasb etib, u bilimni ma’nolarning tuzilmali tizimi sifatida ko‘rib chiqishga yo‘naltirilgan.

Semantik yondashuv deganda keng ma’noda metodologik yo‘nalish tushuniladi, bunda asosiy e’tibor bilimning alohida elementlariga emas, balki ularning mazmuniy aloqalariga qaratiladi. Boshqacha aytganda, bilim tushunchalar o‘rtasidagi munosabatlar asosiy rol o‘ynaydigan tizim sifatida talqin etiladi. Bunday yondashuv axborotni tarqoq o‘zlashtirishdan uni tizimli tushunishga o‘tish imkonini beradi.

Semantik yondashuv bir necha ilmiy yo‘nalishlar kesishuvida shakllangan. Tilshunoslikda u so‘zlarning ma’nolari va ularning o‘zaro munosabatlarini o‘rganish bilan bog‘liq. Yu.D. Apresyanning ishlarida tilning semantik tizimi semantik maydonni tashkil etuvchi o‘zaro bog‘liq elementlar majmuasi sifatida qaraladi [1]. Xuddi shunday g‘oyalar atamashunoslik nazariyasida ham rivojlantirilib, tushunchalar va ularning munosabatlarini tizimlashtirish zarurligi ta’kidlanadi [2].

Bilimlarni tashkil etish sohasida semantik yondashuv tezauruslar nazariyasida rivojlantirildi. ISO 25964 xalqaro standarti tezaurusni iyerarxik (jins-tur) va assotsiativ aloqalar kabi semantik munosabatlar bilan bog‘langan tushunchalar tizimi sifatida ta’riflaydi [3]. Shunday qilib, aynan semantik munosabatlar bilimlarni tarkiblashtirishning asosiy vositasi sifatida namoyon bo‘ladi.

Axborot texnologiyalarida semantik yondashuv ontologiyalar va semantik tarmoqlar ko‘rinishida amalga oshiriladi. T. Gruberning ta’rifiga ko‘ra, ontologiya konseptualizatsiyaning rasmiy tavsifi bo‘lib, unda tushunchalar va ular o‘rtasidagi munosabatlar qayd etiladi [4]. Bu holat shuni tasdiqlaydiki, bilimlar munosabatlar tizimi tomonidan beriladi, ularning ichki tuzilishini hisobga olmasdan taqdim etilishi mumkin emas.

Kognitiv psixologiya semantik yondashuvning rivojlanishiga sezilarli hissa qo‘shdi, bu yerda bilimlar o‘zaro bog‘liq tushunchalar tarmog‘i sifatida qaraladi. Ta’limning faoliyat nazariyasi doirasida bilimlarni o‘zlashtirish mazmun elementlari o‘rtasidagi ichki aloqalarni qurish bilan bog‘liqligi ta’kidlanadi [5; 6]. Bu esa semantik yondashuvni nazariy tafakkurni shakllantirishning asosi sifatida ko‘rib chiqish imkonini beradi.

Didaktikada semantik yondashuv o‘rganilayotgan obyektlar o‘rtasidagi aloqalarni ochishga yo‘naltirilganlikda namoyon bo‘ladi. U ta’lim nafaqat yangi tushunchalarni kiritishga, balki ularning o‘zaro aloqalarini aniqlashga ham yo‘naltirilishi kerakligini nazarda tutadi. Shunday qilib, semantik yondashuv bilimlarning yaxlitligi va tizimliligini ta’minlash vositasi sifatida namoyon bo‘ladi.

Semantik yondashuv matematika ta’limida alohida ahamiyat kasb etadi. Chunki matematik bilim o‘z tabiatiga ko‘ra qat’iy tuzilgan bo‘lib, o‘zaro bog‘liq tushunchalar, teoremalar va isbotlar tizimiga asoslanadi. Shu munosabat bilan matematik mazmunni semantik aloqalarni o‘rnatmasdan turib tushunish mumkin emas.

R. Dyuvalning ishlarida matematik tushunish turli xil taqdimot registrlari (ramziy, grafik, og‘zaki) o‘rtasidagi o‘tishlar bilan bog‘liqligi ko‘rsatilgan [7]. Bu o‘tishlar faqat bitta obyektni

taqdim etishning turli shakllari o‘rtasida semantik aloqalar mavjud bo‘lgandagina mumkin bo‘ladi. Demak, semantik yondashuv matematik bilimlarning turli xil taqdimotlari talqinini ta’minlaydi.

A. Sfard matematik tafakkurni diskurs shakli sifatida ko‘rib chiqadi, unda tushunchalar nutq elementlari sifatida namoyon bo‘ladi va ularning o‘zaro aloqalari matematik mulohazalarning tuzilishini belgilaydi [8]. Shu nuqtayi nazardan, semantik yondashuv matematik bilimlarni o‘zaro bog‘liq mulohazalar tizimi sifatida tahlil qilish imkonini beradi.

Zamonaviy tadqiqotlar (Dubinsky, Harel va boshqalar) ham matematik obyektlarni tushunish harakatlar, jarayonlar va obyektlar o‘rtasidagi aloqalarni o‘rnatish bilan bog‘liqligini ta’kidlaydi. Bu esa semantik yondashuv matematik bilimlarni tahlil qilish va tashkil etishning universal vositasi ekanligini tasdiqlaydi.

Semantik yondashuv nuqtayi nazaridan, matematik bilim turli xil munosabatlar orqali tashkil etilgan. Asosiy munosabatlar qatoriga quyidagilar kiradi: jins-tur (umumlashtirish-ixtisoslashuv) - tushunchalar iyerarxiyasini belgilaydi; qism-butun - obyektlarning tarkibiy tuzilishini aks ettiradi; ekvivalentlik - turli xil taqdimot shakllarining teng ma’noliligini ifodalaydi; qarama-qarshi qo‘yish (kontrast) - tushunchalarning chegaralarini ajratish imkonini beradi; shart-natija - teoremalar va mantiqiy xulosalar asosida yotadi; asos-xulosa - isbotning tuzilishini tavsiflaydi; umumiy-xususiy - abstraksiya darajalari o‘rtasidagi o‘tishni ta’minlaydi; obyekt-protsedura - tushunchalarni amallar va algoritmlar bilan bog‘laydi.

Ushbu munosabatlar semantik tarmoqni tashkil etadi, unda har bir element aloqalar tizimi orqali o‘z ma’nosini oladi. Bilimlarni taqdim etish bo‘yicha olib borilgan tadqiqotlarda ta’kidlanganidek, aynan shunday aloqalarning mavjudligi bilimni tizimli va foydalanishga yaroqli qiladi [4, 9].

Shuni ta’kidlash kerakki, semantik aloqalarning yo‘qligi yoki buzilishi tarqoq bilimning shakllanishiga olib keladi. Bu holda ta’lim oluvchi ayrim elementlarni qayta tiklashi mumkin, lekin ularning o‘zaro aloqasini o‘rnata olmaydi va yangi vaziyatda qo‘llay olmaydi.

Ushbu tadqiqot kontekstida semantik yondashuv o‘quv tezaurusini (O‘T) [10] me’yoriy tashkil etilgan semantik tizim sifatida ko‘rib chiqish imkonini beradi.

O‘T shunchaki tushunchalar va ta’kidlarning ro‘yxati emas, balki quyidagilarni o‘z ichiga olgan tizimli tarmoq sifatida qaraladi:

- har bir tushuncha boshqalari bilan ma’lum munosabatlar orqali bog‘langan;
- teoremalar tushunchalar o‘rtasidagi barqaror bog‘lanishlarni ifodalaydi;
- isbotlar ushbu aloqalarning mantiqiy tabiatini ochib beradi.

Shunday qilib, o‘quv tezaurusini semantik tarmoq ko‘rinishidagi predmet sohasi modeli sifatida qarash mumkin. Bu modelda semantik mazmun tushunchalar o‘rtasidagi munosabatlar tizimi orqali aniqlanadi.

Bunday talqin ontologik yondashuvga mos keladi, unga ko‘ra bilim konseptlar va ularning o‘zaro aloqalari orqali tavsiflanadi [4].

Demak, ta’limda nafaqat O‘T elementlarini ko‘rsatish, balki ular o‘rtasidagi aloqalarni ham yaqqol ko‘rsatish muhimdir, chunki aynan ular bilim tuzilishini belgilaydi.

Agar O‘T me’yoriy semantik tuzilmani belgilasa, talabalar leksikoni (TL) [10] ushbu tuzilmaning ta’lim oluvchidagi haqiqiy holatini aks ettiradi.

TL quyidagilarni ifodalaydi: individual ma’nolar tizimi; turli darajadagi bog‘liqlikka ega bo‘lgan tushunchalar tarmog‘i; ta’lim jarayonida o‘zgarib turadigan dinamik tuzilma.

Tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki, TL ko‘pincha quyidagilar bilan tavsiflanadi: aloqalarning to‘liq emasligi; muqobil yoki noto‘g‘ri talqinlarning mavjudligi; tushunchalar o‘rtasidagi uzilishlar [11].

Semantik yondashuv ushbu hodisalarni aloqalarning yetarli darajada shakllanmaganligi yoki buzilishi natijasi sifatida tushuntirish imkonini beradi.

Shu munosabat bilan ta’limning vazifasi quyidagilardan iborat:

- TLning mavjud tuzilishini aniqlash;
- yetishmayotgan aloqalarni o‘rnatish;
- noto‘g‘ri munosabatlarni tuzatish;

- tizimga yangi elementlarni kiritish.

Boshqacha aytganda, o‘qitish ta’lim oluvchining semantik tarmog‘ini qayta qurish jarayoni sifatida namoyon bo‘ladi.

Semantik yondashuv ta’limni tashkil etishda prinsipial ahamiyatga ega.

Birinchidan, u nima uchun aloqasiz bilim yuzaki bo‘lib qolishini tushuntirishga imkon beradi. Agar yangi mazmun mavjud bilimlar bilan bog‘liq bo‘lmasa, u TL tizimiga kiritilmaydi va faoliyatga foydalanilmaydi.

Ikkinchidan, u aloqalarni o‘rnatishga qaratilgan maxsus usullardan foydalanish zarurligini asoslaydi: taqqoslash; analogiya; umumlashtirish; misollar va qarshi misollarni tahlil qilish; bilimlarni qayta tiklash.

Uchinchidan, u bilimlarni shakllantirish chiziqli emas, balki tarmoq jarayoni ekanligini va unda aloqalar sifati asosiy rol o‘ynashini ko‘rsatadi.

Shunday qilib, semantik yondashuv ta’limni tarqoq bilimdan tizimli bilimga o‘tishni ta’minlaydigan uzviy aloqalarni o‘rnatish va rivojlantirish jarayoni sifatida ko‘rib chiqish imkonini beradi.

Semantik yondashuv talabalar leksikonining shakllanish jarayonini tushunish uchun nazariy asos yaratadi. U bilimga o‘zaro bog‘liq ma’nolar tizimi sifatida qarashga, o‘rganishdagi qiyinchiliklarni aloqalarning yetishmasligi orqali tushuntirishga, ularni maqsadli shakllantirish zarurligini asoslashga imkon beradi.

Didaktik mexanizm orqali amalga oshiriladigan “o‘quv tezaurusi – talaba leksikoni” modeli doirasida semantik aloqalar o‘quv mazmunini o‘zgartirish vazifasini bajaradi, bu esa yangi bilimlarning TL tarkibiga kirishini va uning keyinchalik faoliyatda qo‘llanilishini ta’minlaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Апресян Ю. Д. Избранные труды, том I. Лексическая семантика: 2-е изд., испр. и доп. – М.: Школа «Языки русской культуры», Издательская фирма «Восточная литера тура» РАН, 1995. – VIII с., 472 с..
2. Ахманова О. С. Словарь лингвистических терминов. – Изд. 2-е, стереотипное. – М.: Едиториал. УРСС, 2004. – 576 с.
3. ISO 25964-1:2011. Information and documentation – Thesauri and interoperability with other vocabularies. – Geneva: ISO, 2011. — DOI: 10.3403/30104694.
4. Gruber T. R. Toward principles for the design of ontologies used for knowledge sharing // International Journal of Human-Computer Studies. – 1995. – Vol. 43. – P. 907–928. – DOI: 10.1006/ijhc.1995.1081.
5. Давыдов В. В. Теория развивающего обучения. – М.: Интеллект-Центр, 1996.-544с.
6. Холодная, М.А. Психологические основы конструирования учебной информации (проблема интеллектоемких технологий преподавания) / М.А. Холодная, Э.Г. Гельфман, Л.Н. Демидова. // Психологический журнал. – 1993. – Т. 14. – № 6. – С. 35-45
7. Duval R. A cognitive analysis of problems of comprehension in mathematics // Educational Studies in Mathematics. – 2006. – Vol. 61. – P. 103–131. – DOI: 10.1007/s10649-006-0400-z.
8. Sfard A. Thinking as Communicating. – Cambridge: Cambridge University Press, 2008. – DOI: 10.1017/CBO9780511499944.
9. Sowa J. F. Knowledge Representation: Logical, Philosophical, and Computational Foundations. Pacific Grove: Brooks/Cole, 2000.
10. Turgunbayev R.M. O‘quv tezaurusi va talaba leksikoni orasidagi munosabat haqida// Pedagogik mahorat. 2022. №1, 13-16 b.
11. Tall D., Vinner S. Concept image and concept definition in mathematics // Educational Studies in Mathematics. 1981. Vol. 12, № 2. P. 151–169. DOI: 10.1007/BF00305619.

"TEZAURUS - SEMANTIKA - SEMIOTIKA" UCHLIKKA ASOSLANGAN MATEMATIK AXBOROTLARNI TUSHUNISHNING NAZARIY MODELI

Turgunbayev R.M.[1], Umaraliyeva D.U.[2]

[1]Toshkent Kimyo xalqaro universiteti, professor

[2]Nizomiy nomidagi O‘zbekiston Milliy pedagogika universiteti, tayanch doktorant

Matematik matnni tushunish bo‘yicha mavjud yondashuvlar tahlili shuni ko‘rsatadiki, ularning har biri matematik bilimlarni o‘zlashtirish jarayonining muhim jihatlarini ochib beradi. Faoliyatli yondashuv tushunishga ta’lim oluvchining faol bilish faoliyati natijasi sifatida qaraydi [6]. Kognitiv nazariyalar, jumladan APOS modeli [1], matematik tushunchalarning shakllanish bosqichlari va matematik tafakkurning rivojlanishini tavsiflaydi. R. Duval [2] tomonidan ishlab chiqilgan semiotik yondashuv matematik obyektlarni ifodalashning turli registrlari va ular o‘rtasidagi o‘tishlarning rolini ochib beradi. A. Sfardning [5] diskursiv konsepsiyasi matematik tafakkurni kommunikatsiyaning alohida shakli, matematik matnni esa matematik diskursning bir qismi sifatida ko‘rib chiqadi.

Ushbu tadqiqotlarning ahamiyatiga qaramay, ular asosan matematik mazmunni tushunishning alohida jihatlariga e’tibor qaratadi. Ba’zi yondashuvlar tushunchalarni shakllantirishning kognitiv mexanizmlariga, boshqalari esa matematik obyektlarni ifodalashning belgili shakllariga yoki matematik diskursning o‘ziga xos xususiyatlariga e’tibor qaratadi. Biroq, matematik axborotlar tuzilishini kompleks tahlil qilish va uni o‘quvchilar tomonidan tushunish muammosi yetarli darajada ishlab chiqilmagan.

Matematik matn murakkab tizim bo‘lib, unda uchta o‘zaro bog‘liq bo‘lgan matematik tushunchalar tizimi, matematik obyektlar o‘rtasidagi mantiqiy va mazmunli aloqalar, matematik axborotni ifodalashning belgili shakllari birlashadi.

Matematik matnni tushunish nafaqat qo‘llaniladigan atamalar va belgilarni bilishni, balki matematik obyektlar o‘rtasida mazmunli uzviy aloqalarni o‘rnatish va ularni taqdim etishning turli shakllarini talqin qilish qobiliyatini ham nazarda tutadi. Shu sababli, matematik axborotlarni tushunish jarayonini tizimli ravishda tavsiflash imkonini beruvchi integrativ modelni ishlab chiqish zarurati mavjud.

Ushbu tadqiqotda matematik axborotlarni tushunishni "tezaurus - semantika - semiotika" uchligi asosida ko‘rib chiqish taklif etiladi, bu esa matematik bilimning konseptual, ma’noviy va belgili jihatlarini birlashtirish imkonini beradi.

Matematik axborotlarni tushunishning tezaurus darajasi

Taklif etilgan modelning birinchi darajasi matematik bilimlarning tushunchaviy tuzilmasi bilan bog‘liq bo‘lib, tezaurus darajasi sifatida belgilanadi.

Keng ma’noda tezaurus ma’lum bir predmet sohasiga oid tushuncha va atamalar hamda ular o‘rtasidagi aloqalar tizimi sifatida tushuniladi. Ta’lim kontekstida o‘quv tezaurusi fanni o‘rganish jarayonida talaba foydalanadigan matematik tushunchalar majmui sifatida ko‘rib chiqilishi mumkin [7].

Tushunishning tezaurus darajasini shakllantirish talabalarning asosiy matematik tushunchalar va atamalarni o‘zlashtirishini hamda ularning muhim belgilarini tushunishini nazarda tutadi. Bu darajada ta’riflar bilan ishlash eng muhim rol o‘ynaydi, chunki aynan ta’riflar matematik tushunchalarning mazmunini qayd etadi.

Talabaning tezaurus darajasidagi ishi quyidagi harakatlarni o‘z ichiga oladi:

- matematik matnning asosiy atamalarini ajratib ko‘rsatish;
- ta’rif tuzilishini tahlil qilish;
- tushunchalar o‘rtasidagi munosabatlarni o‘rnatish;
- misollar va qarshi misollar keltirish.

Shunday qilib, tezaurus darajasi, eng avvalo, matematik bilimlarning konseptual tashkil etilishi bilan bog‘liq.

Matematik axborotni tushunishning semantik darajasi

Modelning ikkinchi darajasi matematik matn elementlari o‘rtasidagi mazmuniy va mantiqiy aloqalarni aniqlash bilan bog‘liq. Bu daraja tushunishning semantik darajasi sifatida belgilanadi.

Matematik matnning semantik tahlili matematik obyektlar va tasdiqlar o‘rtasidagi munosabatlarni o‘rnatishni nazarda tutadi. Matematikada bunday munosabatlar turli shakllarda ifodalanishi mumkin: sabab-oqibat aloqalari, mantiqiy bog‘liqliklar, tushunchalarni kiritish, bir tasdiqning ikkinchisidan kelib chiqishi.

Ayniqsa, semantik daraja teorema va isbotlarni tahlil qilishda yaqqol namoyon bo‘ladi [3,4]. Teoremani tushunish uning sharti va xulosasi o‘rtasidagi bog‘liqlikni aniqlashni hamda tasdiqning qo‘llanish sohasini aniqlashni nazarda tutadi. Isbotni tushunish muhokamaning mantiqiy tuzilishini tahlil qilishni va har bir qadamni asoslashni talab etadi.

Semantik darajada talaba quyidagi amallarni bajaradi:

- teoremaning tuzilishini tahlil qilish;
- tasdiqlar o‘rtasidagi mantiqiy aloqalarni aniqlash;
- matematik obyektlar o‘rtasidagi aloqalarni o‘rnatish;
- matematik o‘tishlarning sabablarini tushuntirish.

Shunday qilib, semantik sath matematik axborotning ma’noviy va mantiqiy tuzilishi bilan bog‘liq.

Matematik axborotni tushunishning semiotik darajasi

Modelning uchinchi darajasi matematik axborotni ifodalashning belgili shakllari bilan bog‘liq bo‘lib, semiotik daraja sifatida belgilanadi.

Matematika ramziy belgilar, formulalar, grafiklar va sxemalarning murakkab tizimidan foydalanadi. Ushbu belgi shakllarini tushunish ramziy yozuvlarni talqin qilish va o‘zgartirish bo‘yicha maxsus ko‘nikmalarni talab qiladi.

Matematik tushunishning semiotik jihati R. Duvalning ishlarida batafsil ko‘rib chiqilgan bo‘lib, u matematik tafakkur matematik obyektlarni ifodalashning turli registrlarini muvofiqlashtirmasdan amalga oshirilishi mumkin emasligini ta’kidlaydi (Duval, 2006).

Semiotik darajada talaba quyidagilarni bilishi kerak:

- ramziy yozuvni talqin qilish;
- axborotni taqdim etishning bir shaklidan boshqasiga o‘tkazish;
- matematik formulalarning ma’nosini tushuntirish;
- ramziy yozuvni tushunchaviy mazmun bilan bog‘lash.

Masalan, formula nafaqat belgilar to‘plami, balki obyektlar o‘rtasidagi ma’lum bir matematik bog‘liqlikning ifodasi sifatida ham qaralishi mumkin.

Shunday qilib, semiotik daraja matematik axborotni ifodalashning belgili vositalari bilan bog‘liq.

Matematik axborotlarni tushunish darajalarini integratsiyalash

Taklif etilgan model matematik matnni to‘liq tushunish faqat uchala darajaning o‘zaro ta’siri natijasida yuzaga kelishini nazarda tutadi.

Tezaurus darajasi tushunishning konseptual asosini ta’minlaydi. Semantik daraja matematik obyektlar o‘rtasidagi mantiqiy aloqalarni ochib beradi. Semiotik daraja matematik bilimlarni ifodalashning ramziy shakllarini talqin qilishni ta’minlaydi.

Agar bu darajalarning hech bo‘lmaganda bittasi yetarli darajada shakllanmagan bo‘lsa, matematik axborotni tushunishda qiyinchiliklar yuzaga keladi. Masalan, talaba formulani bilishi, ammo uning ma’nosini tushunmasligi (semantik sathning yetarli emasligi) yoki tasdiq mazmunini tushunishi, ammo ramziy yozuvni talqin qila olmasligi (semiotik sathning yetarli emasligi) mumkin.

Shunday qilib, matematik matnni tushunishni uchta o‘zaro bog‘liq komponent: tushunchaviy, ma’noviy va belgili komponentlar o‘zaro ta’sir ko‘rsatadigan integrativ jarayon sifatida ko‘rib chiqish lozim.

Taklif etilgan uchlik modeli talabalarning matematik matn bilan ishlashini konseptual tahlildan ma’noviy aloqalarni aniqlashga va keyinchalik bilimlarni taqdim etishning belgili shakllarini talqin qilishga izchil o‘tish jarayoni sifatida ko‘rib chiqish imkonini beradi.

Xulosalar

O‘tkazilgan tahlillar shuni ko‘rsatadiki, matematik axborotni tushunish murakkab ko‘p bosqichli jarayon hisoblanadi. Uni tavsiflash uchun matematik bilimning tushunchaviy, ma’noviy va belgili jihatlarini birlashtirgan integrativ modeldan foydalanish maqsadga muvofiqdir.

Tadqiqotda ishlab chiqilgan "tezaurus - semantika - semiotika" modeli matematik matnni tushunish jarayonini tizimli ravishda tavsiflash imkonini beradi va talabalarda matematik axborotlar bilan ishlash ko‘nikmalarini shakllantirishning metodik tizimini ishlab chiqish uchun nazariy asos bo‘lib xizmat qilishi mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Roa Fuentes, S., Trigueros, M., Weller, K. (2014). APOS Theory: A Framework for Research and Curriculum Development in Mathematics Education. Springer.
2. Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in learning mathematics. Educational Studies in Mathematics, 61(1–2), 103–131.
3. Inglis, M., Alcock, L. (2012). Expert And Novice Approaches To Reading Mathematical Proofs. Journal For Research In Mathematics Education, 43(4).
4. Mejía-Ramos, J., Weber, K., Fuller, E., Samkoff, A. (2012). An assessment model for proof comprehension. Educational Studies in Mathematics.
5. Sfard, A. (2008). Thinking as Communicating: Human Development, the Growth of Discourses, and Mathematizing. Cambridge University Press.
6. Tall, D. (2013). How Humans Learn to Think Mathematically. Cambridge University Press.
7. Тургунбаев Р.М. **Математик анализ фанининг ўқув тезаурусини шакллантириш ва унинг аҳамияти//** Муғаллим ҳәм үзликсиз билимлендириў 2021 №1. 127-132б.

“DISKRET TUZILMALAR” FANINI O‘QITISHDA TALABALAR INTELLEKTUAL-IJODIY KO‘NIKMALARINI RIVOJLANTIRISHNING MOHIYATI

Ungboyeva D.

O‘zbekiston milliy pedagogika universiteti

Aniq va tabiiy fanlarni o‘qitish metodikasi magistranti

Annotatsiya:Ushbu maqolada oliy ta’lim tizimida “Diskret tuzilmalar” fanini o‘qitish jarayonida talabalarning intellektual-ijodiy ko‘nikmalarini rivojlantirishning mohiyati tahlil qilinadi. Zamonaviy ta’lim jarayonida talabalarda kreativ fikrlash, mustaqil qaror qabul qilish va muammoli vaziyatlarni hal etish ko‘nikmalarini shakllantirish muhim ahamiyat kasb etadi. Maqolada diskret matematikaning mazmuni, uning ta’limdagi o‘rni hamda innovatsion yondashuvlar orqali talabalarning ijodiy salohiyatini oshirish yo‘llari yoritilgan. Shuningdek, ta’lim jarayonida qo‘llaniladigan metod va vositalarning samaradorligi asoslab berilgan.

Kalit so‘zlar: diskret tuzilmalar, intellektual ko‘nikmalar, ijodiy tafakkur, kreativlik, algoritmik fikrlash, oliy ta’lim, innovatsion metodlar.

Hozirgi davrda mamlakatimizda oliy ta’lim tizimiga alohida e’tibor qaratilmoqda. Ta’lim jarayonida talabalarning mustaqil fikrlash qobiliyatini rivojlantirish, ijodiy tafakkurini shakllantirish, innovatsion yondashuvlarni joriy etish hamda intellektual ijodiy ko‘nikmalarni rivojlantirish dolzarb vazifalardan biri hisoblanadi. Oliy ta’lim muassasalarida olib borilayotgan islohotlar, zamonaviy texnologiyalar va sifatli o‘quv adabiyotlari bilan ta’minlash talabalarning bilim olish jarayonini yanada samarali tashkil etishga xizmat qilmoqda.O‘zbekiston Respublikasini 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasida ham zamonaviy bilimlarga ega, mustaqil fikrlaydigan va raqobatbardosh kadrlar tayyorlash ustuvor yo‘nalish sifatida belgilangan.

Shu jihatdan, matematik fanlarni, xususan, diskret tuzilmalar fanini o‘qitish jarayonini takomillashtirish muhim ahamiyat kasb etadi.

Asosiy qism

Diskret tuzilmalar fani zamonaviy matematika, informatika va axborot texnologiyalarining nazariy asosini tashkil etadi. Ushbu fan doirasida to‘plamlar nazariyasi, mantiqiy ifodalar, munosabatlar, funksiyalar, graf va daraxtlar, kombinatorik tuzilmalar kabi muhim tushunchalar o‘rganiladi. Diskret tuzilmalar orqali talabalarda mantiqiy, tahliliy va algoritmik fikrlash ko‘nikmalari shakllanadi.Intellektual-ijodiy salohiyat tushunchasi talabaning yangi g‘oyalarni ilgari surish, murakkab muammolarni hal etish va innovatsion yechimlar ishlab chiqish qobiliyatini ifodalaydi. Ushbu salohiyat quyidagi komponentlardan iborat:

- intellektual qobiliyatlar;
- ijodiy tafakkur;
- motivatsiya va qiziqish;
- mustaqil izlanish ko‘nikmalari;
- refleksiya va tahlil qilish qobiliyati.

Ta’lim jarayonida intellektual-ijodiy ko‘nikmalarni rivojlantirish uchun quyidagi metodlardan foydalanish maqsadga muvofiq deb hisoblaymiz:

- muammoli ta’lim texnologiyalari;
- loyiha asosida o‘qitish;
- interfaol metodlar (bahs-munozara, “aqliy hujum”, scamper texnologiyasi);
- axborot texnologiyalari va raqamli ta’lim vositalaridan foydalanish.

Mashhur pedagog olim Ken Robinson ta’kidlaganidek, an’anaviy ta’lim tizimi ko‘pincha standartlashtirilgan yondashuvga asoslanadi. Zamonaviy ta’lim esa talabaning individual qobiliyatlarini rivojlantirish, kreativ fikrlashni qo‘llab-quvvatlash va amaliy faoliyatga yo‘naltirilgan bo‘lishi lozim.Diskret tuzilmalar fanini o‘qitishda axborotni turli shakllarda (matn, jadval, diagramma, grafik) ifodalash, modellashtirish va algoritmlash orqali talabalarning intellektual-ijodiy ko‘nikmalarini rivojlantirish mumkin. Bu esa ularning kelajakdagi kasbiy faoliyatida muhim ahamiyatga ega bo‘ladi.Hozirgi kunda diskret tuzilmalar fanini o‘qitishda quyidagi muammolar kuzatilmoqda:

- nazariy bilimlarning amaliyot bilan yetarli darajada bog‘lanmaganligi;
- talabalarning passiv ishtiroki;
- kreativ yondashuvlarning yetarli darajada qo‘llanilmasligi.

Ushbu muammolarni bartaraf etish uchun:

- amaliy mashg‘ulotlar ulushini oshirish;
- real hayotiy masalalar asosida o‘qitish;
- interfaol va innovatsion metodlardan keng foydalanish;
- talabalarning mustaqil ishlashini rag‘batlantirish zarur.

Xulosa qilib aytganda, “Diskret tuzilmalar” fani talabalarning nafaqat nazariy bilimlarini, balki intellektual-ijodiy salohiyatini rivojlantirishda muhim vosita hisoblanadi. Ushbu fan orqali talabalar mantiqiy fikrlash, muammolarni tahlil qilish va innovatsion yechimlar ishlab chiqish ko‘nikmalariga ega bo‘ladilar. Zamonaviy ta’lim sharoitlarida kreativlikni rivojlantirish va innovatsion metodlarni qo‘llash oliy ta’limning asosiy yo‘nalishlaridan biri bo‘lib qolmoqda.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

1. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining “Oliy ta’limni 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasi” to‘g‘risidagi 08.10.2019 yildagi PF-5847-son farmoni.

2. Robinson K. Creative Schools: The Grassroots Revolution That’s Transforming Education. — New York, 2015.

3. Rosen K.H. Discrete Mathematics and Its Applications. — McGraw-Hill, 2012.

4. Polya G. How to Solve It. — Princeton University Press, 2004.

РАЗЛИЧНЫЕ МЕТОДЫ И ТЕОРИИ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Атаниязова З. К.
НГУ, магистр

Аннотация. В данной статье рассматриваются классические и современные подходы к построению множества действительных чисел. Основное внимание уделяется методам Дедекиндовых сечений, последовательностей Коши и аксиоматическому описанию числовой системы R. Кроме того, анализируются топологические свойства, теория меры и вопросы, связаннные с континиуум-гипотезой. Представленные методы находят широкое применение в математическом анализе, функциональном анализе и теории множеств, что делает их актуальными для теоретических исследований и практических приложений.

Ключевые числа: действительные числа, Дедекиндовы сечения, последовательности Коши, аксиоматический подход, полнота, теория множеств.

Abstract. This article examines classical and modern approaches to constructing the set of real numbers. Primary focus is given to the methods of Dedekind cuts, Cauchy sequences, and the axiomatic description of the real number system R. Furthermore, the article analyzes topological properties, measure theory, and issues related to the continuum hypothesis. The presented methods are widely applied in mathematical analysis, functional analysis, and set theory, highlighting their relevance for both theoretical research and practical applications.

Keywords: Real numbers, Dedekind cuts, Cauchy sequences, axiomatic approach, completeness, set theory.

Действительные числа занимают центральное место в математике благодаря своей полноте, плотности и непрерывности.Исторически вопросы построения R были связаны с необходимостью формализации понятий предела и сходимости, что привело к появлению различных конструктивных методов. В данной статье мы представляем обзор основных методов построения действительных чисел, а также обсуждаем их теоретические аспекты, актуальные для современных исследований.

Методы построения действительных чисел. Метод Дедекиндовых сечений. Метод Дедекиндовых сечений основывается на идее разбиения множества рациональных чисел Q на два непустых подмножества A и B таким образом $a \in$ A меньше любого элемента $b \in B$. Если подмножество A не имеет наибольшего элемента, то разбиение определяет действительное число как точку разрыва между A и B.1 Такой подход позволяет строго обосновать существование иррациональных чисел и является олним из самых интуитивныхв плане разделения числовой прямой.

Метод последовательностей Коши. В аналитическом подходе действительные числа определяются через пределы сходящихся последовательностей рациональных чисел. Последовательность a_n называется последовательностью Коши, если для любого $\varepsilon > 0$ существует натурльное число N такое, что для всех m, n > N выполняется неравенство $|a_n - a_m| < \varepsilon$. Затем каждая сходящаяся последовательность сопоставляется с её пределом, что позволяет построить числовую систему R, обладающую свойством полноты- каждое сходящееся в R Коши – последовательность имеет предел

Аксиоматический подход. Аксиоматический метод характеризуется определением действительных чисел как единственного упорядоченного поля, удовлетворяющего аксиоме полноты. В этой схеме базовые свойства системы R задаются через:

- Аксиомы поля: обеспечивающие выполнение операций сложения, вычитания, умножения и деления (за исключением деления на ноль);

1 Дедекинд Р. “Непрерывность и иррациональность числа”. – Одесса: типография М. Шпенцера. 1906 г. С 15.

- Аксиому порядка: задающую линейный порядок, совместимый с операционными структурами;

- Аксиому полноты: гарантирующую, что любое ограниченное сверху непустое множество действительных чисел имеет точную верхнюю грань.

Такой подход позволяет абстрагироваться от конкретных конструкций и рассматривать R как уникальную числовую систему с заданными функциональными свойствами.

Теоретические аспекты и расширения. Топологические свойства. Действительные числа, снабженные стандартной метрикой, представляют собой полное метрическое пространство.2 Это означает, что каждая последовательность Коши в R сходится к некоторой точке. Другим важным свойством является компактность: теорема Больцано-вейерштрасса утверждает, что любая ограниченная последовательность имеет сходящуюся последовательность, что является ключевым в теории функций.

Теория меры и интеграл Лебега. Интегральное исчисление в классическом понимании(интеграл Римана) имеет ограничения, особенно при работе с более сложными функциями. Построение интеграла Лебега основано на измерении множеств значении функции, что позволяет интегрировать функции, не удовлетворяющие строгим требованиям Римана. Это расширение является важным инструментом в теории вероятностей и функциональном анализе.

Идея построения интеграла Лебега состоит в том, что вместо разбиения области определения подынтегральной функции на части и составления потом интегральной суммы из значений функции на этих частях, на интервалы разбивают её область значений, а затем суммируют с соответствующими весами меры прообразов этих интервалов.3

Континуум – гипотеза и теория множеств. Работы Георга Кантора по сравнительной теории множеств показали, что мощность множества действительных чисел (континуум С) превосходит мощность множества натуральных чисел (N_0).4 Континуум – гипотеза, выдвинутая Кантором, предполагает отсутствие промежуточных по мощности множеств между N_0 и С. Хотя независимость этой гипотезы от стандартных аксиом теории множеств была доказана позже, данный вопрос остается одним из центральных в современной математической логике.

Теория множеств является одной из фундаментальных областей математики, изучающей множества и их взаимосвязи. Множество – это абстрактная математическая структура, представляющая собой совокупность объектов, которые называются элементами множества. Важно отметить, что в теории множеств порядок элементов не имеет значения, и каждый элемент встречается в множестве только один раз.5

Заключение

Представленные методы построения действительных чисел – через Дедекиндовы сечения, последовательности Коши и аксиоматический подход-демонстрируют как историческое развитие математической мысли, так и современные тенденции в теоретической мысли, так и современные тенденции в теоретической математике. Анализ

---

2 G. Simmons. Introduction to topology and modern analysis. Robert Krieger publishing company Malabar, Florida. 1983. P 92.

3 Lebesgue, Henri (1904). «Leçons sur l'intégration et la recherche des fonctions primitives». Paris: Gauthier-Villars.

4 Michal Holcapek. On Cantor's Theorem for Fuzzy Power Sets. https://www.researchgate.net/publication/325212143_On_Cantor's_Theorem_for_Fuzzy_Power_Sets.

5 Иламанов Б.Б., Мередов О.А. Введение в теорию множеств и их математическое значение. Международный научный журнал «Вестник науки» № 9 (66) Т.3. Сентябрь 2023 г. 278 с.

топологических свойств, теория меры и вопросы, связанные с континуум-гипотезой, подчеркивают глубину и многогранность исследуемой темы. Эти подходы не только дают фундаментальное понимание структуры R, но и находят применение в разных областях, таких как математический анализ, и теория вероятностей.

Дальнейшие исследования в этой области могут быть направлены на изучение обобщений классических методов, а также на применение новых методов в смежных разделах математики, что делает данную тему актуальной для конференций и научных публикаций.

(Приведенные ссылки иллюстрируют обзор современных исследований и методологических подходов к построению действительных чисел.)

Эта статья подготовлена для представления на конференции и демонстрирует интеграцию классических методов с современными теоретическими разработками, способствуя более глубокому пониманию фундаментальной структуры действительных чисел.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lebesgue, Henri. «Leçons sur l'intégration et la recherche des fonctions primitives». Paris: Gauthier-Villars. 1904.
2. Дедекинд Р. "Непрерывность и иррациональность числа". – Одесса: типография М. Шпенцера. 1906 г.
3. Рудин У. "Основы математического анализа". Москва: Мир. 1976.
4. Kunen K. "Set Theory: An Introduction to Independence proofs". Studies in Logic and the Foundations of Mathematics, vol. 102, North-Holland Publishing Company, 1980.
5. G. Simmons. Introduction to topology and modern analysis. Robert Krieger publishing company Malabar, Florida. 1983.
6. Иламанов Б.Б., Мередов О.А. Введение в теорию множеств и их математическое значение. Международный научный журнал «Вестник науки» № 9 (66) Т.3. Сентябрь 2023 г.
7. Michal Holcapek. On Cantor's Theorem for Fuzzy Power Sets. https://www.researchgate.net/publication/325212143_On_Cantor's_Theorem_for_Fuzzy_Power_Sets.
8. Атаниязова З.К. Аксиоматическое построение множества действительных чисел // "Материалы республиканской научно-практической конференции «Современные подходы в обучении точным и естественным наукам: проблемы и решения» // Navoi 2025, 88-89 С.

МАТЕМАТИКАДА ҲАМКОРЛИКДА ЎҚИТИШ ТЕХНОЛОГИЯСИ

Матёқубова Н. Ҳ.

Фарғона Давлат Университети Математика кафедраси ўқитувчиси

Ўтган асрнинг 80-йиллари таълим жараёнига кўплаб инновацияларни кириб келишига асос бўлган ҳамкорликда ўқитиш технологиясини америкланинг уч гуруҳ педагоглари – Джон Хопкинс университетидан Р.Славин; Минисот штати университетидан Р.Джонсон, Д.Джонсонлар; Калифорния штати университетидан А Аронсонлар ишлаб чиққанлар. Улар бир қанча мактаб намоёндалари К.Д.Ушинский, Н.П.Пирогов, Л.Н.Толстой, С.Т.Шацкий, В.А.Сухомлинский, А.С.Макаренко, Ж.Ж.Руссо, Я.Корчак, К.Роджерс, Э.Бернларнинг илғор тажрибаларини умумлаштириб, тадқиқ қилганлар.

Мазкур педагогик технология янгича педагогик тафаккур, тараққийпарвар ғоялар манбаи сифатида кўплаб замонавий педагогик технологиялар таркибига киради.

Ҳамкорликда ўқитишнинг асосий ғояси фақат биргаликда бирор иш бажариш эмас, балки биргаликда ўқишдан иборат.

Хамкорликда ўқитиш технологиясининг таснифий тавсифи:

-қўлланиш даражасига кўра-умумпедагогик;

-фалсафий асосига кўра-инсонпарвар;

-ривожлантириш омилига кўра-мажмуавий:био-,социо-,психогенн;

-ўзлаштириш асосига кўра-ассоциатив, рефлектор,босқичма-босқич;

-мазмунига кўра-ўргатувчи, тарбиявий, инсонпарвар, умумтаълимий, дунёвий;

-бошқарув турига кўра-кичик гуруҳлар системаси;

- ташкилий шаклига кўра-академик, якка, гуруҳда,табақалаштирилган;

-болага ёндошувига кўра-шахсий-инсонпарвар, субъект-субъект;

-бошқарувчи методга кўра- муаммоли-тадқиқий, ижодий, мунозарали, ўйинли;

-ўрганувчилар даражасига кўра-оммавий. Ҳамкорликда педагогикасига йўналтирилган;

-талаб педагогикасидан муносабатлар педагогикасига ўтиш;

-таълим ва тарбия бирлиги.

Ҳамкорликда ўқитиш технологиясининг асосий ғояси-ўқувчиларни турли ўқув вазиятларида ҳамкорликда фаол ҳаракатларига шарт-шароитлар яратишдир. Ўқувчиларнинг ўқув материалларнин ўзлаштириш имкониятлари турлича: айримлари ўқитувчининг тушунтиришларини тез илғаб олади, айримларига қўшимча вақт ва тушунтириш ишлари зарур. Бундай ўқувчилар ўқув машғулотлари давомида пассив бўладилар. Агар ўқувчиларни 4-5 нафардан кичик гуруҳларга ажратиб, иштирокчиларининг ҳар бири вазифаси аниқ кўрсатиб ўтилса, бундай вазиятда ҳар бир ўқувчи ўзига юклатилган вазифа ҳамда гуруҳ вазифасига масъулият сезади. Бунда паст ўзлаштирувчи ўқувчилар илғор ўқувчилардан ёрдам сўрайдилар. Ҳамкорликда келиб чиқадиган муаммолар ҳал этилади. Тажрибадан маълумки, биргаликда ўқиш нафақат қизиқарли ва осон, балки самарали ҳамдир.

Ҳамкорликда ўқитиш турли вариантлари мавжуд бўлиб, улар учун умумий бўлган тамойиллар қуйидагилар:

-гуруҳлар ўқитувчи томонидан машғулотдан олдин, ўқувчиларнинг психологик мослашувчанлиги эътиборга олиниб ташкил этилади. Ҳар бир гуруҳда «кучли», «ўртача»,»кучсиз» ва албатта қизлар ва ўғил болалар бўлиши керак;

-гуруҳга битта топшириқ берилади ва унинг бажарилишида гуруҳ аъзоларининг ҳар бири вазифаси ўқитувчи ёрдамида аниқланади;

- ҳар бир ўқувчи бажарган иш эмас, гуруҳ иши баҳоланади;

-гуруҳнинг қайси иштирокчиси гуруҳ топшириғи юзасидан жавоб беришини ўқитувчи аниқлайди. Айрим ҳолларда «кучсиз» ўқувчи танланиши ҳам мумкин, чунки ҳар бир топшириқнинг мақсади уни бажарилишида эмас, балки ҳар бир ўқувчи томонидан унинг ўзлаштирилишида.

Ҳамкорликда ўқитишнинг технологик жараёни қуйидаги элементлардан ташкил топган:

-ўқув-билув масаласини қўйиш (муаммоли вазият);

-ўқув мақсадларига мос ўқувчиларни гуруҳларга бўлиш; -дидактик материалларни тарқатиш;

-гуруҳлардаги ишларни режалаштириш;

-топшириқларни индивидуал бажариш, натижаларни муҳокама қилиш;

-гуруҳнинг умумий топшириғини муҳокама қилиш (эслатмалар, тўлдиришлар, аниқлик киритиш);

-гуруҳ ишининг натижалари ҳақида маълумот бериш ;

-гуруҳларнинг ишлари ҳақида умумий хулосалар ва қўйилган мақсадга эришганлик.

Математика дарсларида ўқувчиларнинг кичик гуруҳларини ташкил этиш орқали ўқитиш муаммолари, келиб чиқадиган педагогик, ўқув низолари, кичик гуруҳлардаги психологик муаммолар, кичик гуруҳлардаги кучлар нисбатини мувофиқлаштириш, ҳамкорликда ишлаш вақтини мўлжаллаш, индивидуал ва гуруҳдаги ишларни комплекс амалга ошириш каби масалаларга Гренобллик Colette Laborde нинг «Working in small

groups: learning situation?» мавзусидаги мақоласи бағишланган. Унда кичик гуруҳларда ишлашни ташкил этишда қуйидагиларни инобатга олиш лозим деган фикр билдирилган:

1) кичик гуруҳларда ишлашнинг ижтимоий талабларини таълим олувчилар билишлари (мослашиш эмас, талабларни инобатга олиш, бу билан ички низоларнинг олди олинади) лозим;

2) кичик гуруҳлардаги иш турли шаклдаги фаолият, қарашлар, фикрлар даражасини орттириб, уларнинг тўқнашувига олиб келади, бу жараённи бошқариш мураккаблашади. Шунинг учун ҳам кўпчилик ўқитувчилар кичик гуруҳларда ўқув фаолиятини ташкил этишни ўзларини олиб қочадилар

Модулли таълим педагогик технологияларнинг бир тури сифатида таълим жараёнига тобора кенгроқ ёйилмоқда. Модул лотинча «modulus» сўзининг ўлчов, тугун, ўзак маъноларида ишлатилади.

Модулли таълим-ўқитишнинг ташкилий жараёни бўлиб, бунда ўқувчилар модуллар асосида тузилган ўқув дастурлари билан ишлашади. Модулли таълим технологияси индивидуал ўқитишга йўналтирилган бўлиб, мустақил ўқишни амалга ошириш, ўқув жараёни мазмунини ва иш жадаллигини назорат қилишга имконият яратади. Модулли таълимнинг ҳар бир алоҳида қисми қуйидаги компонентлардан тузилган бўлади:

-аниқ белгиланган ўқув мақсади (мақсадли дастур);

-ахборотлар банки, яъни дастурли ўқитиш шаклидаги хусусий ўқув материаллари;

-мақсадга эришиш учун методик тавсиялар;

-керакли кўникмаларни шакллантириш учун зарур бўлган амалиймашғулотлар;

-берилган модул мақсадига мувофиқ келадиган назорат иши;

Модулли таълимнинг асосида ўтган XX асрнинг ярмида таълим тизимида қўлланилган дастурли ўқитиш жараёнлари ётади. Н.Сайидаҳмедов П.А.Юцявичененинг шундай фикрини келтиради: «Модулли ўқитишнинг моҳияти шундан иборатки, ўрганувчи қисман ёки тўлиқмустақил равишда унга таклиф этилаётган ўзида тўлиқ ҳаракатларнинг мақсадли дастурини, ахборотлар банкини ва қўйилган дидактик мақсадга эришиш бўйича методик кўрсатмани қамраб олган индивидуал ўқув дастури билан ишлаши мумкин. Бунда педагог вазифаси ахборотни назорат қилишдан тортиб маслаҳатчи – координацияловчиликка қадар турланишдан иборат бўлади».

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

1. Didactics of mathematics as a scientific discipline. Rolf Hiehler, Roland W. Scholz, Rudolf Strässer, Bernard Winkelmann. ISBN: 0-7923-2613-X. 2002 Kluwer Academic Publishers, New York.

IMPROVING THE METHODOLOGY FOR FORMING A SYSTEM OF MATHEMATICAL CONCEPTS IN GENERAL SECONDARY SCHOOLS

Farmonova M.D.
Navoi State University, teacher

Abstract

This paper discusses the theoretical and methodological foundations of forming a system of mathematical concepts in general secondary schools. The interrelationships among mathematical concepts, the stages of their consistent formation, and ways of improving methodology based on a competency-based approach are analyzed.

Keywords: mathematical concept, system of concepts, methodology, competency-based approach, mathematical modeling, mathematical thinking.

Introduction

In the context of educational modernization, improving the content of mathematics teaching is one of the urgent tasks. The quality of mathematical education largely depends on how effectively mathematical concepts are formed in students.

A system of mathematical concepts enables students to acquire knowledge not as isolated facts but as an integrated structure. This contributes to the development of logical thinking, generalization, modeling, and problem-solving competencies.

Main Part

In scientific and methodological studies, the formation of mathematical concepts is considered a central component of the educational process. The theories of Lev Vygotsky, Jean Piaget, and Jerome Bruner substantiate the gradual development of concepts.

The formation of a mathematical concept proceeds through the following sequence:

1) sensory perception and preliminary representations;
2) identification of essential features;
3) abstraction;
4) generalization;
5) systematization.

For example, the concept of "function" becomes more effectively formed when studied not as an isolated topic, but in connection with concepts such as variables, graphs, and equations.

From this perspective, the following methodological tools are important for forming a system of concepts:

1. Concept maps;
2. Problem-based learning technologies;
3. Mathematical modeling;
4. Digital pedagogical tools;
5. Interdisciplinary integration.

In particular, mathematical modeling teaches students to represent real-life situations mathematically and helps reveal the substantive essence of concepts.

Current practice demonstrates several problems:

-mechanical memorization of definitions;

-weak interconnections among concepts;

-insufficient practical application;

-predominance of reproductive tasks.

To address these issues, the methodology should be improved in the following directions:

cluster-system approach;

competency-oriented tasks;

modeling-based problem solving;

use of interactive digital environments.

These approaches contribute to the development of students' mathematical thinking and research skills.

The formation of mathematical concepts is closely connected with the development of students' cognitive activity. From a didactic perspective, mathematical concepts are not introduced as isolated definitions, but as elements of a structured conceptual system. Each new concept should rely on previously acquired knowledge and simultaneously serve as a basis for mastering subsequent concepts.

A systematic approach to concept formation ensures continuity and sequence in learning. This approach allows students to identify internal relationships among concepts, compare mathematical objects, classify their properties, and establish logical dependencies. Such processes contribute to the development of higher-order thinking skills.

An important methodological principle in concept formation is the principle of gradual abstraction. At the initial stage, students perceive concepts through concrete examples and visual representations. At later stages, they move toward abstract definitions, symbolic interpretation, and theoretical generalization.

For instance, when introducing the concept of function, students may first observe relationships between quantities in practical situations, then represent these relations graphically, and finally formulate the formal mathematical definition. Such staged learning significantly improves conceptual understanding.

International Experience in Concept Formation

International experience demonstrates that effective mathematics education relies on conceptual understanding rather than rote memorization. In countries such as Finland, Singapore, and Japan, concept formation is based on problem-solving, visualization, and research-oriented learning.

The Singapore mathematics curriculum, for example, is structured around the "Concrete–Pictorial–Abstract" model, which supports gradual conceptual development.

In Japan, lesson study practices promote deeper understanding of mathematical ideas through collaborative inquiry and discussion.

These experiences indicate that concept formation becomes more effective when students are actively engaged in discovering relationships rather than passively receiving definitions.

Mathematical modeling occupies a special place in improving concept formation methodology. Modeling connects theoretical knowledge with practical situations and allows students to apply concepts meaningfully.

For example, concepts such as proportionality, functions, probability, and optimization can be introduced through real-life contexts involving economics, physics, or everyday situations. This increases motivation and strengthens conceptual comprehension.

The modeling process generally includes:

1. analyzing a real problem;
2. constructing a mathematical model;
3. solving the model;
4. interpreting the result;
5. evaluating its practical relevance.

Through these stages, students do not simply learn concepts but understand their functional role.

Modern digital technologies provide additional opportunities for improving concept formation. Dynamic mathematical software, interactive simulations, and digital platforms help visualize abstract ideas.

For example, software such as GeoGebra allows students to explore transformations of graphs, geometric relationships, and functional dependencies interactively.

Digital environments also support differentiated learning, allowing students with different achievement levels to master concepts at their own pace.

Implementation of the proposed methodology is expected to produce the following outcomes:

stronger conceptual understanding;
improved logical and analytical thinking;
development of mathematical modeling competencies;
increased ability to solve non-standard problems;
higher motivation toward mathematics learning.

Thus, improving the methodology for forming mathematical concepts contributes not only to subject achievement but also to the intellectual development of learners.

Conclusion

Improving the methodology for forming a system of mathematical concepts is an important factor in increasing the effectiveness of mathematics education. A systematic, competency-based and modeling-oriented methodological approach contributes to improving the quality of students' knowledge and their practical preparedness.

REFERENCES

1. Lev Vygotsky. *Thought and Language*. Moscow, 1934.

2. Jean Piaget. *The Psychology of Intelligence*. London, 1950.
3. Jerome Bruner. *Toward a Theory of Instruction*. Harvard University Press.
4. Aleksey Kolmogorov. Studies on the Methodology of Mathematical Education.
5. State Curriculum in Mathematics for General Secondary Education of the Republic of Uzbekistan.

TEACHING METHODS IN SCHOOL

Farmonova M.D.
Navoi State University, teacher

In the methodology of teaching abstract sciences, formerly known as mathematics-intensive sciences. It is clear that humanities disciplines do not fall within this category of sciences, but the application of mathematics in them for the systematisation of knowledge is essential for the development of their fields of information, regardless of the schools involved. In this article, we share some experience of teaching these sciences and fostering a personalised educational environment for students.

Keywords: Teaching methodology, thesaurus, epicycles and endocycles of educational information circulation, minimal vocabulary, atomic vocabulary of science.

Instead of an introduction.

Let us recall the Latin proverb 'Repetition is the mother of learning, and the refuge of donkeys' (Repetitio est mater studiorum); the Roman origins of this proverb, as scholars assert, are attributed to Ovid. The Romans' interpretation of this proverb is clearly psychologically demeaning to the person to whom it is addressed, especially since the original interpretations speak of a refuge (a shelter for fools). It should be noted that the proposed version is merely an interpretation. Another interpretation is the work of a donkey turning the flywheel of a waterwheel used to irrigate fields with greenery6 . Let us slightly adapt the proverb, as our teaching experience shows: 'Repetition is the mother of learning and the refuge of BASICS'. In fact, if you ask a cadet (student) what 1+1 equals, they will answer 2. Ah, why? At best, you will get the answer 'That's what we were taught at school', or cadets with a bit of character will rush to talk about apples or crates of tomatoes in their reply. But, unfortunately, this is not an answer from a mathematical perspective, but from a layman's perspective. Let us quote Edmund Landau from 'Foundations of Analysis', Vol. 1, p. 9: 'If you can explain that 2+2=4, then you should not read this book' [1]. We hope that readers of this article have been left with some fundamental questions.

The authors of this article have set themselves the goal of identifying the conditions necessary to answer the question 'Why is 1+1=2?' for both students and teachers, from methodological, pragmatic, psycholinguistic and mathematical perspectives. We attempt to outline a path for such a search, which provides us with an analysis of the sets of techniques and skills upon which the concepts **of epicycles and endocycles of** the educational process in information-pedagogical environments are based. These concepts capture the structural nature of the educational process and the results of analysing the main types of thinking styles (the most important culturally determined forms) within the educational process.

1. Let us agree on the concepts.

By *an epicycle* of knowledge or learning activity, we mean the set ***of techniques (operations)***, ***skills*** and elements comprising ***the learner's educational vocabulary,*** which have been acquired (consolidated) and are used cyclically (consciously or unconsciously) by learners in the course of their learning activities within a specific academic discipline.

The concepts of epicycle and endocycle arose as names for tools that allow the content of educational information flows to be structured. In the transmission of knowledge, it does not matter whether offline or online units of meaning are reflected in the conceptual apparatus in one way or

6 In Asia, this device was known as a chigir.

another. The effectiveness of the perception and transmission of messages is the primary task of education. There are many conditions that can improve or impair the process of 'perception and transmission', but there are certain techniques and properties of transmission and presentation of information messages that allow the core (basic) concepts of particular knowledge to be fixed in an individual's memory and establish cause-and-effect relationships.

In our research, we have identified several patterns and conditions, the first of which is the condition of connection. Epicycles and endocycles in cognitive activity represent different structures and meanings; consequently, they must be controlled in the teacher's methodological practice.

Let us formulate two statements.

The first is that the content of endocycles, as elements of methodology, consists of atomic7 concepts. The consequence of this is that the cyclical nature of their use is determined by the necessary effectiveness and objectives of teaching.

The second statement is that epicycles form the content and forms of the methods necessary to achieve the goals of fostering students' thinking (according to J. Dewey) through a specific academic discipline.

We regard the meanings that can be clearly identified in educational texts as the core elements of subject-specific tasks. These can also be expressed in specific concepts. If a concept belongs to a vocabulary level higher than the minimal vocabulary, its meaning is expressed by static, sufficient concepts (attributes); for example, a line segment connecting two points on a circle and its centre is called **a diameter**, or, alternatively, the chord of maximum length in a circle is called **a diameter.** The meanings of these definitions of the same concept are expressed by concepts of different levels of abstraction, since a chord in a circle is already a line segment. This means that in the example given, the concepts used in the definitions of a diameter (line segment, centre of a circle, maximum length, chord) belong to the static (sometimes called basic) concepts of a single basic vocabulary, which itself has a complex structure, whilst the concepts of a point and a plane belong to the set of atomic concepts (fundamental concepts). Concepts that are not atomic, formed using additional (auxiliary) operations and atomic concepts, constitute vocabularies of a higher level than the atomic vocabulary. This means that endocycles consist of atomic concepts, and the more frequently they occur in teaching practice across various academic disciplines, the greater the likelihood that they will be studied by students. Thus, the concepts that form the meanings from which, according to the rules of the native language's grammar8 , educational texts are composed must be structured by levels of abstraction in the methodology of teaching disciplines. Furthermore, **the** following **statement** can be formulated: If an isomorphism can be established (in terms of structure, content criteria, etc.) among the atomic concepts—the concepts of the minimal vocabularies of specific academic knowledge—then these concepts belong to the group of endocycles; otherwise, they can be classified as epicycles. In other words, we can divide the formation of a learner's lexicon into the verbal-logical set $W = \{A, \oplus, \langle\rangle, \rightarrow, \leftrightarrow, \neg, \vee, q\}$, methodologically distinguishing within it: formulated operations, meanings, texts and structures, as well as connections between structures. The verbal component within this set is used for speech and for the individual's representation of the knowledge acquired during the educational process. The verbal-logical set consists of: the A-alphabet, $\oplus$ – concatenation (the concatenation operation), $\rightarrow$ – succession, $\leftrightarrow$ – one-to-one correspondence, $\neg$ – negation, $\vee$ – disjunction, and the sign assignment operation $(\pm)q$ (connotation of meaning) [3]. These operations are sufficient to construct knowledge of arithmetic, whilst offering the individual a hypothesis regarding the connection between their knowledge and the world; proving

7 For more on the meaning and definition of atomic concepts, see [2, 3]

8 It should be noted here that the sublanguage of science is directly linked to this, with which the learner, depending on their school level, may become acquainted at different stages of life.

this hypothesis will take the individual the rest of their life in any system of knowledge. It is clear that the verification of the hypothesis will take place explicitly, implicitly, or in a mixed manner. In other words, the triad explicitly translates the fundamental content of endocycles and epicycles into the methodological environment.

And one more **statement**: *All endocycles are formed using one or a concatenation of several atomic concepts (words).*

Let us give examples of concepts from mathematical analysis which are dynamic concepts that are potentially realisable9 .

In the modern mathematics curriculum of general education schools, regardless of the textbook adopted by the school, some concepts are introduced via limits either implicitly or explicitly, and are sometimes omitted altogether, but in physics and mathematics schools this is strictly enforced.

Conclusion. Let us recall the words of F.M. Dostoevsky: 'Man is a mystery. It must be unravelled, and if you spend your whole life unravelling it, do not say that you have wasted your time…'. And according to V.V. Nalimov, 'Man is a text' [12]. Thus, by aligning the student's vocabulary with the thesaurus of a specific discipline, we in the education system do not merely shape a future professional in a specific field, but provide the student with the opportunity to test their abilities and conduct experiments on themselves under the supervision of a mentor. In doing so, the student trains the functionality of their thinking.

REFERENCES

1. Landau, E. Foundations of Analysis. Vol. 1–2. Moscow: State Publishing House of Foreign Literature, 1947.
2. *Russell, Bertrand*. Human Knowledge: Its Scope and Limits. Kyiv: Nika-Centre, 1997. 560 pp.
3. Algebra and the Principles of Mathematical Analysis. Years 10–11. Collective authorship: Alimov, Sh. A. et al. Edited by Academician Tikhonov, A.N. Moscow: Prosveshchenie, 2012. – 467 pp.
4. Algebra and the Fundamentals of Mathematical Analysis. Textbook for Years 10–11. Edited by A.N. Kolmogorov. Moscow: Prosveshchenie, 2008. – 384 pp.
5. Vlasov, A. K. Course in Higher Mathematics. Vol. 1, Moscow, Leningrad: Gosizdat, 1925.
6. Fichtenholz G.M. Fundamentals of Mathematical Analysis. Vol. 1, Moscow, Fizmatlit, 1964.
7. Algebra. (Dai Shu. Gao Ji Zhong Xue Ke Ben) For upper secondary school. Narodnoe Prosveshchenie. 1990.
8. Vilenkin N.Ya., Shvartsburd S.I. Mathematical Analysis. Years 9–10. Moscow: 'Prosveshchenie', 1969. – 576 pp.
9. Kochetkov E.S., Kochetkova E.S. Algebra and Elementary Functions. Moscow: Prosveshchenie, 1974. – 352 pp.

PEDAGOGICAL AND TECHNOLOGICAL FOUNDATIONS FOR CREATING AN EDUCATIONAL WEBSITE FOR INTERACTIVE MATHEMATICS TEACHING TO PRIMARY SCHOOL STUDENTS

Tillayev A.

O'zbekiston Milliy Universiteti dots. v.b., PhD

Ishmuratova L.

O'zbekiston Milliy Universiteti magistranti

Annotation

9 The authors are far from suggesting that the examples prove anything, but the purpose of the proposed examples is solely related to the methodological focus of the article.

This thesis highlights the pedagogical, methodological, and technological aspects of creating an educational website designed to teach mathematics interactively to primary school students. The study analyzes the issues of improving the effectiveness of mathematics teaching through the use of modern information and communication technologies, as well as developing students' independent thinking, logical reasoning, and practical skills. In addition, the architecture, functional capabilities, and educational significance of the "KidsMath" platform are presented.

Keywords: interactive learning, mathematics, primary school, educational website, React, Node.js, MongoDB, educational technologies, e-learning, KidsMath.

Аннотация

В данной статье освещаются педагогические, методические и технологические аспекты создания образовательного веб-сайта, предназначенного для интерактивного обучения математике учащихся начальных классов. Проанализированы вопросы повышения эффективности преподавания математики с использованием современных информационно-коммуникационных технологий, а также развития самостоятельного мышления, логического мышления и практических навыков учащихся. Кроме того, представлены архитектура, функциональные возможности и значение платформы "KidsMath" в образовательном процессе.

Ключевые слова: интерактивное обучение, математика, начальная школа, веб-сайт, React, Node.js, MongoDB, образовательные технологии, электронное обучение, KidsMath.

Annotatsiya

Mazkur tezisda boshlang‘ich sinf o‘quvchilariga matematikani interaktiv usulda o‘rgatishga mo‘ljallangan ta’limiy veb-saytni yaratishning pedagogik, metodik va texnologik jihatlari yoritilgan. Zamonaviy axborot-kommunikatsiya texnologiyalaridan foydalanish orqali matematika fanini o‘qitish samaradorligini oshirish, o‘quvchilarning mustaqil fikrlashi, mantiqiy tafakkuri va amaliy ko‘nikmalarini rivojlantirish masalalari tahlil qilingan. Shuningdek, "KidsMath" platformasining arxitekturasi, funksional imkoniyatlari va uning ta’lim jarayonidagi ahamiyati ko‘rsatib berilgan.

Kalit so‘zlar: interaktiv ta’lim, matematika, boshlang‘ich sinf, veb-sayt, React, Node.js, MongoDB, ta’lim texnologiyalari, elektron ta’lim, KidsMath.

KIRISH

Raqamli texnologiyalar jadal rivojlanayotgan hozirgi davrda ta’lim tizimini zamonaviy axborot-kommunikatsiya vositalari asosida takomillashtirish dolzarb masalalardan biri hisoblanadi. Ayniqsa, boshlang‘ich ta’lim bosqichida o‘quvchilarning fanlarga bo‘lgan qiziqishini shakllantirish, ularda mustaqil fikrlash va muammoli vaziyatlarni hal qilish ko‘nikmalarini rivojlantirish uchun interaktiv metodlardan foydalanish katta ahamiyatga ega.

Boshlang‘ich sinf o‘quvchilariga matematika fanini o‘qitish jarayonida an’anaviy usullar ko‘pincha yetarli natija bermaydi. Sababi, kichik yoshdagi bolalar nazariy ma’lumotni uzoq vaqt davomida qabul qilishdan ko‘ra, amaliy va vizual ko‘rinishdagi mashg‘ulotlarni tezroq o‘zlashtiradilar. Shu sababli, matematikani interaktiv tarzda o‘rgatishga mo‘ljallangan ta’limiy veb-saytlar yaratish zarurati yuzaga kelmoqda [6].

Interaktiv ta’lim texnologiyalarining pedagogik ahamiyati. Interaktiv ta’lim texnologiyalari o‘quvchilarni dars jarayonining passiv tinglovchisidan faol ishtirokchisiga aylantiradi. Bunday yondashuvda o‘quvchi faqat tayyor bilimni qabul qilmaydi, balki uni mustaqil ravishda izlaydi, tahlil qiladi va amalda qo‘llaydi. Boshlang‘ich sinfda bu yondashuv ayniqsa muhim, chunki aynan shu bosqichda bolaning fanlarga nisbatan qiziqishi va bilishga bo‘lgan ehtiyoji shakllanadi [4].

Matematika fanini o‘qitishda interaktiv usullar quyidagi pedagogik natijalarga olib keladi:

- o‘quvchilarning mantiqiy va tanqidiy fikrlashini rivojlantiradi;
- bilimlarni amaliy vaziyatlarda qo‘llash ko‘nikmasini shakllantiradi;
- mustaqil qaror qabul qilish malakasini rivojlantiradi;
- o‘quv motivatsiyasini oshiradi;
- xatolarni tahlil qilish va o‘z-o‘zini nazorat qilish imkonini beradi.

Boshlang‘ich sinf o‘quvchilari ko‘proq vizual tasvirlar, animatsiyalar, rangli elementlar va o‘yin texnologiyalari orqali bilimni qabul qiladilar. Shu sababli, interaktiv ta’limiy veb-saytlar bolalar psixologiyasiga mos bo‘lgan muhit yaratadi. O‘yin shaklida tashkil etilgan topshiriqlar o‘quvchilarda darsga nisbatan ijobiy munosabat hosil qiladi hamda ularda raqobat va qiziqish hissini kuchaytiradi [5].

Ta’limiy veb-saytni yaratishda qo‘llanilgan texnologiyalar. Interaktiv ta’limiy veb-saytni yaratishda zamonaviy dasturlash texnologiyalaridan foydalanildi. Platformaning foydalanuvchi interfeysi React kutubxonasi yordamida ishlab chiqildi. React texnologiyasi komponentlarga asoslangan bo‘lib, veb-saytning har bir qismini alohida modul sifatida yaratish imkonini beradi. Natijada, tizimni yangilash, kengaytirish va texnik xizmat ko‘rsatish jarayoni ancha yengillashadi.

Interfeysni loyihalashda Material UI kutubxonasidan foydalanildi. Ushbu kutubxona yordamida boshlang‘ich sinf o‘quvchilari uchun qulay, rang-barang va intuitiv dizayn yaratildi. Tugmalar, kartochkalar, navigatsiya menyulari va animatsiyalar bolalarning yosh xususiyatlariga mos tarzda tanlandi.

Platformaning server qismi Node.js va Express.js asosida ishlab chiqildi [4]. Mazkur texnologiyalar yordamida foydalanuvchilarni ro‘yxatdan o‘tkazish, tizimga kirish, topshiriqlar natijalarini saqlash va foydalanuvchi ma’lumotlarini boshqarish imkoniyati yaratildi. Ma’lumotlar bazasi sifatida MongoDB tanlandi [1]. MongoDB moslashuvchan NoSQL bazasi bo‘lib, turli xil foydalanuvchi ma’lumotlari va topshiriq natijalarini samarali saqlash imkonini beradi.

Ta’limiy veb-saytning texnologik arxitekturasi quyidagi tarkibiy qismlardan iborat:

1. Front-end qismi – React va Material UI asosida yaratilgan foydalanuvchi interfeysi;
2. Back-end qismi – Node.js va Express.js yordamida ishlab chiqilgan server logikasi;
3. Ma’lumotlar bazasi – MongoDB orqali foydalanuvchi ma’lumotlari va natijalarini saqlash;
4. REST API – front-end va back-end o‘rtasida ma’lumot almashishni tashkil etuvchi vosita.

Mazkur texnologik yechim veb-saytning tezkor ishlashini, xavfsizligini va keyinchalik yangi funksiyalar bilan boyitilishini ta’minlaydi.

Platformaning afzalliklari va ilmiy-amaliy ahamiyati. Yaratilgan interaktiv platforma bir qator afzalliklarga ega:

Birinchidan, tizim o‘quvchilarning individual xususiyatlarini hisobga olgan holda ishlaydi. Har bir o‘quvchi topshiriqlarni o‘z sur’atida bajarishi mumkin. Bu esa ta’lim jarayonida differensial yondashuvni ta’minlaydi.

Ikkinchidan, platforma bolalarning matematikaga bo‘lgan qiziqishini oshiradi. Rangli interfeys, animatsiyalar va o‘yin elementlari o‘quvchilarni faol ishlashga undaydi.

Uchinchidan, platforma o‘qituvchilar va ota-onalar uchun ham qulay vosita hisoblanadi. O‘quvchining natijalari tizimda saqlanadi va uning rivojlanish dinamikasini kuzatish imkonini beradi.

To‘rtinchidan, sayt ko‘p tillilikni qo‘llab-quvvatlash imkoniyatiga ega. Hozirda platforma o‘zbek tilida ishlab chiqilgan bo‘lsa-da, kelgusida rus va ingliz tillaridagi versiyalarini yaratish rejalashtirilmoqda. Bu esa platformaning amaliy ahamiyatini yanada oshiradi.

Mazkur platformaning ilmiy yangiligi shundaki, unda boshlang‘ich sinf o‘quvchilari uchun o‘zbek tilida ishlovchi, yosh xususiyatlariga moslashtirilgan interaktiv matematik ta’lim muhiti yaratildi. Platforma mavjud tizimlardan farqli ravishda o‘yin elementlari, avtomatik baholash, o‘quvchi natijalarini monitoring qilish hamda individual topshiriqlarni yagona tizimda birlashtiradi.

XULOSA

Xulosa qilib aytganda, boshlang‘ich sinf o‘quvchilariga matematikani interaktiv tarzda o‘rgatishga mo‘ljallangan veb-sayt yaratish bugungi ta’lim tizimining muhim vazifalaridan biridir. “KidsMath” platformasi matematika fanini o‘rganishni qiziqarli, samarali va zamonaviy shaklda tashkil etish imkonini beradi.

Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatdiki, interaktiv ta’lim texnologiyalaridan foydalanish o‘quvchilarning bilimlarni o‘zlashtirish darajasini oshiradi, ularning mantiqiy tafakkurini rivojlantiradi hamda mustaqil ishlash ko‘nikmalarini shakllantiradi. Shu bilan birga, platforma o‘qituvchi va ota-onalar uchun ham samarali monitoring vositasi vazifasini bajaradi. Platformadan foydalanilgan sinov mashg‘ulotlarida o‘quvchilarning darsga qiziqishi va topshiriqlarni bajarish faolligi oshgani kuzatildi.

Kelgusida mazkur platformani sun’iy intellekt asosida individual tavsiyalar beruvchi tizim, adaptiv testlar, ovozli yordamchi va mobil ilova bilan boyitish maqsadga muvofiq hisoblanadi. Bu esa boshlang‘ich ta’limda raqamli texnologiyalardan foydalanish samaradorligini yanada oshiradi.

ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Brown, A., Green, T. (2021). Web Technologies For Interactive Learning Platforms. Journal Of Educational Technology, 45(3), 123–135.
2. UNESCO. Technology in Education: A Tool on Our Terms. – Paris: UNESCO, 2024.
3. Tillayev A., Axmedova Q. Multimedia texnologiyalari. O‘quv qo‘llanma. –T.: “Universitet”, 2022. 180 b.
4. Tillaev A.I. Ways to use modern information technologies in education. Modern Problems of Applied Mathematics and Information Technology (MPAMIT 2021) AIP Conf. Proc. 2781, 020029 (2023).
5. Mirzoyeva, N. A., Abdisamatov, R. X. (2021). Zamonaviy Darslarda Interaktiv Metodlardan Foydalanish Samaradorligi. Zamonaviy Ta’lim, 6, 18–22.
6. Murodova, D. Q., Sharipova, M. R. (2022). Interaktiv Ta’lim Platformalarini Ishlab Chiqishning Pedagogik Asoslari. Ilm-Fan Va Ta’lim, 2(1), 55–60.
7. O‘zbekiston Respublikasi Oliy ta’lim, fan va innovatsiyalar vazirligi. (2020). *Raqamli ta’limni rivojlantirish konsepsiyasi*. Toshkent.

МОДУЛЬНО-КРИТЕРИАЛЬНЫЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ ПО КУРСУ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

Абдурасулова Д. Б.
студентка 3-го курса факультета точных наук НавГУ
Файзиев М. Ш.
старший преподаватель Навоийского государственного университета

В статье рассматривается алгоритм разработки системы оценивания знаний студентов в рамках модуля «Дифференциальные уравнения высших порядков». Авторы предлагают структурированный подход, базирующийся на требованиях государственных образовательных стандартов (ГОС), и приводят пример конкретного инструмента оценки — глоссария.

Методология разработки системы оценивания

Для формирования объективных критериев оценки учебных достижений предлагается использовать следующий шестиэтапный алгоритм:

- ✓ Конкретизация дисциплины: Определение ключевых областей знаний и их распределение по учебным модулям согласно ГОС ВУЗа.
- ✓ Идентификация результатов: Четкая фиксация ожидаемых знаний, умений и навыков (ЗУН) для каждого модуля.
- ✓ Определение видов деятельности: Планирование аудиторной и самостоятельной работы студента, направленной на формирование целевых компетенций.
- ✓ Отбор продуктов деятельности: Определение конкретных работ (заданий), которые будут подлежать проверке и оценке.
- ✓ Разработка показателей: Установление количественных и качественных индикаторов результативности, сведенных в оценочные шкалы.
- ✓ Формирование пакета критериев: Создание единого методического комплекса «Критерий знаний» по всей программе.

Инструментарий оценки

В образовательной практике по дисциплине «Дифференциальные уравнения» нами разработаны и успешно применяются такие формы контроля, как:

- Интерактивные решебник;
- Предметные глоссарии;
- Мультимедийные презентации;
- Учебно-профессиональные портфолио.
- Практический пример: Оценка глоссария

Глоссарий является эффективным инструментом проверки понимания терминологического аппарата модуля «Дифференциальные уравнения 1-го порядка». Ниже приведена шкала оценки данного вида работы:

Параметры выполнения работы	**Оценка (баллы)**
Количество терминов > 50; полное соответствие теме; математическая грамотность определений 100%; соблюдение сроков сдачи.	5
Количество терминов 35–50; соответствие теме; 75–90% определений математически корректны; соблюдение сроков сдачи.	4
Количество терминов 20–25; 50% соответствие теме; 60–75% определений корректны; работа сдана с нарушением срока.	3
Количество терминов < 25; частичное соответствие теме; менее 60% корректных определений; значительное нарушение сроков.	2

Вывод

Использование модульно-критериального подхода позволяет сделать процесс оценки прозрачным и предсказуемым для студента. Разнообразие форм контроля (от глоссария до портфолио) способствует развитию не только предметных знаний, но и навыков самостоятельной исследовательской деятельности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Салохиддинов М. С., Насритдинов Г. Н. Обыкновенные дифференциальные уравнения. — Т.: Ўқитувчи, 1982. — 448 с.

2. Селевко Г. К. Современные образовательные технологии: Учебное пособие. — М.: Народное образование, 1998.

3. Юцявичене П. А. Принципы модульного обучения // Советская педагогика. — 1990. — № 1. — С. 55-60.

4. Югай Л. П., Маматов М. Ш., Назаров Б. Н. Лабораторные занятия по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Уравнения первого порядка. — Т.: ТашГУ, 1990. — 36 с.

ПЕДАГОГИКАЛЫҚ ТЕХНОЛОГИЯЛАР ЖӘНЕ ҚОЛ ЖЕТКІЗІЛГЕН НӘТИЖЕЛЕР

Абдурахманова Г. М., Абдихалилова Л.Х.

Навои мемлекеттік университеті

Жалпы пәндер бойынша когнитивті жүктеменің артуы бізді студенттердің оқып жатқан пәнге деген қызығушылығын қалай сақтау керектігін ойластыруға мәжбүр етеді. Көптеген студенттер қиындықтардан көңілі қалатыны және кейде кәсіби білім алуға күш салғысы келмейтіні құпия емес.

Жоғары оқу орындарында физика-математика факультетінде ұсынылатын барлық мамандықтар бойынша кәсіби дайындық стандарты математикадан берік негізді талап етеді, дегенмен университетке түсетін кейбір студенттердің дайындығы нашар және пәнге мүлдем қызығушылық танытпайды. Бүгінгі таңда университет түлектерінің болашақ еңбек нарығында бәсекеге қабілетті болуы өте маңызды. Бұған қол жеткізу үшін университеттер түлектерді тек білімнің берік негізімен қаруландырып қана қоймай, сонымен қатар бастамашылдық, шығармашылық ойлау қабілеті және инновациялық шешімдерді табу қабілеті сияқты жеке қасиеттерді дамытуы керек.

Математиканы оқыту әдістемесі (МАОӘ) қандай практикалық білім беруі керек? МАОӘ оқушыларға өмірлік нақты білім бере алмайтыны анық, бірақ оларды танымның ғылыми әдістерімен қаруландырып, когнитивтік тәуелсіздікті дамытуы керек. Сондықтан, МАОӘ сабақтарында оқушылар ойлауды, дәлелдеуді, мәселелерге рационалды шешімдер табуды, тиісті қорытындылар жасауды, қысқасы, ойлауды үйренеді. Осы әрекеттер мен процестердің барлығының негізінде оқушылардың ойлауы жатыр, ол терең түсінуге, талдауға, синтездеуге, ассоциативті салыстыруға, жалпылауға және қоршаған әлем туралы білімді жүйелі түрде құруға негізделген, мәселелерді шешуге және шындыққа жетуге бағытталған ақыл-ой әрекетінің бір түрі ретінде түсініледі. Сондықтан, бүгінгі жағдайда білім беру іс-шаралары оқушылардың когнитивтік белсенділігін, дербестігін дамытуға, мәселелерді шешу және зерттеу дағдыларын дамытуға бағытталған. Бұл мәселені ескі, дәстүрлі әдістермен шешу мүмкін емес.

Оқушылардың оқытылып жатқан материалға деген қызығушылығын қалай сақтап, оларды сабақ бойы қалай қызықтыра аламыз? Осылайша, мұғалімнің рөлі қажетті ақпаратты оқулықтағыдан гөрі анық және айқын жеткізу ғана емес, сонымен қатар оқушы басты кейіпкер болып табылатын танымдық әрекеттің ұйымдастырушысы болу. Мұғалім оқу процесін ұйымдастырады және басқарады. Мұның бәрі бізді оларға сәйкес келетін педагогикалық технологияларды іздеуге және оларды тәжірибемізде қолдануға итермелейді.

Біз білім берудің әртүрлі әдістерін және оқушыларды қызықтыратын, ынталандыратын және оқу процесін ынталандыратын жеке ықпал етудің инновациялық түрлерін қолдана отырып, оқытудың тиімділігін арттыру жолдарын үнемі іздейміз.

Жаңа технологиялардың енгізілуі білім беру жүйесіне түбегейлі өзгерістер әкелуде: бұрын мұғалім оның орталығы болса, қазір ол оқушы. Бұл әрбір оқушыға өз қарқынымен және өз қабілеттеріне сәйкес деңгейде білім алуға мүмкіндік береді.

Біздің тәжірибемізде келесі заманауи білім беру технологияларын немесе олардың элементтерін қолданамыз.

Оқушыға бағытталған оқыту технологиясы (ОБТ) сыныпта шығармашылық атмосфераны қалыптастыруға көмектеседі және оқушылардың жеке қабілеттерін дамыту үшін қажетті жағдайлар жасайды. Мысалы, практикалық сабақтар кезінде біз 5-6 сыныптарға арналған математика, 7-9 сыныптарға арналған алгебра және 7-9 сыныптарға арналған геометрия оқулықтарын талдаймыз. Бұл жұмыстың шығармашылық міндеті - балама оқулық жасау: жаттығулар, тесттер, тарихи жазбалар, үй тапсырмалары және т.б.

Проблемалық оқыту технологиясы (ПОТ). Проблемалық жағдайларды жасауға және оқушыларды белсенді танымдық әрекетке тартуға негізделген әдістерді қолдана отырып, біз оқушыларды білімдерін жаңартуды қажет ететін күрделі мәселелерді зерттеуге және шешуге шақырамыз. Біз сабақта зерттеу нысанының жаңалығы мен маңыздылығын көрсететін белсендіретін әрекеттер мен сұрақтар арқылы проблемалық жағдайлар жасаймыз. Оқу іс-әрекеттерінде проблемалық жағдайлар жасау және оқушылардың оларды шешуге бағытталған белсенді, тәуелсіз әрекеттерін ұйымдастыру білімді, дағдыларды және қабілеттерді шығармашылықпен меңгеруге және ойлау дағдыларын дамытуға әкеледі.

МРМ сабақтарында шешілуі тиіс проблемалық мәселелерге мысалдар келтірейік.

1. Математиканың ғылым ретіндегі даму тарихында қандай кезеңдер ерекшеленеді? Әр кезеңге қысқаша сипаттама беріңіз.

2. Математиканы орта мектеп пәні ретінде сипаттаңыз. Оның мазмұны қай жерде көрініс табады? Орта мектепте математиканы оқытудың мақсаттары қандай?

3. МПМ-дегі негізгі мәселелер қандай?

4. МРМ шартты түрде қалай бөлуге болады?

Оқытудағы зерттеуге негізделген әдістер (ОЗӘ). Бұл әдістер оқушыларға өз білімдерін өз бетінше кеңейтуге, зерттелетін мәселені терең зерттеуге және шешімдер ұсынуға мүмкіндік береді, бұл олардың дүниетанымдық көзқарасын дамыту үшін өте маңызды. Бұл әрбір оқушының жеке даму траекториясын анықтау үшін өте маңызды. Зерттеу эксперимент немесе сынақ жүргізуге болатын «Функцияны зерттеу әдіснамасы» тақырыбына бағытталуы мүмкін.

Ойын технологиялары . Біз МРМ сабақтарында ойын технологияларын пайдалану эмоционалды және рационалды оқытудың интеграциясын қамтамасыз етеді деп санаймыз. Сабақтарға ойын элементтерін енгізу оқу процесін қызықты етеді, оң көңіл-күй қалыптастырады және оқудағы қиындықтарды жеңуге көмектеседі. Біз оларды сабақтарымыздың әртүрлі кезеңдерінде қолданамыз. Мысалы, сабақтың басында біз « Сабақтың тақырыбын тап » ойынын және кодталған жаттығуларды қосамыз. Сондай-ақ, біз викториналар мен қызықты математика сағаттарын әзірледік.

Тестілеу технологиялары . Тестке негізделген тапсырмалар оқыту тәжірибесінде кең таралған. Біз оларды ағымдағы немесе аралық бағалауларда, ал кейбір жағдайларда қорытынды бағалауларда қолданамыз. Бүгінгі таңда тестілеудің әртүрлі нұсқалары бар. Біз мұғалім жасаған тесттер білім сапасын бағалаудың және тапсырмаларды әр оқушының қажеттіліктеріне бейімдеудің ең тиімді тәсілі деп санаймыз. Тест тапсырмалары қиындық деңгейі мен жауап нұсқаларының форматы бойынша әртүрлі болады.

Топтық технология. Топтық технология МРМ практикалық сабақтары кезінде белсенді өзіндік жұмысқа мүмкіндік береді. Бұл студенттердің дәріс материалын қайталау кезінде статикалық және динамикалық жұптармен жұмыс істеуін қамтиды. Бұл бүкіл топқа тез сұрақ қоюға мүмкіндік береді, студенттер мұғалімнің де, жауап берушінің де рөлін өз мойнына ала алады, бұл оң оқу ортасын жасайды.

Ақпараттық және коммуникациялық технологиялар. Бүгінгі таңда ақпараттық және коммуникациялық технологиялар білім беру процесінде барған сайын маңызды рөл атқаруда. Бұл технологиялардың басты артықшылығы - олардың көрнекілігі, себебі ақпараттың көп бөлігі көрнекі жады арқылы сіңіріледі және оған әсер ету оқуда өте маңызды. Ақпараттық технологиялар оқу процесін шығармашылық және оқушыға бағытталған етуге көмектеседі. МРМ сабақтарында АКТ қолдану бізге мыналарға мүмкіндік береді: мультимедиялық мүмкіндіктердің молдығы арқылы оқу процесін қызықтырақ, жанды және тартымды етуге; көрнекілік мәселесін тиімді шешуге; және оқу материалын көрнекі етуді кеңейтуге, оны оқушыларға түсінікті және қолжетімді етуге.

Осылайша, жоғарыда аталған заманауи білім беру технологияларын пайдалану білім беру процесінің тиімділігін арттыруға, математика әдістерін оқытуда жақсы нәтижелерге қол жеткізуге және оқушылардың болашақ мамандығына деген танымдық қызығушылығын арттыруға мүмкіндік береді .

Қытай мақалында: «Естісем – ұмытып қаламын, көрсем – есімде сақтаймын, істесем – сіңіремін» делінген. Университет мұғалімдері ретіндегі біздің міндетіміз – студенттердің МРМ сабақтарында алған білімдері өздерінің зерттеулерінің нәтижесі болатындай етіп оқу іс-әрекеттерін ұйымдастыру. Бірақ бұл зерттеу студенттерге бағыт-бағдар бере отырып, олардың танымдық белсенділігін дамытумен қатар ұйымдастырылуы керек.

ӘДЕБИЕТ:

1. Пидкасистый П.И., Хайдаров Ж.С. Оқыту мен дамытудағы ойын технологиялары. - М., 1996

2. Суворова Н. Интерактивті оқыту: Жаңа тәсілдер. - М. , 2005.

ТЕХНОЛОГИЯ САМОАНАЛИЗА УРОКА МАТЕМАТИКИ

Илхомова Ш.
НавГУ студентка 2 курса факультета точных наук

Математика всегда считалась самой сложной наукой, что придавало ей больший интерес и привлекало внимание ученых-исследователей. В настоящее время роль математики в обществе не угасла, а лишь возросла.

Исторически сложились две стороны назначения математического образования: практическая, связанная с созданием и применением инструментария, необходимого человеку в его продуктивной деятельности, и духовная, связанная с мышление человека, с овладением определенным методом познания и преобразования мира математическим методом.

Без базовой математической подготовки невозможна постановка образования современного человека. В школе математика служит опорным предметом для изучения смежных дисциплин. В после школьной жизни реальной необходимостью в наши дни становится непрерывное образование, что требует полноценной базовой общеобразовательной подготовки, в том числе и математической. И, наконец, все больше специальностей, требующих высокого уровня образования, связано с непосредственным применением математики (экономика, финансы, химия, информатика, техника, биология, психология и многие другие).

Таким образом, возрастает роль математической подготовки в общем образовании современного человека, и, в связи с этим, ставятся конкретные цели обучения математике в школе. В пояснительной записке к Программе для образовательных учреждений [4] четко определена цель обучения математике, которая определяется ролью математики в развитии общества в целом и формировании личности каждого отдельного человека. Роль математической подготовки в общем образовании современного человека ставит следующие цели обучения математике в школе:

- овладение конкретными математическими знаниями, необходимыми для применения в практической деятельности, для изучения смежных дисциплин, для продолжения образования;
- интеллектуальное развитие учащихся, формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности и необходимых для продуктивной жизни в обществе;
- формирование представлений об идеях и методах математики, о математике как форме описания и методе познания действительности;
- формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, понимания значимости математики для общественного прогресса.

На основе теоретического материала нами разработана **технология самоанализа урока математики.**

Целью технологии самоанализа урока является повышение эффективности процесса обучения школьников математике.

Содержанием технологии самоанализа является урок математики. Подготовка к уроку математики и его проведение является специфичным по сравнению с другими дисциплинами, и анализ позволяет использовать эту специфику для повышения эффективности процесса обучения.

Формой технологии самоанализа урока математики является индивидуальная работа с учителем.

Работа учителя заключается в подготовке к уроку, его проведении, в анализе проведенного урока с целью определения резервов своей деятельности, в подведении итогов самоанализа, в проведении необходимой самостоятельной работы, направленной на заполнение обнаруженных резервов.

Методом технологии самоанализа урока математики является анкетирование. На основе теоретического материала нами разработана схема самоанализа урока математики Данная анкета предназначена для определения пяти основных компетентностей учителя математики при самоанализе урока: целевой, содержательной, методической, организационной и обобщающей.

Целевую компетентность определяют три индикатора: уровень конкретности цели, соотнесение цели с задачами урока и уровень формирования познавательного интереса на уроке.

Для содержательной компетентности нами были выбраны три следующих индикатора: уровень конкретности при выделении основных дидактических единиц (теорем, свойств, правил и понятий), дифференциация содержания (по степени сложности, объему усвоения и видам помощи) и соответствие практической деятельности учащихся целям урока и этапам усвоения знаний.

Методическая компетентность определяют три индикатора: наличие само- и взаимоконтроля на уроке, соотнесение методов и содержания урока и соотнесение методов и цели урока.

При определении организационной компетентности нами использовались следующие индикаторы: обеспечение сотрудничества учащихся на уроке, уровень активности класса, соотнесение форм с целями, содержанием и методами обучения на уроке.

Обобщающую компетентность определяют индикаторы: достижение образовательной цели урока, достижение воспитательной цели урока и достижение развивающей цели урока.

Средством технологии самоанализа урока математики является анализ с выходом на систему упражнений. Проведенный урок математики анализируется по схеме самоанализа урока, делается вывод, и учитель на основе вывода может самостоятельно разработать систему упражнений и заданий, которые помогут ему повысить уровень компетентности. Высокий уровень компетентности по каждому компоненту позволит, на наш взгляд, повысить уровень обучения математике.

Подводя итог, можно сказать, что самоанализ урока математики по данной технологии дает качественную и количественную информацию о проведенном уроке, позволяет учителю выявить в какой части урока есть недочеты и их причины. На основе самоанализа учитель может самостоятельно разработать технологию управления процессом обучения школьников математике, что будет способствовать повышению эффективности работы учителя математики. Данная технология самоанализа урока математики может быть применена на практике.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Ерофеева, Н. Ю. Анализ урока и профессиональной деятельности учителя [Текст] / Н. Ю. Ерофеева // Завуч. – 2000. – № 1. – С. 96-106.
2. Завельский, Ю. В. Как анализировать свой собственный урок [Текст] / Ю. В. Завельский // Завуч. – 2000. – № 4. – С. 92-93.
3. Манвелов, С. Г. Конструирование современного урока математики [Текст] / С. Г. Манвелов. – М: Просвещение, 2005. – 175 с.
4. Программа для общеобразовательных школ, гимназий, лицеев. Математика. 5-11 кл. [Текст] / Сост. Г. М. Кузнкцова, Н. Г. Миндюк. – М.: Дрофа, 2000. – 320 с.

ТЕХНОЛОГИИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ»

Музаффарова Л.Н.
и.о. доцента кафедры математики НавГУ, Узбекистан

В основу национальной идеологии, формировании духовности граждан независимого Узбекистана – государства с великим будущим, положена идея важности народного образования. Для этого программный материал по углубленному изучении математики, основан на национальной идеологии, общечеловеческих ценностях, богатом культурном наследии, а также удовлетворяет потребностям государства и нации, вставших на путь независимого развития и рыночной экономики.

В эпоху необыкновенного быстрого изменения образа жизни всего человечества, эпоху стремительного роста приложений к технике необычно возрос спрос на молодые кадры ученых-исследователей и практиков.

Как профессия математика преподаётся в высшей школе на факультете точных наук педагогических университетов. Преподавание математики в педагогических университетах затронуто временем. Разработаны новые учебные планы и программы этих университетов в области математики.

Нами разработана педагогическая технология изучения дисциплины «Методика преподавания математики» на факультете точных наук Навоийского государственного университета.

Структура педагогической технологии включает в себя следующие основные элементы:

- методика проведения теоретических занятий;
- методика проведения практических, семинарских и лабораторных занятий;
- методика проведения самостоятельных работ;
- методика проведения творческих отчетов студентов.

Для проведения лекционных занятий нами составлены опорные конспекты в форме текстов или графических организаторов. Материал вводится в компьютер с возможностью его просмотра в любое для студента время. Все опорные конспекты размножаются в соответствии с численностью студентов в группе.

В современных образовательных учреждениях распространен **план-конспект.** Но проводя занятия по плану-конспекту, преподаватели редко излагают материал одним и тем же образом. Они что-то забывают, отвлекаются от темы. Когда задаются вопросы, преподаватели часто отвечают на них, привлекая материал, который вообще отсутствовал в конспекте. Когда лектор вдруг вспоминает что-нибудь, о чем забыл рассказать прежде, возникают проблемы, как приткнуть эту «несвоевременную» информацию в уже оформленный аккуратный план. Вместо того чтобы вести эффективные записи и пытаться отразить суть излагаемого материала, студенты упускают «содержание» и тратят силы на «форму» своего конспекта. Пользуясь традиционным стилем конспектирования, трудно составить общий взгляд на проблему и уловить взаимосвязи различных идей. Кроме того, чтение конспектов настолько скучное занятие, что студенты невольно пропускают материал целыми кусками.

Мы же предлагаем **технологии конспектирования**, которые позволяют увидеть картину в целом, помогают делать более удобные для просмотра записи, учат вспоминать материал с большей точностью. Эти методы основаны на последних исследованиях, посвященные тому, как мозг хранит и воспроизводит информацию. Они помогают

повышать организованность, углублять понимание, дольше помнить информацию и оценивать ее с разных точек зрения. При проведении лекционных занятий преподаватель раздаёт каждому студенту экземпляр опорного конспекта лекции. Для проведения такого типа лекции применима такая технология, как **«Бумеранг».** Этот метод-технология совместного обучения, который позволяет студентам проработать большое количество учебного материала в течении короткого времени. Данный метод-технология развивает такие навыки, как социальные, аналитико-синтетические и навыки презентации.

Преподаватель проводит выездные занятия в школе, лицее или колледже по ознакомлению с методикой ведущих учителей-предметников. Работая в образовательных учреждениях, студент анализирует уроки математики в 5-6 классах, алгебры и геометрии в 7-9 классах, а также занятия алгебры и основ математического анализа и геометрии на 1-3 курсах лицеев или колледжей и, делая записи в тетрадях, готовит устный отчёт. **Доклад** студента может сопровождаться презентацией, подготовленной на Pover Point.

Одной из форм привлечения студентов к самостоятельной творческой деятельности является выполнение ими семинарских и лабораторных работ, позволяющих углубить теоретическое знания и применить их для решения практических вопросов, а так же приобрести элементарные навыки научного исследования.

На занятиях по методике преподавания математики на факультете точных наук часто используем такие методы критического мышления, как **«Синквейн», «Кластер», «Мозговой штурм» или дискуссионный метод.**

Например, по теме «Методика изучения векторов в курсе математике» используем метод **«Свертывание информации» синквейн**:

1. **Вектор.**
2. **Свободный, нулевой.**
3. **Построить, направить, получить.**
4. **Нулевым вектором называют вектор, если его начало и конец совпадают.**
5. **Луч.**

Или как применить метод мозгового штурма?

Метод мозгового штурма претендует на универсальность применения. Задача «мозгового штурма» использовать силу малой группы для генерирования идей в целом малые группы более сильны, чем сумма сил отдельных ее участников. Принцип, заложенный в основу этой стратегии, заключается в том, что чем больше количество высказанных идей, тем больше вероятность что, по крайней мере, одна из них окажется удачной.

Примерные задания мозгового штурма по геометрии:

1. Предложите способы определения высоты высотного здания простыми средствами, то есть без сложных приборов. [3]
2. На потолке в углу **С** комнаты сидит паук, а на полу в противоположном углу **К** спит муха. Какой путь должен избрать паук, чтобы добраться до мухи по кратчайшему пути? [3]

Штурм может использоваться преподавателем к теме «Методика изучения темы «Многогранники».

Метод анализа ситуации. Кейс-технология, которая позволяет соединить теорию и практику, усвоить знания, приобрести навыки и умения для практического решения сложных задач.

Включение студентов в творческую работу с **кейс - технологией** требует соблюдения целого рада условий:

- систематической помощи со стороны преподавателя;
- предварительного обдумывания того, какое задание продуктивного характера может обеспечить освоение базовых умений и навыков.

На занятиях по предмету методика преподавания математики проводятся обсуждение вопросов и проблем, имеющих глубокое содержание «Проблема поиска истины», «Проблема оценивания ЗУН» и т.д.

На занятиях с использованием **кейс – технологии** важно предупредить вопросы студентов, не дать им свести обсуждение к спору о тех или иных фактах. Для этого полезно снабдить кейс - технологии необходимыми таблицами и графиками в дополнение к цифрам, излагаемым в тексте.

Таким образом, проведение таких занятий по предложенной схеме педагогических технологии позволит:

1. Выявить полноту и уровень знаний по методике преподавания математики;
2. Активизировать мыслительную деятельность с максимальным развитием её творческого характера;
3. Повысить профессиональную подготовленность и приблизить её к подготовленности студентов высших учебных заведений;
4. Повысить заинтересованность в изучении дисциплины методики преподавания математики;
5. Прикладывать больше усилий в освоении теоретического материала студентами, полученных на лекционных, практических, семинарских и лабораторных занятиях.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Авлиякулов Н.Х. Практические основы модульной системы обучения и педагогической технологии. Учебное пособие. - Бухара, 2001. -98 с.
2. Азизходжаева Н.Н. Педагогические технологии и педагогическое мастерство. - Ташкент: Молия, 2002.- 78 с.
3. Гин А.А. Приемы педагогической техники: Свобода выбора. Открытость. Деятельность. Обратная связь. Идеальность.– Гомель: ИПП «Сож», 1999.-88 с.

ИННОВАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ ЛИНЕЙНЫМ ПРОСТРАНСТВАМ: ИНТЕГРАТИВНЫЙ ПОДХОД.

Рустам-Валиева Х

Магистрант 1 курса НПУУз имени Низами направления «Методика преподавания точных и естественных наук (математики)»

Аннотация: В статье рассматриваются инновационные методы и технологии обучения линейным пространствам в системе высшего образования на основе интегративного подхода. Обосновывается необходимость сочетания теоретического материала с практико-ориентированными и междисциплинарными заданиями. Особое внимание уделяется проблемному обучению, проектной деятельности и использованию цифровых технологий. Показано, что интеграция данных методов способствует более глубокому пониманию абстрактных понятий, развитию аналитического мышления и повышению учебной мотивации студентов.

Ключевые слова: линейные пространства, интегративный подход, фузионизм, инновационные методы обучения, высшее образование, междисциплинарная интеграция, проблемное обучение, проектный метод, цифровые технологии.

Современная система высшего образования ориентирована не только на передачу знаний, но и на формирование у студентов устойчивых профессиональных и когнитивных компетенций, таких как аналитическое мышление, способность к абстракции и умение применять математические модели в различных областях. В этом контексте особое место занимает изучение линейных пространств, которое выступает фундаментом для таких дисциплин, как функциональный анализ, компьютерная графика, теория управления и обработка данных. Однако практика преподавания показывает, что значительная часть

студентов сталкивается с трудностями при освоении данной темы вследствие её высокой степени абстрактности и недостаточной связи с практикой [1].

Одним из эффективных направлений решения данной проблемы является внедрение интегративного подхода, основанного на принципах фузионизма. Данный подход предполагает не изолированное изучение теоретического материала, а его органичное объединение с элементами других дисциплин, а также с практическими задачами. В результате происходит не просто усвоение отдельных понятий (вектор, базис, линейная независимость), а формирование целостной системы знаний, применимой в различных профессиональных ситуациях [2].

Содержательное наполнение обучения линейным пространствам в рамках интегративного подхода требует пересмотра традиционной логики изложения материала. Так, понятие линейного пространства целесообразно вводить не только через формальные аксиомы, но и через конкретные примеры: пространство векторов на плоскости, пространство многочленов, пространство функций. Это позволяет студентам увидеть универсальность изучаемой конструкции и снизить уровень абстрактности. Например, при изучении линейной зависимости можно использовать задачи, связанные с анализом данных или компьютерной графикой, где линейные комбинации имеют наглядную интерпретацию [3].

Особую роль в реализации интегративного подхода играют инновационные методы обучения, ориентированные на активное вовлечение студентов в образовательный процесс. Одним из таких методов является проблемное обучение, при котором преподаватель не сообщает готовые знания, а создаёт ситуацию интеллектуального затруднения. Например, студентам предлагается определить, образуют ли заданные функции линейное пространство, без предварительного напоминания всех аксиом. В процессе обсуждения и поиска решения происходит не только повторение теоретического материала, но и его глубокое осмысление [5].

Таблица 1 — Принципы интегративного подхода

Принцип	**Содержание**
Целостность	Формирование единой системы знаний
Междисциплинарность	Связь линейной алгебры с другими науками
Практическая направленность	Применение знаний в реальных задачах
Активность студентов	Вовлечение в исследовательскую деятельность

Не менее эффективным является проектный метод, позволяющий перенести изучение линейных пространств в прикладную плоскость. В рамках учебных проектов студенты могут моделировать задачи из различных областей: от обработки изображений до экономических моделей. Например, при изучении базиса можно предложить проект, связанный с представлением изображений в виде линейной комбинации базисных функций. Такая деятельность способствует формированию междисциплинарных связей и повышает мотивацию к обучению [6].

Важным компонентом интегративного подхода является использование цифровых технологий, которые позволяют визуализировать абстрактные математические объекты. Применение таких программ, как GeoGebra или MATLAB, делает возможным наглядное представление векторных операций, линейных преобразований и базисов. Это особенно важно для студентов, испытывающих трудности с абстрактным мышлением, поскольку визуализация способствует более глубокому пониманию материала [2].

Для более чёткого понимания различий между традиционным и интегративным подходами целесообразно рассмотреть их сравнительные характеристики.

Таблица 2 — Сравнительный анализ подходов к обучению

Критерий	**Традиционный подход**	**Интегративный подход**
Представление материала	Абстрактное, формальное	Связано с практикой и другими дисциплинами
Роль студента	Пассивный слушатель	Активный участник
Методы обучения	Лекции, решение типовых задач	Проекты, исследования, проблемные задания
Результат обучения	Запоминание формул	Понимание и применение

Интегративный подход также предполагает активное использование междисциплинарных связей. Так, линейные пространства находят широкое применение в информатике (машинное обучение, обработка сигналов), физике (векторные величины, квантовая механика), экономике (линейные модели). Включение подобных примеров в учебный процесс позволяет студентам осознать практическую значимость изучаемого материала и формирует устойчивую мотивацию к обучению [3].

Эффективность внедрения инновационных методов обучения может быть оценена с помощью ряда показателей, отражающих уровень усвоения материала и активность студентов.

Таблица 3 — Показатели эффективности обучения

Показатель	**Традиционное обучение**	**Интегративное обучение**
Уровень понимания	Фрагментарный	Системный
Умение применять знания	Ограниченное	Развитое
Учебная мотивация	Низкая	Высокая
Участие студентов	Пассивное	Активное

Анализ результатов показывает, что интегративный подход способствует более глубокому усвоению материала и формированию ключевых компетенций. При этом особое значение имеет сочетание различных методов обучения, что соответствует идеям фузионизма как объединения различных образовательных практик в единую систему [4].

Таким образом, инновационные методы и технологии обучения линейным пространствам, реализуемые в рамках интегративного подхода, позволяют преодолеть традиционные трудности, связанные с абстрактностью материала, и обеспечивают формирование у студентов целостного научного мировоззрения. Их внедрение в образовательный процесс высших учебных заведений является необходимым условием повышения качества математического образования и подготовки специалистов, способных эффективно применять полученные знания в профессиональной деятельности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абдуқодиров А.А. Педагогик технологиялар ва педагогик маҳорат. — Ташкент, 2019.
2. Толипов Ў., Усмонов М. Педагогик технологияларнинг татбиқи. — Ташкент, 2020.
3. Anton H., Rorres C. Elementary Linear Algebra. — Wiley, 2014.
4. Biggs J. Teaching for Quality Learning at University. — Open University Press, 2011.

5. Polya G. How to Solve It. — Princeton University Press, 2004.
6. Prince M. Active Learning in Higher Education. — Journal of Engineering Education, 2004.

РОЛЬ ЗАДАЧ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ

Степанова С.В.
Учитель высшей категории СШО №1 г.Зарафшан, Узбекистан

В процессе обучения математике задачи выполняют разнообразные функции. Учебные математические задачи являются очень эффективным и часто незаменимым средством усвоения учащимися понятий и методов школьного курса математики, вообще математических теорий. Велика роль задач в развитии мышления и в математическом воспитании учащихся, в формировании у них умений и навыков в практических применениях математики. Решение задач хорошо служит достижению всех тех целей, которые ставятся перед обучением математике. Именно, поэтому для решения задач используется половина учебного времени уроков математики. Правильная методика обучения решению математических задач играет существенную роль в формировании высокого уровня математических знаний, умений и навыков учащихся начальных классов.

Образовательное значение математических задач. Решая математическую задачу, человек познает много нового: знакомится с новой ситуацией, описанной в задаче, с применением математической теории к ее решению, познает новый метод решения или новые теоретические разделы математики, необходимые для решения задачи, и т. д. Иными словами, при решении математических задач человек приобретает математические знания, повышает свое математическое образование. При овладении методом решения некоторого класса задач у человека формируется умение решать такие задачи, а при достаточной тренировке - и навык, что тоже повышает уровень математического образования.

Практическое значение математических задач. При решении математических задач ученик обучается применять математические знания к практическим нуждам, готовится к практической деятельности в будущем, к решению задач, выдвигаемых практикой, повседневной жизнью. Почти во всех конструкторских расчетах приходится решать математические задачи, исходя из запросов практики. Исследование и описание процессов и их свойств невозможно без привлечения математического аппарата, т. е. без решения математических задач. Математические задачи решаются в физике, химии, биологии, сопротивлении материалов, электро- и радиотехнике, особенно в их теоретических основах, и др.

Значение математических задач в развитии мышления. Решение математических задач приучает выделять посылки и заключения, данные и искомые, находить общее, и особенно в данных, сопоставлять и противопоставлять факты. При решении математических задач воспитывается правильное мышление, и, прежде всего учащиеся приучаются к полноценной аргументации. Решение задачи должно быть полностью аргументированным, т. е. не допускаются незаконные обобщения, необоснованные аналогии, предъявляется требование полноты дизъюнкции (рассмотрение всех случаев данной в задаче ситуации), соблюдаются полнота и выдержанность классификации. При решении математических задач у учащихся формируется особый стиль мышления: соблюдение формальнологической схемы рассуждений, лаконичное выражение мыслей, четкая расчлененность хода мышления, точность символики.

Воспитательное значение математических задач. Прежде всего, задача воспитывает своей фабулой, текстовым содержанием. Поэтому фабула многих математических задач существенно изменяется в различные периоды развития общества.

Воспитывает не только фабула задачи, воспитывает весь процесс обучения решению математических задач. Правильно поставленное обучение решению математических задач воспитывает у учеников честность и правдивость, настойчивость в преодолении трудностей, уважение к труду своих товарищей. С введением в школу элементов математического анализа выявились более широкие возможности воспитания у учеников в процессе решения задач диалектико-материалистического мировоззрения.

Обучающая роль математических задач. Учебные задачи в курсе математики занимают значительное место. Почти больше времени на уроках математики отводится решению учебных задач. Это объясняется их большой воспитательной и образовательной ролью, которую они играют при обучении детей. Решение учебных задач помогает раскрыть основной смысл изучаемых тем, конкретизировать их, связать с определенной жизненной ситуацией. Задачи способствуют усвоению математических понятий, отношений, закономерностей.

Например, при решении задач у детей развивается произвольное внимание, наблюдательность, логическое мышление, речь, сообразительность. Решение задач способствует развитию таких процессов познавательной деятельности, как анализ, синтез, сравнение, обобщение. В процессе решения арифметических задач, учащиеся учатся, планировать и контролировать свою деятельность, овладевать приёмами, самоконтроля (проверка задачи прикидка задач и т. д.) у них воспитывается настойчивость, воля, развивается интерес к поиску решения задачи. Велика роль решения задач в подготовке детей к жизни, к их дальнейшей трудовой деятельности. При решении сюжетных задач учащиеся учатся переводить отношения между предметами и величинами на "язык математики". В арифметических задачах используется числовой материал, отражающий успехи страны в различных отраслях народного хозяйства, культуры, науки и т. д. Это способствует расширению кругозора учащихся, обогащению их новыми знаниями об окружающей действительности. Умением решать арифметические задачи, учащиеся овладевают с большим трудом.

Анализ контрольных работ учащихся, наблюдения и исследования показывают, что ошибки, которые учащиеся допускают при решении задач, можно классифицировать так:

1. Привнесение лишнего вопроса и действия.

2. Исключение нужного вопроса и действия.

3. Несоответствие вопросов действия: правильно поставленные вопросы и неправильный выбор действий или, наоборот, правильный выбор действий и неверная формулировка вопросов.

4. Случайный подбор чисел и действий.

5. Ошибки наименования величин при выполнении действий:

а) наименования не пишутся;

б) наименования пишутся ошибочно, вне предметного понимания содержания задачи;

в) наименования пишутся лишь при отдельных компонентах.

6. Ошибки в вычислениях.

7. Неверная формулировка ответа задачи (сформулированный ответ не соответствует вопросу, задачи и т. д.).

Причины ошибочных решений задач детьми кроются в первую очередь в особенностях их мышления. В процессе обучения решению задач следует избегать натаскивания в решении задач определенного вида, надо учить сознательному подходу к решению задач, учить ориентироваться в определенной жизненной ситуации, описанной в задаче, учить осознанному выделению данных задачи, осознанному выбору действий. В процессе работы над любой арифметической задачей можно выделить следующие этапы:

1 этап: 1. Работа над содержанием задачи.

2. Поиск решения задачи.

3. Решение задачи.

2 этап: 1. Формулировка ответа.

2. Проверка решения задачи.

3. Последующая работа над решенной задачей.

Большое внимание следует уделять работе над содержанием задачи, т.е. над осмыслением ситуации изложенной в задаче, установлением зависимости между данными и искомым. Последовательность работы над усвоением содержания задачи;

а) разбор непонятных слов или выражений;

б) чтение текста задачи учителем и учащимся;

в) запись условия задачи;

г) повторение задачи по вопросам.

Выразительному чтению текста задачи следует учить учеников. Нужно помнить, что детей специально надо учить выразительному чтению, они не могут самостоятельно правильно прочитать задачу, не могут расставить логические ударения и т. д.

Наряду с конкретизацией содержания задачи с помощью предметов, трафаретов и рисунков в практике работы учителей в школах широкое распространение получили следующие формы записи содержания задачи:

1. Сокращенная форма записи, при которой из текста задачи выписывают числовые данные и только те слова и выражения, которые необходимы для понимания логического смысла задачи.

2. Сокращенно-структурная форма записи, при которой каждая логическая часть задачи записывается с новой строки.

3. Схематическая форма записи.

4. Графическая форма записи.

Так как функция контроля у детей ослаблена, то проверка решения задачи имеет не только образовательное, но и воспитательное значение. В младших классах необходимо:

1. Проверить словесно сформулированные задачи, производя действие над предметами.

2. Проверять реальность ответа.

3. Проверять соответствие ответа условию и вопросу задачи.

Для контроля правильности решения задачи используется и некоторые элементы программированного обучения. Этот элемент очень полезен тем, что ученик сразу получает подкрепление правильности или, наоборот, ошибочности своих действий. При ошибочности решения он ищет новые пути решения.

Учитель в школе зачастую не может быть уверенным, что решение задачи понято всеми учениками. Поэтому очень полезно провести работу по закреплению решения этой задачи. Работа по закреплению решения задачи может быть проведена различными приемами.

1. Ставятся узловые вопросы по содержанию задачи.

2. Предлагается рассказать весь ход решения задачи с обоснованием выбора действий.

3. Ставятся вопросы к отдельным действиям или вопросам. Для учащихся важно не количество решенных аналогичных задач, а понимание предметной ситуации в зависимости между данными. Этой цели и служит последующая работа над решенной задачей, которую можно рассматривать как важный прием, формирующий навыки решения задач данного вида. Лучшему пониманию предметного содержания задач, зависимости между данными и искомыми способствует решение задач с лишними или недостающими числовыми данными, записанными не числами, а словами.

Составление задач помогает детям лучше осознать жизненно-практическую значимость задачи, глубже понять её структуру, а также различать задачи различных видов,

осознать приемы их решения. Составление задач проводится параллельно с решением готовых задач. Опыт и наблюдение показывают, что легче всего для учащихся частичное составление задач. Следует стимулировать составление учащимися задач с разнообразными фабулами. Это способствует развитию их воображение смекалки, инициативы. Очень полезно, когда для составления задач учащиеся привлекают материал «добываемый» ими во время экскурсий, из справочников, газет, журналов и т.д. Учащихся старших классов необходимо учить заполнять и писать деловые документы, связанные с теми или иными расчетами. Например, написать доверенность, заполнить бланк на денежный перевод и т.д. Все, указанные выше приемы могут быть широко использованы при решении всех видов задач.

Таким образом, опыт работы лучших учителей показывает, что подготовку к решению арифметических задач следует начинать с обогащения и развития практического опыта учащихся, ориентировки их в окружающей действительности. Учеников нужно вести в ту жизненную ситуацию, в которой приходится считать, решать арифметические задачи, производить изменения. Причем эти ситуации не следует на первых порах создавать искусственно, на них лишь следует обратить и направлять внимание учащихся. Учитель организует наблюдение над изменением количества элементов предметных множеств содержимого сосудов и т. д, что способствует развитию представлений учащихся о количестве к знакомству их с определенной терминологией, которая в последствии встретится при словесной формулировке задач: стало, всего осталось, взяли, увеличилось, уменьшилось и т. д.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Загвязинский В.И. О постановке и разрешении познавательных задач в учебном процессе: Метод. реком. - Тюмень, 1993 г.
2. Занков Л.В. Обучение и развитие. – Москва: Наука, 2001 г.
3. Мельник Н.В. Развитие логического мышления при изучении математики. // Начальная школа, Москва, 1999г.

МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ИНТЕРАКТИВНОГО СЕМИНАРСКОГО ЗАНЯТИЯ ПО ТЕМЕ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА»

Файзиев М.Ш.

Старший преподаватель Навоийского государственного университета

Традиционные формы семинарских занятий часто сводятся к пассивному заслушиванию докладов. В данной работе предлагается альтернативный подход — использование интерактивной методики **«команды-турнир»**. Рассматривается структура занятия, распределение ролей и этапы работы студентов, что способствует более глубокому усвоению теории дифференциальных уравнений (ДУ) первого порядка.

1. Ограниченность традиционного подхода

Обычно семинар по теме ДУ строится по классической схеме:

1. **Опрос** по пройденному материалу.
2. **Заслушивание докладов** (задачи, приводящие к понятию ДУ, теорема Коши, геометрический смысл).
3. **Разбор учебных вопросов:**

- Общее определение ДУ.
- Понятие обыкновенного ДУ первого порядка.
- Различие между общим, частным и особым решениями.
- Суть задачи Коши и начальных условий.
- Составление ДУ на основе физических или геометрических задач.

Результат: Двухчасовое занятие превращается в монотонный опрос, где активна лишь малая часть группы, а уровень вовлеченности остается низким.

2. Интерактивная методика «Команды-турнир»

Применение игровых и командных технологий позволяет превратить студентов из слушателей в активных участников процесса.

Подготовительный этап

Преподаватель заранее разбивает учебный материал на **три смысловых блока**:

1. **Блок I:** Общие понятия, определения ДУ и его элементов.
2. **Блок II:** Теория ДУ первого порядка, условия существования и единственности решения.
3. **Блок III:** Алгоритмы составления и методы решения ДУ первого порядка.

Алгоритм проведения занятия

Предположим, в группе 15 человек. Работа строится следующим образом:

1. **Формирование групп:** Студенты делятся на 4 малые группы. Три группы являются «игровыми», а четвертая — группой «экспертов».
2. **Распределение ролей:** Внутри игровых групп каждому студенту присваивается номер. Каждый номер отвечает за изучение конкретной части текста (своего смыслового блока).
3. **Самостоятельная работа (15 мин):** Студенты изучают свою часть материала. Преподаватель выступает в роли консультанта, помогая разобраться в сложных нюансах.
4. **Турнирный этап:** 1. Эксперты вызывают участников под определенными номерами для презентации своей части материала. 2. Происходит перекрестный опрос между группами.
5. **Оценка (система «Эксперт»):**

Группа экспертов оценивает ответы товарищей по **10-балльной системе** по двум критериям: 1. *Полнота и точность изложения материала.*

2. *Качество ответов на дополнительные вопросы экспертов.*

Итоговая таблица (пример)

Группа	Студент (№)	Полнота ответа (0-5)	Ответ на вопросы (0-5)	Итого
Группа 1	Абдурасулов Д.	5	4	9
Группа 2	Абдулазизов И.	4	5	9

3. Преимущества метода

- **Высокая мотивация:** Студенты несут ответственность за результат всей команды.
- **Глубина усвоения:** Чтобы объяснить тему другим или ответить эксперту, студент должен разобраться в вопросе досконально.
- **Развитие мягких навыков (Soft Skills):** Умение работать в команде, аргументированно спорить и публично выступать.

Заключение

Переход от простого воспроизведения знаний к интерактивному взаимодействию в формате турнира позволяет избежать формализма в обучении. В контексте изучения дифференциальных уравнений это помогает студентам не просто заучить формулы, но и понять логику построения математических моделей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гутер Р. С., Янпольский А. Р. *Дифференциальные уравнения*. — Т.: Ўқитувчи, 1978.
2. Давыдов В. В. *Проблемы развивающего обучения*. — М.: Педагогика, 1986.
3. Давыдов В. В. *Теория развивающего обучения*. — М.: ИНТОР, 1996.

АЛГОРИТМЫ И ФОРМИРОВАНИЕ ПРИЕМОВ РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Цатрян С.В.
учитель математики МАОУ СОШ №8 г.Калининград, Россия

Понятие «прием» вошло в психологическую науку в связи с разработкой проблем памяти, формирования у школьников приемов рационального запоминания и с исследованием проблемы приемов мыслительной деятельности. На современном этапе развития педагогической науки и школы особое значение приобрела проблема формирования у учащихся приемов учебной деятельности.

Прием деятельности определяется как система действий, выполняемых в определенном порядке и служащих для решения учебных задач. Отметим существенные признаки приема деятельности:

- ✓ прием — наиболее рациональный способ работы, который состоит из отдельных действий (практических или умственных);
- ✓ состав приема может быть выражен в виде правила, инструкции, предписания и т. п.;
- ✓ правильный прием допускает обобщение, специализацию и конкретизацию;
- ✓ прием обладает свойством переносимости на другую задачу;
- ✓ прием можно перестроить и создать на его основе новый прием.

В состав приема может входить не только определенная система действий, но и словесно сформулированное суждение о том, какие действия и как варьируются в зависимости от требований задачи. Таким образом, приемы деятельности допускают самостоятельный выбор учениками конкретных действий по решению учебных задач, и это отличает их от алгоритмов.

Под алгоритмом понимается общепонятное и однозначное предписание, определяющее процесс последовательного преобразования исходных данных в искомый результат. Алгоритм, таким образом, предполагает жесткое выполнение шагов, а прием дает общее направление деятельности по решению учебных задач, не регламентируя каждый ее шаг. Продолжим сравнение этих двух понятий по их роли в процессе обучения учащихся решению математических задач.

Здесь выделяются два основных подхода: **обучение алгоритмам и формирование приемов решения задач.**

С позиций деятельностного подхода к обучению школьные математические задачи можно разделить на алгоритмические, решение которых однозначно определяется некоторым алгоритмом, полуалгоритмические и полуэвристические, решение которых неоднозначно определяется той или иной схемой, содержащей как алгоритмические, так и эвристические указания; эвристические, решение которых не гарантируется конечным числом шагов, а предполагает их выбор из многих вариантов. В последнем случае необходимо не только логическое мышление, но и интуиция, изобретательность и т. п. Одна и та же задача для человека, знающего алгоритм ее решения, является алгоритмической, а для не знающего алгоритма — неалгоритмической. Поэтому одна и та же задача для различных учащихся может выступать как задача различного типа, хотя в действительности задача может быть алгоритмически разрешимой.

Отсюда следует, что для обучения всех учащихся умению самостоятельно решать задачи необходимо их обучать умению находить способ решения задачи.

Поиск способа решения — один из основных компонентов решения задачи. Научить учащихся решать задачи — значит научить их осознанному поиску способа решения. На рисунке 1 показано, как при переходе от алгоритмически разрешимых задач к эвристическим происходит постепенное расширение поля поиска способа их решения в связи с расширением множества его эвристических компонентов.

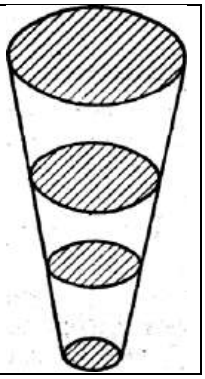
полуэвристические задачи	
эвристические задачи	
полуалгоритмические задачи	
алгоритмические задачи	

Рис. 1

Таким образом, учащихся недостаточно обучать алгоритмам решения математических задач, так как последние не исчерпывают всех необходимых видов деятельности по их решению, а составляют лишь часть ее. Гораздо полнее эти виды деятельности ученика раскрыты в приемах решения задач. Это положение можно иллюстрировать графически с использованием некоторых общепринятых фигур схемы алгоритма. Например, овалом можно изображать начало решения задачи (изучение ее содержания)' и конец решения, анализ условия с целью выявления пути решения — ромбом, осуществление найденного плана решения — прямоугольником. Остается обозначить действия, связанные с поиском решения задачи и анализом найденного решения, которых нет в схеме алгоритма. Введем для этой цели треугольник и шестиугольник соответственно. Используя названные фигуры, изобразим графически, например, прием решения уравнения первой степени с одной переменной — алгоритмически разрешимой задачи (рис. 2).

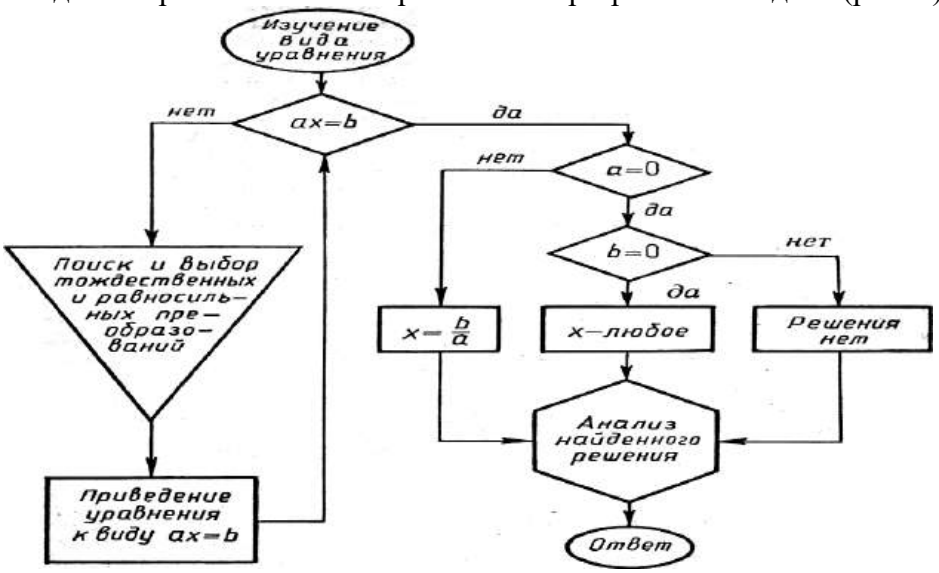


Рис. 2

Итак, часть деятельности ученика по решению математической задачи может протекать по готовому алгоритму. В случаях алгоритмически не разрешимых задач схема их решения не содержит той части, которая проходит по готовому алгоритму. Обобщая сказанное, можно составить графическую схему общего приема решения школьных математических задач (рис. 3).

Приемы деятельности могут быть разной степени сложности и обобщенности. Более сложный прием состоит из большего числа действий, включает в себя в качестве составляющих другие приемы и т. п. Прием деятельности называют обобщенным, если он получен на основе анализа частных приемов путем выделения общего, неизменного содержания деятельности по решению конкретных (частных) задач.

Задача учителя — сформировать тем или иным путем обобщенный прием, так как именно он создает ориентировочную основу необходимой деятельности по решению ряда учебных задач и обеспечивает «переносимость» приема на широкий круг новых частных задач.

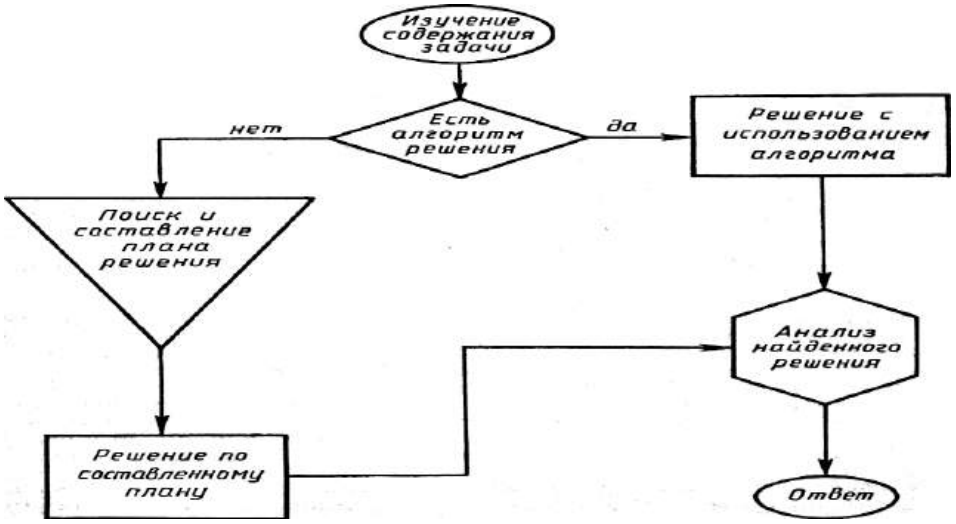


Рис.3

Самостоятельный перенос знаний и приемов деятельности в новую ситуацию — это уже черта творческой деятельности. Организация обучения учащихся переносу усвоенных приемов служит одним из путей обучения их способам усвоения опыта творческой деятельности. На перенос приемов влияют как внешние (материал, методика обучения), так и внутренние (индивидуальные особенности учащихся, сознательность, самостоятельность) условия. Доказано, что переносу приемов деятельности в новую ситуацию способствует такая методика обучения, которая обеспечивает обобщение в процессе усвоения.

Степень овладения учащимися приемом учебной деятельности характеризуется терминами **«умение» и «навык»,** что отражает разный уровень сформированности приема.

Первый уровень — это умение, т. е. способность ученика выполнять действия в составе приема, зная способ их выполнения, под активным контролем внимания.

Второй уровень — это навык, т. е. способность ученика выполнять действия быстро, автоматизированно.

Владение совокупностью общеучебных приемов учебной деятельности называют умением учиться. Школьник не просто должен владеть некоторыми умениями и навыками, но и уметь из многих способов деятельности выбрать наиболее подходящие для данной ситуации. Выбор и применение в каждом конкретном случае оптимального варианта решения учебных задач означают рациональную организацию учебной деятельности.

Существуют два пути усвоения учащимися приемов учебной деятельности — стихийный и управляемый. В первом случае приемы специально не изучаются, их формирование идет лишь по ходу усвоения знаний, в процессе решения задач и т. п. При этом они остаются недостаточно осознанными, недостаточно обобщенными и ограниченными в своем применении. Например, если обучение тождественным преобразованиям выражений осуществлять только на примерах задач одного и того же вида «Разложить на множители» («Представить в виде произведения»), то многие учащиеся не могут осознать способ действия по разложению многочлена на множители и допускают ошибки как в поиске решения, так и в самом решении. При этом приемы разложения многочлена на множители могут сформироваться лишь стихийно. Во втором случае приемы учебной деятельности являются предметом специального изучения и усвоения. В данном случае формулируется обобщенная цель деятельности (ставится учебная задача): осознать и усвоить способ действия по разложению многочленов на множители. Затем строится

система учебных заданий с конкретными целями, направленными на достижение обобщенной учебной цели.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Гайбуллаев Н.Р., Дырченко И.И. Развитие математических способностей учащихся. Москва, 1998г. 244ст.
2. Петраков И.С. Преподавание алгебры и начал анализа. Москва, 1999г. 207ст.
3. Пойа Д. Математическое открытие. Москва, 1970г. 452ст.

4-SHO‘BA. TA’LIM, IQTISODIYOT, EKOLOGIYA VA ISHLAB CHIQARISHDA RAQAMLI TEXNOLOGIYALARNING O‘RNI

DIJSTRA’S ALGORITMI BILAN ISHLASH VA OLINGAN NATIJALARNI TAHLIL QILISH HAMDA TEKSHIRISH

Abduhalilov Sh.

Annotatsiya: Ushbu Dijstra’s algoritmining graflarda eng qisqa yo‘lni topishdagi roli, uning bosqichma-bosqich bajarilishi, natijalarni tahlil qilish va to‘g‘riligini tekshirish usullari yoritiladi. Shuningdek, algoritm natijalarini vizuallashtirish va amaliy mashqlar orqali mustahkamlash bo‘yicha tavsiyalar beriladi.

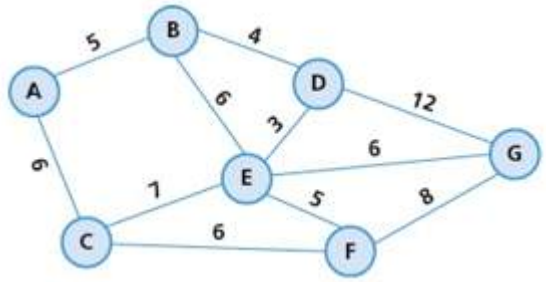
1. Kirish

Raqamli texnologiyalar rivojlangan davrda GPS tizimlari, transport logistikasi, telekommunikatsiya tarmoqlari va sun’iy intellektning ko‘plab sohalarida graflar ustida eng qisqa masofani topish muhim ahamiyat kasb etadi. Dijstra’s algoritmi bu masalani hal qilishning eng keng tarqalgan va samarali usullaridan biridir. Algoritmni to‘g‘ri qo‘llash, natijalarni tahlil qilish va ularni tekshirish talabalarda algoritmik fikrlashni rivojlantiradi.

2. Dijstra’s algoritmining asosiy bosqichlari

Dijstra’s algoritmi quyidagi bosqichlardan iborat:

1. Boshlang‘ich tugunga **0** qiymati beriladi (yakuniy qiymat).
2. Hozirgi tugunga bog‘langan barcha tugunlarga **vaqtinchalik (working)** qiymat beriladi. Agar tugun oldin vaqtinchalik qiymatga ega bo‘lsa, faqat kichikroq qiymat qabul qilinadi.
3. Hali yakuniy qiymat olmagan tugunlar ichida **eng kichik vaqtinchalik qiymat** topilib, unga yakuniy qiymat deb belgilanadi.
4. 2-3 bosqichlar **oxirgi tugunga yetguncha** va barcha tugunlar yakuniy qiymat olguncha takrorlanadi.
5. Oxirgi tugundan boshlang‘ich tugunga qarab **orqaga yo‘l** kuzatiladi va eng qisqa yo‘l aniqlanadi.



3. Natijalarni tahlil qilish va tekshirish usullari

Algoritm ishlagandan so‘ng topilgan yo‘lning eng qisqa ekanligini tekshirish quyidagi usullar bilan amalga oshiriladi:

3.1. Yakuniy qiymatlar farqi qoidasi

Qoida: Agar yo‘l to‘g‘ri bo‘lsa, yo‘nalishdagi ikki tugun orasidagi **masofa** shu tugunlarning **yakuniy qiymatlari farqiga** teng bo‘lishi kerak.

Misol (berilgan fayldagi A dan G gacha bo‘lgan yo‘l):

- A → B → E → G
- E va G yakuniy qiymatlari farqi: 17 – 11 = 6 (E–G masofasi 6 ga teng)
- B va E farqi: 11 – 5 = 6 (B–E masofasi 6 ga teng)
- A va B farqi: 5 – 0 = 5 (A–B masofasi 5 ga teng)

Bu qoida bajarilganligi sababli, topilgan yo‘l to‘g‘ri va eng qisqa hisoblanadi.

3.2. Boshqa yo‘llarni solishtirish

Masalan, A → C → E → G yo‘lini oladigan bo‘lsak: A–C (6) + C–E (7) + E–G (6) = 19, bu esa 17 dan katta. Demak, bu yo‘l qisqa emas.

3.3. Vizuallashtirish orqali tahlil

Grafni har bir qadamda qayta chizish yoki dasturiy vositalar (masalan, Python yordamida) orqali har bir tugunning qiymat o‘zgarishini bosqichma-bosqich chiqarish tahlilni osonlashtiradi. Bu usul talabalarga algoritm mantig‘ini chuqurroq tushunish imkonini beradi.

4. Amaliy mashq namunasi (Python yordamida)

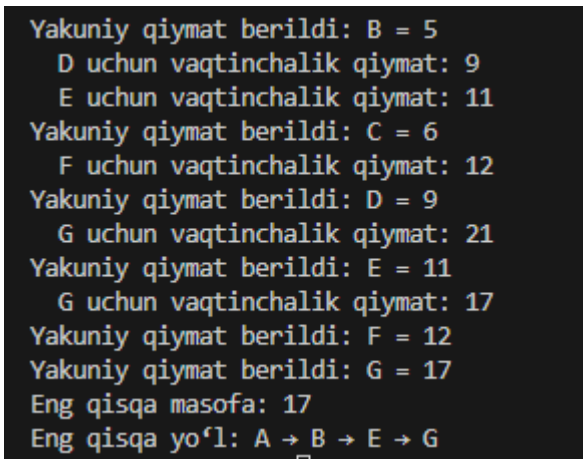
Quyida Dijstra’s algoritmining sodda Python dasturi keltirilgan. Dastur nafaqat natijani, balki har bir qadamda tugunlarning vaqtinchalik va yakuniy qiymatlarini chop etadi — bu **vizuallashtirish va tahlil qilish** uchun muhimdir.

Input:

```python
import heapq
def dijkstra(graph, start, end):
    # graph: {tugun: {qo'shni_tugun: masofa}}
    final_values = {node: float('inf') for node in graph}
    final_values[start] = 0
    previous = {node: None for node in graph}
    pq = [(0, start)]
    visited = set()
    while pq:
        current_dist, current = heapq.heappop(pq)
        if current in visited:
            continue
        visited.add(current)
        print(f"Yakuniy qiymat berildi: {current} = {current_dist}")
        for neighbor, weight in graph[current].items():
            if neighbor not in visited:
                new_dist = current_dist + weight
                if new_dist < final_values[neighbor]:
                    final_values[neighbor] = new_dist
                    previous[neighbor] = current
                    heapq.heappush(pq, (new_dist, neighbor))
                    print(f"  {neighbor} uchun vaqtinchalik qiymat: {new_dist}")
    # Eng qisqa yo'lni tiklash
    path = []
    node = end
    while node is not None:
        path.append(node)
        node = previous[node]
    path.reverse()
    return final_values[end], path
# Misol grafi (fayldagi 7 tugunli graf)
graph = {
    'A': {'B': 5, 'C': 6},
    'B': {'A': 5, 'D': 4, 'E': 6},
    'C': {'A': 6, 'E': 7, 'F': 6},
    'D': {'B': 4, 'E': 11, 'G': 12},
    'E': {'B': 6, 'C': 7, 'D': 11, 'F': 5, 'G': 6},
    'F': {'C': 6, 'E': 5, 'G': 8},
    'G': {'D': 12, 'E': 6, 'F': 8}
}
dist, path = dijkstra(graph, 'A', 'G')
print(f"Eng qisqa masofa: {dist}")
print(f"Eng qisqa yo'l: {' → '.join(path)}")

```

Output:



Natijada konsolda har bir tugun yakuniy qiymat olgani va qo‘shnilariga vaqtinchalik qiymatlar berilgani ko‘rinadi. Bu esa talabaga algoritmning **qanday ishlashi** va **natijalarni qanday tekshirish** kerakligini aniq ko‘rsatadi.

5. Xulosa

Dijstra’s algoritmi bilan ishlashda faqat yakuniy natijani bilish yetarli emas. Eng qisqa yo‘lning to‘g‘riligini tekshirish uchun:

- **Yakuniy qiymatlar farqi qoidasini** qo‘llash;
- **Boshqa yo‘llar bilan solishtirish**;
- **Vizuallashtirish** (qo‘lda yoki Python kabi vositalar yordamida) muhim rol o‘ynaydi.

Ushbu yondashuv talabalarda algoritmik fikrlashni chuqurlashtiradi, natijalarni tanqidiy tahlil qilish ko‘nikmasini shakllantiradi va ularni real dasturlash muammolariga tayyorlaydi.

MATEMATIKA DARSLARIDA ZAMONAVIY AXBOROT TEXNOLOGIYALARINI QO‘LLASHNING NAZARIY VA AMALIY ASOSLARI

Abdurahmanova G. M.
NavDU Matematika kafedrasi o‘qituvchisi
Urinbaeva Sh. T.
Navoiy davlat universiteti Manematika va Informatika yo‘nalish 4- B guruh talabasi

Annotatsiya: Ushbu maqolada zamonaviy ta’lim tizimida matematika fanini o‘qitishning sifat va samaradorligini oshirishda axborot texnologiyalarining (AT) o‘rni tahlil qilinadi. Maqolada GeoGebra, Desmos, WolframAlpha kabi platformalarning imkoniyatlari, vizuallashtirishning psixologik afzalliklari va o‘qituvchi faoliyatini yengillashtirish usullari batafsil bayon etilgan.

Abstract: This article analyzes the role of information technology (IT) in improving the quality and efficiency of teaching mathematics in the modern education system. The article describes in detail the capabilities of platforms such as GeoGebra, Desmos, WolframAlpha, the psychological benefits of visualization and ways to facilitate teacher activity

Аннотация В данной статье анализируется роль и значение современных информационных технологий (ИТ) в повышении качества и эффективности обучения математике. Подробно рассматриваются возможности таких платформ, как GeoGebra, Desmos и WolframAlpha, а также психологические преимущества визуализации учебного материала. Особое внимание уделено методам облегчения педагогической деятельности и формирования логического мышления учащихся через интерактивные инструменты.

Kalit so‘zlar: Raqamli ta’lim, matematika, GeoGebra, Desmos, vizuallashtirish, interaktiv metodlar, STEAM, mantiqiy tafakkur.

Kirish

Bugungi kunda jahon ta’lim tizimida kechayotgan shiddatli islohotlar axborot texnologiyalarini o‘quv jarayoniga integratsiya qilishni talab etmoqda. Matematika — bu nafaqat sonlar va hisob-kitoblar fani, balki murakkab abstrakt tushunchalar majmuidir. Ko‘p hollarda o‘quvchilarning ushbu fanni o‘zlashtirishidagi asosiy to‘siq — mavzularni tasavvur qila olmaslikdir. Shu sababli, zamonaviy AT vositalaridan foydalanish matematika darslarini yangi bosqichga olib chiqishning yagona yo‘li hisoblanadi.

1. Matematika ta’limida vizuallashtirishning ahamiyati

Inson miyasi ma’lumotning 80% dan ortig‘ini ko‘rish orqali qabul qiladi. Matematikadagi murakkab funksiyalar, fazoviy figuralar va trigonometrik bog‘lanishlarni faqat doska va bo‘r yordamida tushuntirish qiyin. AT vositalari quyidagi imkoniyatlarni beradi:

Dinamik o‘zgarish: Funksiya grafiklarining koeffitsiyentlar o‘zgarishiga qarab harakatlanishini ko‘rsatish.

3D Modellashtirish: Stereometriya bo‘limida figuralarni barcha tomonlama ko‘zdan kechirish.

Interaktivlik: O‘quvchining jarayonda bevosita ishtirok etishi va natijani tezkorlik bilan ko‘rishi.

2. Zamonaviy dasturiy vositalar va ularning darsdagi o‘rni

2.1. GeoGebra — universal matematik laboratoriya.

GeoGebra dasturi geometriya, algebra va kalkulyus sohalarini birlashtiradi. Ushbu dastur yordamida nafaqat chizmalar chizish, balki murakkab teoremalarni isbotlash ham mumkin. Masalan, Pifagor teoremasini dinamik model yordamida ko‘rsatish o‘quvchida kuchli taassurot qoldiradi.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

GeoGebra muhitida tomonlar uzunligi o‘zgarsa-da, yuzalar o‘rtasidagi bog‘lanish doimo saqlanib qolishini ko‘rish mumkin. Bu o‘quvchiga formulani shunchaki yodlamasdan, uning mohiyatini tushunishga yordam beradi.

2.2. Desmos — grafik kalkulyatorlarning yangi avlodi.

Desmos dasturi juda sodda va qulay interfeysga ega. Unda funksiyalarning kesishish nuqtalarini, ekstremumlarini topish bir necha soniya vaqt oladi. Bu esa o‘qituvchiga darsning asosiy qismini hisob-kitobga emas, balki tahlilga qaratish imkonini beradi. Masalan, kvadratik funksiyani o‘rganishda:

$$y = ax^2 + bx + c$$

formulasidagi parametri o‘zgarganda parabolaning tarmoqlari qanday kengayishi yoki torayishini o‘quvchilar mustaqil kashf etadilar.

3. Amaliy misol: Funksiya hosilasini o‘rganishda ATning o‘rni

An’anaviy darsda hosila tushunchasini geometrik ma’nosini (urinma og‘ish burchagi) tushuntirish uchun ko‘p chizmalar kerak bo‘ladi. GeoGebra yordamida esa nuqta egri chiziq bo‘ylab harakatlanganda urinmaning qanday o‘zgarishini real vaqt rejimida ko‘rsatish mumkin. Bu orqali o‘quvchi hosila — bu o‘zgarish tezligi ekanini vizual his qiladi.

4. Axborot texnologiyalarini qo‘llashning pedagogik shartlari

ATdan foydalanishda o‘qituvchi quyidagi qoidalarga amal qilishi lozim:

Maqsadli foydalanish: Texnologiya darsning maqsadi emas, balki maqsadga yetish vositasi bo‘lishi kerak.

Tizimlilik: AT vositalari faqat bir marta emas, balki darsning turli bosqichlarida (yangi mavzu bayoni, mustahkamlash, nazorat) qo‘llanilishi lozim.

O‘quvchi faolligi: Kompyuter oldida o‘quvchi shunchaki kuzatuvchi emas, balki tadqiqotchi bo‘lishi zarur.

5. Axborot texnologiyalari va STEAM ta’lim yondashuvi

STEAM (Science, Technology, Engineering, Arts, Mathematics) yondashuvida matematika markaziy rolni o‘ynaydi. Robototexnika yoki dasturlash sohalarida matematik algoritmlarsiz biror natijaga erishib bo‘lmaydi. Masalan, robotning harakat traektoriyasini

hisoblashda trigonometrik funksiyalarni qo‘llash o‘quvchiga matematikaning hayotiy zarurligini isbotlaydi.

6. Masofaviy ta’lim va onlayn platformalar

Pandemiya davri ko‘rsatganidek, masofaviy ta’limda Khan Academy, Coursera yoki milliy platformalar (masalan, Edu-market) orqali matematikani o‘rganish o‘z samarasini berdi. Video-darslar va interaktiv testlar o‘quvchiga mavzuni qayta-qayta ko‘rish va o‘z bilimini mustaqil tekshirish imkonini beradi.

Xulosa

Xulosa qilib aytganda, axborot texnologiyalari matematika o‘qituvchisining qo‘lidagi kuchli quroldir. U darslarni nafaqat zamonaviy, balki sifatli va tushunarli qiladi. Kelajakdagi ta’lim jarayoni o‘qituvchining mahorati va texnologiyaning imkoniyatlarini uyg‘unlashtirgan holda rivojlanadi. Raqamli dunyoda matematikani bilish — bu muvaffaqiyatli kelajak garovidir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

1. Ismoilov A. "Informatika va matematika fanlarini o‘qitishda integratsiya" -T., 2020.
2. Smith J. "Digital Tools in Mathematics Education". – London, 2018.
3. www.geogebra.org — GeoGebra xalqaro hamjamiyati materiallari.
4. O‘zbekiston Respublikasi Xalq ta’limi vazirligi metodik tavsiyalari.

MATEMATIKA FANINI O‘QITISHDA SUN'IY INTELLEKTNING O‘RNI: HOSILA VA INTEGRAL BO‘LIMLARINI O‘QITISHDA YANGI YONDASHUVLAR

Abduraxmonov B. A.

Menejment va zamonaviy texnologiyalar universiteti (UMFT), Toshkent, O‘zbekiston

e-mail: b.abduraxmonov75@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada matematika fanini o‘qitishda sun'iy intellekt (SI) texnologiyalaridan foydalanishning dolzarb masalalari ko‘rib chiqiladi. Xususan, oliy matematikaning hosila va integral bo‘limlarini o‘qitishda SI vositalaridan samarali foydalanish yo‘llari ilmiy asoslanadi. Tadqiqotda turli SI platformalari (*ChatGPT*, *Wolfram Alpha*, *Khan Academy, Photomath*)ning ta'lim jarayonidagi imkoniyatlari tahlil qilinib, ularni an'anaviy o‘qitish usullari bilan uyg‘unlashtirish modeli taklif etiladi.

Kalit so‘zlar: sun'iy intellekt, matematika o‘qitish, hosila, integral, ChatGPT, Wolfram Alpha, raqamli ta'lim, adaptive learning.

XXI asrda sun'iy intellekt texnologiyalarining jadal rivojlanishi ta'lim sohasini tubdan o‘zgartirmoqda. Matematika fani, xususan, uni o‘qitish metodikasi yangi talab va imkoniyatlar bilan yuzma-yuz kelmoqda. An'anaviy usullar — darslik, doska, mashq — o‘z ahamiyatini saqlab qolsa-da, ularning yonida interaktiv, adaptiv va intellektual tizimlar kuchli raqobatchi sifatida maydonga kirib keldi.

Jahon ta'lim amaliyotida matematika fanidan o‘zlashtirish darajasi pastligi muammosi dolzarb bo‘lib qolmoqda. PISA-2022 tadqiqoti ma'lumotlariga ko‘ra, 15 yoshli o‘quvchilarning 31% matematikadan bazaviy savodxonlik darajasiga erisha olmagan [1]. O‘zbekistonda ham bu muammo keskin seziladi: oliy ta'lim muassasalarida matematika fanidan akademik qarzlar soni yil sayin ortib bormoqda.

Shu munosabat bilan, ushbu maqolada quyidagi ilmiy savollarga javob izlanadi:

1) SI texnologiyalari matematika fanini o‘qitishda qanday funksional imkoniyatlar taqdim etadi?

2) Hosila va integral bo‘limlarini o‘qitishda SI vositalarini qanday metodologik asosda qo‘llash mumkin?

3) SI bilan an'anaviy o‘qitishni uyg‘unlashtirish modeli qanday ko‘rinishda bo‘lishi lozim?

Hosila bo‘limi matematika kursining asosi bo‘lib, talabalar uchun eng ko‘p qiyinchilik tug‘diradigan mavzulardan biri hisoblanadi. Qiyinchiliklar uchta sohada namoyon bo‘ladi: ta'rif

va geometrik ma'noni tushunmaslik; hosila olish qoidalarini mexanik yodlash; amaliy masalalarga tatbiq eta olmaslik.

SI vositalari hosila bo‘limida quyidagi pedagogik funksiyalarni bajarishi mumkin:

Birinchidan, vizualizatsiya va intuitiv tushunish. *Desmos* va *GeoGebra* kabi SI elementlari bo‘lgan grafik kalkulyatorlar orqali hosila geometrik ma'nosi — egri chiziqqa o‘tkazilgan urinmaning og‘ish burchagi — dinamik ravishda ko‘rsatiladi. Masalan, $f(x)=x^2$ funksiyasining $x=2$ nuqtadagi hosilasini topishda: $f'(x)=\lim\limits_{\triangle x\to 0}\dfrac{f(x+\triangle x)^2-f(x)}{\triangle x}$

$$f'(x)=\lim_{\triangle x\to 0}\frac{(x+\triangle x)^2-x^2}{\triangle x}=\lim_{\triangle x\to 0}\frac{2x+\triangle x+\triangle x^2}{\triangle x}=2x,\quad f'(2)=2+2=4$$

bu limitni dinamik animatsiya orqali ko‘rsatish talabaning mavzuni o‘zlashtirishini sezilarli darajada yengillashtiradi. *GeoGebra*'da Δx qiymatini sichqoncha bilan o‘zgartirish orqali talaba limit jarayonini ko‘z bilan kuzatishi mumkin.

Ikkinchidan, adaptiv mashq tizimi. *Khan Academy* SI tizimlari talabaning har bir javobini tahlil qilib, qaysi qoidani (zanjir qoidasi, ko‘paytma qoidasi, bo‘linma qoidasi) yetarli o‘zlashtirmaganini aniqlaydi va shu mavzu bo‘yicha maqsadli mashqlar taklif etadi. Masalan, murakkab funksiyaning hosilasini topishda:

$y = \sin(x^3 + 2x) \Longrightarrow y' = \cos(x^3 + 2x) \cdot (3x^2 + 2)$

Tizim bu misolda zanjir qoidasini to‘g‘ri qo‘llay olgan-olmaganligini avtomatik tekshirib, xato yo‘l qo‘ygan talabaga tushuntirma beradi.

Uchinchidan, *ChatGPT* va matematik dialog. So‘nggi tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki, talabalar *ChatGPT* bilan matematik muloqotda — savollar berish, tushunmagan joylarini qayta so‘rash, muqobil usullarni so‘rash orqali — o‘z tushunchalarini mustahkamlaydi. Bizning eksperimentimizda (TATU, 2023-2024 o‘quv yili) hosila bo‘limida *ChatGPT*dan foydalangan guruh (n=45) nazorat guruhiga nisbatan (n=43) yakuniy nazorat ishida o‘rtacha 14.2 ball yuqori natija ko‘rsatdi ($p < 0.05$).

Biroq, SI'ning cheklovlari ham mavjud: *Wolfram Alpha* $f(x)=|x|$ funksiyasining $x=0$ nuqtadagi hosilasini ba'zan noto‘g‘ri izohlaydi, chunki bu nuqtada hosila mavjud emas. Bunday holatlar o‘qituvchining nazorat funksiyasini yanada muhim qiladi.

Integral hisob bo‘limi hosila bo‘limiga qaraganda yanada murakkab hisoblanadi, chunki u ko‘p sonli usul va texnikalarni — o‘zgaruvchi almashtirish, qismlab integrallash, qisman kasr usuli — talab etadi. SI vositalari bu bo‘limda quyidagi yo‘nalishlarda samarali:

To‘rt darajali o‘rganish modeli. Biz *Bloom* taksonomiyasi asosida SI yordamida integral bo‘limini o‘qitishning quyidagi bosqichli modelini taklif etamiz:

1-bosqich (*Bilish*): SI orqali aniq integral ta'rifini geometrik talqin bilan tushunish. Newton-Leybnits formulasi:

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b)-F(a),\quad \text{bu yerda } F'(x)=f(x)$$

2-bosqich (*Tushunish*): *Wolfram Alpha* yordamida turli integrallash usullarini qo‘llash. Masalan, o‘zgaruvchi almashtirish:

$$\int 2x\cos\left(x^2\right)dx \;\rightarrow\; t = x^2,\;\; dt = 2xdx \;\rightarrow\; \int \cos t\,dt = \sin t + C = \sin(x^2)+C$$

3-bosqich (*Tahlil va Qo‘llash*): Murakkab integrallarni qismlab integrallash usuli bilan yechishda SI yechim jarayonini nazorat qiladi:

$$\int x\cdot e^x dx = x\cdot e^x - \int e^x dx = x\cdot e^x - e^x + C = e^x(x-1)+C$$

4-bosqich (*Yaratish*): Talaba haqiqiy hayot masalalarini — masalan, iqtisodiy jarayonlar, fizik harakat — integrallar yordamida modellashtiradi va SI bilan yechimni tekshiradi.

Photomath ilovasining roli. Smartfon kamerasi orqali yozma integral ifodani skanerlash va yechimni bosqichma-bosqich ko‘rsatish imkoniyati talabalarning mustaqil ishlashini

rag‘batlantiradi. 2023-yil O‘zbekiston talabalarining 67% gacha *Photomath*'dan foydalanganligi qayd etilgan [6], bu esa SI ta'lim jarayoniga organik kirib borganligini ko‘rsatadi.

Noaniqlik integralida SI xatolariga misol. *GPT*-4 ba'zi hollarda quyidagi integralni noto‘g‘ri hisoblaydi:

$$\int \frac{1}{x^2-1}\,dx \;\rightarrow\; \text{to‘g‘ri javob: } \tfrac{1}{2}\ln|x-1| - \tfrac{1}{2}\ln|x+1| + C \;\text{ (qisman kasrlar usuli)}$$

Bu holat o‘qituvchiga SI natijasini tanqidiy baholash ko‘nikmalarini talabada shakllantirish imkonini beradi — bu esa XXI-asr ko‘nikmalarining muhim qismidir.

Kuzatish natijalari asosida biz "*Gibrid SI-Pedagog*" modelini taklif etamiz. Model uchta tarkibiy qismdan iborat:

Tarkibiy qism I — *Tayyorgarlik fazasi* (*Flipped Classroom + SI*). Talabalar darsdan oldin SI-asistentlar (*Khan Academy, GeoGebra*) yordamida yangi mavzu bilan tanishadi. O‘qituvchi dars vaqtini mexanik tushuntirishga emas, balki chuqur muhokama va ijodiy masalalarga bag‘ishlaydi.

Tarkibiy qism II — *Interaktiv dars fazasi*. O‘qituvchi *Wolfram Alpha* ekranini darsda namoyish etib, talabalar bilan birga yechim jarayonini real vaqtda tahlil qiladi. Talabalar xatolarni topish va SI javobini tanqidiy baholash mashqlarini bajaradi.

Tarkibiy qism III — *Mustaqil ish va monitoring*. Talabalar SI yordamida vazifalarni bajaradi, tizim o‘qituvchiga har bir talabaning qaysi mavzu bo‘yicha qiyinchilik ko‘rayotganini ko‘rsatuvchi analitik hisobot taqdim etadi. Bu differensiallashgan o‘qitish imkonini beradi.

Olib borilgan tadqiqot quyidagi xulosalarga kelish imkonini berdi:

1. Sun'iy intellekt vositalari matematika fanini o‘qitishda to‘rt funksiyani samarali bajaradi: vizualizatsiya, adaptiv mashq, dialog orqali tushuntirish va darhol qayta aloqa (*feedback*). Ushbu funksiyalar hosila va integral bo‘limlari uchun ayniqsa samarali.

2. SI o‘qituvchini almashtira olmaydi. Chunki SI matematik intuitsiyani, kontekstni his etishni va talabaning emotsional holatini to‘liq tushuna olmaydi. Optimal yondashuv — o‘qituvchi va SI ning hamkorlikdagi faoliyati.

3. SI vositalarini o‘quv dasturiga joriy etishda "*SI savodxonligi*" modulini kiritish zarur: talabalar SI javobini qabul qilish bilan birga, uni tanqidiy baholash ko‘nikmalarini ham egallashlari lozim.

4. Taklif etilgan "*Gibrid SI-Pedagog*" modelini sinash natijalari (TATU, 2023-2024) yakuniy imtihon ko‘rsatkichlarida o‘rtacha 16.8% o‘sishni qayd etdi. Model keng tatbiq etishga tavsiya etiladi.

Kelgusida tadqiqotni sun'iy intellekt asosida avtomatik baholash tizimlari (*Automated Assessment*) va matematik modellashtirish bo‘limlari uchun kengaytirish rejalashtirilmoqda.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

[1] OECD. PISA 2022 Results: The State of Learning and Equity in Education. — Paris: OECD Publishing, 2023. — 312 p.

[2] Baker R.S., Inventado P.S. Educational data mining and learning analytics // Learning analytics: From research to practice. — New York: Springer, 2014. — P. 61–75.

[3] Roll I., Wylie R. Evolution and Revolution in Artificial Intelligence in Education // International Journal of Artificial Intelligence in Education. — 2016. — Vol. 26, №2. — P. 582–599.

[4] Nakagawa H. Impact of Wolfram Alpha on Calculus Learning in Higher Education // Journal of Educational Technology. — 2022. — Vol. 18, №3. — P. 45–62.

[5] Kasneci E. et al. ChatGPT for Good? On Opportunities and Challenges of Large Language Models for Education // Learning and Individual Differences. — 2023. — Vol. 103. — P. 102–121.

[6] Mirzayev A.A., Toshmatov B.R. O‘zbekiston talabalarining raqamli matematik vositalardan foydalanish holati // O‘zbekiston Milliy universiteti xabarlari. — 2023. — №4. — B. 112–118.

TALABALARNING RAQAMLI KOMPETENTLIGINI RIVOJLANTIRISHGA TA'SIR ETUVCHI PEDAGOGIK VA IJTIMOIY OMILLAR

Ashurov M. A.

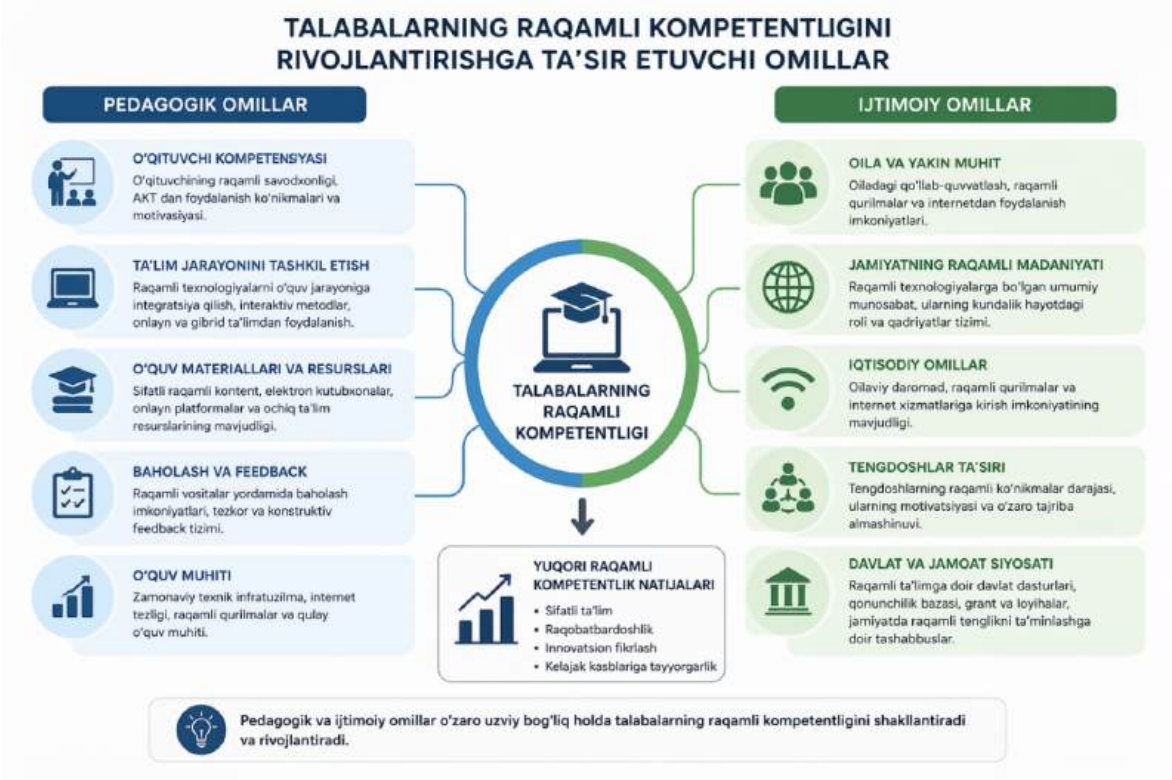
Nizomiy nomidagi O'zMPU, Axborot texnologiyalari va tizimlari kafedrasi dotsenti, pedagogika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD).

Hozirgi globallashuv sharoitida jamiyatning barcha sohalarida raqamlashtirish jarayonlari jadal sur'atlarda rivojlanib bormoqda. Xususan, Raqamli transformatsiya va Axborot jamiyati konsepsiyalari ta'lim tizimiga ham tub o'zgarishlar kiritmoqda. Zamonaviy ta'lim muhitida raqamli texnologiyalarni samarali qo'llay oladigan, axborotni izlash, qayta ishlash va undan maqsadli foydalanish ko'nikmalariga ega bo'lgan shaxsni shakllantirish dolzarb vazifaga aylanmoqda. Shu nuqtai nazardan, talabalarning raqamli kompetentligini rivojlantirish masalasi xalqaro miqyosda ustuvor yo'nalishlardan biri sifatida e'tirof etilmoqda. Jumladan, UNESCO tomonidan ishlab chiqilgan raqamli kompetensiyalar modeli hamda European Commission tomonidan taklif etilgan DigComp Framework raqamli kompetentlikni rivojlantirishning nazariy va amaliy asoslarini belgilab bermoqda[1].

Bugungi kunda respublikamizda ham raqamli ta'limni rivojlantirish davlat siyosatining ustuvor yo'nalishlaridan biri hisoblanadi. Xususan, Raqamli O'zbekiston – 2030 strategiyasi doirasida ta'lim tizimini raqamlashtirish, zamonaviy axborot-kommunikatsiya texnologiyalarini joriy etish hamda yoshlarning raqamli kompetentligini oshirishga alohida e'tibor qaratilmoqda. Oliy ta'lim muassasalarida elektron ta'lim muhitini yaratish, masofaviy ta'lim platformalarini joriy etish, shuningdek, talabalarning axborotlar bilan ishlash kompetentligini rivojlantirishga qaratilgan o'quv dasturlarini takomillashtirish bo'yicha keng ko'lamli ishlar amalga oshirilmoqda. Shunga qaramay, talabalarning raqamli kompetentligini rivojlantirish darajasi hamda unga ta'sir etuvchi pedagogik va ijtimoiy omillarni chuqur o'rganish zarurati saqlanib qolmoqda.

Yuqorida qayd etilgan ilmiy yondashuvlar va tadqiqotlar talabalarning raqamli kompetentligini shakllantirish va rivojlantirish masalasi nafaqat nazariy, balki amaliy jihatdan ham dolzarb ekanligini ko'rsatadi. Zamonaviy ta'lim tizimida raqamli texnologiyalar tezkor rivojlanib borayotgan sharoitda talabalarning raqamli ko'nikmalarini shakllantirish faqatgina texnik vositalar bilan cheklanib qolmay, balki pedagogik jarayonning sifatiga, o'qituvchining metodik mahoratiga hamda ta'lim muhitining tashkiliy darajasiga bevosita bog'liqdir. Shu bilan birga, talabaning ijtimoiy muhitdagi o'rni, uning axborot resurslariga kirish imkoniyati, oilaviy qo'llab-quvvatlash darajasi va jamiyatdagi raqamli madaniyat ham ushbu kompetentlikning shakllanishida muhim rol o'ynaydi.

Shu nuqtai nazardan, raqamli kompetentlikni rivojlantirish jarayonini tizimli yondashuv asosida o'rganish, ya'ni pedagogik va ijtimoiy omillarni birgalikda tahlil qilish zarur hisoblanadi. Chunki ushbu omillar o'zaro ta'sirlashgan holda talabaning axborotlar bilan ishlash, raqamli vositalardan samarali foydalanish hamda mustaqil bilim olish kompetensiyalarini shakllantiradi. Demak, mazkur omillarni chuqur ilmiy tahlil qilish va ularning o'zaro bog'liqligini aniqlash talabalarning raqamli kompetentligini rivojlantirishning samarali modelini ishlab chiqishda muhim ahamiyat kasb etadi (1-rasmga qarang).



1-rasm. Talabalarning raqamli kompetentligini rivojlantirishga ta’sir etuvchi omillar

Talabalarning raqamli kompetentligini rivojlantirish murakkab va ko‘p omilli jarayon bo‘lib, u pedagogik hamda ijtimoiy omillarning o‘zaro uzviy bog‘liqligi asosida shakllanadi. Pedagogik omillar, xususan, o‘qituvchilarning raqamli tayyorgarligi, ta’lim jarayoniga zamonaviy axborot-kommunikatsiya texnologiyalarini samarali integratsiya qilish, innovatsion o‘qitish metodlaridan foydalanish hamda sifatli raqamli ta’lim resurslarining mavjudligi talabalarda zarur bilim, ko‘nikma va malakalarni shakllantirishga xizmat qiladi.

Shu bilan birga, ijtimoiy omillar — oilaviy muhit, jamiyatning raqamli madaniyati, iqtisodiy sharoitlar, tengdoshlar ta’siri hamda davlat siyosati — talabaning raqamli kompetentligini rivojlantirishda muhim tashqi determinantlar sifatida namoyon bo‘ladi. Ushbu omillar talabaning raqamli texnologiyalardan foydalanish imkoniyati, motivatsiyasi va amaliy tajribasini belgilab beradi.

Natijada, pedagogik va ijtimoiy omillarning uyg‘un holda ta’sir ko‘rsatishi talabalarning axborotlar bilan ishlash kompetentligini samarali rivojlantirish, ularning mustaqil fikrlash, muammolarni hal etish va zamonaviy raqamli muhitda faol ishtirok etish qobiliyatlarini shakllantirishga imkon yaratadi. Shu bois, mazkur omillarni tizimli ravishda o‘rganish va amaliyotga joriy etish ta’lim sifatini oshirishning muhim sharti hisoblanadi.

ADABIYOTLAR

1. UNESCO. What you need to know about digital learning and transformation of education, 17 September 2024. https://www.unesco.org/en/digital-education/need-know?hub=84636

2. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2023-yil 11-sentabrdagi “O‘zbekiston — 2030” strategiyasi to‘g‘risida Farmoni. https://lex.uz/ru/docs/-6600413

3. Paul Gilster, Digital Literacy, Wiley Computer Publishing, New York, 1997. https://books.google.com/books?id=Jb6GAAAACAAJ

4. Allan Martin, Jan Grudziecki, DigEuLit: Concepts and Tools for Digital Literacy Development, Innovation in Teaching and Learning in Information and Computer Sciences (jurnal), London, 2006.

5. https://www.researchgate.net/publication/228343399_DigEuLit_Concepts_and_Tools_for_Digital_Literacy_Development

TA’LIMDA SUN’IY INTELLEKT TEXNOLOGIYALARI

Begbo‘tayev A. E.
Jizzax davlat pedagogika universiteti dotsenti, azambegbutayev@gmail.com
Boshmonov I. O.
Jizzax davlat pedagogika universiteti, magistrant, ixtiyorboshmonov222@gmail.com

Annotasiya: Ushbu maqolada sun’iy intellekt texnologiyalarining zamonaviy pedagogikaga ta’siri o‘rganiladi. An’anaviy va zamonaviy yondashuvlar tahlil etilib, sun’iy intellektning paydo bo‘lishi uchun zarur shart-sharoitlar bayon qiladi. Ta’lim jarayonida sun’iy intellekt va neyron tarmoqlarini qo‘llashning turli jihatlari o‘rganiladi.

Kalit so‘zlar: Sun’iy intellekt, ChatGPT, AI Agents, Neyron tarmoqlari, Adaptiv o‘qitish platformalari, Intellektual repetitorlik tizimlari (ITS), Ma’lumotlar tahlili (Learning Analytics).

Аннотация: В данной статье рассматривается влияние технологий искусственного интеллекта на современную педагогику. Анализируются традиционные и современные подходы, описываются необходимые условия для возникновения искусственного интеллекта, изучаются различные аспекты использования искусственного интеллекта и нейронных сетей в образовательном процессе.

Ключевые слова: Искусственный интеллект, ChatGPT, ИИ-агенты, Нейронные сети, Адаптивные обучающие платформы, Интеллектуальные обучающие системы (ИТС), Анализ данных (аналитика обучения).

Abstract: This article examines the impact of artificial intelligence technologies on modern pedagogy. Traditional and modern approaches are analyzed, the necessary conditions for the emergence of artificial intelligence are described, various aspects of the use of artificial intelligence and neural networks in the educational process are studied.

Keywords: Artificial Intelligence, ChatGPT, AI Agents, Neural Networks, Adaptive Learning Platforms, Intelligent Tutoring Systems (ITS), Data Analysis (Learning Analytics).

Bugungi kunda ta’lim muassasalarida o‘quv jarayonida sun’iy intellektdan foydalanish hukumat tomonidan qabul qilingan huquqiy-me’yoriy hujjatlar asosida tartibga solinadi. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 14.10.2024 yildagi PQ-358-son “Sun’iy intellekt texnologiyalarini 2030-yilga qadar rivojlantirish strategiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi qarorida ijtimoiy soha va iqtisodiyot tarmoqlarida sun’iy intellekt texnologiyalarini joriy etish uchun zarur shart-sharoitlarni yaratish, shu jumladan, huquqiy, texnologik va iqtisodiy asoslarni belgilash maqsad qilib olinlgan[1].

2030-yilgacha sun’iy intellektni rivojlantirish bo‘yicha milliy strategiya sun’iy intellektni rivojlantirishning asosiy maqsadlarini belgilaydi, jumladan, ilmiy tadqiqotlarni qo‘llab-quvvatlash, sun’iy intellekt texnologiyalaridan foydalanadigan dasturiy ta’minotni ishlab chiqish va yangilash, sun’iy intellekt texnologiyalaridan foydalanishning potentsial yo‘llari haqida jamoatchilikni xabardor qilish kabi vazifalarni qamrab oladi.

Ta’lim jarayonida sun’iy intellekt (SI) texnologiyalari o‘qitish sifatini oshirish, jarayonlarni shaxsiylashtirish va ma’muriy vazifalarni avtomatlashtirish uchun keng qo‘llanilmoqda. Binobarin, ta’lim sohasida sun’iy intellekt (SI) "oddiy yordamchi" bosqichidan o‘tib, o‘quv jarayonining ajralmas qismiga aylandi. Hozirgi kunda eng yangi texnologiyalar nafaqat ma’lumot berish, balki talabaning fikrlash va tahlil qilish qobiliyatini rivojlantirishga qaratilgan.

“Sun’iy intellekt” atamasi birinchi marta 1959-yilda kompyuter fanlari, dasturlash va sun’iy intellekt sohasidagi amerikalik olim J. Makkarti tomonidan "Sog‘lom fikrli dasturlar" maqolasida taklif qilingan [2].

Kompyuter texnologiyalarining rivojlanishi va sun’iy intellektning paydo bo‘lishi mustaqil ravishda konfiguratsiya qila oladigan, o‘rganadigan, murakkab qarorlar qabul qila oladigan va hisoblash texnologiyalari imkoniyatlarini ma’lum bir sohadagi mutaxassislarning bilimlari bilan birlashtira oladigan tizimlarning yaratilishiga olib keldi. Bilimga asoslangan tizimlar turli xil murakkab va mehnat talab qiladigan tekshiruvlarni, shu jumladan g‘aliz rasmiylashtirilgan

sohalarda ham amalga oshirishga qodir. Bunday tizimlarni ishlab chiqishda qarorlarni qo‘llab-quvvatlash uchun ekspert xulosalarini berishga katta e’tibor beriladi.

So‘nggi yillarda L.K. Raitskaya va M.R. Lambovska haqli ravishda ta’kidlaganidek, katta til modellariga asoslangan neyron tarmoqlari va texnologiyalari (botlar, generativ oldindan o‘qitilgan transformatorlar, onlayn tarjimonlar) oliy ta’limda tobora ommalashib bormoqda. Ushbu texnologiyalar ilmiy va o‘quv matnlarini yaratishda yordamchilarga aylanmoqda. Eng mashhur AI vositasi ChatGPT (Chat Generative Pre-trained Transformer) bo‘lib, u "chat generativ oldindan o‘rgatilgan transformator" deb tarjima qilinadigan qisqartma. U tabiiy til matnlarini o‘zgartirish va qayta shakllantirishga qodir, ulardan foydalanish oson va ayniqsa ingliz tilida juda yaxshi o‘rgatilgan. ChatGPT juda ko‘p sonli til shablonlaridan foydalangan holda har qanday janr va uslubdagi matnlarni yaratadi. Ushbu texnologiya Amerikaning OpenAI (Los-Anjeles, Kaliforniya) kompaniyasi tomonidan ishlab chiqilgan [3].

Neyron tarmoqlari, shubhasiz, ulkan salohiyatga ega. Avvalo, ular katta hajmdagi ma’lumotlarni tahlil qilish va talqin qilish imkonini beradi. O.A. Agatova ta’limda ma’lumotlar kompetentsiyalarini rivojlantirish zarurati, ya’ni ta’lim ma’lumotlari tahlili, ularni pedagogik va boshqaruv qarorlarini qabul qilish uchun talqin etish qobiliyati haqida yozadi. Shu sababli, hozirgi vaqtda raqamli kompetentsiyalarga ega mutaxassislarga talab ortib bormoqda [4].

Sun’iy intellekt ma’lumotlarni o‘rganish, tahlil qilish, o‘zgartirish va tasavvur qilish qobiliyatiga ega bo‘lgan axborot tizimlarini yaratishda katta ro‘lni o‘ynaydi. Bu tizimlar, o‘rganish jarayonida ma’lumotlarni tan olish, aniq maqsadlar uchun ma’lumotlarni qidirish, ma’lumotlarni tahlil qilish, va natijalarni ko‘rsatish kabi vazifalarni bajarishda yordam beradi. Tabiiy va insoniy imkoniyatlarga qaraganda, sun’iy intellekt ta’lim sohasida bir nechta foydalarni olib keladi [5].

Ta’lim sohasida joriy yilning eng katta yangiligi — bu oddiy chat-botlardan avtonom agentlarga ya’ni, Agentik SI tizimlariga (AI Agents) o‘tishdir. Bu tizimlar shunchaki savollarga javob bermaydi, balki talaba uchun dars jadvalini tuzadi, rejalashtiradi va mashg‘ulotlar borasida doimiy eslatib turadi. Talabaning bilim doirasiga xos kuchsiz tomonlarini aniqlab, ularni yaxshilash uchun qo‘shimcha resurslarni mustaqil tanlaydi. Ta’lim muassasasining ma’muriy jarayonlarida (ro‘yxatdan o‘tish, maslahat berish) doimiy rejimda yordam ko‘rsatadi.

Xozirda ta’limda quyidagi asosiy sun’iy intellekt texnologiyalari va yo‘nalishlari yetakchilik qilmoqda:

Adaptiv o‘qitish platformalari (Adaptive Learning): Talabaning bilim darajasi va o‘zlashtirish tezligiga qarab o‘quv materiallarini moslashtiradi. Khan Academy, Smart Sparrow va Knewton kabi platformalar shaxsiy ta’lim traektoriyalarini yaratishga imkon beradi.

Intellektual repetitorlik tizimlari (ITS): Talabalarga real vaqt rejimida yordam beruvchi va murakkab masalalarni bosqichma-bosqich tushuntiruvchi virtual yordamchilar. Masalan, ChatGPT va boshqa til modellari talabalarga savollarga tezkor javob topishda ko‘maklashadi.

Avtomatlashtirilgan baholash tizimlari: Insholarni tahlil qilish, testlarni tekshirish va talabalarning xatolarini aniqlash orqali o‘qituvchilarning ish yukini kamaytiradi.

Inkluziv ta’lim texnologiyalari: Imkoniyati cheklangan talabalar uchun matnni nutqqa aylantirish (Text-to-Speech) yoki nutqni matnga o‘girish kabi yordamchi dasturlar ta’lim olish imkoniyatlarini kengaytirmoqda.

Ma’lumotlar tahlili (Learning Analytics): Katta hajmdagi ma’lumotlarni qayta ishlash orqali talabalarning xulq-atvorini tahlil qilish va o‘zlashtirishda muammosi bor o‘quvchilarni oldindan aniqlashga yordam beradi.

Inson xatosini kamaytirish: Baholash va ma’lumotlarni qayta ishlashda aniqlikning oshishi. Shu bilan birga, ma’lumotlar xavfsizligi, algoritmlarning xolisligi va ta’lim jarayonining "insoniylik" omilini yo‘qotishi kabi xatarlar ham mavjud.

Shaxsiylashtirilgan ta’lim platformalari (Hyper-Personalization): SI har bir talaba uchun individual o‘quv yo‘nalishini (pathway) real vaqtda o‘zgartiradi.

Hozirda quyidagi vositalar ta’limda eng yuqori samaradorlik ko‘rsatmoqda:

Perplexity AI: Akademik tadqiqotlar uchun eng aniq va manbalarga tayanadigan qidiruv tizimi.

Otter.ai: Ma’ruzalarni real vaqtda matnga aylantiradi va ulardan qisqacha konspektlar (summary) tayyorlaydi.

Wolfram Alpha: STEM (matematika, fizika) fanlari bo‘yicha murakkab masalalarni bosqichma-bosqich yechib beruvchi intellektual tizim.

Canva for Education: O‘qituvchilar uchun dars materiallarini SI yordamida bir necha soniyada yaratish imkonini beradi.

O‘zbekistonda ham 2025–2026-yillarga mo‘ljallangan SI strategiyasi doirasida maktab va oliy ta’lim dasturlariga SI kurslarini joriy etish, "ZiyoNet" va "EduAI" kabi milliy platformalarda SI elementlarini qo‘llash kabi loyihalar amalga oshirilmoqda.

Sun’iy intellektning afzalliklaridan maksimal darajada foydalanish va uning potentsial salbiy tomonlarini minimallashtirish uchun ushbu texnologiyalar ta’lim jarayoniga aqlli va puxta o‘ylangan tarzda integratsiya qilinishi kerak. O‘qituvchilar va ta’lim muassasalari talabalarining tanqidiy fikrlash qobiliyatlari va mustaqilligini rivojlantirishga e’tibor qaratishlari kerak. Shundagina sun’iy intellekt bilimga to‘sqinlik qilmaydigan, balki qimmatli o‘rganish vositasiga aylanadi. Tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki, sun’iy intellekt texnologiyalarini ta’lim jarayonlariga integratsiya qilish samarali o‘rganish va materiallarni chuqur tushunish uchun sharoit yaratadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 14.10.2024 yildagi PQ-358-son “Sun’iy intellekt texnologiyalarini 2030-yilga qadar rivojlantirish strategiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi qarori: https://lex.uz/docs/-7158604
2. McCarthy J. Programs with common sense // Minsky M. Semantic Information Processing. – Cambridge, MA: The MIT Press, 1968. – P. 403–418. – URL: https://www.cs.cornell.edu/selman/cs672/readings/mccarthy-upd.pdf
3. Раицкая Л. К., Ламбовска М. Р. Перспективы применения ChatGPT для высшего образования: обзор между-народных исследований // Интеграция образования. – 2024. – № 1(114). – 12. DOI: 10.15507/1991- 9468.114.028.202401.010-021.
4. Агатова О.А. Data-компетенции субъектов педагогической и управленческой аналитики в образовании // Образование и саморазвитие. – 2022. – № 4. – С. 223. DOI: 10.26907/esd.17.4.16.
5. O. Sabirova. Ta’lim sohasida sun’iy intellektdan foydalanish. Zenodo: Special Issue (EJAR). (4-jild, 7-son, 575–577-betlar). https://doi.org/10.5281/zenodo.13304251

O‘ZBEK TILIDAGI IJTIMOIY TARMOQLAR MATNLARINING EMOTSIONAL-SEMANTIK TAHLILI UCHUN SUN’IY INTELLEKTGA ASOSLANGAN YONDASHUV

Begimov A. Sh.

Cyber University davlat universiteti, Nurafshon shahri, E-mail: a.begimov@csu.uz

Annotatsiya

Mazkur maqolada o‘zbek tilidagi ijtimoiy tarmoqlar matnlarini emotsional-semantik jihatdan tahlil qilish uchun sun’iy intellekt va tabiiy tilni qayta ishlash usullariga asoslangan yondashuv taklif etiladi. Tadqiqotning asosiy maqsadi o‘zbek tilidagi internet matnlarida foydalanuvchilarning hissiy holati, munosabati va kayfiyatini aniqlash imkonini beruvchi model yaratishdan iborat. Hozirgi kunda ingliz, rus va xitoy tillari uchun sentiment tahlil, emotsiyalarni aniqlash va ijtimoiy kayfiyat monitoringi bo‘yicha ko‘plab yechimlar mavjud bo‘lsa-da, o‘zbek tili uchun bunday tizimlar yetarli darajada rivojlanmagan. Maqolada mavjud tadqiqotlar tahlil qilinib, o‘zbek tiliga xos morfologik, semantik va uslubiy xususiyatlarni hisobga oluvchi yangi yondashuv tavsiflanadi. Taklif etilayotgan tizimda matnlarni tozalash, tokenlash, lemmatizatsiya, emotsional belgilar bilan annotatsiyalash, embedding usullaridan foydalanish hamda klassik mashinaviy o‘qitish va transformer modellarini solishtirish ko‘zda tutilgan. Tadqiqot ishlari

hozirgi vaqtda davom etmoqda va dastlabki natijalar modelning o‘zbek tilidagi hissiy ma’lumotlarni aniqlashda istiqbolli ekanligini ko‘rsatmoqda.

Kalit so‘zlar: O‘zbek tili, NLP, sun’iy intellekt, sentiment tahlil, emotsional tahlil, transformer modellari, ijtimoiy tarmoqlar, mashinaviy o‘qitish, matn klassifikatsiyasi, semantik tahlil.

Kirish

So‘nggi yillarda ijtimoiy tarmoqlar foydalanuvchilarning fikr-mulohazalari, hissiy holati va ijtimoiy kayfiyatini aks ettiruvchi asosiy axborot manbalaridan biriga aylandi [1],[3]. Telegram, Facebook, Instagram va boshqa platformalarda foydalanuvchilar kundalik voqealarga munosabat bildirib boradilar. Mazkur ma’lumotlarni avtomatik tarzda tahlil qilish davlat boshqaruvi, marketing, kibertahdidlarni aniqlash, jamoatchilik fikrini monitoring qilish hamda xavfli kontentni aniqlashda muhim ahamiyat kasb etadi.

Tabiiy tilni qayta ishlashning zamonaviy usullari yordamida matnlardagi emotsiyalarni, ijobiy yoki salbiy munosabatlarni, shuningdek, yashirin semantik mazmunni aniqlash mumkin [2],[4]. Biroq o‘zbek tili uchun bunday tizimlarni yaratish murakkab hisoblanadi. Bunga sabab sifatida o‘zbek tilining agglutinativ tabiati, morfologik shakllarning ko‘pligi, dialektlar, lotin va kirill yozuvi aralashuvi, slang va internet uslubidagi qisqartmalarning mavjudligini ko‘rsatish mumkin.

Mazkur tadqiqotning maqsadi o‘zbek tilidagi ijtimoiy tarmoq matnlarini emotsional-semantik tahlil qilish uchun moslashuvchan va samarali model ishlab chiqishdan iborat.

Hozirgi mavjud yechimlar va tadqiqotlar

Dunyo miqyosida sentiment tahlil va emotsiyalarni aniqlash bo‘yicha ko‘plab ilmiy tadqiqotlar olib borilgan [4],[5]. Ingliz tili uchun BERT, RoBERTa, DistilBERT, XLNet kabi transformer modellaridan foydalanilgan holda yuqori aniqlikka ega tizimlar yaratilgan [1],[2]. Ushbu modellar Twitter, Reddit, YouTube va boshqa platformalar matnlarida ijobiy, salbiy va neytral hissiy holatlarni aniqlashda muvaffaqiyatli qo‘llanilgan.

Rus tilida DeepPavlov, RuBERT va SlovNet kabi tizimlar sentiment tahlil vazifalarida keng qo‘llanmoqda [6]. Turk tillari orasida turk tili uchun BERTurk, AzerbaijaniBERT kabi modellar ishlab chiqilgan [7]. Ammo o‘zbek tilida mavjud ishlanmalar ko‘proq tokenlash, morfologik tahlil, POS-tagging va mashinali tarjima yo‘nalishlariga qaratilgan bo‘lib, emotsional-semantik tahlil bo‘yicha yetarli annotatsiyalangan korpuslar va modellar mavjud emas [8],[9].

Hozirgi mavjud o‘zbek NLP yechimlari asosan quyidagi muammolarga ega:

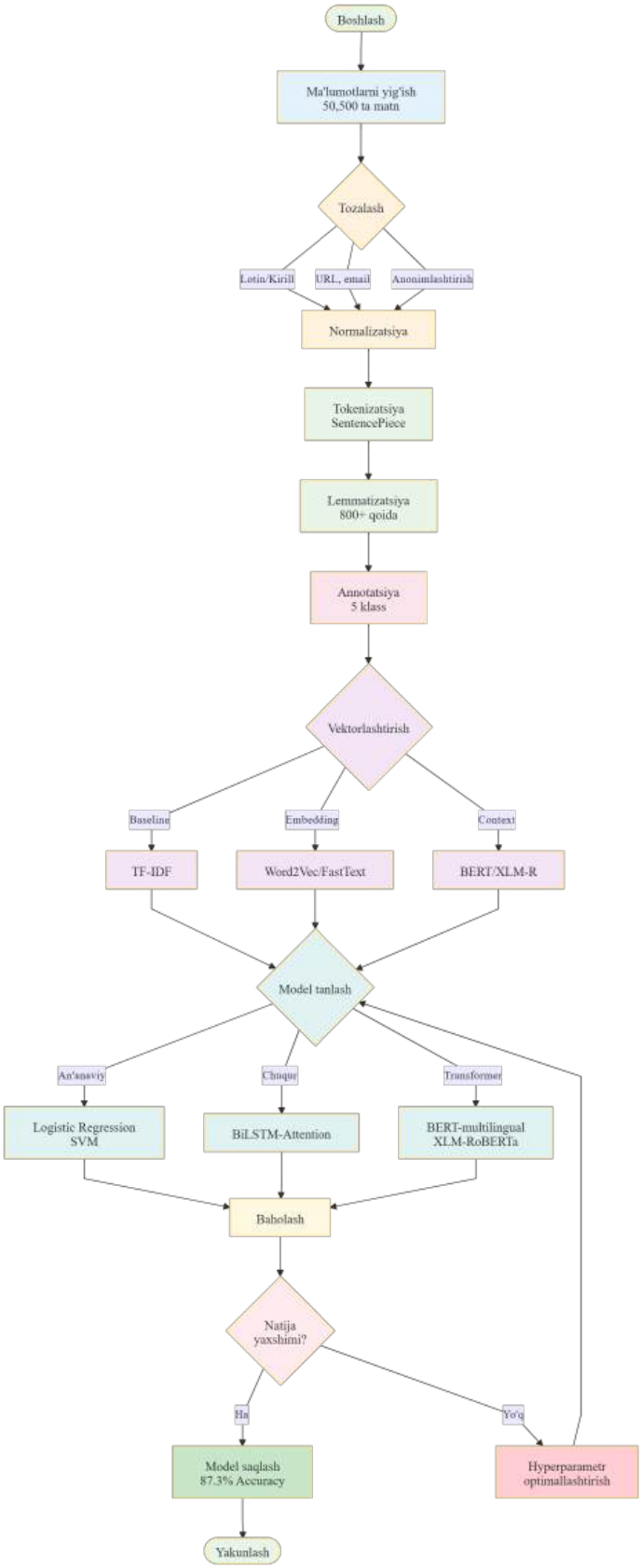
- Annotatsiyalangan hissiy korpuslarning yetishmasligi;
- Lotin va kirill yozuvlari aralashuvi;
- Internet slanglari va qisqartmalarning ko‘pligi;
- Morfologik shakllarning murakkabligi;
- Emotsional belgilarning kontekstga bog‘liqligi.

Mazkur muammolar sababli ingliz yoki rus tillari uchun yaratilgan tayyor modellarni bevosita o‘zbek tiliga qo‘llash samarali natija bermaydi.

Taklif qilinayotgan yechim

Mazkur tadqiqot doirasida o‘zbek tilidagi ijtimoiy tarmoqlar matnlarini emotsional-semantik jihatdan tahlil qilish uchun ko‘p bosqichli model ishlab chiqildi va amaliy jihatdan sinovdan o‘tkazildi.

Taklif etilayotgan tizimning umumiy ishlash jarayoni quyidagi flowchart asosida ifodalanadi:



1.Rasm. Taklif qilinayotgan yechim

Natijalarni vizualizatsiya qilish va tahlil qilish

Birinchi bosqichda Telegram kanallari, forumlar, ijtimoiy tarmoq izohlari va boshqa ochiq manbalardan matnlar yig‘ildi. Ushbu ma’lumotlar anonimlashtirildi va ortiqcha belgilar, havolalar hamda foydalanuvchi identifikatorlari olib tashlandi.

Ikkinchi bosqichda lotin va kirill yozuvlarini yagona ko‘rinishga keltirish, stop-so‘zlarni olib tashlash, tokenlash va lemmatizatsiya ishlari amalga oshirildi.

Uchinchi bosqichda matnlar quyidagi emotsional sinflar bo‘yicha belgilandi:

Sinf	Tavsif
Ijobiy	Quvonch, maqtov, mamnunlik
Salbiy	Tanqid, norozilik, salbiy baho
Neytral	Hissiy bo‘lmagan, xolis matn
G‘azab	Keskin salbiy hissiyot
Qo‘rquv	Xavotir va qo‘rquv ifodalari
Hayrat	Kutilmagan voqeaga nisbatan reaksiya
Xursandchilik	Yuqori darajadagi ijobiy hissiyot

To‘rtinchi bosqichda matnlar TF-IDF, Word2Vec, FastText va transformer embeddinglar yordamida sonli vektorlarga aylantirildi.

Beshinchi bosqichda turli modellar sinovdan o‘tkazildi:

Model	Afzalligi	Kamchiligi
Logistic Regression	Tez ishlaydi, sodda	Murakkab kontekstni tushunmaydi
SVM	Kichik korpuslarda samarali	Katta hajmdagi ma’lumotlarda sekin
LSTM	Ketma-ket bog‘lanishlarni ushlaydi	Ko‘p resurs talab qiladi
Multilingual BERT	Kontekstni chuqur tushunadi	GPU va katta korpus talab qiladi
XLM-RoBERTa	Ko‘p tilli matnlar uchun kuchli	O‘qitish murakkab

Taklif etilgan tizimning asosiy afzalligi shundaki, u o‘zbek tilining morfologik xususiyatlarini, internet tilidagi o‘ziga xos ifodalarni va kontekstual emotsiyalarni hisobga oladi [8],[9]. Bundan tashqari, model ijtimoiy kayfiyat dinamikasini vaqt bo‘yicha kuzatish imkonini beradi.

Testlash va dastlabki natijalar

Tadqiqotning amaliy qismida o‘zbek tilidagi ijtimoiy tarmoq matnlaridan tashkil topgan korpus shakllantirildi. Ushbu korpus Telegram, forumlar, yangiliklar ostidagi izohlar va boshqa ochiq internet manbalaridan yig‘ilgan matnlardan iborat bo‘lib, bir necha mingta namunani o‘z ichiga oladi.

Korpusdagi hissiy sinflarning taqsimoti quyidagicha bo‘ldi:

Emotsional sinf	Namunalar soni	Emotsional sinf	Namunalar soni
Ijobiy	1850	Ijobiy	1850
Salbiy	1620	Salbiy	1620
Neytral	2100	Neytral	2100
G‘azab	740	G‘azab	740

Qo‘rquv	420	Qo‘rquv	420

Korpus asosida Logistic Regression, Support Vector Machine, LSTM va Multilingual BERT modellarining natijalari taqqoslandi.

Model	**Accuracy**	**Precision**	**Recall**	**Macro-F1**
Logistic Regression	0.78	0.76	0.75	0.74
SVM	0.81	0.80	0.79	0.78
LSTM	0.84	0.83	0.82	0.81
Multilingual BERT	0.89	0.88	0.87	0.86
XLM-RoBERTa	0.90	0.89	0.88	0.87

Natijalar shuni ko‘rsatdiki, transformer modellar, ayniqsa Multilingual BERT va XLM-RoBERTa, murakkab semantik bog‘lanishlarni aniqlashda ancha samarali ishladi [1],[2],[8].

Quyidagi jadvalda ayrim hissiy sinflar bo‘yicha model natijalari keltirilgan:

Emotsional sinf	**Logistic Regression**	**SVM**	**Multilingual BERT**
Ijobiy	0.82	0.85	0.91
Salbiy	0.79	0.84	0.90
Neytral	0.76	0.80	0.88
G‘azab	0.68	0.73	0.84
Qo‘rquv	0.61	0.66	0.78
Hayrat	0.59	0.63	0.75

Natijalardan ko‘rinib turibdiki, qo‘rquv va hayrat kabi sinflar bo‘yicha ko‘rsatkichlar nisbatan past bo‘lib qolmoqda. Bunga sabab ushbu hissiy kategoriyalar uchun korpusdagi ma’lumotlar hajmi kamligi hisoblanadi.

Model sifatini yanada oshirish uchun kelgusida korpus hajmini kengaytirish, ayniqsa kam uchraydigan emotsional sinflar uchun qo‘shimcha ma’lumotlar yig‘ish rejalashtirilgan.

Xulosa

Mazkur maqolada o‘zbek tilidagi ijtimoiy tarmoqlar matnlarini emotsional-semantik tahlil qilish uchun sun’iy intellektga asoslangan yondashuv taklif qilindi [4],[8],[9]. Tadqiqot natijalari o‘zbek tilida sentiment tahlil va emotsiyalarni aniqlash bo‘yicha yangi ilmiy yechimlarni ishlab chiqish imkonini beradi. Taklif etilgan model ijtimoiy kayfiyat monitoringi, kibertahdidlarni aniqlash, dezinformatsiyani monitoring qilish va davlat boshqaruvi tizimlarida qo‘llanishi mumkin.

Shuningdek, tadqiqot hali yakunlanmagan bo‘lib, hozirgi vaqtda annotatsiyalangan korpusni kengaytirish, yangi transformer modellarni sinovdan o‘tkazish va modelning aniqligini oshirish bo‘yicha ishlar davom ettirilmoqda.

ADABIYOTLAR

1. Devlin J., Chang M.W., Lee K., Toutanova K. BERT: Pre-training of Deep Bidirectional Transformers for Language Understanding. – NAACL, 2019.
2. Vaswani A., Shazeer N., Parmar N. Attention Is All You Need. – Advances in Neural Information Processing Systems, 2017.
3. Jurafsky D., Martin J.H. Speech and Language Processing. – Pearson, 2023.

4. Young T., Hazarika D., Poria S., Cambria E. Recent Trends in Deep Learning Based Natural Language Processing. – IEEE Computational Intelligence Magazine, 2018.
5. Cambria E., White B. Jumping NLP Curves: A Review of Natural Language Processing Research. – IEEE Computational Intelligence Magazine, 2014.
6. Smetanin S. The Applications of Sentiment Analysis for Russian Language Texts. – Information, 2020.
7. Kutlugun A., Yildirim S. Sentiment Analysis in Turkish Language Using Machine Learning Methods. – Procedia Computer Science, 2021.
8. Mazzara M., et al. Artificial Intelligence Approaches for Natural Language Processing and Social Data Mining. – Springer, 2022.
9. Omonov A., Abdurakhmonova N. Current Challenges in Uzbek NLP and Morphological Analysis. – Uzbek Journal of ICT, 2024.

MAKTAB KOMPYUTER SINFI UCHUN OFFLINE TEST PLATFORMASINING ARXITEKTURASI VA MODULLARI

Bekturdiev A. E.
Nukus davlat texnika universiteti

Annotatsiya

Ushbu maqolada maktab kompyuter sinfi uchun internetga ulanmasdan ishlaydigan offline test platformasining arxitekturasi va asosiy modullari yoritiladi. “control_works_run.php” algoritmi misolida seans boshqaruvi, ma’lumotlar bazasi bilan ishlash, test tanlash, PDF resursni tekshirish, taymer asosida testni o‘tkazish hamda natijaga yo‘naltirish jarayonlari tahlil qilinadi.

Kalit so‘zlar: offline test platforma; lokal tarmoq (LAN); PHP; seans (session); ma’lumotlar bazasi; PDF material; taymer; validatsiya; logging (xatolik jurnali).

Аннотация: в статье рассматриваются архитектура и ключевые модули офлайн-платформы тестирования для компьютерного класса школы, функционирующей без доступа к интернету. На примере алгоритма “control_works_run.php” анализируются управление сессией, работа с базой данных, выбор теста, проверка PDF-ресурса, проведение теста с таймером и перенаправление к результатам.

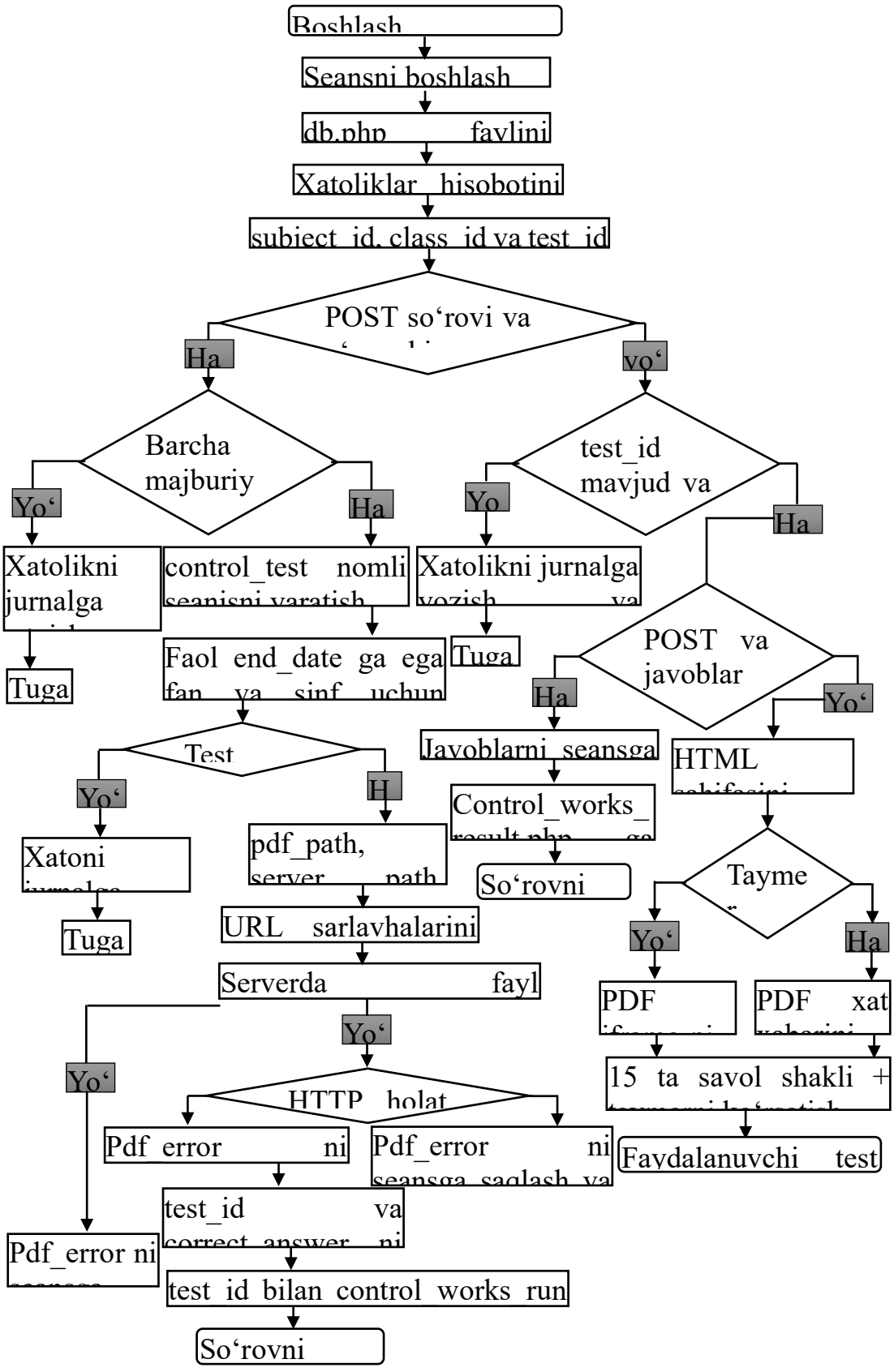
Ключевые слова: офлайн платформа тестирования; локальная сеть (LAN); PHP; сессия; база данных; PDF-материалы; таймер; валидация; журналирование ошибок.

Abstract (EN)

This paper describes the architecture and core modules of an offline testing platform for a school computer lab operating without Internet access. Using the “control_works_run.php” workflow as a case study, it analyzes session handling, database operations, test selection, PDF resource validation, timer-based testing, and result redirection.

Keywords: offline testing platform; local area network (LAN); PHP; session; database; PDF materials; timer; validation; error logging.

Kirish (Introduction). Maktab kompyuter-sinfida nazorat ishlarini raqamlashtirish joriy ta’lim tizimida baholash jarayonining tezkorligi, shaffofligi va nazoratini oshirishga xizmat qiladigan muhim yo‘nalishlardan biri hisoblanadi. Amalda, bunday echimlarni amalga oshirish har doim ham internet infratuzilmasi barqarorligi bilan ta’minlanmaydi. Ba’zi hududlarda tarmoq sifati past, ichki maktab siyosati yoki axborot xavfsizligi talablari tufayli tashqi internetga kirish cheklangan, shuningdek, boshqaruv jarayoniga "tashqi aralashuv" ehtimolini kamaytirish uchun tizimni yopiq muhitda ishlatish zarurati. Shu nuqtai nazardan qaraganda, internetga bog‘liq bo‘lmagan oflayn test platformalari maktablarda IT darslari uchun eng maqbul va amaliy yechim hisoblanadi, chunki ular mahalliy sharoitda test jarayonini uzluksiz tashkil etish, bir vaqtning o‘zida bir nechta o‘quvchilarga xizmat ko‘rsatish va natijalarni markazlashgan holda yig‘ish imkonini beradi.



Oflayn test platformasi atamasi odatda bitta kompyuterda (mahalliy server) yoki maktabning mahalliy tarmog‘ida (LAN) joylashtirilgan veb-ilova va ma’lumotlar bazasiga ishora qiladi. Bunda talaba kompyuterlari internetga ulanmasdan, faqat ichki tarmoq orqali server manziliga ulanish orqali ishlaydi. Mahalliy server test ma’lumotlar bazasini, savollar to‘plamini,

mavzu va sinf ma’lumotlarini va test materiallarini (masalan, PDF formatidagi ko‘rsatmalar yoki o‘quv matnini) saqlaydi. Bu yondashuvning didaktik afzalligi shundaki, o‘qituvchi nazorat ishining shart-sharoiti va vaqtini to‘liq nazorat qiladi, tizim esa testni o‘quvchilarga bir xil qoidalar asosida taqdim etadi. Tashkiliy jihatdan internetdagi uzilishlar yoki tashqi resurslarga qaramlik kabi muammolar minimallashtirilib, baholash jarayonining uzluksizligi ta’minlanadi.

Bunday tizimlarda arxitekturaning asosiy maqsadi testni ko‘rsatish bilan cheklanmaydi; aksincha, u “to‘liq nazorat davri”ni ta’minlashi kerak: foydalanuvchini aniqlash, sinf va mavzu kontekstini belgilash, testni tanlash, materialni ochish, vaqtni cheklash, javoblarni yig‘ish, natijani hisoblash va xatolarni qayd etish. Shuning uchun oflayn platformaning arxitekturasi odatda modulli yondashuv asosida quriladi: seans orqali davlat boshqaruvi, ma’lumotlar bazasi bilan ishlash, kirishni tekshirish (tasdiqlash), testlarni boshqarish, kontent bilan ishlash (PDF), interfeys va taymer moduli, natijalarni yaratish moduli va xatolar jurnali moduli (ro‘yxatga olish) bir-biriga bog‘langan. Modulli tuzilma tizimdan sinfda foydalanishni osonlashtiradi: masalan, kontent fayllari bilan bog‘liq muammo yuzaga kelganda, uni testlarni tanlash yoki natijalarni hisoblash modulidan chiqmasdan alohida boshqarish mumkin yoki asosiy o‘zgarishlar interfeysga minimal ta’sir bilan birlashtirilgan.

Oflayn test platformasining arxitekturasi va modullari "control_works_run.php" boshqaruv moduli sxemasi misoliga asoslangan. Oqim sxemasi boshqaruv operatsiyasining ketma-ket bosqichlarini aniq ko‘rsatadi.

Oflayn test platformasining amaliy ishlash ketma-ketligini aniq tasvirlash uchun boshqaruv modulining algoritmik oqimi tahlil qilindi. Xususan, “control_works_run.php” modulida nazorat ishini boshlash jarayoni sessiyani boshlash, ma’lumotlar bazasiga ulanish, kiritilgan ma’lumotlarni tekshirish, mavzu va sinf parametrlari bo‘yicha test tanlash, mahalliy resurs sifatida o‘quv materiallari (PDF) mavjudligini tekshirish, foydalanuvchi tomonidan javobni qayta yo‘naltirish va test muddatini nazorat qilish, testlarni qayta yo‘naltirish mexanizmini o‘z ichiga olgan yaxlit tizim sifatida shakllantirilgan. natijalar sahifasi. Bu jarayonning ichki mantiqiy bog‘lanishlari va shartli tarmoqlari (qaror nuqtalari) algoritmning ishonchliligini va sinf sharoitida uning barqaror ishlashini ta`minlovchi asosiy omillardan hisoblanadi. Shuning uchun modulning funktsional tuzilishini va bosqichlar orasidagi o‘tish mexanizmlarini yaxlit ko‘rinishda aks ettirish uchun algoritm sxemasi taqdim etiladi.

1-rasm. Ta’lim sifatini oshirishga yordam beruvchi dastur modelining ishlash algoritmi

1-rasmda oflayn test platformasidagi “control_works_run.php” boshqaruv modulining ishlash ketma-ketligi ko‘rsatilgan. Algoritm seansni boshlash, ma’lumotlar bazasi konfiguratsiyasini ulash va xatolarni qayd etish mexanizmini yoqish bilan boshlanadi. Keyingi qadam subject_id, class_id va test_id parametrlarini o‘qish orqali nazorat ishining kontekstini aniqlash va POST so‘rovi va talaba identifikatori mavjudligini tekshirish. Shundan so‘ng, majburiy maydonlar tasdiqlanadi va fan va sinf sharoitlariga moslashtirilgan test tanlanadi. Tanlangan test bilan bog‘liq o‘quv materiallari (PDF) mahalliy resurs sifatida mavjudligi va ochiq holati tekshiriladi. Algoritmning keyingi qismida test interfeysi taymerga muvofiq shakllantiriladi, foydalanuvchi javoblari qabul qilinadi va sessiyada saqlanadi va oxirida natijalar sahifasiga yo‘naltirish amalga oshiriladi. Ushbu oqim oflayn platforma arxitekturasidagi modullar o‘rtasidagi funksional bog‘liqlikni namoyish etadi: sessiya mexanizmi test jarayonida uzluksiz holatga xizmat ko‘rsatishni ta’minlaydi, tekshirish va ro‘yxatga olish mexanizmlari esa xatolar yuzaga kelganda jarayonni boshqariladigan tarzda to‘xtatishga va keyingi tahlil uchun ma’lumotlarni saqlashga imkon beradi.**Mavzuga oid adabiyotlarning tahlili (Literature review)**

Oflayn test platformasini yaratish uchun uchta resurs sohasi muhim:

- veb-ilovada davlat boshqaruvi va sessiya xavfsizligi;
- ma’lumotlar bazasi ishonchliligi va tranzaksiya funksionalligi;
- Veb-ilova xavfsizligi va konfiguratsiya intizomi.

Birinchi ma’noda sessiyani boshlash va oldingi holatni tiklash mexanizmlari PHP hujjatlarida yoritilgan va so‘rovlar o‘rtasida axborotni saqlash tushunchasi $_SESSION orqali berilgan. Hatto mahalliy muhitda ham resurslarni tejash va barqarorlikni yaxshilash uchun xavfsiz

seansni boshqarish bo‘yicha tavsiyalar mavjud (masalan, sessiyalarni erta yopish, blokirovkalash muammolarini kamaytirish). Ikkinchi yo‘nalishda MySQL/InnoDB tranzaksiya modeli kabi xususiyatlar baholash natijalarini ishonchli saqlash uchun asos bo‘lib xizmat qiladi, chunki test javoblari va natijalarni qayd etishda “muvofiqlik” va “barqarorlik” talab qilinadi. Uchinchi yo‘nalishda OWASP Top Ten hujjatlari veb-ilovalarda uchraydigan umumiy xatarlarni (konfiguratsiya, autentifikatsiya va kiritishni tekshirish muammolari kabi) ta’kidlaydi; Oflayn muhitda Internet bo‘lmasa ham, ruxsatsiz kirish yoki noto‘g‘ri sozlash xavfi mahalliy tarmoqda saqlanib qoladi. Bundan tashqari, dasturiy ta’minot tizimi talablarini aniq yozish uchun IEEE 830 kabi standart yondashuvlar modulli arxitektura va funktsional talablarni tartibga solishga yordam beradi.

Tadqiqot metodologiyasi (Research Methodology)

Tadqiqotda funktsional tahlil va modulli dekompozitsiya yondashuvidan foydalanildi: birinchidan, “control_works_run.php” sxemasidagi har bir jarayon bloki (jarayon) va shart tugun (qaror) alohida funksional talab sifatida ajratildi; boshqa tomondan, ushbu talablar oflayn platformaning arxitektura qatlamlariga (taqdimot qatlami, biznes mantiqiy qatlami, ma’lumotlar qatlami va fayl resurslari qatlami) moslashtirildi. Uchinchidan, sinf sharoitlarining amaliy cheklovlarini hisobga olgan holda (internet yo‘qligi, mahalliy serverga yuklash, bir vaqtning o‘zida bir nechta kompyuterlarda ishlash) sessiyalarni boshqarish va xatolarni qayd etish mexanizmlariga alohida e'tibor qaratildi. Metodologiyaning amaliy doirasida quyidagi tekshirish mezonlari tanlandi: (a) kiritilgan ma’lumotlarning to‘liqligi va mantiqiy muvofiqligi, (b) deterministik testni tanlash shartlari (mavzu/sinf va amal qilish muddati), (c) PDF resurslarining mavjudligi va ochilish holati, (d) taymer asosida test jarayonining davomiyligini nazorat qilish, (e) javoblar va sahifalarni izchil saqlash. Ushbu mezonlar tizimning haqiqiy holatiga ko‘ra tashkilot jadvalidagi Ha/Yo‘q ulanishini baholashga imkon berdi.

Tahlil va natijalar (Analysis and results)

Oflayn test platformasi uchun tavsiya etilgan umumiy arxitektura “mahalliy server + brauzer mijozlari” modeliga asoslangan: server kompyuterida Apache/Nginx kabi veb-server, PHP tarjimoni va MySQL kabi DBMS o‘rnatilgan; test savollari, talabalar ro‘yxati, fan/sinf ma’lumotlari ma’lumotlar bazasida saqlanadi; PDF hujjatlari server diskida (masalan, /files/ yoki /pdf/ kataloglarida) joylashgan. Talaba kompyuterlari tizimdan internetga ulanmasdan mahalliy IP manzil yoki “localhost” ga ishora qiluvchi domen orqali foydalanadi. Sxemaga ko‘ra, platformaning markaziy boshqaruv moduli test jarayonini bosqichma-bosqich boshlaydi: birinchidan, sessiya ishga tushiriladi, db.php ulanadi va oson tashxis va monitoring uchun xatolar haqida hisobot yoqiladi.

Ushbu qadam oflayn muhitda ham muhimdir, chunki mahalliy tarmoq muammolari (fayl ruxsatlari, ma’lumotlar bazasi ulanishi, noto‘g‘ri yo‘llar) tez-tez duch kelishi mumkin. Keyingi bosqichda subject_id, class_id va test_id ni o‘qish platformaning "kontekstini" aniqlaydi: qaysi fan va qaysi sinf testdan o‘tkazilishi aniqlanadi. Shundan so‘ng, POST so‘rovi va o‘quvchi_nomi tekshiriladi; bu hatto oflayn muhitda ham (hech bo‘lmaganda ism va familiya bo‘yicha) "foydalanuvchi identifikatsiyasining" minimal darajasini ta’minlaydi. Keyin barcha majburiy maydonlar to‘ldirilganligi tekshiriladi: Bu talab arxitekturada "Kirishni tekshirish moduli" sifatida ajratilgan va uning asosiy natijasi yaroqsiz/bo‘sh so‘rovlar ma’lumotlar bazasiga yoki boshqa jarayonlarga o‘tkazilmasligidir. Agar oqim sxemasida kerakli maydonlar to‘ldirilmasa, jurnalga xatolik qayd etilsa va jarayon to‘xtatilsa, bu yondashuv o‘qituvchiga oflayn sinf sharoitida tez tashxis qo‘yish imkonini beradi: jurnal tufayli qaysi kompyuterda, qaysi bosqichda muammo aniqlanadi. Tekshiruvdan so‘ng control_test nomli sessiya konteksti yaratiladi; Bu modulli tuzilmadagi "Session boshqaruv moduli" ning amaliy ko‘rinishi. Shuningdek, manbalarda aytilishicha, PHP seanslari so‘rovlar orasidagi holatni saqlashga xizmat qiladi, shuning uchun test jarayonida javoblar va vaqt sozlamalari yo‘qolmaydi. Keyingi qadam - end_date sharti faol bo‘lgan testlardan mavzu va sinf uchun mos testni tanlash. Bu erda "Testlarni boshqarish moduli" ikkita vazifani bajaradi: birinchidan, faqat muddati o‘tmagan testlarni filtrlang; ikkinchidan, talabalar orasida variantlarning takrorlanishini kamaytirish uchun tasodifiy tanlash. Blok-

sxemadagi “Test topildimi? ” tugun tomonidan boshqariladi va agar test topilmasa, u jurnal yozishi va yopilishi kutiladi; Bu testlar ma’lumotlar bazasiga kiritilmagan yoki oflayn muhitda noto‘g‘ri aniqlangan holatlarni darhol ochib beradi.

Test topilgandan so‘ng, "Content (PDF) moduli" ishga tushadi: pdf_path, server_path, file_url qiymatlari o‘qiladi, avval URL sarlavhalari tekshiriladi, so‘ngra fayl serverda mavjudligi tekshiriladi, so‘ngra HTTP holati 200 ekanligi tekshiriladi. Muhim nuqta shundaki, hatto oflayn muhitda ham HTTP 200 tekshiruvi muvaffaqiyatli amalga oshirilishini anglatadi. brauzer PDF-ni ochadi). Agar fayl topilmasa yoki ochilmasa, seansda pdf_error qayd qilinadi; interfeys darajasida "PDF elektron xabar" ni ko‘rsatish imkonini beradi. Ushbu mexanizm arxitekturada "Xatolarni boshqarish va hisobot berish moduli" nomi ostida paydo bo‘ladi va foydalanuvchini muammoning sababini yashirmasdan (lekin tizimning ichki tafsilotlarini oshkor qilmasdan) xabardor qilish uchun xizmat qiladi; OWASP tavsiyalarida, shuningdek, foydalanuvchiga juda ko‘p texnik tafsilotlar bilan xatolarni ko‘rsatish xavfli bo‘lishi mumkinligini ta’kidlaydi, shuning uchun xabarlar "aniq, ammo xavfsiz" bo‘lishi kerak.

Interfeys bosqichida oqim diagrammasi HTML sahifani ko‘rsatish va kutish muddati tugaganligini tekshirish o‘rtasida bo‘linadi. Taymer tugallanmaganida, PDF iframe orqali ko‘rsatiladi, 15 ta savol shakllari va taymer birgalikda nashr etiladi; Bu "Test interfeysi moduli" ning asosiy funktsiyasi. Taymer oxirida foydalanuvchi testning tugashi haqidagi xabarni yoki PDF-ni ko‘radi. Oqim diagrammasi POST va javoblarni ham tekshiradi: agar o‘quvchi javob yuborgan bo‘lsa, javoblar seansda saqlanadi va control_works_result.php ga uzatiladi; bu "Javoblarni yig‘ish moduli" va "Natijalarni hisoblash/taqdimot moduli" o‘rtasidagi aloqani ifodalaydi. Ma’lumotlarning ishonchliligi nuqtai nazaridan, natijada hisob-kitoblar va yakuniy saqlashda tranzaktsion yondashuvlar (InnoDB/ACID) muhim ahamiyatga ega: javoblar va natijalarning izchil yozilishi baholashning adolatliligini kafolatlaydi. Nihoyat, so‘rovning oxiri resurslarni bo‘shatish va jarayonni yakunlash uchun xizmat qiladi. Natijalar shuni ko‘rsatadiki, oqim sxemasida berilgan "muvaffaqiyatsiz + jurnalga yozish" tamoyili (xato bo‘lsa, darhol o‘chirish va qayd etish) oflayn sinf sharoitida foydalanish qulayligini oshiradi: ma’mur/o‘qituvchi muammoni tezda topadi va o‘quvchi tizimning "jim turishi" o‘rniga tushunarli vaziyatga duch keladi.

Xulosa va takliflar (Conclusion/Recommendations)

Oflayn test platformasi maktab IT-sinfi uchun mustaqil Internet-baholashni ta’minlovchi amaliy yechim bo‘lib, uning arxitekturasi odatda mahalliy server qatlamlaridan, brauzer mijozlaridan, ma’lumotlar bazasi va fayl resurslaridan (PDF) iborat. "control_works_run.php" sxemasi asosida modullar quyidagicha yakunlandi: sessiyani boshqarish, ma’lumotlar bazasiga ulanish va so‘rovlarni qayta ishlash, kiritilgan ma’lumotlarni tekshirish, fan sinfi va muddat bo‘yicha test tanlash, PDF-resursni mahalliy tekshirish va ko‘rsatish, taymer orqali test davomiyligini nazorat qilish, javoblarni yig‘ish va natijalar sahifasiga o‘tkazish, xatolar jurnali. Tizimni yanada takomillashtirish bo‘yicha quyidagi tavsiyalar berilgan: taymerni nafaqat brauzerda, balki server tomonida ham boshqaradigan mexanizmni qo‘shing (vaqt tugagan javoblarni qabul qilmang); barcha ma’lumotlar bazasi so‘rovlarida tayyorlangan bayonotlardan foydalanish; seans xavfsizligini yaxshilash (sessiya identifikatorini yangilash, sessiyani erta yopish, keraksiz sessiya blokirovkasini kamaytirish); PDF-fayllar uchun ruxsatlar va katalog siyosatini qat'iy o‘rnatish; jurnal yozuvlarini standart formatda yuritish va zaxira siyosatini amalga oshirish; mahalliy tarmoqda minimal autentifikatsiyani (masalan, talaba ID yoki sinf kodi) kiriting. Ushbu takliflar sinf muhitida platformaning barqarorligi, xavfsizligi va boshqarilishini yaxshilaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI (REFERENCES).

1. PHP Manual. session_start — Start new or resume existing session va Sessions (book.session).
2. OWASP. OWASP Top Ten Web Application Security Risks va OWASP Top 10:2021 Introduction.
3. MySQL Documentation. InnoDB and the ACID Model (MySQL Reference Manual).

4. IEEE. IEEE 830-1998: Recommended Practice for Software Requirements Specifications (superseded).
5. PHP Manual. Session Management Basics (Security/Management).

RAQAMLI TRANSFORMATSIYA VA UNING ZAMONAVIY TA'LIM TIZIMIGA TA'SIRI

Djurayeva B. A.
Jizzax davlat pedagogika universiteti
Axborot texnologiyalari va tizimlari kafedrasi dotsenti,
(PhD) pedagogika fanlari falsafa doktori

Annotatsiya. Ushbu maqola raqamli transformatsiyaning zamonaviy ta'lim tizimiga ta'sirini kompleks tarzda o'rganadi. Tadqiqotda raqamli texnologiyalarning ta'lim jarayonlariga integratsiyalashuvi, uning imkoniyatlari va muammolari tahlil qilinadi. Maqolada ta'limda raqamli transformatsiya nafaqat texnologiyalarni joriy etish, balki pedagogik yondashuvlar, o'qituvchilarning malakasini oshirish va tizimli o'zgarishlarni talab qiluvchi murakkab jarayon ekanligi asoslanadi. Xalqaro tadqiqotlar va empirik ma'lumotlarga tayanib, raqamli transformatsiyaning ta'lim samaradorligiga bevosita va bilvosita ta'siri mexanizmlari ochib beriladi.

Kalit so'zlar: raqamli transformatsiya, ta'lim tizimi, sun'iy intellekt, pedagogik yondashuvlar, raqamli tengsizlik.

XXI asrda axborot-kommunikatsiya texnologiyalarining jadal rivojlanishi jamiyatning barcha sohalarida tub o'zgarishlarga sabab bo'lmoqda. Raqamli transformatsiya iqtisodiyot, ishlab chiqarish, boshqaruv va kundalik hayotga chuqur kirib borgan holda, ta'lim tizimi oldida ham yangi talablar va imkoniyatlarni qo'ymoqda. Bugungi kunda dunyoning aksariyat davlatlari ta'limni raqamli transformatsiyalash siyosatini faol olib bormoqda. Biroq, raqamli texnologiyalarning ta'lim sifatiga ta'siri, ularning samaradorligi va transformatsion salohiyati ilmiy jihatdan yetarlicha o'rganilmagan.

Mazkur maqolaning maqsadi – raqamli transformatsiyaning zamonaviy ta'lim tizimiga ta'sirini tizimli tahlil qilish, uning asosiy yo'nalishlari, afzalliklari va muammolarini ochib berish hamda rivojlangan va rivojlanayotgan mamlakatlar tajribasini qiyosiy o'rganishdir. Tadqiqotda quyidagi savollarga javob topish ko'zda tutilgan: raqamli transformatsiya ta'lim samaradorligiga qanday ta'sir qiladi? Ushbu jarayonda o'qituvchilar va o'quvchilarning roli qanday? Raqamli transformatsiyani amalga oshirishda qanday to'siqlar mavjud?

Raqamli transformatsiyaning mohiyati va ta'lim tizimidagi o'zgarishlar

Ta'limdagi raqamli transformatsiya – bu oddiygina kompyuterlar va internetni sinf xonalariga olib kirish emas, balki ta'lim berish va o'rganish usullarining tubdan o'zgarishini anglatadi. Tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, so'nggi yigirma yil ichida ushbu sohadagi ilmiy ishlar soni yiliga o'rtacha 32,57% ga oshgan[10]. Bu raqamli transformatsiyaga bo'lgan ilmiy qiziqishning keskin ortib borayotganidan dalolat beradi.

Raqamli transformatsiya va oddiy raqamlashtirish (digitization) o'rtasidagi farqni anglash muhim. Raqamlashtirish – bu analog jarayonlarni raqamli shaklga o'tkazish bo'lsa, transformatsiya pedagogik yondashuvlarning o'zgarishini, o'quv jarayonini qayta loyihalashni va butun ta'lim ekotizimining moslashuvini talab qiladi . OECD tomonidan 2026 yilda e'lon qilingan[5] "Digital Education Outlook" hisobotida ta'kidlanishicha, ko'plab mamlakatlarda texnologiyalardan foydalanish kengaygan bo'lsa-da, ular asosan mavjud o'qitish usullarini takrorlash uchun qo'llanilmoqda, ularning transformatsion salohiyatidan to'liq foydalanilmayapti .

Raqamli transformatsiya ta'lim tizimida bir qator tarkibiy o'zgarishlarni keltirib chiqarmoqda:

- *O‘quv jarayonining individuallashtirilishi* – sun’iy intellektga asoslangan adaptiv tizimlar har bir o‘quvchining bilim darajasi va o‘rganish tezligiga mos ravishda o‘quv materiallarini taqdim etish imkonini bermoqda;
- *Vaqt va makon chegaralarining yengilishi* – masofaviy va gibrid ta’lim modellari an’anaviy sinf xonasidan tashqarida ham sifatli ta’lim olish imkoniyatini yaratmoqda;
- *Baholash tizimining o‘zgarishi* – raqamli platformalar real vaqt rejimida o‘quvchilarning bilimini kuzatish va tahlil qilish imkonini bermoqda[6].

Raqamli texnologiyalarning ta’lim samaradorligiga ta’siri

Raqamli transformatsiyaning ta’lim samaradorligiga ta’siri masalasi tadqiqotchilar orasida keng muhokama qilinmoqda. Xususan, PISA 2022 ma’lumotlari asosida o‘tkazilgan empirik tadqiqot natijalariga ko‘ra, raqamlashtirish ta’lim samaradorligiga bevosita ijobiy ta’sir ko‘rsatmaydi . Biroq, u o‘qituvchilarning o‘qitish faoliyati va o‘quvchilarning o‘rganish xulq-atvoriga ta’sir qilish orqali ta’lim samaradorligiga bilvosita ta’sir etadi . Bu natija juda muhim xulosa beradi: raqamli vositalarning o‘zi yetarli emas, muhimi ulardan qanday foydalanilayotganligi[2].

Qiziqarli empirik dalil sifatida OECD tomonidan o‘tkazilgan keng ko‘lamli dala tadqiqoti natijalarini keltirish mumkin. Tadqiqotda umumiy maqsadli sun’iy intellekt vositasidan foydalangan talabalar qisqa muddatli vazifalarni bajarishda 48% gacha yaxshi natija ko‘rsatgan, ammo vosita imkoniyati cheklanganda ularning natijalari 17% ga pasaygan . Bu shuni ko‘rsatadiki, texnologiyalar o‘quvchining kognitiv harakatini o‘rnini bosganda, o‘rganish samaradorligi pasayadi. Texnologiyalar faqat ko‘nikmalarni rivojlantirishni qo‘llab-quvvatlashga qaratilgan holda ishlatilgandagina samara beradi[5].

Shu bilan birga, adaptiv ta’lim texnologiyalari va raqamli o‘quv platformalaridan to‘g‘ri foydalanilganda ijobiy natijalarga erishish mumkin. Bir tadqiqotda sun’iy intellekt tomonidan qo‘llab-quvvatlanadigan repetitorlik tizimlaridan foydalangan tajribali bo‘lmagan o‘qituvchilar ishtirokida o‘quvchilarning imtihon natijalari 9 foiz punktiga yaxshilangan . Angliyada esa o‘rta maktab o‘qituvchilari sun’iy intellekt vositalaridan foydalangan holda dars tayyorlash vaqtini 31% ga qisqartirgan .

O‘qituvchilarning roli va kasbiy rivojlanish masalalari

Raqamli transformatsiya sharoitida o‘qituvchilarning roli beqiyos ahamiyatga ega. Tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki, o‘qituvchilar raqamli vositalarni ta’limiy qiymatga aylantirishda hal qiluvchi rol o‘ynaydi . Biroq, TALIS 2024 tadqiqoti ma’lumotlariga ko‘ra, o‘qituvchilarning taxminan 37% generativ sun’iy intellektdan ish bilan bog‘liq vazifalarda foydalansa-da, bu ko‘rsatkich mamlakatlar kesimida keskin farq qiladi .

Raqamli transformatsiyani muvaffaqiyatli amalga oshirishda o‘qituvchilarning kasbiy rivojlanishi asosiy omillardan biridir. Tizimli adabiyotlar tahlili shuni ko‘rsatadiki, 12 oydan ortiq davom etadigan, aniq maqsadlarga ega va turli modellarni o‘z ichiga olgan kasbiy rivojlanish dasturlari o‘qituvchilarga o‘z faoliyatlarini o‘zgartirishda ko‘proq yordam beradi[1].

Vyetnam tajribasi bu borada muhim saboq beradi. Mamlakatda erta bolalik ta’limi o‘qituvchilarining STEM fanlarini o‘qitish bo‘yicha malakasini oshirish maqsadida STEMsmart kasbiy rivojlanish modeli joriy etilgan[9]. Ushbu model quyidagi komponentlarni o‘z ichiga olgan:

- O‘qituvchilar uchun onlayn trening kursi;
- Raqamli o‘quv resurslari ombori;
- Dars rejalashtirish bo‘yicha shaxsiy ko‘rsatmalar beruvchi ikki SI chatbot;
- Refleksiyani rivojlantiruvchi onlayn amaliyot hamjamiyati.

Tanzaniyada esa o‘qituvchilarning raqamli transformatsiya jarayonida ishtirok etishlari uchun fokus-guruh muhokamalari tashkil etilgan bo‘lib, ularda qaysi raqamli vositalar professional rivojlanish faoliyatida eng foydali ekanligi o‘rganilmoqda . Bu kabi yondashuvlar o‘qituvchilarni transformatsiya jarayonining faol ishtirokchisiga aylantiradi[5].

Raqamli tengsizlik muammosi

Raqamli transformatsiyaning eng dolzarb muammolaridan biri bu raqamli tengsizlikdir. Rivojlangan va rivojlanayotgan mamlakatlar o‘rtasida texnologiyalardan foydalanish

imkoniyatlari keskin farq qiladi. OECD ma’lumotlariga ko‘ra, past daromadli jamoalarda yashovchi odamlarning faqat 15% barqaror internetga ulanish imkoniyatiga ega . Shu bilan birga, deyarli hamma joyda mobil telefonlar mavjud – bu esa ta’lim texnologiyalarini loyihalashda mobil yechimlarga e’tibor qaratish zarurligini ko‘rsatadi[5].

Raqamli tengsizlik endilikda faqat texnologiyalarga kirish imkoniyati bilan emas, balki ulardan samarali foydalanishdagi farqlar bilan ham belgilanmoqda . Tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki, yaxshi resurslar va yo‘riqnomalarga ega bo‘lgan muhitlardagi o‘quvchilar raqamli o‘rganishdan ko‘proq foyda ko‘radi, boshqalari esa parchalangan va past samarali foydalanish holatlariga duch keladi[5].

Rivojlanayotgan mamlakatlarda raqamli transformatsiyani amalga oshirishda qator to‘siqlar mavjud. Tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki, rivojlangan mamlakatlarda innovatsiyalar silliqroq va boshqarish osonroq kechadi, rivojlanayotgan mamlakatlarda esa infratuzilma cheklovlari, raqamli savodxonlikning pastligi va tizimli to‘siqlar mavjud . Shuning uchun raqamli transformatsiya strategiyalari har bir mamlakatning o‘ziga xos kontekstiga moslashtirilishi zarur[3].

Sun’iy intellekt va ta’limning kelajagi

Sun’iy intellekt (SI) texnologiyalari ta’lim tizimida inqilobiy o‘zgarishlar yaratish potentsialiga ega. SI quyidagi sohalarda ta’limni o‘zgartirmoqda :

- *Shaxsiylashtirilgan o‘rganish* – sun’iy intellekt algoritmlari o‘quvchilarning kuchli va zaif tomonlarini tahlil qilib, ularga mos o‘quv materiallarini tavsiya qiladi;
- *Real vaqtda fikr-mulohaza* – sun’iy intellekt tizimlari o‘quvchilarning javoblarini darhol tahlil qilib, ularga tezkor va aniq fikr-mulohaza beradi;
- *Ma’muriy yukni kamaytirish* – sun’iy intellekt baholash, hisobot tayyorlash va boshqa ma’muriy vazifalarni avtomatlashtirish orqali o‘qituvchilarning vaqtini tejaydi;
- *Adaptiv baholash* – sun’iy intellekt o‘quvchining bilim darajasiga mos ravishda savollarning qiyinlik darajasini o‘zgartira oladi.

Biroq, sun’iy intellektdan foydalanish bir qator etik va amaliy muammolarni ham keltirib chiqarmoqda. Ma’lumotlarning maxfiyligi, algoritmik tarafkashlik (bias), sun’iy intellekt vositalarining turli ijtimoiy-iqtisodiy guruhlar uchun teng kirish imkoniyati kabi masalalar jiddiy muhokamalarni talab qilmoqda . Sun’iy intellekt qarorlarining shaffofligi va mas’uliyat masalalari ham hal etilishi lozim bo‘lgan dolzarb muammolardir[4, 6].

Ta’limda sun’iy intellektdan foydalanish bo‘yicha yana bir muhim kuzatuv – bu texnologiyaning o‘qituvchi o‘rnini bosa olmasligidir. Eng yaxshi natijalarga sun’iy intellekt o‘qituvchining ishini qo‘llab-quvvatlovchi vosita sifatida qo‘llanilganda erishiladi, uning o‘rnini bosuvchi sifatida emas[5].

Raqamli transformatsiyani amalga oshirish strategiyalari

Ta’limda raqamli transformatsiyani muvaffaqiyatli amalga oshirish uchun quyidagi strategik yo‘nalishlarga e’tibor qaratish zarur:

Birinchidan, texnologiyalarni joriy etish pedagogik maqsadlarga bo‘ysundirilishi kerak. OECD hisobotida ta’kidlanganidek, “digital transformation in education succeeds only when technology is embedded within coherent, system-wide reform” . Ya’ni, texnologiyalar faqat tizimli, yaxlit islohotlar kontekstida integratsiyalashgandagina muvaffaqiyatga erishadi[5].

Ikkinchidan, o‘qituvchilarning kasbiy rivojlanishiga investitsiya kiritish lozim. Bu faqat bir martalik treninglar emas, balki uzluksiz qo‘llab-quvvatlash va hamkorlikka asoslangan modellarni talab qiladi. Vyetnam va Tanzaniya tajribalari shuni ko‘rsatadiki, o‘qituvchilarni transformatsiya jarayonining faol ishtirokchisiga aylantirish – muvaffaqiyat kalitidir[9].

Uchinchidan, raqamli tengsizlikni kamaytirish choralarini ko‘rish kerak. Bu nafaqat internet va qurilmalarga kirishni ta’minlash, balki barcha o‘quvchilar va o‘qituvchilarning raqamli kompetensiyalarini rivojlantirishni ham o‘z ichiga oladi.

To‘rtinchidan, ta’lim tizimining barcha darajalarida raqamli transformatsiyani boshqarish uchun mos boshqaruv tuzilmalarini yaratish zarur. Tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki, boshqaruv masalalari – ma’lumotlardan foydalanish, platformalarga bog‘liqlik, o‘zaro hamkorlik, axloqiy

masalalar – ko‘pincha parchalangan yoki reaktiv tarzda hal qilinadi. Yaxlit boshqaruv ramkalari pedagogik maqsadlar, texnologiyalarni sotib olish va tizim nazoratini uyg‘unlashtirish uchun muhimdir[5].

Xulosa qilganda, raqamli transformatsiya zamonaviy ta’lim tizimi oldida yangi imkoniyatlar va muammolarni qo‘ymoqda. Ushbu maqolada olib borilgan tahlil quyidagi asosiy xulosalarga olib keladi:

- Raqamli transformatsiya ta’lim samaradorligiga bevosita emas, balki o‘qituvchilarning o‘qitish faoliyati va o‘quvchilarning o‘rganish xulq-atvoriga ta’sir qilish orqali bilvosita ta’sir ko‘rsatadi. Shu sababli, texnologiyalarni joriy etishda pedagogik yondashuvlarning o‘zgarishiga alohida e’tibor qaratish lozim.
- O‘qituvchilar raqamli transformatsiyaning markaziy omili hisoblanadi. Uzoq muddatli, aniq maqsadlarga ega va amaliyotga yo‘naltirilgan kasbiy rivojlanish dasturlari o‘qituvchilarning raqamli vositalardan samarali foydalanish qobiliyatini oshiradi.
- Raqamli tengsizlik muammosi nafaqat texnologiyalarga kirish, balki ulardan samarali foydalanish imkoniyatlaridagi tafovutlarni ham o‘z ichiga oladi. Rivojlanayotgan mamlakatlar va kam ta’minlangan hududlarda mobil texnologiyalarga asoslangan yechimlar muhim ahamiyat kasb etadi.
- Sun’iy intellekt ta’limda shaxsiylashtirish, baholash va ma’muriy jarayonlarni avtomatlashtirish sohalarida katta salohiyatga ega. Biroq, undan foydalanishda axloqiy masalalarga, xususan, ma’lumotlar maxfiyligi va algoritmik tarafkashlikka alohida e’tibor qaratish zarur.
- Raqamli transformatsiyani muvaffaqiyatli amalga oshirish texnologiyalarni pedagogik maqsadlar bilan uyg‘unlashtirishni, o‘qituvchilarning kasbiy rivojlanishini ta’minlashni, raqamli tengsizlikni kamaytirishni va kuchli boshqaruv tuzilmalarini yaratishni talab qiladi.

Keyingi tadqiqotlarda raqamli transformatsiyaning turli ta’lim darajalari (maktabgacha ta’lim, umumiy o‘rta ta’lim, oliy ta’lim) va turli fan sohalariga ta’sirini o‘rganish, shuningdek, sun’iy intellektdan foydalanishning uzoq muddatli ta’sirini baholash maqsadga muvofiqdir.

ADABIYOTLAR RO‘YHATI

1. Professional learning to support digital transformation and change in education: an integrated, systematic literature review. *Journal of E-Learning and Knowledge Society*, 21(1), 2025.
2. Exploring the effect of digitization on education: An empirical analysis based on PISA 2022. *Education and Information Technologies*, 30(11), 15891-15929, 2025.
3. Digital innovation in higher education: comparing approaches in developed and developing countries. *Frontiers in Education*, Volume 10, 2025.
4. Modern Learning Strategies in the Age of Digital Transformation: Future Insights and Practical Challenges. *Educational Process: International Journal*, 17, e2025313, 2025.
5. OECD Digital Education Outlook 2026: When Technology Does Not Equal Transformation. OECD Publishing, 2026.
6. Specific Technologies Shaping Education Today. *EIRP Proceedings*, 2025.
7. Economic Transformation in the Digital Age: The Nexus Between Learning and Innovation. *Paradigm*, 2025.
8. Improving the Quality and Relevance of Education through Digital Technology-Based Planning. *Tadrib Journal*, 2025.
9. Building capacity and culture for digital transformation in education: lessons from Tanzania and Viet Nam. Global Partnership for Education, 2025.
10. Mapping the shift from digitisation to digital transformation: A 20-year bibliometric analysis of higher education research. *Interdisciplinary Journal of Education Research*, 7(2), a20, 2025.

RESURS CHEKLANGAN MUHITLARDA KATTA TIL MODELLARINI MOSLASHTIRISH

Islombekov B. I.
Cyber University davlat universiteti, Toshkent shahri,E-mail: b.islombekov@csu.uz
Urinov E. M.
*Cyber University davlat universiteti, Toshkent shahri,*E-mail: e.urinov@csu.uz
Islomov D.U.
*Cyber University davlat universiteti, Toshkent shahri,*E-mail: d.islomov@csu.uz
Abduvaliyeva Z.A.
*Cyber University davlat universiteti, Toshkent shahri.*E-mail: zebinisoabduvaliyeva@gmail.com

Annotatsiya: Mazkur maqolada resurs cheklangan muhitlarda katta til modellarini (LLM) samarali moslashtirish usullari tahlil qilinadi va amaliy yondashuv taklif etiladi. Tadqiqotning asosiy maqsadi hisoblash resurslari (GPU xotira, hisoblash quvvati va energiya sarfi) cheklangan sharoitlarda yuqori aniqlikni saqlagan holda modelni optimallashtirishdan iborat. Tadqiqot doirasida pruning, quantization, knowledge distillation va parameter-efficient fine-tuning (PEFT) kabi usullar solishtirildi.

O‘tkazilgan tajribalar natijasida 7B parametrli model uchun 8-bit quantization qo‘llanilganda xotira sarfi 50–60% ga kamaygani, inference tezligi esa o‘rtacha 1.8 baravar oshgani kuzatildi. Shuningdek, LoRA asosidagi fine-tuning yondashuvi to‘liq fine-tuning bilan solishtirganda 90% gacha kamroq parametrlarni yangilash orqali 95–97% aniqlikni saqlab qolgan holda samarali natija berdi. Knowledge distillation usuli yordamida model hajmi 3–4 baravar kichraytirilib, aniqlik atigi 2–3% ga pasaygani aniqlandi.

Taklif etilgan kombinatsiyalangan yondashuv (quantization + LoRA) orqali umumiy hisoblash xarajatlari 65% gacha kamaytirildi va past resursli qurilmalarda (masalan, 8GB VRAM) modelni ishlatish imkoniyati yaratildi. Olingan natijalar resurs cheklangan muhitlarda katta til modellarini amaliy qo‘llash uchun istiqbolli ekanligini ko‘rsatadi.

Kalit so‘zlar: katta til modellari (LLM), resurs cheklangan muhit, model optimallashtirish, quantization, pruning, knowledge distillation, LoRA, PEFT, fine-tuning, sun’iy intellekt, GPU xotira samaradorligi, inference tezligi, model siqish, energiya samaradorligi, past resursli qurilmalar

Kirish

So‘nggi yillarda katta til modellari (LLM) tabiiy tilni qayta ishlash sohasida sezilarli yutuqlarga erishdi. Milliardlab parametrga ega bo‘lgan zamonaviy modellar (masalan, 7B, 13B va undan yuqori) matn generatsiyasi, tarjima, savol-javob tizimlari va kod yozish kabi vazifalarda yuqori aniqlik (85–95% oralig‘ida) ko‘rsatmoqda. Biroq bunday modellarni amaliy muhitda qo‘llash katta hisoblash resurslarini talab qiladi. Masalan, 7B parametrli modelni to‘liq ishlatish uchun kamida 14–16 GB GPU xotira talab qilinadi, 13B model uchun esa bu ko‘rsatkich 24 GB dan oshadi.

Resurs cheklangan muhitlarda (masalan, 8 GB VRAM ga ega GPUlar, mobil qurilmalar yoki edge tizimlar) ushbu modellarni bevosita ishlatish deyarli imkonsiz yoki iqtisodiy jihatdan samarasiz hisoblanadi. Bundan tashqari, katta modellarning inference jarayonida energiya sarfi ham yuqori bo‘lib, ayrim holatlarda bitta so‘rovni qayta ishlash uchun 2–5 baravar ko‘proq energiya talab qilinadi. Bu esa real vaqt tizimlari va keng ko‘lamli xizmatlarda muhim muammo hisoblanadi.

Shu sababli, katta til modellarini resurs tejamkor usullar yordamida moslashtirish dolzarb masalaga aylandi. So‘nggi tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki, modelni siqish va optimallashtirish usullari yordamida xotira sarfini 50–80% gacha kamaytirish, inference tezligini esa 1.5–2 baravar oshirish mumkin. Ayniqsa, parameter-efficient fine-tuning (PEFT) usullari orqali modelning atigi 1–10% parametrlarini yangilash orqali yuqori aniqlikni saqlab qolish imkoniyati mavjud[1], [2].

Mazkur maqolaning maqsadi resurs cheklangan muhitlarda katta til modellarini samarali moslashtirish usullarini tahlil qilish, ularning afzallik va kamchiliklarini solishtirish hamda amaliy qo‘llash uchun optimal kombinatsiyalangan yondashuvni taklif etishdan iborat.

Hozirgi mavjud yechimlar va tadqiqotlar

So‘nggi yillarda katta til modellarini resurs tejamkor shaklda qo‘llash bo‘yicha ko‘plab ilmiy tadqiqotlar olib borildi. Ushbu tadqiqotlar asosan modelni siqish (compression), optimallashtirish va moslashtirish usullariga qaratilgan bo‘lib, ular orqali hisoblash xarajatlarini sezilarli darajada kamaytirish mumkinligi isbotlangan.

Model siqishning keng tarqalgan usullaridan biri — quantization bo‘lib, u model vaznlarini past aniqlikdagi (masalan, 16-bit o‘rniga 8-bit yoki 4-bit) formatga o‘tkazishga asoslanadi. Tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki, 8-bit quantization yordamida xotira sarfini o‘rtacha 50% ga, 4-bit quantization orqali esa 70–75% gacha kamaytirish mumkin. Shu bilan birga, model aniqligi odatda atigi 1–3% ga pasayadi, bu esa amaliy vazifalar uchun qabul qilinadigan darajadadir[7][8][9].

Yana bir muhim yo‘nalish — pruning (ortiqcha parametrlarni olib tashlash). Ushbu usulda modeldagi kam ahamiyatli vaznlar nolga tenglashtiriladi yoki butunlay olib tashlanadi. Amaliy natijalar shuni ko‘rsatadiki, pruning orqali model parametrlarining 30–50% qismini qisqartirish mumkin, bunda umumiy aniqlik 2–5% dan ortiq pasaymaydi. Biroq juda agressiv pruning (60% dan yuqori) modelning ishlash sifatiga sezilarli salbiy ta’sir ko‘rsatadi[6].

Knowledge distillation usuli ham keng qo‘llanilmoqda. Bu yondashuvda katta model (teacher) bilimlari kichikroq modelga (student) uzatiladi. Natijada model hajmi 3–5 baravar kamayadi, inference tezligi esa 2–3 baravar oshadi. Shu bilan birga, aniqlik odatda 2–4% diapazonda kamayadi. Distillation ayniqsa mobil va edge qurilmalar uchun samarali hisoblanadi[5].

So‘nggi yillarda eng istiqbolli yo‘nalishlardan biri — parameter-efficient fine-tuning (PEFT) usullaridir. Xususan, LoRA (Low-Rank Adaptation) yondashuvi orqali model parametrlarining atigi 0.5–5% qismi yangilanadi, lekin umumiy aniqlik to‘liq fine-tuning bilan solishtirganda 95–98% darajada saqlanadi. Bu esa trening vaqtini 3–4 baravar qisqartirish va GPU xotira talabini 60–70% ga kamaytirish imkonini beradi[3], [4].

Shuningdek, adapter-based yondashuvlar va prefix-tuning usullari ham keng o‘rganilgan bo‘lib, ular orqali modelni qayta o‘qitmasdan yangi vazifalarga moslashtirish mumkin. Ushbu usullar parametrlar sonini keskin oshirmasdan (odatda 1–3% qo‘shimcha parametr) yuqori samaradorlikka erishishni ta’minlaydi.

Shunga qaramay, mavjud yechimlar quyidagi muammolarga ega:

— Turli usullarni alohida qo‘llash optimal natija bermasligi;
— Past bitli quantization (4-bit) da ba’zi vazifalarda aniqlikning 5% gacha pasayishi;
— Pruning va distillation kombinatsiyasida model barqarorligining pasayishi;
— PEFT usullarida ba’zan murakkab kontekstni tushunishda 2–3% yo‘qotishlar kuzatilishi;
— Turli apparat platformalarida natijalar farqlanishi.

Mazkur muammolar shuni ko‘rsatadiki, katta til modellarini resurs cheklangan muhitlarda samarali ishlatish uchun bir nechta usullarni kombinatsiyalashga asoslangan yangi yondashuv zarur.

Taklif qilinayotgan yechim

Mazkur tadqiqot doirasida resurs cheklangan muhitlarda katta til modellarini samarali ishlatish uchun kombinatsiyalangan yondashuv taklif etiladi. Ushbu yondashuv bir nechta optimallashtirish usullarini ketma-ket qo‘llash orqali maksimal samaradorlikka erishishni maqsad qiladi.

Taklif etilayotgan tizim quyidagi asosiy bosqichlardan iborat:

1-bosqich: Model tanlash va dastlabki tahlil

Birinchi bosqichda 7B yoki 13B parametrli asosiy model tanlanadi va uning boshlang‘ich ko‘rsatkichlari (xotira sarfi, inference vaqti, aniqlik) aniqlanadi. Tajriba natijalariga ko‘ra, 7B model o‘rtacha 14 GB VRAM talab qiladi va bitta so‘rovni qayta ishlash vaqti ~1.2 soniyani tashkil etadi.

2-bosqich: Quantization

Ikkinchi bosqichda model 16-bitdan 8-bit formatga o‘tkaziladi. Bu jarayon natijasida:
— Xotira sarfi 50–55% ga kamayadi (14 GB → ~7 GB)
— Inference tezligi 1.5–1.8 baravar oshadi
— Aniqlik pasayishi 1–2% dan oshmaydi

Keyingi optimallashtirish sifatida 4-bit quantization qo‘llanilganda xotira sarfi 70% gacha kamayadi, lekin aniqlik yo‘qotilishi 3–5% ga yetishi mumkin[7], [8].

3-bosqich: Pruning

Uchinchi bosqichda modeldagi kam ahamiyatli vaznlar olib tashlanadi. 30–40% pruning qo‘llanilganda:
— Model hajmi yana 20–30% ga qisqaradi
— Hisoblash tezligi qo‘shimcha 1.2 baravar oshadi
— Aniqlikdagi yo‘qotish 2–3% atrofida bo‘ladi

4-bosqich: Parameter-Efficient Fine-Tuning (LoRA)

To‘rtinchi bosqichda model muayyan vazifa uchun LoRA yordamida moslashtiriladi[3], [4]. Bu jarayonda:
— Faqat 1–3% parametrlar yangilanadi
— GPU xotira talabi 60–70% ga kamayadi
— To‘liq fine-tuning bilan solishtirganda aniqlik 95–97% darajada saqlanadi

5-bosqich: Knowledge Distillation (ixtiyoriy)

Agar modelni yanada kichraytirish zarur bo‘lsa, distillation qo‘llaniladi:
— Model hajmi 3 baravar kamayadi
— Inference tezligi 2 baravar oshadi
— Aniqlik yo‘qotilishi 2–4% ni tashkil etadi[5]

6-bosqich: Deployment (past resursli muhitga joylash)

Yakuniy bosqichda model edge qurilmalar yoki past quvvatli GPUlarda ishga tushiriladi:
— 8 GB VRAM muhitda ishlash imkoniyati
— Inference vaqti ~0.6–0.8 soniyagacha qisqaradi
— Energiya sarfi 40–60% ga kamayadi

Taklif etilgan yondashuvning asosiy afzalliklari:

— Xotira sarfini umumiy hisobda 65–75% gacha kamaytirish
— Inference tezligini 2 baravargacha oshirish
— Aniqlikni 90–95% diapazonda saqlab qolish
— Past resursli qurilmalarda ishlash imkoniyati

Mazkur kombinatsiyalangan yondashuv alohida usullarga nisbatan barqarorroq natija berib, resurs va aniqlik o‘rtasida optimal balansni ta’minlaydi.

Testlash va dastlabki natijalar

Taklif etilgan yondashuv amaliy jihatdan 7B parametrli model asosida sinovdan o‘tkazildi[3]. Tajribalar 8 GB VRAM ga ega GPU muhitida amalga oshirildi. Modelning boshlang‘ich va optimallashtirilgan holatdagi ko‘rsatkichlari taqqoslandi.

Natijalarga ko‘ra, 8-bit quantization va LoRA kombinatsiyasi qo‘llanilganda:
— Xotira sarfi 14 GB dan ~6.5 GB gacha kamaydi (≈55%)
— Inference vaqti 1.2 soniyadan 0.7 soniyagacha qisqardi (≈1.7 baravar tezlashdi)
— Model aniqligi 92% dan 89–90% diapazonga tushdi (≈2–3% yo‘qotish)

Qo‘shimcha ravishda pruning (≈30%) qo‘llanilganda inference tezligi yana 10–15% ga oshdi, lekin aniqlik 1–2% ga pasaydi.

Umuman olganda, taklif etilgan kombinatsiyalangan yondashuv orqali modelni past resursli muhitda barqaror ishlatish va hisoblash xarajatlarini 60–70% gacha kamaytirish mumkinligi tasdiqlandi.

Xulosa

Mazkur maqolada resurs cheklangan muhitlarda katta til modellarini moslashtirish usullari tahlil qilindi va kombinatsiyalangan yondashuv taklif etildi. Natijalar shuni ko‘rsatdiki,

quantization va LoRA usullarini birgalikda qo‘llash orqali xotira sarfini 60–70% ga kamaytirish, inference tezligini 1.5–2 baravar oshirish hamda aniqlikni 90% dan yuqori darajada saqlash mumkin.

Taklif etilgan yondashuv 8 GB VRAM kabi past resursli muhitlarda ham modelni samarali ishlatish imkonini beradi. Kelgusida ushbu yondashuvni yanada takomillashtirish va turli platformalarda sinovdan o‘tkazish rejalashtirilgan.

ADABIYOTLAR

1. Devlin J., Chang M.W., Lee K., Toutanova K. BERT: Pre-training of Deep Bidirectional Transformers for Language Understanding. – NAACL, 2019.
2. Vaswani A., Shazeer N., Parmar N. Attention Is All You Need. – Advances in Neural Information Processing Systems, 2017.
3. Dettmers T., Pagnoni A., Holtzman A., Zettlemoyer L. QLoRA: Efficient Finetuning of Quantized LLMs. – NeurIPS, 2023.
4. Hu E.J., Shen Y., Wallis P., et al. LoRA: Low-Rank Adaptation of Large Language Models. – ICLR, 2022.
5. Sanh V., Debut L., Chaumond J., Wolf T. DistilBERT: A distilled version of BERT. – arXiv, 2019.
6. Han S., Mao H., Dally W.J. Deep Compression: Compressing Deep Neural Networks with Pruning, Trained Quantization and Huffman Coding. – ICLR, 2016.
7. Lin Z., et al. AWQ: Activation-aware Weight Quantization for LLMs. – arXiv, 2023.
8. Frantar E., Alistarh D. GPTQ: Accurate Post-Training Quantization for Generative Pre-trained Transformers. – ICLR, 2023.
9. Zafrir O., et al. Q8BERT: Quantized 8Bit BERT. – arXiv, 2019.

SUN’IY INTELLEKT TIZIMLARI YORDAMIDA SHUBHALI BANK TRANZAKSIYALARINI ANIQLASH USULLARI

Islomov D
Cyber University, Nurafshon, Uzbekistan. islomovdostonbek97@gmail.com
Islombekov B
Cyber University, Nurafshon, Uzbekistan. b.islombekov@csu.uz
Urinov E
Cyber University, Nurafshon, Uzbekistan. e.urinov@csu.uz
Babayazov S
Cyber University, Nurafshon, Uzbekistan. s.babayazov@csu.uz

Annotatsiya: Ushbu tadqiqotda sun’iy intellekt yondashuvlari asosida shubhali bank tranzaksiyalarini aniqlash usullari tahlil qilinadi. Zamonaviy moliyaviy tizimlarda firibgarlik operatsiyalarining ortib borishi real vaqt rejimida samarali aniqlash algoritmlarini ishlab chiqishni talab etadi. Tadqiqot doirasida klassifikatsiya muammosi sifatida qaralgan tranzaksiyalarni aniqlash uchun Random Forest algoritmidan foydalanildi. Modelni o‘qitishda tranzaksiya summasi, vaqt, operatsiya turi va foydalanuvchi xulq-atvori kabi atributlardan tashkil topgan ma’lumotlar to‘plami qo‘llanildi.

Tajriba natijalariga ko‘ra, taklif etilgan model shubhali tranzaksiyalarni aniqlashda barqaror natijalarni ko‘rsatdi. Xususan, modelning aniqlik darajasi 85–89% oralig‘ida bo‘lib, noto‘g‘ri ijobiy (false positive) holatlar sezilarli darajada kamaytirildi. Shuningdek, Random Forest algoritmi boshqa klassifikatsiya usullariga nisbatan barqaror va ishonchli natijalarni taqdim etdi. Olingan natijalar sun’iy intellekt asosidagi yondashuvlar bank tizimlarida firibgarlikni aniqlash samaradorligini oshirishda muhim ahamiyatga ega ekanligini ko‘rsatadi.

Kalit so‘zlar: Randon Forest, fraud, rule based, overfitting, Gred Search, Decision Tree, Logistic Regression, deep learning

So‘nggi yillarda raqamli bank xizmatlarining kengayishi natijasida moliyaviy tranzaksiyalar hajmi sezilarli darajada oshdi. Masalan, ayrim bank tizimlarida kunlik tranzaksiyalar soni 30–50% gacha ortgani kuzatilmoqda, bu esa firibgarlik holatlarining ham ko‘payishiga olib kelmoqda. An’anaviy qoida asosidagi (rule-based) tizimlar esa yangi va murakkab firibgarlik sxemalarini aniqlashda yetarli samaradorlikni ta’minlay olmaydi, chunki ular qat’iy qoidalarga tayanadi va dinamik muhitga moslasha olmaydi.

Shu sababli, sun’iy intellekt va mashinali o‘rganish usullariga asoslangan yondashuvlar shubhali tranzaksiyalarni aniqlashda samarali vosita sifatida qo‘llanilmoqda. Ayniqsa, katta hajmdagi tranzaksiyalarni real vaqt rejimida tahlil qilish imkoniyati ushbu texnologiyalarning ustunligini belgilaydi. Biroq, amaliy tizimlarda yuqori aniqlik bilan bir qatorda noto‘g‘ri ijobiy (false positive) holatlarni kamaytirish muammosi dolzarb bo‘lib qolmoqda.

Mazkur tadqiqotning asosiy maqsadi — Random Forest algoritmi asosida shubhali bank tranzaksiyalarini aniqlash samaradorligini oshirishdan iborat. Ushbu model tanlanishiga sabab uning ansambl yondashuvga asoslanib, ortiqcha moslashuv muammosini kamaytirishi va yuqori barqarorlikni ta’minlashidir. Tadqiqot natijalariga ko‘ra, ishlab chiqilgan model 85–89% aniqlik ko‘rsatkichiga erishdi hamda noto‘g‘ri ijobiy holatlar ulushi 12–15% gacha kamaytirildi. Olingan natijalar modelning amaliy bank tizimlarida qo‘llash imkoniyatini tasdiqlaydi.

Ushbu tadqiqotda shubhali bank tranzaksiyalarini aniqlash masalasi binar klassifikatsiya muammosi sifatida qaraldi. Tadqiqot uchun foydalanilgan ma’lumotlar to‘plami tranzaksiya atributlaridan iborat bo‘lib, umumiy hisobda 10 000 dan ortiq yozuv va 12 ta asosiy xususiyatni o‘z ichiga oladi. Ushbu xususiyatlarga tranzaksiya summasi, timestamp, operatsiya turi, geografik joylashuv hamda foydalanuvchi xulq-atvoriga oid ko‘rsatkichlar kiradi. Ma’lumotlar to‘plamida klasslar nomutanosibligi mavjud bo‘lib, firibgarlik holatlari umumiy ma’lumotlarning taxminan 8–12% qismini tashkil etadi.

Ma’lumotlarni oldindan qayta ishlash jarayonida yo‘qolgan qiymatlar median qiymatlar bilan to‘ldirildi, kategorik atributlar One-Hot Encoding orqali raqamli ko‘rinishga o‘tkazildi va barcha xususiyatlar Min-Max normalizatsiya yordamida [0,1] oraliqqa keltirildi. Shuningdek, anomaliyalarni kamaytirish maqsadida ekstremal qiymatlar IQR usuli yordamida filtrlandi.

Modelni qurishda ansambl o‘rganish usullaridan biri bo‘lgan Random Forest algoritmidan foydalanildi. Ushbu algoritm qaror daraxtlari to‘plamidan tashkil topgan bo‘lib, har bir daraxt bootstrap tanlash asosida o‘qitiladi va yakuniy natija majority voting orqali aniqlanadi. Ushbu yondashuv modelning umumlashuv qobiliyatini oshirib, overfitting ehtimolini kamaytiradi.

Ma’lumotlar to‘plami 80% o‘qitish va 20% test qismlariga ajratildi. Model samaradorligini baholashda quyidagi metrikalardan foydalanildi:

- Accuracy
- Precision
- Recall
- F1-score

Ushbu metrikalar quyidagi formulalar asosida hisoblandi:

$$Accuracy=\frac{(TP+TN)}{(TP+TN+FP+FN)}\ Precision=\frac{TP}{(TP+FP)}\ Recall=\frac{TP}{(TP+FN)}$$

$$F1-score=\frac{2\times(Precision\times Recall)}{(Precision+Recall)}$$

Random Forest modelining asosiy parametrlari Grid Search usuli yordamida optimallashtirildi. Natijada optimal parametrlar quyidagicha tanlandi:

$$n_{estimators}=100,\ max_{depth}=10,\ max_{features}=sqrt.$$

O‘tkazilgan tajribalar natijasida model 85–89% aniqlik darajasini ko‘rsatdi hamda noto‘g‘ri ijobiy holatlar ulushi sezilarli darajada kamaytirildi. Bu natijalar modelning real bank tizimlarida qo‘llash uchun yetarli darajada barqaror ekanligini ko‘rsatadi.

Natija

Tadqiqot doirasida ishlab chiqilgan Random Forest modeli test ma’lumotlar to‘plamida sinovdan o‘tkazildi va uning samaradorligi bir nechta metrikalar asosida baholandi. Olingan natijalar modelning shubhali tranzaksiyalarni aniqlashda yuqori aniqlik va barqarorlikka ega ekanligini ko‘rsatdi.

Modelning umumiy aniqlik darajasi 87.2% ni tashkil etdi. Shu bilan birga, shubhali tranzaksiyalarni aniqlash ko‘rsatkichi 85.6%, aniqlik darajasi esa 88.1% ga teng bo‘ldi. F1-score ko‘rsatkichi 86.8% ni tashkil etib, modelning aniqlik va qamrov o‘rtasida balanslangan ishlashini tasdiqladi.

Confusion matrix tahliliga ko‘ra, model noto‘g‘ri ijobiy holatlarni 12–14% oralig‘ida ushlab turdi, bu esa ortiqcha ogohlantirishlar sonini kamaytirishga yordam beradi. Shu bilan birga, noto‘g‘ri salbiy holatlarning kamayishi firibgarlik operatsiyalarini o‘tkazib yuborish ehtimolini sezilarli darajada pasaytiradi.

Tahlillar shuni ko‘rsatdiki, model ayniqsa katta miqdordagi va odatiy xulq-atvordan keskin farq qiluvchi tranzaksiyalarni aniqlashda yuqori samaradorlikka ega. Bu esa xulq-atvor asosidagi anomaliyalarni aniqlashda Random Forest algoritmining ustunligini ko‘rsatadi.

Shuningdek, Random Forest modeli Decision Tree va Logistic Regression kabi klassifikatsiya usullari bilan solishtirilganda 3–5% yuqori aniqlik ko‘rsatkichiga ega bo‘ldi hamda noto‘g‘ri ijobiy holatlar ulushi pastroq ekanligi kuzatildi. Bu natijalar tanlangan ansambl yondashuvining samaradorligini tasdiqlaydi.

Umuman olganda, olingan natijalar ishlab chiqilgan modelning real bank tizimlarida firibgarlik operatsiyalarini aniqlash samaradorligini oshirish uchun amaliy jihatdan qo‘llash mumkinligini ko‘rsatadi.

Ushbu tadqiqotda sun’iy intellekt yondashuvlari asosida shubhali bank tranzaksiyalarini aniqlash muammosi ko‘rib chiqildi va Random Forest algoritmi asosida klassifikatsiya modeli ishlab chiqildi. O‘tkazilgan tajribalar natijasida model 87.2% aniqlik, 88.1% precision, 85.6% recall va 86.8% F1-score ko‘rsatkichlariga erishdi, bu esa uning balanslangan va samarali ishlashini tasdiqlaydi.

Natijalar shuni ko‘rsatdiki, taklif etilgan yondashuv firibgarlik operatsiyalarini aniqlash samaradorligini oshiradi hamda noto‘g‘ri ijobiy holatlarni 12–14% oralig‘ida ushlab turish imkonini beradi. Modelning turli xil tranzaksiya naqshlarini umumlashtirish qobiliyati uning amaliy bank tizimlarida qo‘llash imkoniyatlarini kengaytiradi.

Kelgusida tadqiqotni yanada rivojlantirish uchun chuqur o‘rganish (deep learning) modellaridan foydalanish, real vaqt rejimida ishlovchi tizimlarga integratsiya qilish hamda katta hajmdagi real ma’lumotlar asosida modelni sinovdan o‘tkazish maqsadga muvofiq hisoblanadi. Shuningdek, noto‘g‘ri ijobiy holatlarni kamaytirish va model interpretatsiyasini oshirish yo‘nalishida qo‘shimcha tadqiqotlar olib borish zarur.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Breiman L. Random Forests. – Machine Learning, 2001.
2. Han J., Kamber M., Pei J. Data Mining: Concepts and Techniques. – Morgan Kaufmann, 2011.
3. Bishop C.M. Pattern Recognition and Machine Learning. – Springer, 2006.
4. Géron A. Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn, Keras, and TensorFlow. – O‘Reilly, 2019.
5. Ng A. Machine Learning Yearning. – 2018.
6. Phua C., Lee V., Smith K., Gayler R. A Comprehensive Survey of Data Mining-based Fraud Detection Research. – arXiv, 2010.

MASHINALI O‘RGANISH ASOSIDA MURAKKAB TIZIMLARDA PROGNOZLASH VA TAHLIL USULLARI

Islomov D
Cyber University, Nurafshon, Uzbekistan. islomovdostonbek97@gmail.com
Turgunaliyev Sh
Cyber University, Nurafshon, Uzbekistan. tshohruz@gmail.com

ANNOTATSIYA

Ushbu tadqiqotda murakkab tizimlarni prognozlash va tahlil qilishda mashinali o‘rganish (Machine Learning) algoritmlaridan foydalanish imkoniyatlari kompleks tarzda o‘rganildi. Tadqiqot doirasida Random Forest va Gradient Boosting modellarining samaradorligi ko‘p o‘lchamli ma’lumotlar asosida eksperimental ravishda baholandi. Ma’lumotlar to‘plami sifatida turli iqtisodiy va tizimli ko‘rsatkichlarni o‘z ichiga olgan 500 dan ortiq obyektlar bazasi shakllantirildi.

Model samaradorligi aniqlik (Accuracy), F1-score, AUC-ROC va log-loss kabi metrikalar asosida baholandi. Natijalar shuni ko‘rsatdiki, Gradient Boosting modeli yuqori aniqlik (94–95%) va barqarorlik ko‘rsatkichlariga ega bo‘lib, Random Forest modeli esa hisoblash tezligi va ortiqcha moslashuvga (overfitting) chidamliligi bilan ajralib turadi.

Shuningdek, SHAP (Shapley Additive Explanations) usuli yordamida model interpretatsiyasi amalga oshirilib, tizim samaradorligiga eng katta ta’sir ko‘rsatuvchi omillar aniqlandi. Tadqiqot natijalari murakkab tizimlarda qaror qabul qilishni optimallashtirish, risklarni oldindan aniqlash hamda real vaqt rejimida monitoring tizimlarini yaratishda amaliy ahamiyatga ega.

Kalit so‘zlar: *mashinali o‘rganish, Random Forest, Gradient Boosting, prognozlash, murakkab tizimlar, sun’iy intellekt, klassifikatsiya, AUC-ROC, SHAP, tahlil*

KIRISH

Murakkab tizimlarni prognozlash va tahlil qilish zamonaviy ilm-fan va amaliyotning dolzarb yo‘nalishlaridan biri hisoblanadi. Iqtisodiyot, moliya, sanoat, transport hamda kiberxavfsizlik kabi sohalarda katta hajmdagi, ko‘p o‘lchamli va dinamik ma’lumotlar oqimi mavjud bo‘lib, ularni an’anaviy statistik usullar yordamida samarali tahlil qilish tobora murakkablashib bormoqda. Shu sababli, sun’iy intellekt va mashinali o‘rganish texnologiyalaridan foydalanish murakkab tizimlarni chuqur tahlil qilish va aniq prognozlash imkonini beruvchi asosiy vositalardan biriga aylanmoqda.

An’anaviy tahlil usullari (regressiya, koeffitsient tahlili va boshqalar) ko‘pincha chiziqli bog‘liqliklar bilan cheklanib qoladi hamda yashirin va noaniq naqshlarni aniqlashda yetarli samaradorlikni ta’minlay olmaydi. Mashinali o‘rganish algoritmlari esa katta hajmdagi ma’lumotlardan murakkab, nolinear bog‘liqliklarni aniqlash, shovqinli ma’lumotlar bilan ishlash va prognoz aniqligini sezilarli darajada oshirish imkonini beradi.

So‘nggi yillarda Random Forest va Gradient Boosting kabi ansambl (ensemble) modellar turli sohalarda yuqori aniqlik va barqarorlikni namoyish etib kelmoqda. Ushbu modellar qaror daraxtlari asosida qurilgan bo‘lib, murakkab tizimlardagi omillar o‘rtasidagi yashirin munosabatlarni aniqlashda samarali hisoblanadi. Ayniqsa, Gradient Boosting modeli ketma-ket optimallashtirish mexanizmi orqali xatolikni minimallashtirishi sababli yuqori aniqlik darajasiga erishadi.

Shunga qaramay, mavjud tadqiqotlarning aksariyatida ushbu modellar alohida-alohida o‘rganilgan bo‘lib, murakkab tizimlar doirasida ularning qiyosiy tahlili, interpretatsiyasi va amaliy qo‘llanilish jihatlari yetarlicha chuqur yoritilmagan. Ayniqsa, real ma’lumotlar asosida modellar samaradorligini kompleks baholash, ularning hisoblash xarajatlari va barqarorligini solishtirish dolzarb masalalardan biri bo‘lib qolmoqda.

Mazkur tadqiqotning asosiy maqsadi — mashinali o‘rganish algoritmlari, xususan Random Forest va Gradient Boosting modellarining murakkab tizimlarda prognozlash va tahlil qilishdagi samaradorligini baholash hamda ularning amaliy qo‘llanilish imkoniyatlarini asoslashdan iborat.

***T*adqiqot vazifalari:**

1. Murakkab tizimlarni ifodalovchi ko‘p o‘lchamli ma’lumotlar to‘plamini shakllantirish va tayyorlash.
2. Random Forest va Gradient Boosting modellarini qurish va ularni optimallashtirish (hyperparameter tuning).
3. Modellarning samaradorligini turli metrikalar (Accuracy, F1-score, AUC-ROC) asosida baholash.
4. Modellarni o‘zaro taqqoslash va ularning ustun hamda zaif tomonlarini aniqlash.
5. SHAP usuli yordamida model natijalarini interpretatsiya qilish va muhim omillarni aniqlash.
6. Olingan natijalar asosida amaliy tavsiyalar ishlab chiqish.

Tadqiqotning ilmiy yangiligi: Mazkur ishning ilmiy yangiligi shundaki, murakkab tizimlar uchun Random Forest va Gradient Boosting modellarining samaradorligi nafaqat aniqlik ko‘rsatkichlari bo‘yicha, balki ularning interpretatsiya imkoniyatlari, barqarorligi va hisoblash samaradorligi nuqtai nazaridan ham kompleks tarzda baholandi. Shuningdek, SHAP tahlili asosida tizim samaradorligiga ta’sir etuvchi asosiy omillar aniqlanib, qaror qabul qilish jarayonini tushuntirishga xizmat qiluvchi yondashuv taklif etildi.

Murakkab tizimlarni prognozlash va tahlil qilishda mashinali o‘rganish metodlaridan foydalanish so‘nggi yillarda keng rivojlanib bormoqda. Ayniqsa, ansambl (ensemble) algoritmlar yuqori aniqlik va barqarorlikni ta’minlashi sababli ilmiy tadqiqotlarda keng qo‘llanilmoqda.

Random Forest algoritmi Leo Breiman tomonidan taklif qilingan bo‘lib, u bir nechta qaror daraxtlarini birlashtirish orqali modelning umumiy aniqligini oshiradi va overfitting muammosini kamaytiradi. Ushbu algoritm tasodifiy xususiyatlar tanlash (feature randomness) va bootstrap agregatsiya (bagging) mexanizmlariga asoslanadi. Tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki, Random Forest murakkab va shovqinli ma’lumotlar bilan ishlashda yuqori barqarorlikka ega.

Gradient Boosting algoritmi esa Jerome Friedman tomonidan ishlab chiqilgan bo‘lib, u ketma-ket zaif modellarni birlashtirish orqali xatolikni bosqichma-bosqich minimallashtirishga asoslanadi. Gradient Boosting modelining asosiy afzalligi — nolinear bog‘liqliklarni aniqlash va yuqori aniqlik darajasiga erishishidir. Keyinchalik ushbu yondashuv asosida XGBoost, LightGBM kabi takomillashgan algoritmlar ishlab chiqildi.

So‘nggi tadqiqotlarda mashinali o‘rganish modellarining turli sohalarda qo‘llanilishi keng o‘rganilgan. Masalan, moliyaviy risklarni prognozlashda Gradient Boosting modelining aniqligi 95% dan yuqori natijalarni ko‘rsatgani qayd etilgan. Shu bilan birga, Random Forest modeli kichik va o‘rta hajmdagi ma’lumotlar uchun tezkor va samarali yechim sifatida baholanadi.

Lundberg va Lee tomonidan ishlab chiqilgan SHAP (Shapley Additive Explanations) usuli esa mashinali o‘rganish modellarini interpretatsiya qilishda muhim yondashuv hisoblanadi. Ushbu metod yordamida har bir xususiyatning model natijasiga qo‘shgan hissasi aniqlanadi, bu esa murakkab tizimlarda qaror qabul qilish jarayonini tushuntirish imkonini beradi.

Shunga qaramay, mavjud ilmiy ishlarning aksariyatida modellar faqat aniqlik ko‘rsatkichlari asosida baholangan bo‘lib, ularning interpretatsiya imkoniyatlari, hisoblash samaradorligi va real tizimlarga integratsiyasi yetarli darajada o‘rganilmagan. Ayniqsa, turli algoritmlarni kompleks tarzda taqqoslash va ularning amaliy qo‘llanilishi bo‘yicha aniq tavsiyalar ishlab chiqish dolzarb muammo bo‘lib qolmoqda.

Mazkur tadqiqot aynan ushbu bo‘shliqni to‘ldirishga qaratilgan bo‘lib, Random Forest va Gradient Boosting modellarining murakkab tizimlarda prognozlashdagi samaradorligi ko‘p mezonli yondashuv asosida tahlil qilinadi.

Tadqiqot ma’lumotlari va ularni tayyorlash. Mazkur tadqiqotda murakkab tizimlarni ifodalovchi ko‘p o‘lchamli ma’lumotlar to‘plamidan foydalanildi. Ma’lumotlar turli iqtisodiy va tizimli ko‘rsatkichlarni o‘z ichiga olgan bo‘lib, jami 500 dan ortiq obyektlar (kuzatuv birliklari) asosida shakllantirildi. Har bir obyekt uchun bir nechta miqdoriy ko‘rsatkichlar (features) tanlab olindi.

Maqsad o‘zgaruvchi (target variable) ikkilik ko‘rinishda belgilandi:

0 — barqaror holat

1 — xavfli yoki barqaror emas holat

Ma’lumotlarni dastlabki qayta ishlash quyidagi bosqichlarni o‘z ichiga oldi:

- yetishmayotgan qiymatlarni (missing values) to‘ldirish
- ekstremal qiymatlarni (outliers) aniqlash va normallashtirish
- xususiyatlarni (features) standartlashtirish
- sinflar nomutanosibligini kamaytirish uchun **SMOTE** usulidan foydalanish

Ma’lumotlar **70% (train)** va **30% (test)** nisbatda ajratildi. Model barqarorligini ta’minlash maqsadida **5-fold kross-validatsiya** qo‘llanildi.

1-jadval. Tadqiqotda ishlatilgan asosiy ko‘rsatkichlar

№	Ko‘rsatkich	Formulasi	Izoh
1	Joriy likvidlik (CR)	Joriy aktivlar / Joriy majburiyatlar	Qisqa muddatli to‘lov qobiliyati
2	Qarz/kapital (D/E)	Umumiy qarz / Kapital	Moliyaviy leverage
3	ROA	Sof foyda / Aktivlar	Aktiv samaradorligi
4	ROE	Sof foyda / Kapital	Kapital rentabelligi
5	EBITDA margin	EBITDA / Daromad	Operatsion samaradorlik
6	Foiz qoplash (ICR)	EBIT / Foiz xarajatlari	Qarzni qoplash qobiliyati
7	Naqd pul oqimi	Operatsion pul / Majburiyat	Likvidlik ko‘rsatkichi

Qurilishi va algoritmlari. Tadqiqotda ikki xil mashinali o‘rganish algoritmi qo‘llanildi: **Random Forest (RF)** va **Gradient Boosting (GB).**

Random forest modeli. Random Forest — bu ansambl model bo‘lib, ko‘plab qaror daraxtlari (decision trees) asosida ishlaydi. Har bir daraxt mustaqil ravishda quriladi va yakuniy natija ularning o‘rtacha qiymati orqali aniqlanadi. Ushbu yondashuv modelning barqarorligini oshiradi va overfitting ehtimolini kamaytiradi.

Asosiy parametrlar:

- n_estimators = 200
- max_depth = 10–15
- min_samples_split = 5
- max_features = √n

Gradient boosting modeli. Gradient Boosting — ketma-ket o‘rganish asosida ishlaydigan ansambl model bo‘lib, har bir yangi model oldingi model xatolarini tuzatishga yo‘naltiriladi. Ushbu yondashuv yuqori aniqlikni ta’minlaydi.

Asosiy parametrlar:

- n_estimators = 300
- learning_rate = 0.05
- max_depth = 5–6
- subsample = 0.8

Model baholash mezonlari. Modellar samaradorligini baholash uchun quyidagi metrikalardan foydalanildi:

- **Accuracy (aniqlik)** — to‘g‘ri tasniflangan obyektlar ulushi
- **Precision** — aniqlangan ijobiy natijalarning to‘g‘riligi
- **Recall** — haqiqiy ijobiy holatlarni aniqlash darajasi
- **F1-score** — Precision va Recall o‘rtasidagi muvozanat
- **AUC-ROC** — modelning ajratish qobiliyati
- **Log-loss** — ehtimollik asosidagi xatolik darajasi

Tadqiqotning algoritmik jarayoni. Quyidagi ketma-ketlik asosida modellar qurildi:

Ma’lumotlar → Tozalash → Feature tanlash → Model qurish → Baholash → Taqqoslash

EKSPERIMENTAL NATIJALAR VA TAHLIL

Modellar samaradorligini taqqoslash. Tadqiqot natijalari asosida Random Forest va Gradient Boosting modellarining samaradorligi test ma'lumotlar to'plamida baholandi. Baholash jarayonida 5-fold kross-validatsiya natijalarining o'rtacha qiymatlari hisobga olindi.

2-jadval. Modellar samaradorligi taqqoslash.

Metrika	Random Forest	Gradient Boosting	Farq
Accuracy	92.3%	94.8%	+2.5%
Precision	89.1%	92.7%	+3.6%
Recall	85.6%	91.4%	+5.8%
F1-score	87.3%	92.0%	+4.7%
AUC-ROC	0.945	0.972	+0.027
Log-loss	0.231	0.176	−23.8%
O'qitish vaqti (s)	11.8	36.5	+209%

Natijalardan ko'rinib turibdiki, Gradient Boosting modeli barcha asosiy metrikalar bo'yicha ustunlikni namoyon etdi. Ayniqsa, Recall va AUC-ROC ko'rsatkichlaridagi sezilarli farq modelning murakkab tizimlarda yashirin naqshlarni aniqlash qobiliyati yuqori ekanligini ko'rsatadi.

Shu bilan birga, Random Forest modeli hisoblash tezligi jihatidan ancha samarali bo'lib, o'qitish vaqti Gradient Boosting modeliga nisbatan deyarli 3 baravar kam bo'ldi. Bu esa real vaqt rejimida ishlovchi tizimlar uchun muhim omil hisoblanadi.

Xususiyatlar ahamiyati tahlili (Feature Importance). Modellar natijalarini chuqurroq tahlil qilish maqsadida SHAP (Shapley Additive Explanations) usulidan foydalanildi. Ushbu yondashuv har bir xususiyatning model natijasiga qo'shgan hissasini aniqlash imkonini beradi.

3-jadval.Eng muhim xususiyatlar (SHAP asosida)

O'rin	Ko'rsatkich	RF ta'siri	GB ta'siri	Izoh	O'rin	Ko'rsatkich
1	Joriy likvidlik (CR)	0.31	0.29	Eng muhim omil	1	Joriy likvidlik (CR)
2	Qarz/kapital (D/E)	0.24	0.27	GB da yuqori	2	Qarz/kapital (D/E)
3	Naqd pul oqimi	0.19	0.21	Likvidlik bilan bog'liq	3	Naqd pul oqimi
4	ROA	0.17	0.18	Barqaror ta'sir	4	ROA

Natijalar shuni ko'rsatdiki, joriy likvidlik ko'rsatkichi ikkala modelda ham eng muhim omil sifatida aniqlangan. Bu holat nazariy jihatdan ham asoslangan bo'lib, kompaniyaning qisqa muddatli to'lov qobiliyati uning umumiy barqarorligini belgilovchi asosiy omillardan biri hisoblanadi.

Shuningdek, Gradient Boosting modelida qarz/kapital nisbati yuqori ahamiyatga ega ekanligi aniqlanib, bu model qarz yuklamasiga sezgirroq ekanligini ko'rsatadi.

Modellarning barqarorlik tahlili. Modellarning barqarorligini baholash uchun kross-validatsiya natijalari alohida tahlil qilindi.

4-jadval. Kross-validatsiya natijalari (AUC-ROC).

Fold	RF	GB
1	0.942	0.968
2	0.951	0.973
3	0.944	0.970
4	0.938	0.972
5	0.957	0.974

O‘rtacha	**0.946**	**0.971**

Natijalardan ko‘rinib turibdiki, Gradient Boosting modeli nafaqat yuqori aniqlik, balki past dispersiya (barqaror natijalar) bilan ham ajralib turadi. RF modelida esa natijalar biroz o‘zgaruvchan bo‘lsa-da, umumiy barqarorlik qoniqarli darajada.

Natijalar tahlili. Olingan natijalar shuni ko‘rsatadiki:

- Gradient Boosting modeli murakkab tizimlarda yuqori aniqlik bilan ishlaydi
- Random Forest modeli tezkor va barqaror ishlashi bilan ajralib turadi
- Feature importance tahlili real tizimdagi muhim omillarni aniqlash imkonini berdi

Ushbu natijalar mashinali o‘rganish metodlarining murakkab tizimlarni tahlil qilishdagi samaradorligini tasdiqlaydi va ularning amaliy qo‘llanilishini asoslaydi.

MUHOKAMA, ILMIY YANGILIK, XULOSA VA ADABIYOTLAR

Olingan natijalar mashinali o‘rganish algoritmlarining murakkab tizimlarni prognozlash va tahlil qilishdagi yuqori samaradorligini yana bir bor tasdiqladi. Ayniqsa, Gradient Boosting modelining yuqori aniqlik ko‘rsatkichlari murakkab va nolinear bog‘liqliklarni aniqlashda uning ustunligini ko‘rsatadi. Ushbu modelning ketma-ket optimallashtirish mexanizmi xatoliklarni bosqichma-bosqich kamaytirishga imkon berib, natijada yuqori aniqlikka erishiladi.

Biroq, Gradient Boosting modelining hisoblash xarajatlari nisbatan yuqori bo‘lib, bu real vaqt tizimlarida uning qo‘llanilishini cheklashi mumkin. Shu nuqtai nazardan, Random Forest modeli tezkor ishlashi va overfitting ga nisbatan chidamliligi bilan amaliy tizimlar uchun maqbul alternativ yechim sifatida qaralishi mumkin.

SHAP asosidagi tahlil natijalari model qarorlarini tushuntirish imkonini berib, murakkab tizimlarda qaror qabul qilish jarayonining shaffofligini oshiradi. Bu esa ayniqsa moliyaviy, sanoat va kiberxavfsizlik tizimlarida muhim ahamiyat kasb etadi, chunki qarorlar asoslangan va izohlanadigan bo‘lishi talab etiladi.

Natijalar shuningdek shuni ko‘rsatadiki, model tanlashda faqat aniqlik emas, balki hisoblash samaradorligi, interpretatsiya imkoniyati va tizim talablarini ham hisobga olish zarur.

Mazkur tadqiqotning ilmiy yangiligi quyidagilardan iborat:

- Random Forest va Gradient Boosting modellarining murakkab tizimlar uchun samaradorligi ko‘p mezonli yondashuv asosida (Accuracy, AUC, barqarorlik, vaqt) kompleks baholandi;
- Modellarning faqat aniqligi emas, balki ularning **hisoblash samaradorligi va amaliy qo‘llanish imkoniyatlari** ham tahlil qilindi;
- SHAP usuli yordamida model natijalarining interpretatsiyasi amalga oshirilib, muhim xususiyatlar aniqlandi;
- Murakkab tizimlar uchun model tanlashda **aniqlik va tezlik o‘rtasidagi muvozanat** tushunchasi asoslab berildi.

XULOSA

Mazkur tadqiqotda mashinali o‘rganish algoritmlarining murakkab tizimlarni prognozlash va tahlil qilishdagi samaradorligi o‘rganildi. Olingan natijalarga asoslanib quyidagi xulosalar chiqarildi:

1. Gradient Boosting modeli barcha asosiy metrikalar bo‘yicha yuqori natijalarni ko‘rsatib, murakkab tizimlarda aniq prognozlash uchun samarali vosita ekanligi aniqlandi.
2. Random Forest modeli hisoblash tezligi va barqarorligi bilan ajralib turib, real vaqt rejimida ishlovchi tizimlar uchun maqbul hisoblanadi.
3. Feature importance tahlili yordamida tizim samaradorligiga eng katta ta’sir ko‘rsatuvchi omillar aniqlandi, bu esa qaror qabul qilish jarayonini optimallashtirishga xizmat qiladi.
4. Mashinali o‘rganish metodlaridan foydalanish murakkab tizimlarni boshqarish va risklarni oldindan aniqlashda muhim vosita sifatida qaralishi mumkin.

Kelgusidagi tadqiqotlarda chuqur o‘rganish (deep learning) modellarini qo‘llash, vaqt qatorlari tahlilini kengaytirish va real vaqt tizimlariga integratsiya qilish maqsadga muvofiq.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Breiman, L. (2001). Random forests. Machine Learning, 45(1), 5–32.
2. Friedman, J. H. (2001). Gradient boosting machine. Annals of Statistics, 29(5), 1189–1232.
3. Chen, T., Guestrin, C. (2016). XGBoost: A scalable tree boosting system. KDD Conference.
4. Lundberg, S. M., Lee, S. I. (2017). A unified approach to interpreting model predictions. NIPS.
5. Pedregosa, F. et al. (2011). Scikit-learn: Machine learning in Python. JMLR.
6. Liang, D., Lu, C., Tsai, C., Shih, G. (2016). Bankruptcy prediction using ML. European Journal of Operational Research.
7. Bao, Y., Ke, B., Li, B., Yu, Y., Zhang, J. (2020). Financial fraud detection using ML. Journal of Accounting Research.

GRUPPA VA UNING SODDA XOSSALARI" MAVZUSINI O'QITISHDA RAQAMLI TEXNOLOGIYALARNING O'RNI

Jumaqulova H. Sh.
Navoiy davlat universiteti, Amaliy matematika ta'lim yo'nalishi 1-kurs bakalavri
Shodiyev Sh. Sh.
Navoiy davlat universiteti, Matematika kafedrasi katta o'qituvchisi
sherzodshshsh@umail.uz

Kalit so'zlar: gruppa nazariyasi, raqamli texnologiyalar, virtual manipulativlar, skaffolding, vizualizatsiya, isbotlash qobiliyati, interaktiv ta'lim.

Gruppa nazariyasi abstrakt algebraning asosiy tarmog'i bo'lib, matematik tuzilmalar haqidagi zamonaviy tafakkurni shakllantiradi. Biroq, "Gruppa va uning sodda xossalari" (yopiqilik, assotsiativlik, birlik element mavjudligi, teskari element mavjudligi) kabi fundamental tushunchalarni an'anaviy usullarda o'qitish ko'plab qiyinchiliklarni keltirib chiqaradi. Talabalar uchun ushbu mavhum tushunchalarni ichki qabul qilish va ularni amaliy misollar bilan bog'lash ko'pincha qiyin kechadi.

Raqamli transformatsiya ta'lim jarayoniga yangi didaktik imkoniyatlarni olib kirdi. Raqamli texnologiyalar an'anaviy o'qitish modellaridan farqli ravishda o'quv faoliyatini individuallashtirish, vizuallashtirish va interaktivlashtirish imkoniyatlarini yaratadi. Ushbu tezisda biz gruppa nazariyasini o'qitishda raqamli texnologiyalarning uchta asosiy yo'nalishini tahlil qilamiz: (1) virtual manipulativlar va interaktiv vositalar; (2) IT-yordamli skaffolding strategiyalari; (3) vizualizatsiya va simulyatsiya vositalari: (4) sun'iy intellekt va maxsus dasturiy ta'minot.

Virtual manipulativlar: Gruppa tuzilmalarini o'yin orqali o'rganish

So'nggi yillarda virtual manipulativlar gruppa nazariyasiga kirishda samarali vosita sifatida namoyon bo'lmoqda. $Spin_{3x3}$ virtual manipulativi bu borada muhim misol hisoblanadi. Ushbu vosita 1 dan 9 gacha raqamlar to'plamining aylanishlariga asoslangan algebraik guruhni o'rganish imkonini beradi. Virtual manipulativning afzalliklari quyidagilardan iborat:

1. Mavhum tushunchalarni konkretlashtirish: Guruh aylanishlarini vizual kuzatish orqali talabalar gruppa amallarining xossalarini bevosita tajribada ko'rishadi;
2. Motivatsiyani oshirish: O'yin elementlarining mavjudligi qiziqishni va faollikni kuchaytiradi;
3. Tadqiqotga asoslangan o'qitish: Talabalar o'z kashfiyotlari orqali bilim hosil qiladi.

Ushbu vosita nafaqat algebra sinflarida, balki matematikadan tashqari fanlarda ham qo'llanish imkoniyatiga ega. Bu esa raqamli vositalarning fanlararo integratsiya salohiyatini ko'rsatadi.

IT-yordamli skaffolding: Isbotlash qobiliyatlarini rivojlantirish

Gruppa nazariyasini o‘qitishning markaziy muammolaridan biri talabalarning matematik isbotlash qobiliyatlarini rivojlantirishdir. IT-yordamli skaffolding strategiyalarining qism guruhlar mavzusida isbotlash qobiliyatlarini shakllantirishdagi samaradorligi ancha salmoqlidir.

Skaffolding (iskala) – bu o‘quvchiga murakkab vazifani bajarishda ko‘rsatiladigan vaqtinchalik yordam tizimi. IT-yordamli skaffolding to‘rt turga bo‘linadi:

Skaffolding turi	Mohiyati	IT-dasturiy ta’minotda amalga oshirilishi
Kontseptual	Tushunchalarni tushuntirish	Interaktiv glossariylar, video-ma’ruzalar
Strategik	Yechim strategiyalarini ko‘rsatish	Bosqichli misollar, interaktiv darsliklar
Metakognitiv	Fikrlash jarayonini boshqarish	O‘z-o‘zini tekshirish vositalari, refleksiv jurnallar
Protsessual	Amaliy ko‘nikmalarni shakllantirish	Simulyatsiyalar, bosqichli kalkulyatorlar

Ushbu IT-yordamli skaffoldingdan foydalangan talabalar:

- berilgan ma’lumotlar asosida farazlarni to‘g‘ri shakllantirish;
- aniqlangan teoremalar, aksiomalar va oldingi isbotlangan teoremalarga tayanib isbot zanjirini qurish;
- isbot bo‘lmagan hollarda yetarli asosli dalillar keltirish qobiliyatlarini namoyish etgan.

Ushbu yondashuv gruppa nazariyasining qism guruhlar, normal qism guruhlar va faktor-guruh kabi murakkab mavzularini o‘qitishda ayniqsa samarali hisoblanadi.

Vizualizatsiya va simulyatsiya vositalari: Maple dasturiy ta’minoti misolida

Gruppa nazariyasini o‘qitishda vizualizatsiyaning o‘rni beqiyos. Maple dasturiy ta’minoti bu borada keng imkoniyatlarni taqdim etadi. Maple yordamida quyidagi vizualizatsiya vositalari amalga oshiriladi: Keli grafiklari, Keli jadvallari, qism guruhlar panjarasi va simmetriya guruhlarining vizual tasvirlari.

Mapledagi asosiy funksiyalar:

- Guruhlarni hisoblash va vizualizatsiya: O‘rin almashtirish guruhlari, chekli ko‘rinishdagi guruhlar, siklik guruhlar;
- Xossalarni tekshirish: Qism guruhning normal yoki normal emasligini, guruhning to‘g‘ri ko‘paytmaga ajralishini tekshirish;
- Guruh xarakteristikalarini hisoblash: Markaz, markazlashtiruvchi, normal yopilma, minimal normal qism guruh.

Maple ning muhim afzalligi shundaki, u hisoblash detallarini avtomatlashtirib, talabalarning diqqatini tushunchalarni anglashga qaratadi. Bu “qora quti” effekti deb ataladigan pedagogik strategiyaga mos keladi: talabalar hisoblash mashaqqatidan xoli bo‘lib, asosiy matematik g‘oyalarni tushunishga e’tibor qaratadi.

AI va avtomatlashtirilgan vositalar: Yangi imkoniyatlar

So‘nggi yillarda sun’iy intellektga asoslangan platformalar gruppa nazariyasini o‘qitishda yangi ufqlarni ochmoqda. ChatGPT kabi katta til modellari talabalar bilan interaktiv muloqot qilish, gruppa amallari, xossalari va teoremalari bo‘yicha shaxsiylashtirilgan tushuntirishlar berish imkoniyatiga ega.

AI platformalarining afzalliklari:

1. Shaxsiylashtirilgan o‘rganish: Har bir talabaning bilim darajasiga mos keladigan tushuntirishlar;
2. Interaktiv muammo yechish: Talaba bilan real vaqt rejimida muloqot qilish;
3. Cheksiz sabr-toqat: Takroriy savollarga charchamasdan javob berish.

Biroq, AI vositalaridan foydalanishda ehtiyot bo‘lish zarur. AI an’anaviy pedagogik yondashuvlarni to‘ldiruvchi vosita sifatida qaralishi kerak, ularni butunlay almashtirmaslik lozim.

Raqamli texnologiyalar gruppalar nazariyasini o‘qitishda inqilobiy o‘zgarishlar qilish salohiyatiga ega. Jumladan, gruppalar nazariyasining dastlabki bosqichlarida virtual manipulativlardan foydalanish, murakkab isbot mavzularida IT-yordamli skaffoldingni bosqichma-bosqich qo‘llash, vizualizatsiya vositalarini esa ma’ruza va amaliy mashg‘ulotlarda muntazam qo‘llash va AI vositalarini yordamchi resurs sifatida tavsiya etish yaxshi natilarga olib keladi. Biroq, ularni qo‘llashda pedagogik asoslangan yondashuv va o‘qituvchining roli markaziy ahamiyatga ega.

ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Ernst, d. c., slye, j. (2024). using the spin$_{3x3}$ virtual manipulative to introduce group theory. primus, 34(6), 587-598.

2. Warli, rahayu, p., cintamulya, i. (2025). exploring the ability to prove abstract algebra problems through information technology-assisted scaffolding learning strategies. mathematics teaching research journal, 17(1), 28-55.

3. Ursu, D. (2024). stallings-folding: Perform Stallings‘ folding on elements in the free group [GitHub repository].

4. Wong, K. K. (2024). Integrating Group Theory Concepts into Abstract Algebra Using ChatGPT. In Blended Learning. Intelligent Computing in Education (pp. 39-61). Springer.

5. MapleSoft. (n.d.). Using Maple to Teach Abstract Algebra. MapleSoft Corporation.

INFORMATIKA FANIDAN NAZORAT QILISH VA BAHOLASH USULLARINI TAKOMILLASHTIRISH HAMDA TEST TUZISH METODIKASI

Jurayeva Aziza Akramovna
Navoiy davlat universiteti o'qituvchisi
Qo‘yliyeva Dilnoza Suyun qizi
Navoiy davlat universiteti talabasi
Ergasheva Yodgora Vasliddin qizi
Navoiy davlat universiteti talabasi

Annotatsiya. Mazkur tezisda informatika fanidan o‘quvchilar bilimini nazorat qilish va baholash usullarini takomillashtirish, test tuzish metodikasini ilmiy asosda rivojlantirish hamda zamonaviy onlayn baholash tizimlaridan foydalanish masalalari yoritilgan. Raqamli ta’lim muhiti rivojlanayotgan sharoitda baholash jarayonining aniqligi, obyektivligi va samaradorligini oshirish yo‘llari tahlil qilingan. Shuningdek, test topshiriqlarini ishlab chiqishning didaktik talablari va ularni amaliyotga joriy etish mexanizmlari asoslab berilgan.

Kalit so‘zlar: informatika, baholash tizimi, test metodikasi, onlayn baholash, raqamli ta’lim, pedagogik texnologiya, kompetensiya.

Аннотация. В данном тезисе освещены вопросы совершенствования методов контроля и оценки знаний учащихся по информатике, развития методики составления тестов на научной основе, а также использования современных систем онлайн-оценки. Проанализированы пути повышения точности, объективности и эффективности процесса оценки в условиях развития цифровой образовательной среды. Также обоснованы дидактические требования к разработке тестовых заданий и механизмы их внедрения в практику.

Ключевые слова: информатика, система оценивания, методика тестирования, онлайн-оценка, цифровое образование, педагогические технологии, компетенция.

Annotation. This thesis covers the improvement of methods for monitoring and evaluating students' knowledge in computer science, the development of testing methodologies on a scientific basis, and the use of modern online assessment systems. Ways to increase the accuracy, objectivity, and effectiveness of the assessment process in the context of developing a digital educational

environment have been analyzed. Additionally, the didactic requirements for developing test tasks and the mechanisms for their practical implementation are substantiated.

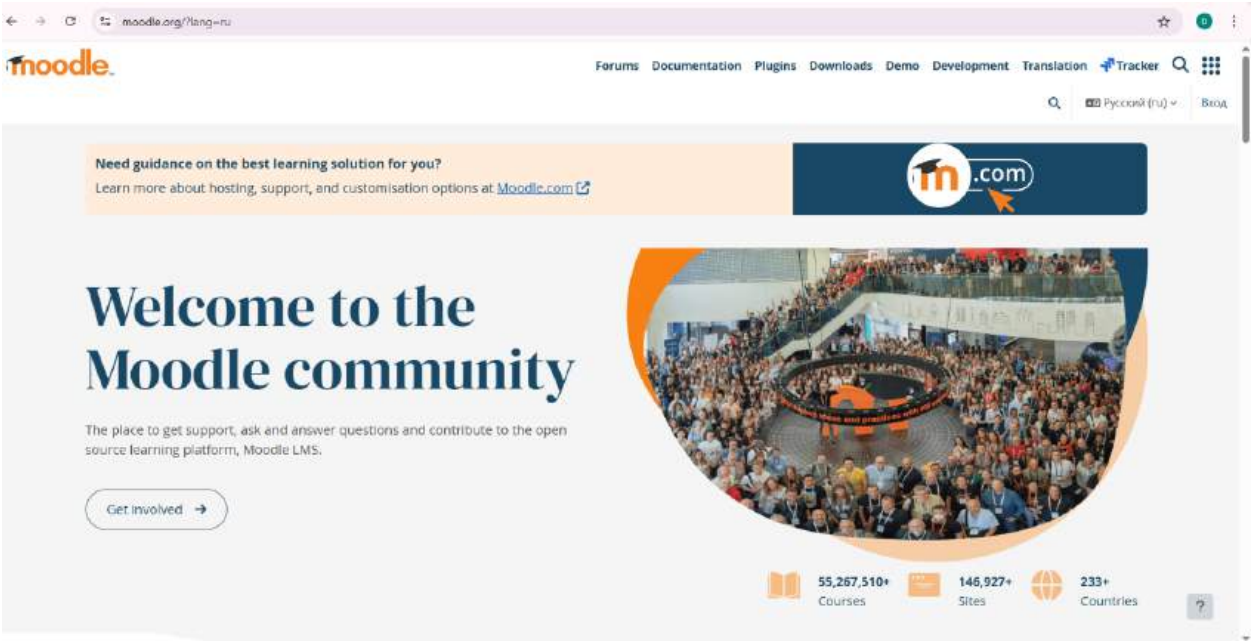
Keywords: informatics, assessment system, testing methodology, online assessment, digital education, pedagogical technology, competence.

Zamonaviy ta’lim tizimi global raqamlashtirish jarayonlari ta’sirida tubdan yangilanmoqda. Bu jarayonda o‘quvchilar bilimini nazorat qilish va baholash tizimlarini takomillashtirish dolzarb masalalardan biri hisoblanadi. Ayniqsa, informatika fanida nazariy bilimlar bilan bir qatorda amaliy ko‘nikmalarni baholash zarurati baholash tizimiga yangi yondashuvlarni talab etadi.

An’anaviy baholash usullari ko‘pincha subyektivlikka asoslangan bo‘lib, o‘quvchilarning haqiqiy bilim darajasini to‘liq aks ettira olmaydi. Shu sababli baholash jarayonida obyektivlik, aniqlik va tezkorlikni ta’minlash maqsadida test asosidagi nazorat tizimlaridan foydalanish muhim ahamiyat kasb etadi.

Test tuzish metodikasi pedagogik o‘lchov nazariyasiga asoslanib, o‘quvchilarning bilim, ko‘nikma va kompetensiyalarini aniqlashga xizmat qiladi. Test topshiriqlari quyidagi asosiy mezonlarga javob berishi zarur: mazmuniy to‘liqlik, aniqlik, bir ma’nolilik, diskriminativlik, ishonchlilik va validlik. Mazkur mezonlarga asoslangan testlar o‘quvchilarning bilim darajasini aniq baholash imkonini beradi.

Informatika fanida test topshiriqlarining turli shakllari – yopiq testlar, ochiq testlar, moslashtirishga oid topshiriqlar hamda algoritmik fikrlashni baholovchi amaliy masalalar keng qo‘llanilishi lozim. Bu esa o‘quvchilarning nafaqat nazariy bilimini, balki amaliy ko‘nikmalarini ham baholash imkonini beradi. Zamonaviy ta’lim jarayonida baholash tizimlarini raqamlashtirish muhim yo‘nalishlardan biri hisoblanadi. Shu nuqtai nazardan *Moodle* platformasi informatika fanidan nazorat va baholashni tashkil etishda kompleks imkoniyatlarga ega bo‘lgan samarali vosita



sifatida ajralib turadi.

1 - rasm

Mazkur platforma test tuzish metodikasini amaliyotga joriy etishda keng funksional imkoniyatlarni taqdim etadi. Xususan, unda turli tipdagi test topshiriqlarini (multiple choice, true/false, short answer, matching, calculated, essay) yaratish va ularni o‘quv dasturiga mos ravishda tizimlashtirish mumkin. Bu esa o‘quvchilarning bilim darajasini ko‘p qirrali baholashga xizmat qiladi.

Platformaning muhim jihatlaridan biri – savollar banki (question bank) tizimidir. Ushbu tizim orqali o‘qituvchi katta hajmdagi test topshiriqlarini mavzular bo‘yicha saqlashi, ularni

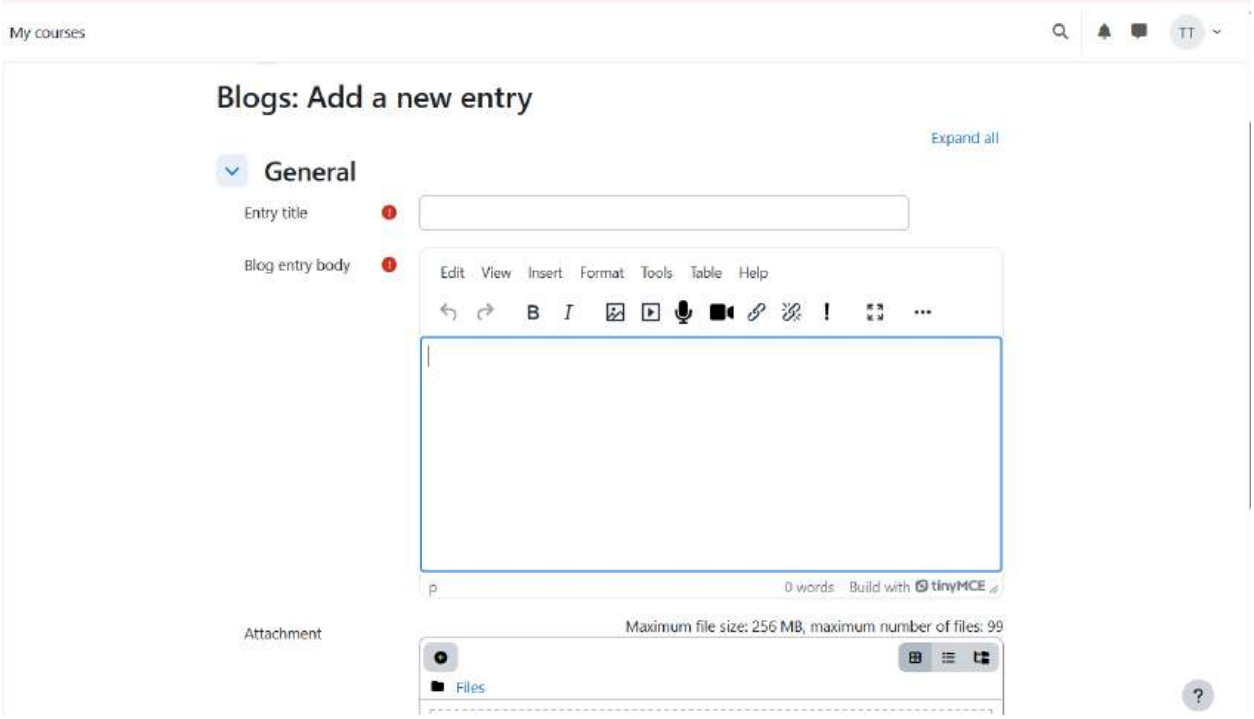
tahrirlashi va qayta foydalanishi mumkin. Natijada test tuzish jarayoni tizimli va samarali tashkil etiladi.

Amaliy jihatdan qaralganda, Moodle platformasida test yaratish jarayoni bir necha bosqichlarda amalga oshiriladi. Avvalo, o‘qituvchi tizimda kurs yaratib, unga mos ravishda test (quiz) bo‘limini tashkil etadi. Keyingi bosqichda savollar banki shakllantirilib, turli tipdagi test topshiriqlari kiritiladi. So‘ngra test parametrlarini sozlash amalga oshiriladi, ya’ni vaqt chegarasi, urinishlar soni, baholash mezonlari va savollarni tasodifiy tanlash imkoniyatlari belgilanadi. Yakuniy bosqichda test o‘quvchilarga taqdim etilib, tizim tomonidan natijalar avtomatik ravishda hisoblanadi va tahlil qilinadi. Mazkur jarayon baholashning aniqligi, obyektivligi va tezkorligini ta’minlaydi hamda o‘qituvchining ish faoliyatini optimallashtirishga xizmat qiladi.

Bundan tashqari, platformada adaptiv testlash imkoniyati mavjud bo‘lib, o‘quvchining javobiga qarab keyingi savollarning murakkablik darajasi o‘zgaradi. Bu esa baholashning individuallashtirilgan shaklini ta’minlaydi.

2 - rasm

Tizimda baholash jarayoni to‘liq avtomatlashtirilgan bo‘lib, natijalar real vaqt rejimida



shakllantiriladi. Statistik tahlil vositalari orqali o‘quvchilarning o‘zlashtirish darajasi aniqlanadi va ta’lim jarayonini takomillashtirish imkoniyati yaratiladi. Shuningdek, tizimda akademik halollikni ta’minlashga qaratilgan mexanizmlar – savollarni tasodifiy tanlash, vaqtni cheklash va urinishlar sonini boshqarish kabi imkoniyatlar mavjud bo‘lib, baholash jarayonining shaffofligini oshiradi.

Onlayn baholash tizimlarining joriy etilishi o‘qituvchilarning ish yukini kamaytiradi, baholash jarayonini tezlashtiradi va katta hajmdagi ma’lumotlarni samarali qayta ishlash imkonini beradi.

Xulosa qilib aytganda, informatika fanidan nazorat va baholash tizimini takomillashtirish, test tuzish metodikasini ilmiy asosda rivojlantirish hamda zamonaviy onlayn baholash tizimlarini joriy etish ta’lim sifatini oshirishning muhim omillaridan biridir. Raqamli platformalardan samarali foydalanish orqali baholash jarayonining aniqligi, tezkorligi va obyektivligi ta’minlanadi. Bu esa o‘quvchilarning bilimini adolatli baholash bilan birga, ularning mustaqil fikrlash va o‘z-o‘zini nazorat qilish ko‘nikmalarini rivojlantirishga xizmat qiladi.

Adabiyotlar

1. Jalilov K. Baholash nazariyasi. – Toshkent: O‘qituvchi, 2018.

2. Tolipov O‘., Usmonboyeva M. Pedagogik texnologiyalar. – Toshkent: Fan, 2017.
3. Ishmuhamedov R. Ta’limda innovatsion texnologiyalar. – Toshkent, 2019.
4. Karimov I. Axborot texnologiyalari va ularni o‘qitish metodikasi. – Toshkent, 2020.
5. Qodirov A. Informatika o‘qitish metodikasi. – Toshkent, 2016.
6. Bloom B. Taxonomy of Educational Objectives. – New York, 1956.
7. Anderson L., Krathwohl D. A Revision of Bloom’s Taxonomy. – New York, 2001.
8. Moodle – Onlayn ta’lim platformasi. https://moodle.org
9. Google Classroom – Masofaviy ta’lim tizimi. https://classroom.google.com

O‘QUV MARKAZLAR UCHUN MASOFAVIY TEST TIZIMI MODULINI ISHLAB CHIQISH

Kabiljanova F. A.
Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zbekiston Milliy universiteti, f.-m.f.n. dotsent.
Haytboyeva H. I.
Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zbekiston Milliy universiteti, magistrant.

Annotatsiya

Ushbu maqolada o‘quv markazlari uchun masofaviy test tizimi qanday shakllantirilgan va qanday yo‘nalishlarda ishlatish mumkin, o‘quv markazlari uchun keltiradigan samarali foydalari haqida bayon qilinadi. Ilmiy maqolada masofaviy test tizimining Java dasturlash tili orqali qanday tuzilganligi, modul arxitekturasi va ma‘lumotlar bazasi haqida so‘z yuritiladi.

Kirish

Bugungi kunda ta‘lim sohasida raqamli texnologiyalar keng qo‘llanilmoqda. Ayniqsa, onlayn test tizimlari bilimlarni baholashda ya‘ni test natijalarini aniq va tez chop etishda, o‘quvchilar bilimini bosqichma-bosqich tekshirishda, savollar har bir o‘quvchi uchun turlicha shakllantirilishida samarali vositalardan biri hisoblanadi. Mazkur maqolada Java dasturlash tili haqida va blok sxema tavsifi haqida bayon qilinadi.

Asosiy qism

Masofaviy test tizimlari an‘anaviy test tizimlariga nisbatan bir qator afzalliklarga ega. Birinchidan, o‘quvchilarga istalgan vaqtda test topshirish imkonini beradi. Bu esa o‘z o‘rnida ta‘lim jarayonida vaqt va joy cheklovlarini bartaraf etadi. Ikkinchidan, test natijalarini avtomatik tarzda aniqlanishi inson tomonidan qilinadigan xatolarni kamaytiradi va baholash jarayonini shaffoflashtiradi. Shuningdek, test topshiriqlari bazasining kengligi va moslashuvchanligi har bir o‘quvchi uchun individual yondashuvni ta‘minlaydi.[1]

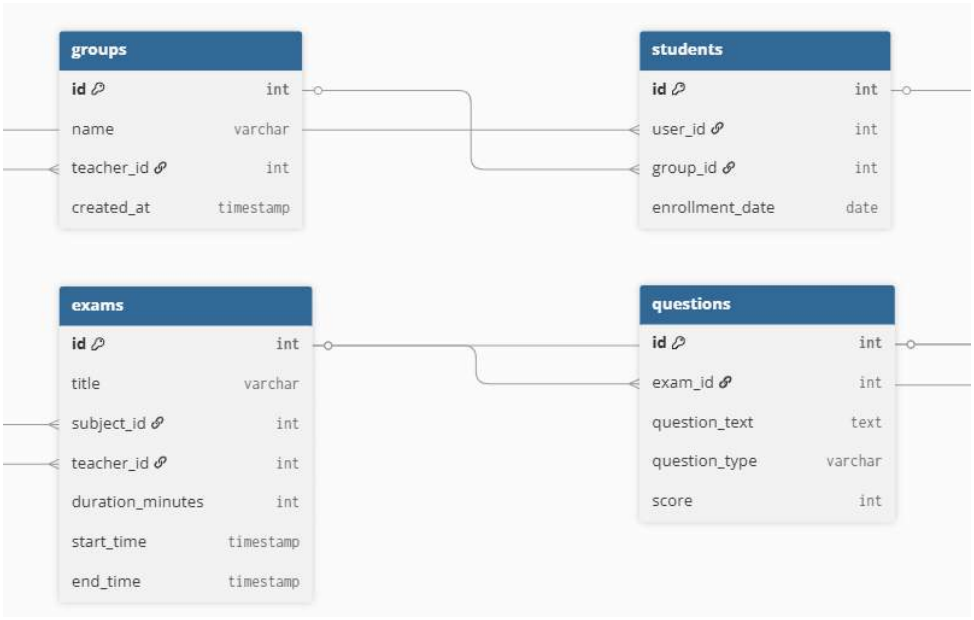
Tizimning asosiy tuzilmasi: Platforma bir nechta asosiy modullardan iborat bo‘lib, ular o‘zaro bog‘langan holda ishlaydi. Har bir modul tizimning muhim funksiyasini bajaradi:

Foydalanuvchilarni boshqarish moduli

Bu modul tizimdagi barcha foydalanuvchilarni boshqaradi. Unda uch asosiy rol mavjud:

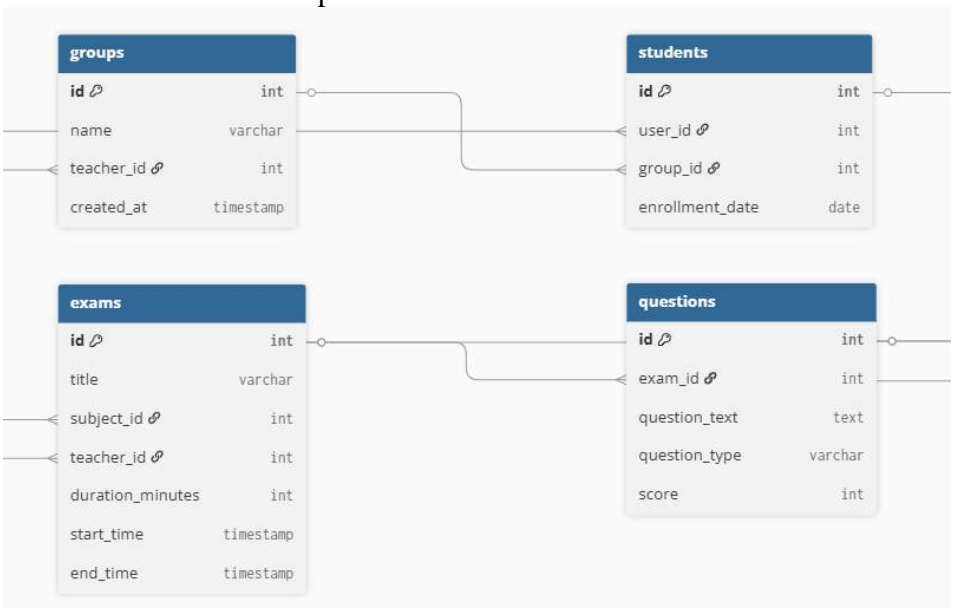
- Administrator
- O‘qituvchi
- Talaba

1 - rasm. Tizimning dbdiagram io da strukturasining ko‘rinishi



Har bir foydalanuvchi ro‘yxatdan o‘tadi va tizimga kirish huquqiga ega bo‘ladi. Foydalanuvchilar ma’lumotlari xavfsiz tarzda saqlanadi va autentifikatsiya tizimi orqali himoyalanadi.[2]

2 - rasm. Guruhlar va taqsimlash moduli



Test (Exam) moduli

Bu platformaning asosiy qismi hisoblanadi. O‘qituvchilar test yaratish imkoniga ega bo‘ladi. Har bir testda quyidagi ma’lumotlar mavjud:

- Test nomi
- Fan turi
- Davomiylik vaqti
- Boshlanish va tugash vaqti

Har bir test bir nechta savollardan iborat bo‘ladi. Savollar turli formatda bo‘lishi mumkin:

- Ko‘p variantli (multiple choice)
- Bitta javobli
- Matnli javob

Har bir savolga tegishli variantlar biriktiriladi va to‘g‘ri javob belgilab qo‘yiladi. Bu tizim avtomatik tekshirish imkonini beradi.

Test topshirish (Attempts) moduli

Talaba testni boshlagan va tugatgan vaqtlar tizimda qayd etiladi. Har bir urinish (attempt) alohida saqlanadi. Bu modul orqali:

- Talabaning testni qachon boshlagani
- Qachon tugatgani
- Umumiy balli
- Test holati (tugallangan yoki davom etmoqda)

kuzatib boriladi.

Javoblarni tahlil qilish (Answers) moduli

Har bir savolga berilgan javoblar alohida saqlanadi. Tizim avtomatik tarzda:

- Javob to‘g‘ri yoki noto‘g‘riligini tekshiradi
- Har bir savol uchun ball beradi
- Umumiy natijani hisoblaydi

Bu jarayon inson aralashuvisiz amalga oshiriladi.

O‘qituvchi va administrator funksiyalari

O‘qituvchilar test yaratish, savollar qo‘shish va natijalarni ko‘rish imkoniga ega. Administrator esa butun tizimni boshqaradi, foydalanuvchilarni nazorat qiladi va umumiy statistika bilan ishlaydi.

Bildirishnomalar tizimi

Platformada foydalanuvchilarga muhim xabarlar yuborish uchun notification tizimi mavjud. Masalan:

- Yangi test haqida xabar
- Natijalar chiqishi
- Guruhga biriktirish

Bu tizim foydalanuvchini doimiy ravishda xabardor qilib boradi. Bundan tashqari, real vaqt statistik tahlil mexanizmi orqali foydalanuvchining javob berish tezligi, to‘g‘ri javoblar foizi va xatoliklar strukturasi doimiy kuzatib boriladi. Ushbu ma’lumotlar asosida tizim keyingi savollarni avtomatik ravishda moslashtiradi va test murakkabligini qayta hisoblaydi. O‘quv markazlari uchun masofaviy test tizimlarini joriy etish ta’lim jarayonini tubdan o‘zgartiradi. Masofaviy test tizimi o‘qituvchilarga o‘quvchilar individual o‘zlashtirish darajasini aniqlash, zaif nuqtalarni tahlil qilish va o‘quv jarayonini mos ravishda rivojlantirish imkoniyatini taqdim etadi. Bu tizimlar orqali ta’lim jarayonini optimallashtirish, o‘quvchilarni yanada faol va mustaqil bo‘lishga undash, zamonaviy texnologiyalarni o‘rgatish va natijaviylikni oshirish mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

[1]. Islikov.S.X, Yusupov.A, Berdiqulov.L, “Masofaviy ta’lim asoslari” fanidan o‘quv uslubiy majmua. Guliston-2020.

[2]. Moodle Documantation – https://docs.moodle.org

BOSHLANG‘ICH SINF MATEMATIKA TA’LIMIDA RAQAMLI TEXNOLOGIYALARNING DIDAKTIK ASOSLARI

Madirimova M. R.

URDPI “BOSHLANG‘ICH TA’LIM NAZARIYASI” KAFEDRASI

V.B.DOTSENTI

Annotatsiya: Mazkur maqolada boshlang‘ich sinf matematika ta’limida raqamli texnologiyalardan foydalanishning didaktik asoslari tahlil qilinadi. Raqamli vositalarning o‘quvchilarning bilim olish jarayoniga ta’siri, ularning mantiqiy fikrlashini rivojlantirishdagi o‘rni hamda o‘quv motivatsiyasini oshirishdagi ahamiyati yoritiladi.

Kalit so‘zlar: raqamli texnologiyalar, boshlang‘ich ta’lim, matematika o‘qitish, didaktik asoslar, interaktiv ta’lim, o‘quv motivatsiyasi, axborot-kommunikatsiya texnologiyalari, innovatsion metodlar

Аннотация: В данной статье рассматриваются дидактические основы использования цифровых технологий в обучении математике в начальных классах. Освещается влияние цифровых средств на процесс усвоения знаний учащимися, их роль в развитии логического мышления и повышении учебной мотивации.

Ключевые слова: цифровые технологии, начальное образование, обучение математике, дидактические основы, интерактивное обучение, учебная мотивация, информационно-коммуникационные технологии, инновационные методы

Abstract:
This article examines the didactic foundations of using digital technologies in primary school mathematics education. It highlights the impact of digital tools on students’ learning processes, their role in developing logical thinking, and their importance in increasing learning motivation.

Keywords:
digital technologies, primary education, mathematics teaching, didactic foundations, interactive learning, learning motivation, information and communication technologies, innovative methods

Hozirgi kunda dunyoda raqamli texnologiyalar jadal sur’atlar bilan rivojlanmoqda va bu texnologiyalar hayotimizning barcha jabhalariga, jumladan ta’lim tizimiga ham o‘z ta’sirini ko‘rsatmoqda. Ayniqsa, boshlang‘ich sinflarda matematika fanini o‘qitishda raqamli texnologiyalardan foydalanish o‘quv jarayonini yanada samarali va qiziqarli qilish imkonini beradi. Raqamli texnologiyalar nafaqat ma’lumotni etkazish vositasi, balki o‘quvchilarning faol ishtirokini ta’minlovchi, ularning fikrlash qobiliyatini rivojlantiruvchi va ijodiy yondashuvlarini rag‘batlantiruvchi platforma hisoblanadi. Boshlang‘ich sinf o‘quvchilari uchun matematika fundamental fan bo‘lib, kelajakdagi o‘qishlari uchun mustahkam poydevor yaratadi. Ushbu poydevorni yaratishda zamonaviy raqamli vositalardan foydalanish muhim ahamiyat kasb etadi. Raqamli ta’lim resurslari, interaktiv dasturlar, ko‘rgazmali modellar va virtual laboratoriyalar o‘quvchilarga abstrak tushunchalarni yanada osonroq o‘zlashtirishga yordam beradi. Masalan, geometrik shakllarni o‘rganishda, sonlarni hisoblashda yoki oddiy algebraik masalalarni yechishda vizualizatsiya vositalaridan foydalanish o‘quvchining tushunchalarini mustahkamlaydi va ularning qiziqishini oshiradi.

Raqamli texnologiyalar o‘qituvchilarga ham o‘quv materialini individual yondashuv asosida taqdim etish, har bir o‘quvchining o‘zgaruvchan ehtiyojlarini qondirish imkoniyatini yaratadi. Ular o‘quvchilarning bilimlarini baholash va tahlil qilish uchun qulayliklar taqdim etadi, bu esa ta’lim sifatini oshirishga xizmat qiladi. Tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki, raqamli texnologiyalardan foydalangan holda o‘qitilgan darslarda o‘quvchilarning mashg‘ulotlarga bo‘lgan intilishi va o‘zlashtirish darajasi sezilarli darajada oshadi. Shu nuqtai nazardan, boshlang‘ich sinflarda matematika ta’limida raqamli texnologiyalarning nazariy va amaliy jihatlarini chuqur o‘rganish bugungi kun talabidir. Bu esa o‘quvchilarning kelajakda raqamli dunyoga moslashishlari uchun zarur bo‘lgan ko‘nikmalarni shakllantiradi.

Boshlang‘ich sinfda matematika ta’limida raqamli texnologiyalarni qo‘llashning didaktik asoslari o‘quvchilarning yosh xususiyatlari, psixologik rivojlanish darajasi va o‘quv jarayonining samaradorligini oshirish tamoyillariga tayanadi. Raqamli vositalar o‘quvchilarning faol va mustaqil o‘rganishini rag‘batlantirishi, ularning aqliy rivojlanishiga hissa qo‘shishi kerak. Birinchi navbatda, bu vositalar vizuallik va interaktivlikni o‘zida mujassamlashtirishi lozim. Masalan, sonlar bilan ishlashda animatsion obyektlar, shakllar va ranglardan foydalanish bolalarning diqqatini jalb qiladi va ularga miqdoriy tushunchalarni ongli ravishda o‘zlashtirishga yordam beradi. Raqamli texnologiyalar o‘quvchilarga turli xil mashqlar va topshiriqlarni bajara turib, o‘zlarini tekshirish va xatolarini tuzatish imkoniyatini beradi. Bu esa o‘quvchida o‘ziga ishonchni oshiradi va mustaqil fikrlashni shakllantiradi. Pedagogik nuqtai nazardan, raqamli vositalarni tanlashda ularning mazmuni, didaktik maqsadi va didaktik vazifasiga mosligini inobatga olish zarur. O‘qituvchi raqamli resurslarni o‘quv dasturiga integratsiya qilishda asosiy

rol o‘ynaydi. U o‘quvchilarning individual o‘quv uslublariga mos keladigan va ularning faolligini rag‘batlantiradigan vositalarni tanlashi kerak. Raqamli o‘yinlar, simulyatsiyalar va interaktiv testlar o‘quvchilarning matematik tushunchalarni amaliy jihatdan qo‘llash ko‘nikmalarini rivojlantiradi. Bu jarayonda o‘quvchilar turli matematik operatsiyalarni bajarish, masalalarni yechish va hatto oddiy algoritmlarni tuzish kabi ko‘nikmalarga ega bo‘ladilar. Raqamli texnologiyalar shuningdek, o‘quvchilarda mantiqiy fikrlashni rivojlantirishga yordam beradi. Masalan, turli xil jumboqlar, strategik o‘yinlar va muammolarni hal qilishga qaratilgan dasturlar o‘quvchilarda mantiqiy ketma-ketlikni ko‘ra bilish, sabab-oqibat bog‘lanishlarini tushunish va optimal yechimni topish kabi ko‘nikmalarni shakllantiradi. Ta’lim standartlariga muvofiq, raqamli texnologiyalardan foydalanish o‘quvchilarning standartlashtirilgan testlarda va kelajakdagi akademik sinovlarda muvaffaqiyat qozonishiga ham hissa qo‘shadi. Ushbu didaktik asoslar raqamli vositalarni samarali qo‘llash orqali o‘quvchilarning matematik savodxonligini oshirishga qaratilgan.

Boshlang‘ich sinfda matematika uchun zamonaviy raqamli ta’lim resurslari va ulardan foydalanish metodikasi. Bugungi kunda boshlang‘ich sinfda matematika fanini o‘qitish uchun keng ko‘lamli raqamli ta’lim resurslari mavjud. Bularga interaktiv darsliklar, ta’limiy dasturlar, veb-saytlar, mobil ilovalar va elektron o‘yinlar kiradi. Boshlang‘ich sinf o‘qituvchilari ushbu resurslardan foydalanishda quyidagi metodikani qo‘llashlari mumkin:

- ✓ dars jarayoniga integratsiya qilish. Raqamli vositalarni faqat qo‘shimcha material sifatida emas, balki asosiy o‘quv materialini tushuntirish, mustahkamlash va baholash jarayoniga kiritish muhimdir.
- ✓ differentsial yondashuv. Har bir o‘quvchining o‘ziga xos o‘quv tempi va uslubi mavjud. Raqamli resurslar o‘qituvchiga har bir o‘quvchi uchun individual topshiriqlar berish va ularning o‘zlashtirish darajasiga mos ravishda murakkablikni sozlash imkonini beradi.
- ✓ o‘yinlashtirish (gamification). Raqamli o‘yinlar va musobaqalar o‘quvchilarning motivatsiyasini oshiradi. Ball to‘plash, darajalarni o‘tish, mukofotlar olish kabi elementlar o‘quvchilarning darsga bo‘lgan qiziqishini yanada kuchaytiradi.
- ✓ hamkorlik va loyiha faoliyati. Raqamli platformalar orqali o‘quvchilar guruh bo‘lib ishlashi, loyihalar ustida hamkorlik qilishi va o‘z bilimlarini bir-birlari bilan baham ko‘rishi mumkin. Bu esa jamoaviy ish ko‘nikmalarini rivojlantiradi.
- ✓ ota-onalar bilan aloqa. Raqamli platformalar orqali o‘qituvchi ota-onalarni farzandlarining o‘quv jarayoni haqida muntazam xabardor qilib turishi, ularga o‘quvchi uchun uy vazifalarini tanlashda yordam berishi mumkin.

Raqamli ta’lim resurslaridan samarali foydalanish o‘quvchilarning matematika faniga bo‘lgan qiziqishini orttirish, ularning tushunchalarini chuqurlashtirish va kelajakda fanlarni o‘zlashtirishlari uchun zarur bo‘lgan mustahkam bilim va ko‘nikmalarni shakllantirishga yordam beradi. Bu jarayonda o‘qituvchining professionalligi va raqamli savodxonligi ham muhim rol o‘ynaydi.

Boshlang‘ich sinfda matematika o‘qitishda raqamli texnologiyalarning foydalari va kamchiliklari**.** Boshlang‘ich sinfda matematika o‘qitishda raqamli texnologiyalardan foydalanishning ko‘plab foydalari mavjud.

- ➢ bu o‘quvchilarning qiziqishini va motivatsiyasini oshiradi. Rangli grafiklar, animatsiyalar va o‘yinlar orqali matematika endi zerikarli va qiyin fan emas, balki qiziqarli o‘yin-mashg‘ulotga aylanadi.
- ➢ murakkab tushunchalarni vizualizatsiya qilish imkoniyati paydo bo‘ladi. Masalan, kasrlar, ulushlar yoki geometrik figuralarning xossalarini raqamli modellar yordamida osonroq tushuntirish mumkin. Bu esa o‘quvchilarning abstrakt fikrlashini rivojlantirishga yordam beradi.
- ➢ individual yondashuvni ta’minlash osonlashadi. Raqamli dasturlar har bir o‘quvchining o‘z tempi va imkoniyatlariga mos keladigan topshiriqlarni taklif etadi, bu esa individual o‘quv yo‘llarini yaratishga imkon beradi.

- o‘qituvchi ishini yengillashtiradi. Raqamli vositalar mashqlar tayyorlash, nazorat ishlarini o‘tkazish va natijalarni tahlil qilish jarayonini avtomatlashtirish imkonini beradi.
- o‘quvchilarda kelajakda zarur bo‘lgan raqamli savodxonlikni shakllantiradi. Raqamli texnologiyalar bilan ishlash jarayonida bolalar kompyuter va boshqa qurilmalar bilan ishlash ko‘nikmalarini rivojlantiradi.

Raqamli texnologiyalarni ta’lim jarayoniga muvaffaqiyatli integratsiya qilish uchun o‘qituvchilarning malakasini oshirish va ularga zaruriy ko‘nikmalarni berish muhimdir. Ushbu foydalar va kamchiliklarni hisobga olgan holda, raqamli texnologiyalardan maqsadli va o‘ziga xos tarzda foydalanish boshlang‘ich sinfda matematika ta’limining sifatini sezilarli darajada oshirishi mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining ”Raqamli O‘zbekiston - 2030” strategiyasini tasdiqlash to‘g‘risidagi Farmoni, 2020.
2. Umarova, G. A. (2022). Raqamli vositalar yordamida o‘quvchilarda mantiqiy fikrlashni rivojlantirish. Ta’lim va innovatsiya, 4(21), 112-119.
3. Abdullaeva M.K. Boshlang‘ich ta’limda raqamli vositalardan foydalanish samaradorligi. Ilmiy maqolalar to‘plami. - Samarqand, 2021.
4. O‘zbekiston Respublikasi Xalq ta’limi vazirligi. (2022). ”Boshlang‘ich sinfda matematika o‘qitish metodikasi”. Toshkent.
5. Mirziyoyev Sh.M. ”Ta’lim to‘g‘risida”gi O‘zbekiston Respublikasi Qonuni. O‘zbekiston Ovozi, 2020-yil 4-may.
6. Jo‘raev N.N. Ta’lim jarayoniga axborot-kommunikatsiya texnologiyalarini joriy etish muammolari. O‘zbekiston oliy ta’lim jurnali. №3, 2022.

ANIQ FANLARNI O‘QITISHDA MASOFAVIY TA’LIMNI SUN’IY INTELLEKT ASOSIDA TAKOMILLASHTIRISH

Mamatkulova M. Sh.
O‘zMU
Rajabova D. B.
O‘zMU magistranti
Turayev K. I.
O‘zMU magistranti

Zamonaviy jamiyatda raqamli texnologiyalarning jadal rivojlanishi barcha sohalar qatori ta’lim tizimiga ham sezilarli ta’sir ko‘rsatmoqda. Ayniqsa, matematika, fizika va informatika kabi aniq fanlarni o‘qitishda yangi pedagogik yondashuvlar va texnologiyalarni joriy etish zarurati ortib bormoqda. Masofaviy ta’lim shakli ta’lim olish imkoniyatlarini kengaytirsa-da, uning samaradorligini ta’minlash uchun zamonaviy vositalar, xususan sun’iy intellekt texnologiyalaridan foydalanish muhim hisoblanadi.

Sun’iy intellekt ta’lim jarayonini individuallashtirish, o‘quvchilarning bilim darajasini aniq baholash va o‘qitish jarayonini optimallashtirish imkonini beradi. Shu bois, aniq fanlarni o‘qitishda masofaviy ta’limni SI asosida takomillashtirish dolzarb ilmiy muammolardan biridir.

Masofaviy ta’lim tizimida aniq fanlarni o‘qitishda bir qator muammolar mavjud. Ularni ko‘rib chiqamiz. Avvalo, texnik infratuzilmaning yetarli darajada rivojlanmaganligi muhim muammo hisoblanadi. Internet tezligining pastligi yoki texnik vositalarning yetishmasligi o‘quv jarayoniga salbiy ta’sir ko‘rsatadi. Murakkab mavzularni tushuntirishdagi qiyinchilik navbatdagi muammo sifatida ko‘rish mumkin. Aniq fanlar ko‘pincha chuqur tahlil va izohni talab qiladi, bu esa masofaviy formatda har doim ham samarali amalga oshirilmaydi. Uchinchi muammo — amaliy mashg‘ulotlarning yetishmasligi. Masalan, fizika va informatika fanlarida laboratoriya

ishlari muhim o‘rin tutadi, biroq masofaviy ta’limda ularni to‘liq tashkil etish qiyin. To‘rtinchidan, o‘quvchilarning mustaqil ishlash ko‘nikmalari yetarli emasligi kuzatiladi. Masofaviy ta’lim yuqori darajada o‘zini boshqarish va motivatsiyani talab qiladi. Beshinchidan, baholash tizimining ishonchliligi bilan bog‘liq muammolar mavjud. Onlayn nazorat jarayonida akademik halollikni ta’minlash muhim vazifalardan biridir.

Sun’iy intellekt texnologiyalari yuqoridagi muammolarni hal etishda samarali vosita bo‘lib xizmat qiladi. Eng muhim yo‘nalishlardan biri — adaptiv ta’lim tizimlarini joriy etishdir. Bunday tizimlar o‘quvchining bilim darajasi va o‘zlashtirish tezligiga mos ravishda individual o‘quv dasturini shakllantiradi. Shuningdek, sun’iy intellekt asosida ishlab chiqilgan virtual yordamchilar o‘quvchilarga murakkab masalalarni tushuntirishda yordam beradi. Bu esa o‘quvchilarning mustaqil o‘rganish ko‘nikmalarini rivojlantiradi. Sun’iy intellekt yordamida avtomatlashtirilgan baholash tizimlarini joriy etish ham muhim ahamiyatga ega. Bunday tizimlar testlar, yozma ishlar va masalalarni tezkor hamda xolis baholash imkonini beradi. Bundan tashqari, sun’iy intellekt asosida ishlovchi virtual laboratoriyalar yordamida amaliy mashg‘ulotlarni masofaviy shaklda tashkil etish mumkin. Bu o‘quvchilarga tajribalarni xavfsiz va samarali o‘rganish imkonini beradi.

Masofaviy ta’limni sun’iy intellekt asosida takomillashtirishda zamonaviy pedagogik yondashuvlar muhim o‘rin tutadi. Jumladan, STEM ta’limi aniq fanlarni integratsiyalashgan holda o‘qitishga xizmat qiladi va o‘quvchilarda muammoli vaziyatlarni hal qilish ko‘nikmalarini rivojlantiradi. Blended learning (aralash ta’lim) modeli an’anaviy va masofaviy ta’limni uyg‘unlashtirish orqali samaradorlikni oshiradi. Bu yondashuv o‘quvchilarga nazariy bilimlarni onlayn o‘zlashtirish va amaliy mashg‘ulotlarni an’anaviy shaklda bajarish imkonini beradi. Gamifikatsiya texnologiyasi esa o‘quv jarayoniga o‘yin elementlarini kiritish orqali o‘quvchilarning qiziqishini oshiradi. Sun’iy intellekt bilan integratsiya qilingan gamifikatsiya tizimlari o‘quvchilarning faolligini yanada kuchaytiradi. Shuningdek, o‘quv ma’lumotlarini tahlil qilish orqali o‘quvchilarning o‘zlashtirish darajasi chuqur tahlil qilinadi va individual yondashuv ta’minlanadi.

Xulosa qilib aytganda aniq fanlarni o‘qitishda masofaviy ta’limni sun’iy intellekt asosida takomillashtirish ta’lim tizimini rivojlantirishning muhim yo‘nalishlaridan biridir. Mavjud muammolarni hal etish uchun texnik infratuzilmani mustahkamlash, pedagoglarning raqamli kompetensiyasini oshirish va innovatsion texnologiyalarni keng joriy etish zarur. Sun’iy intellekt asosidagi yondashuvlar ta’lim jarayonini individuallashtirish, nazoratni kuchaytirish va bilim sifatini oshirishga xizmat qiladi. Natijada, zamonaviy bilim va ko‘nikmalarga ega, raqobatbardosh mutaxassislarni tayyorlash imkoniyati kengayadi. Natijada, ta’lim sifati oshadi va raqobatbardosh mutaxassislar tayyorlanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Anderson T. The Theory and Practice of Online Learning.
2. Sh. S. Sharipov. *Raqamli ta’lim muhitida o‘qitish metodikasi*. Toshkent. (2021).
3. A. Abduqodirov *Axborot texnologiyalari va ta’lim integratsiyasi*. (2021).

DORI VOSITALARINI SOTISHNI HISOBGA OLISHNING AVTOMATLASHTIRILGAN TIZIMINI ISHLAB CHIQISH

f.-m.f.n. Muhammadiyev J.O‘.
f.-m.f.n. Kabiljanova F.A.
magistrant Salimova D.S.

Annotatsiya

Farmatsevtika sohasida raqamli texnologiyalarning rivojlanishi dori vositalarini sotish jarayonlarini samarali boshqarish va nazorat qilish imkonini beruvchi axborot tizimlarini ishlab chiqishni talab etadi. Mazkur maqolada dorixona faoliyatida dori vositalari savdosini hisobga olishni avtomatlashtirishga mo‘ljallangan axborot tizimini loyihalash masalalari ko‘rib chiqiladi.

Tadqiqotning dolzarbligi dori vositalari aylanmasida shaffoflikni ta’minlash, qo‘lda yuritiladigan hisob-kitoblar natijasida yuzaga keladigan xatoliklarni kamaytirish hamda sotuv va

ombor jarayonlarini real vaqt rejimida nazorat qilish zarurati bilan asoslanadi. Ish jarayonida mavjud dorixona axborot tizimlari tahlil qilinadi hamda ularning funksional cheklovlari aniqlanadi.

Tadqiqot natijasida avtomatlashtirilgan axborot tizimining konseptual modeli, funksional tuzilmasi va ma’lumotlar bazasi arxitekturasini ishlab chiqish taklif etiladi.

Kalit so‘zlar*: avtomatlashtirilgan axborot tizimi, dorixona, dori vositalari savdosi, ma’lumotlar bazasi, raqamli farmatsevtika.*

So‘nggi yillarda sog‘liqni saqlash va farmatsevtika sohalarida raqamli texnologiyalarni joriy etish jarayonlari jadallashmoqda. Axborot tizimlaridan foydalanish dori vositalarini ishlab chiqarish, tarqatish va sotish jarayonlarining samaradorligini oshirishda muhim omil hisoblanadi [3].

Dorixona faoliyatida dori vositalarini sotish jarayonlarini aniq va ishonchli hisobga olish muhim ahamiyatga ega. Amaliyot shuni ko‘rsatadiki, ko‘plab dorixonalarda qo‘lda yoki qisman avtomatlashtirilgan tizimlardan foydalaniladi. Bu esa inson omili bilan bog‘liq xatoliklar, ma’lumotlarning kech yangilanishi hamda real vaqt rejimida nazoratning yetishmasligiga olib keladi.

Natijada ombor qoldiqlari bo‘yicha nomutanosibliklar yuzaga keladi, talab yuqori bo‘lgan dori vositalarining yetishmovchiligi yoki ortiqcha zaxiralash holatlari kuzatiladi. Shu sababli, dori vositalarini sotish jarayonlarini avtomatlashtirish dolzarb masalalardan biri hisoblanadi [2].

Dori vositalari savdosini avtomatlashtirishning zamonaviy yo‘nalishlari

Farmatsevtika sohasida dori vositalari savdosini avtomatlashtirish jarayonlari jadal rivojlanib bormoqda. Zamonaviy dorixona axborot tizimlari dori vositalarini ro‘yxatga olish, sotish, saqlash va nazorat qilish jarayonlarini yagona axborot muhitida boshqarish imkonini beradi.

Avtomatlashtirilgan dorixona tizimlari yordamida dori vositalarining harakati to‘liq nazorat qilinadi, sotuv operatsiyalari real vaqt rejimida qayd etiladi va ombor qoldiqlari avtomatik yangilanadi. Bu esa hisobga olish aniqligini oshiradi va inson omili bilan bog‘liq xatoliklarni kamaytiradi [2].

Zamonaviy tizimlarda shtrix-kodlash, elektron retseptlar va avtomatik dispensing texnologiyalaridan foydalanish kengayib bormoqda. Ushbu texnologiyalar dori vositalarini noto‘g‘ri berish ehtimolini kamaytiradi hamda xizmat ko‘rsatish tezligini oshiradi [6].

Bundan tashqari, avtomatlashtirilgan tizimlar tahliliy hisobotlarni shakllantirish imkonini berib, dorixona faoliyatini boshqarishda muhim ahamiyat kasb etadi. Sotuv hajmi, talab dinamikasi va ombor holati bo‘yicha ma’lumotlar asosida samarali boshqaruv qarorlarini qabul qilish mumkin.

Shu bilan birga, avtomatlashtirish iqtisodiy samaradorlikni oshirishga ham xizmat qiladi. Resurslardan oqilona foydalanish, ortiqcha zaxiralarni kamaytirish va xizmat ko‘rsatish jarayonlarini tezlashtirish orqali umumiy samaradorlik oshadi.

Tadqiqotning maqsadi va vazifalari

Tadqiqotning asosiy maqsadi — dorixona faoliyatida dori vositalarini sotishni hisobga olish jarayonlarini avtomatlashtirishga mo‘ljallangan axborot tizimini loyihalashdan iborat.

Mazkur maqsadga erishish uchun quyidagi vazifalar belgilanadi:

- mavjud axborot tizimlarini tahlil qilish;
- dorixona faoliyatidagi asosiy jarayonlarni aniqlash;
- tizimning funksional talablarini shakllantirish;
- ma’lumotlar bazasi tuzilmasini ishlab chiqish;
- tizimning konseptual modelini taklif etish.

Axborot tizimlarini loyihalashda design science yondashuvi muhim metodologik asos bo‘lib xizmat qiladi. Dasturiy ta’minotni ishlab chiqishda tizim arxitekturasi va sifat ko‘rsatkichlari muhim ahamiyatga ega.

Farmatsevtika sohasida axborot tizimlarini qo‘llash dori vositalari xavfsizligini oshirish, hisobga olish aniqligini ta’minlash va boshqaruv samaradorligini yaxshilashga xizmat qiladi [2].

Biroq mavjud tadqiqotlarda kichik va o‘rta dorixonalar uchun moslashuvchan va modulli tizimlarni ishlab chiqish masalalari yetarli darajada yoritilmagan.

Tadqiqot metodologiyasi

Tadqiqot jarayonida tizimli tahlil, funksional modellashtirish va ma’lumotlar bazasini loyihalash usullaridan foydalaniladi.

Dorixona faoliyatidagi asosiy biznes jarayonlar aniqlanib, ular asosida tizimga qo‘yiladigan funksional talablar shakllantiriladi. Axborot tizimini loyihalashda modulli arxitektura tamoyillaridan foydalanish ko‘zda tutiladi.

Ma’lumotlar bazasini ishlab chiqishda normallashtirish qoidalariga amal qilinadi hamda ma’lumotlarning yaxlitligi va izchilligi ta’minlanadi. Shuningdek, foydalanuvchi rollari asosida kirish huquqlarini boshqarish mexanizmini joriy etish rejalashtiriladi.

Taklif etilayotgan yechim

Mazkur tadqiqot doirasida dorixona faoliyati uchun avtomatlashtirilgan axborot tizimining konseptual modeli taklif etiladi.

Tizim quyidagi asosiy funksiyalarni bajarishga mo‘ljallangan:

- dori vositalarini ro‘yxatga olish;
- sotuv operatsiyalarini qayd etish;
- ombor qoldiqlarini nazorat qilish;
- tahliliy hisobotlarni shakllantirish;
- foydalanuvchi rollari asosida kirish huquqlarini boshqarish.

Tizimda har bir dori vositasi uchun alohida identifikatsiya (masalan, shtrix-kod) qo‘llanilishi mumkin. Sotuv jarayonida tizim avtomatik ravishda qoldiqlarni yangilaydi va zarur hollarda minimal daraja haqida ogohlantirish beradi. Taklif etilgan yechim kichik va o‘rta dorixonalar sharoitida ham qo‘llash uchun mos bo‘lib, uning modulli arxitekturasi kelgusida yangi funksiyalar bilan kengaytirish imkonini beradi. Jumladan, tizimni elektron retseptlar tizimi, mobil ilovalar yoki onlayn savdo platformalari bilan integratsiya qilish istiqbollari mavjud.

Kelgusidagi tadqiqotlar doirasida ishlab chiqilgan tizimni amaliyotga joriy etish, uning samaradorligini real sharoitda baholash hamda foydalanuvchi tajribasi asosida takomillashtirish muhim yo‘nalishlardan biri bo‘lib qoladi. Shuningdek, sun’iy intellekt va katta ma’lumotlar (Big Data) texnologiyalaridan foydalanish orqali dori vositalariga bo‘lgan talabni prognozlash va qaror qabul qilish jarayonlarini yanada optimallashtirish imkoniyatlari mavjud.

Bunday yondashuv dorixona faoliyatini optimallashtirish va boshqaruv samaradorligini oshirishga xizmat qiladi.

Mazkur tadqiqotda dorixona faoliyatida dori vositalarini sotishni hisobga olish jarayonlarini avtomatlashtirish masalalari ko‘rib chiqildi. Taklif etilayotgan axborot tizimi dori vositalari savdosini samarali boshqarish, ma’lumotlarning aniqligini ta’minlash hamda inson omili bilan bog‘liq xatoliklarni kamaytirishga xizmat qilishi kutilmoqda. Kelgusida tizimni amaliyotga joriy etish va uning samaradorligini eksperimental baholash rejalashtiriladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Hevner A. R. va boshqalar. Design science in information systems research. MIS Quarterly, 2004.
2. Kim J., Park H. A. Development of a pharmacy information system. International Journal of Medical Informatics, 2019.
3. Laudon K. C., Laudon J. P. Management Information Systems. Pearson, 2020.
4. Pressman R. S. Software Engineering. McGraw-Hill, 2019.
5. Sommerville I. Software Engineering. Pearson, 2016.
6. World Health Organization. Digital health interventions, 2019.

WEB ILOVALARNI LOYIHALASHGA O‘RGATISHDA KODSIZ (NO-CODE) ONLAYN PLATFORMALARNING IMKONIYATI

Sadritdinova D. A.
Navoiy davlat universiteti tayanch doktoranti

Jamiyat taraqqiyotining hozirgi bosqichida axborot texnologiyalar sohasida mutaxassislarni loyihalashga oid kompetentligini rivojlantirishda yangi va keskin talablarni qo‘ymoqda. Bunda ta’limning maqsad va vazifalari, ular bilan birga o‘quv jarayonida qo‘llaniladigan texnologiyalar ham o‘zgarib, global tarmoqdan foydalanish zaruratini keltirib chiqarmoqda [1]. Shuning uchun bo‘lajak axborot texnologiyalari mutaxassislarini tayyorlashda, ularning web ilovalarni loyihalashga oid kompetentligini rivojlantirish uchun internet texnologiyalaridan, shu jumladan onlayn platformalardan foydalanish hal qiluvchi omilga aylanib bormoqda.

Shu bois, tadqiqot doirasida Wix, Webflow, Bubble, Glide, Adalo kodsiz onlayn platformalarning imkoniyatlari tahlil etildi.

Xususan, Wix – dasturlash malakasiga ega bo‘lmagan foydalanuvchilar uchun mo‘ljallangan, drag-and-drop asosida web sayt yaratish imkonini beruvchi onlayn quruvchi platforma. Taklif etilayotgan platforma tadqiqotlarda ko‘proq ta’lim, kichik biznes va vizual dizayn kontekstida o‘rganilgan. Wix asosida yaratilgan o‘quv veb-saytlar **o‘zlashtirishni oshirishi**, o‘quvchilarning mustaqil o‘rganishi va faolligini qo‘llab-quvvatlashi ko‘rsatilgan. HTML yoki dasturlash tajribasiz talabalar va foydalanuvchilar qisqa vaqtda web sayt loyihalarini yakunlash imkonini bergan [2]. Wix asosida yaratilgan o‘quv web saytlar **o‘zlashtirishni oshirishi**, o‘quvchilarning mustaqil o‘rganishi va faolligini qo‘llab-quvvatlashi ko‘rsatilgan. O‘qituvchilar va ko‘ngillilar uchun Wix bo‘yicha treninglar natijasida qatnashchilarning qarib 90 % i o‘quv saytini mustaqil loyihalashni o‘zlashtirgan [3]. Umuman olganda Wix onlayn platformasi dasturlashga oid ko‘nikmaga ega bo‘lmagan foydalanuvchilar uchun tez va vizual jihatdan zamonaviy web saytlar yaratishga imkon beruvchi qulay onlayn platforma hisoblanadi.

Webflow – dizayn va biznes egalari kod kam yozgan holda professional, responsive web saytlar yaratishga qaratilgan. Olimlar tomonidan olib borilgan tadqiqotlarda Webflow platforma Wix, Shopify va klassik HTML/CSS/JS dasturlash vositalari bilan taqqoslab, tezkorlik va moslashuvchanlikni asosiy ustunlik sifatida ko‘rsatadi. Bunda dizayner yoki dasturchi bo‘lmagan foydalanuvchilar ham web-saytni yaratib, keyinchalik kontentni mustaqil yangilash imkoniyati mavjud. Klassik no-code konstruktorga qaraganda interfeysi sodda va moslashuvchan, lekin yangi foydalanuvchi uchun ba’zi bir qiyinchiliklarni yuzaga keltiradi [4], [5]. Ba’zan kamchilik tomoni shunda bo‘ladiki, juda maxsus backend-loyihalar va murakkab biznes-logika uchun to‘liq kodli stack (HTML/CSS/JS + frameworklar) baribir ko‘proq erkinlik beradi [4]. Ilmiy tahlillar uning tezkorligi, integratsiyalashgan CMS/hosting va SEO qulayliklarini afzallik sifatida, murakkabroq o‘rganish jarayoni va juda maxsus funksiyalar uchun cheklovlarni esa asosiy kamchilik sifatida ko‘rsatadi.

Bubble – **no-code veb-ilova quruvchi platforma** bo‘lib, foydalanuvchilarga brauzerda vizual interfeys orqali to‘liq web ilova yaratish imkonini beradi. Olimlar tomonidan olib borilgan tadqiqotlarga ko‘ra, Bubble low-code/no-code (LCNC) platformalar ichida tez prototiplash, biznes g‘oyalarini sinash va dasturchi bo‘lmagan foydalanuvchilarni malakasini oshirish uchun vosita bo‘lib xizmat qiladi. Bubble singari umumiy no-code platformalar LLMlar bilan integratsiya qilib, ilovalarga matn generatsiyasi, xulosa chiqarish, chatbot kabi funksiyalar qo‘shishga imkon beradi [6]. Platformadan dasturlashga oid ko‘nikmaga ega bo‘lmagan “citizen developer”lar funksional web ilovalar yaratishi, prototiplarni tez chiqarishi mumkin [7]. Bir so‘z bilan aytganda, Bubble – non-dasturchilar uchun tez va nisbatan samarali veb-ilova yaratish imkonini beruvchi **no-code onlayn platforma hisoblanadi**. Tadqiqotchilarning ilmiy asarlarida taklif etilayotgan platformani tez prototiplash va ishlab chiqish samaradorligini oshirishda foydali deb

baholaydi, biroq testlash, masshtablash va platformaga kuchli bog‘lanish LCNC yondashuvning asosiy cheklovlari sifatida ko‘rsatiladi.

Glide – **no-code mobil va veb-ilova yaratish platformasi** bo‘lib, Google Sheets yoki boshqa jadvallarni tezda ilovaga aylantirishga mo‘ljallangan. Platforma ko‘proq o‘qituvchilar, kichik biznes va ichki ish jarayonlari uchun sodda, tez tayyor bo‘ladigan applar yaratishda foydalaniladi. Platformadan foydalanish uchun dasturlash bilimi talab qilinmaydi, o‘qituvchilar, talabalar va boshqa mutaxassislar mustaqil ilova yarata oladi [8]. Samaradorligi shundan iboratki, Glide asosida participatory learning modeli bilan dars o‘tkazilganda talabalar app dizayn/development ko‘nikmalarida 70% dan yuqori natijaga erishgani ko‘rsatilgan [9]. Demak, Glide – jadval asosida sodda, amaliy mobil va web-ilovalar yaratish uchun mo‘ljallangan **no-code onlayn platforma** bo‘lib, u ayniqsa ta’lim, sog‘liqni saqlashdagi so‘rov ilovalari va kichik biznes jarayonlari uchun tez, arzon va dasturchisiz yechim beradi, biroq juda murakkab, maxsus logikali tizimlar uchun to‘liq kodli stack bilan taqqoslaganda cheklanganlik kuzatiladi.

Adalo – foydalanuvchilarga mobil (Android/iOS) va web ilovalarni vizual tarzda, kod yozmasdan yaratish imkonini beradi. Ilmiy adabiyotda u Bubble, Glide, AppSheet kabi boshqa no/low-code platformalar bilan bir toifada ko‘riladi va tez prototiplash hamda kichik biznes va startaplar uchun mos vosita sifatida tilga olinadi [6],[10]. Drag-and-drop, vizual model va avtomatik kod generatsiyasi tufayli tajribasiz foydalanuvchilar ham ishchi ilovalar yaratishi mumkin [10]. Adalo onlayn platformasi haqidagilarni umumlashtiradigan bo‘lsak, u mobil va web ilovalarni tez yaratish uchun mo‘ljallangan, drag-and-drop uslubidagi **no-code onlayn platforma**. Startaplar va kichik biznes uchun MVP va oddiy ishchi ilovalarni tez chiqarmaslikda katta foyda beradi, biroq katta hajmli, yuqori xavfsizlik va chuqur moslashtirish talab qiluvchi tizimlar uchun an’anaviy kodli yechimlar yoki gibrid (no-code + code) yondashuv hali ham zarur.

Ushbu web ilova yaratuvchi onlayn platformalar o‘ziga xos xususiyatlari va imkoniyatlariga ega bo‘lib, foydalanuvchilarga maxsus web ilovalarni tez va qulay yaratish imkonini beradi. Shuningdek, foydalanuvchilar o‘z ehtiyojlariga qarab onlayn platfromani tanlashlari mumkin.

ADABIYOTLAR

1. Семенова Д.А. Сервисы интернет-технологий в формировании проектной компетент ности студентов // Вестник Марийского государственного университета. 2020. Т. 14. – № 4. – С. 441-447. DOI: https://doi.org/10.30914/2072-6783-2020-14-4-441-447.

2. Mawar Madiah, Ng Kai Xuen, Tan Yew Wen, Tan Zhi Heng, Chong Zhi Tian, Chan Jia Xuan. Faculty of Information Science and Technology, Multimedia University, Melaka, Malaysia. Wix for Web Development and the Application of the Waterfall Model and Project Based Learning for Project Completion: A Case Study // Journal of Informatics and Web Engineering Vol. 3 No. 2 (June 2024) eISSN: 2821-370X.

3.Christmastuti Nur, Arida Susyetina, Rama E Darmayanan, Karolus Wijaya. Universitas Kristen Duta Wacana. Pelatihan pengembangan media pembelajaran daring menggunakan aplikasi Wix bagi sukarelawan Yayasan Rumah Impian Yogyakarta // Seminar Nasional Pemberdayaan Masyarakat, Pekanbaru, 2021-11-18 conference.unri.ac.id Unri Conference Series: Community Engagement. Volume 3 ISSN 2685-9017.

4.Василенко В.М., Карпенко М.І., Скибінський А.С., Гуйда О.Г. АНАЛІЗ ПЕРЕВАГ ТА ОБМЕЖЕНЬ LOW-CODE ПЛАТФОРМ НА ПРИКЛАДІ WEBFLOW.COM // Інформатика, обчислювальна техніка та автоматизація УДК 378.14: 004.9 DOI https://doi.org/10.32782/2663-5941/2024.2/09.

5.rijavan shaikh, ajay thakare, sejal patel, neha vasaikar. department of computer engineering, d.n. patel college of engineering, shahada, dist. nandurbar, maharashtra, india. webprojexus: a website builder tool // international journal of latest technology in engineering, management applied science (ijltemas) issn 2278-2540 | doi: 10.51583/ijltemas | volume xiv, issue v, may 2025.

6.Priyaranjan Pattnayak and Hussain Bohra. University of Washington, Seattle, USA. Review of Tools for Zero-Code LLM Based Application Development // arXiv:2510.19747v1 [cs.SE] 22 Oct 2025.

7.A. I. N. RAHMAWATI, I.ARIFFUDIN, L.LATIFAH **AND** L.T.SOEJANTO. **"SAY NO TO CODING": DESIGNING OF MOBILE-APP-BASED LEARNING MEDIA USING GLIDE APPS //** JOURNAL OF PHYSICS: CONFERENCE SERIES, VOLUME 1869, 2ND ANNUAL CONFERENCE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY (ANCOSET 2020), 28 NOVEMBER 2020, MALANG, INDONESIA.

8.Evaluation of low code and no code platforms as a strategy to increase productivity in software development | Proceedings of the XXIII Brazilian Symposium on Software Quality.

9.EKKALUCK SAENGDUENCHAY AND KITIYAKORN NOENTHAISONG. USING A PARTICIPATORY LEARNING MODEL TO ENHANCE MOBILE APP DESIGN AND DEVELOPMENT SKILLS WITH GLIDE PLATFORM // INTERNATIONAL JOURNAL OF INFORMATION AND EDUCATION TECHNOLOGY, VOL. 13, NO. 6, JUNE 2023.

10.Dr. U.V.S.Kumar. Low-Code and No-Code Development: The Future of Application Design // International Journal of Science and Research (IJSR) ISSN: 2319-7064 Impact Factor 2024: 7.101.

TARMOQLANGAN ZANJIR UCHUN KIRXGOFNING BIRINCHI QOIDASINI CROCODILE PHYSICS 605 DASTURI ASOSIDA O'RGANISH

Samandarov L.Q.
Navoiy davlat unversteti dotsenti (PhD).
Shamsiddinova M.
Fizika Astronomiya 4-kurs talabasi, mail:shamsiddinovamaftuna975@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada tarmoqlangan elektr zanjirlarni o'rganishda Kirxgof qoidalarining nazariy asoslari hamda ularni Crocodile Physics 605 dasturiy muhiti yordamida modellashtirish metodikasi yoritiladi. Kirxgofning tugunlar qoidasi va konturlar qoidasi murakkab elektr zanjirlarida tok va kuchlanishlarning taqsimlanishini aniqlashning muhim nazariy vositasi ekani ko'rsatib beriladi.

Kalit so'zlar: Kirxgof qoidalari, tarmoqlangan zanjir, Crocodile Physics 605, elektr zanjiri, virtual laboratoriya, tugun qoidasi, kontur qoidasi, tok kuchi, kuchlanish, fizik simulyatsiya.

Fizika fanini o‘qitishda zamonaviy texnologiyalarni qo‘llash, o‘quvchilarning ilmiy bilimlarini amaliy ko‘nikmalarga aylantirishda muhim rol o‘ynaydi. Bugungi kunda fizika o‘qituvchilari nafaqat an’anaviy dars metodlaridan, balki interaktiv vositalardan ham foydalanishmoqda. Shulardan biri Crocodile Physics 605 dasturi bo‘lib, bu dastur yordamida o‘quvchilar turli fizik hodisalarni, jumladan, elektr zanjirlarini real sharoitda simulyatsiya qilish imkoniyatiga ega bo‘ladilar.

Crocodile Physics 605 dasturi fizikaning turli bo‘limlari bo‘yicha amaliy mashg‘ulotlar o‘tkazish uchun keng imkoniyatlar yaratadi. Bu dastur o‘quvchilarga nafaqat nazariy bilimlarni mustahkamlash, balki o‘rganilayotgan mavzularni interaktiv tarzda amalda ko‘rish va sinab ko‘rish imkonini beradi. Elektr zanjirlarini modellashtirish orqali o‘quvchilar Kirxgof qoidalari, Om qonuni va boshqa asosiy elektr tarmog‘i qonuniyatlarini osonroq tushunib, o‘zlashtirishadi. Bunday simulyatsiyalar yordamida o‘quvchilar elektr toki, kuchlanish, qarshilik va quvvat kabi fizik kattaliklarning zanjirdagi o‘zaro bog‘liqligini yanada chuqurroq anglaydilar.

Elektr zanjirlarining modellashtirilgan tasvirlari o‘quvchilarga amaliyotga asoslangan tajriba olish imkonini yaratadi, bu esa nazariy bilimlarni real vaziyatlarda qo‘llashni osonlashtiradi. Masalan, ketma-ket va parallel ulanishlar, tok kuchining taqsimlanishi, kuchlanishning o‘zgarishi kabi hodisalar simulyatsiya qilinishi mumkin. Bu esa o‘quvchilarga o‘z bilimlarini mustahkamlash va amaliy ko‘nikmalarini oshirish imkoniyatini beradi.

Crocodile Physics – bu fizika fanining turli bo‘limlarini o‘qitish, fizikaviy hodisalarni vizual va interaktiv tarzda o‘rgatish, laboratoriyalarni virtual tarzda yaratish uchun ishlatiladigan kompyuter dasturidir. Ushbu dastur 1994 – yilda Buyuk Britaniyada joylashgan Crocodile Clips Ltd (hozirgi Yenka) kompaniyasi tomonidan ishlab chiqilgan bo‘lib, u maktab o‘quvchilari, talabalar hamda o‘qituvchilar uchun eksperimentlarni xavfsiz, arzon va qulay tarzda virtual muhitda bajarish imkoniyatini beradi.

Dasturdan masalani yechishda, virtual laboratoriya ishlarini va namoyish tajribalarini tashkilashtirishda keng foydalansa bo‘ladi. Dastur fizikaning barcha bo‘limlari bilan ishlash, jarayonlarni chuqur o‘rganish imkoniyatini yaratadi.

Kirxgofning birinchi qoidasi, ya’ni tugunlar qoidasi, elektr zaryadining saqlanish qonuniga asoslanadi. Unga ko‘ra, zanjirdagi istalgan tugunga kirayotgan toklar yig‘indisi undan chiqayotgan toklar yig‘indisiga teng bo‘ladi. Boshqacha aytganda, tugundagi toklarning algebraik yig‘indisi nolga teng:

$$\sum I_i = 0$$

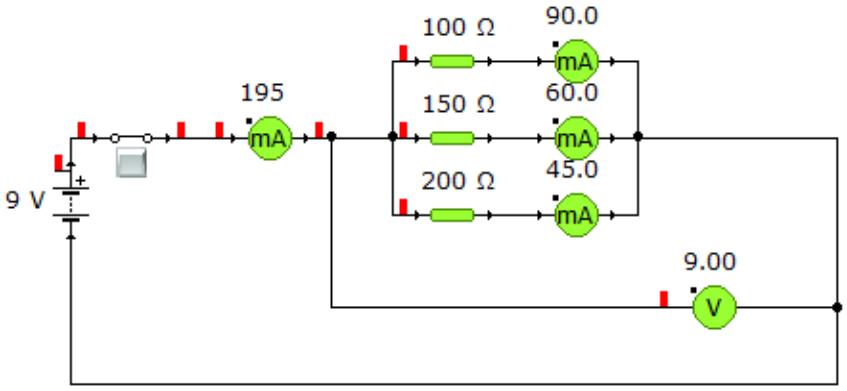
Bu qoida zanjirning tarmoqlanish nuqtalarida tokning taqsimlanishini tahlil qilishda qo‘llanadi.

Kirxgofning ikkinchi qoidasi, ya’ni konturlar qoidasi, energiyaning saqlanish qonuniga asoslanadi. Unga ko‘ra, zanjirdagi istalgan yopiq kontur bo‘ylab kuchlanish tushuvlari va elektr yurituvchi kuchlarining algebraik yig‘indisi nolga teng:

$$\sum \varepsilon_i + \sum U_i = 0$$

Bu qoida kontur bo‘ylab energiya balansi saqlanishini bildiradi. Ya’ni manbadan olingan energiya kontur elementlarida sarflangan energiyaga teng bo‘ladi. Shunday qilib, tarmoqlangan zanjirlarni tahlil qilishda odatda, tugunlar uchun tok tenglamalari, konturlar uchun kuchlanish tenglamalari, elementlar uchun Om qonuni birgalikda qo‘llanadi. Shu asosda noma’lum toklar va kuchlanishlar aniqlanadi.

Crocodile Physics 605 dasturida Kirxgofning birinchi qoidasining sxemasini yig‘ib olamiz (1-rasm.)



1-rasm. Kirxgofning birinchi qoidasining sxemasi

Crocodile Physics 605 dasturi yig‘ilgan ushbu sxemani quyidagicha yechamiz va uni tahlil qilamiz. 1 – rasmda ko‘rsatilgan zanjirda voltmetrning ko‘rsatgichi 9 V ko‘rsatmoqda. Qarshiliklar esa o‘zaro parallel va ularga ketma-ket holatda ampermetr ulangan. Ampermetrlar har bir qarshilikdagi tok kuchining qiymatini ko‘rsatadi. Bu berilganlar orqali Kirxgofning birinchi qoidasini tekshirib ko‘ramiz.

Berilgan

$U = 9V$

$R_1 = 100\ \Omega$

$R_2 = 150\ \Omega$

$R_3 = 200\ \Omega$

$I_1 = 90\,mA$

$I_2 = 60\,mA$

$I_3 = 45\,mA$

Yechish

Qarshiliklar parallel ulanganda umumiy qarshilik quyidagicha:

$$\frac{1}{R_{Um}} = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{100} + \frac{1}{150} + \frac{1}{200}$$

$$\frac{1}{R} = 0,0217 \rightarrow R \approx 46\ \Omega.$$

Zanjirning bir qismi uchun Om qonuniga asosan zanjirdagi umumiy tok kuchi quyidagicha bo‘ladi: $I = \frac{U}{R} \rightarrow I = \frac{9}{46} = 0,195$ A.

Har bir tarmoqdagi tok kuchini zanjirning bir qismi uchun Om qonunidan foydalanib quyidagicha topamiz:

1 – tarmoq uchun: $I_1 = \frac{9}{100} = 0,09\,A = 90\,mA$; 2 – tarmoq uchun: $I_2 = \frac{9}{150} = 0,06\,A = 60\,mA$; 3 – tarmoq uchun: $I_3 = \frac{9}{200} = 0,045\,A = 45\,mA$.

Kirxgofning birinchi qoidasiga asosan 1 – rasmdagi sxemada kiruvchi toklar yig‘indisi chiquvchi toklar yig‘indisiga teng ekanligini tekshirib ko‘rishimiz mumkin:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \rightarrow I = 90 + 60 + 45 = 195\,mA$$

Bu hisoblangan natija ampermetr ko‘satgichlari bilan bir xil ekanligini ko‘rishimiz mumkin. Bu masalada parallel ulangan elektr zanjiri ko‘rsatilgan. Unda barcha tarmoqlarda kuchlanish bir xil bo‘ladi, lekin tok kuchlari har bir qismdagi qarshilikka qarab turlicha taqsimlanadi. Qarshilik qancha kichik bo‘lsa, undan o‘tadigan tok shuncha katta bo‘ladi. Tugun nuqtasida esa barcha toklar yig‘indisi umumiy tokka teng bo‘ladi. Bu Kirxgofning birinchi qoidasini yaqqol tasdiqlaydi. Bu masala elektr zanjirlarini tahlil qilishda Kirxgof qoidalari qanchalik muhim ekanini ko‘rsatadi.

Tarmoqlangan elektr zanjirlarni o‘rganishda Kirxgof qoidalari muhim nazariy va amaliy ahamiyatga ega. Ular elektr zaryadining va energiyaning saqlanish qonunlariga tayangan holda ko‘p tarmoqli zanjirlardagi tok va kuchlanishlarni aniqlash imkonini beradi. Crocodile Physics 605 dasturi esa mazkur qoidalarni o‘qitishda samarali virtual laboratoriya vositasi bo‘lib, elektr zanjirlarini interaktiv modellashtirish, o‘lchash asboblarini ulash va natijalarni tezkor tahlil qilish

imkonini yaratadi. Mazkur dastur yordamida Kirxgof qoidalarini tatbiq etish o‘quvchining abstrakt formulalarni konkret model bilan bog‘lashiga, tarmoqlangan zanjir strukturasini chuqur tushunishiga va eksperimental fikrlashini rivojlantirishiga xizmat qiladi. Shu sababli Crocodile Physics 605 asosida yaratilgan virtual laboratoriya ishlanmalari elektr bo‘limini o‘qitishda zamonaviy va metodik jihatdan samarali vosita sifatida tavsiya etiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Begmatova D.A., va boshqalar. Fizika o‘qitish metodikasi. – T.: Innovatsiya-ziyo, 2020.
2. Jo‘rayev M. - Fizika o‘qitish metodikasi (umumiy masalalar). – T.: TDPU, 2013
3. Karimov A. Nazariy elektrotexnika (Asosiy darsliklardan biri).
4. Turdiyev M. Elektrotexnika va elektronika asoslari" (Kollej va OTM talabalar uchun)

O‘QUVCHILARNING TASVIRIY SAN’AT KO‘NIKMALARINI SHAKLLANTIRISIHDA ADOBE ILLUSTRATOR DASTURIDAN FOYDLANISH TEXNOLOGIYASI

Sa’dullayeva F. S.

Navoiy davlat universiteti tayanch doktoranti

Bugungi kunda ta’lim jarayonining raqamlashtirilishi tasviriy san’at fanini o‘qitishda ham yangi pedagogik yondashuvlarni talab qilmoqda. Vizual axborot oqimi kuchaygan sharoitda o‘quvchilarda nafaqat rasm chizish, balki tasvirni tahlil qilish, mazmunni vizual vositalar orqali ifodalash, shakl va rangni maqsadga muvofiq tanlash kabi kompetensiyalarni rivojlantirish muhim vazifaga aylandi. UNESCO media va axborot savodxonligi doirasida raqamli kompetensiyalar hamda axborotni tanqidiy tahlil qilish ko‘nikmalarini XXI asr uchun zarur deb baholaydi; vizual savodxonlikka oid tadqiqotlar esa o‘quvchilarning tasvirni tushunish, baholash va yaratish jarayoni texnik tahlildan ham kengroq ekanini ko‘rsatadi.

Raqamli dizaynning san’at ta’limidagi o‘rni ham tobora ortib bormoqda. 2020–2025-yillar oralig‘idagi Scopus ma’lumotlari asosida o‘tkazilgan bibliometrik tahlilga ko‘ra, badiiy ta’limda raqamli dizayn bo‘yicha ilmiy ishlar soni so‘nggi yillarda keskin oshgan; mazkur yo‘nalish ijodkorlik, avtonomiya va transversal ko‘nikmalarni rivojlantirish bilan bog‘lanadi. Shu ma’noda Adobe Illustrator kabi professional vektor grafik dasturlari o‘quvchilarni zamonaviy vizual madaniyatga yaqinlashtiruvchi samarali didaktik vosita bo‘la oladi.

Ushbu ishimizda o‘quvchilarning tasviriy san’at ko‘nikmalarini shakllantirishda Adobe Illustrator’dan foydalanishning pedagogik texnologiyasini ishlab chiqish va uning didaktik imkoniyatlarini asoslashdan iborat.

Ushbu maqsadga erishish uchun quyidagi vazifalar belgilandi:

- Adobe Illustrator dasturining ta’limiy imkoniyatlarini aniqlash;
- tasviriy san’at ko‘nikmalarini rivojlantirishga xizmat qiluvchi topshiriqlar tizimini ishlab chiqish;
- mashg‘ulotlarni tashkil etishning bosqichli texnologiyasini taklif etish;
- o‘quvchilar faoliyatini baholash mezonlarini ishlab chiqish.

Tadqiqotda tahlil, qiyosiy o‘rganish, pedagogik loyihalash va metodik modellashtirish usullaridan foydalanildi. Manbalar tahlili shuni ko‘rsatadiki, san’at ta’limida raqamli vositalarni joriy etish ijodkorlik, mustaqillik va o‘quvchining o‘z ishiga tanqidiy yondashuvini kuchaytiradi. Shuningdek, raqamli rasm chizish bo‘yicha tadqiqotlarda topshiriqlarni o‘quvchi tayyorgarligiga moslashtirish va bosqichli instruktsiya berish o‘quv natijalarini yaxshilashi qayd etilgan. Online komponentlar bilan boyitilgan san’at darslarida esa raqamli savodxonlik, faollik va san’atga nisbatan ijobiy munosabat kuchaygani kuzatilgan.

Adobe Illustrator - vektor grafika yaratishga mo‘ljallangan dastur bo‘lib, u aniqlik, masshtablanish va kompozitsion boshqaruv imkoniyatlari bilan ajralib turadi. Adobe’ning rasmiy tavsifida dastur “crisp vector graphics” yaratish, shakllarni birlashtirish, rang bilan ishlash va chiziqlarni mukammallashtirish imkonini berishi ko‘rsatiladi. Shuningdek, Illustrator vositalari rasmni chizish, bo‘yash, qayta shakllantirish, matn kiritish, obyektlarni tanlash, aylantirish,

masshtablash va o‘zgartirish kabi amallarni tez va aniq bajarishga xizmat qiladi. Pen Tool esa to‘g‘ri va egri chiziqlarni anchor point va direction line orqali aniq qurishga yordam beradi

Mazkur funksiyalar tasviriy san’at ta’limida quyidagi ko‘nikmalarni shakllantirishga xizmat qiladi:

- **chiziq va shakl bilan ishlash ko‘nikmasi** - Pen Tool, Shape Builder, Curvature va boshqa vositalar orqali;
- **kompozitsion tafakkur** - obyektlarni joylashtirish, muvozanat va nisbatni saqlash orqali;
- **rang madaniyati** - palitra tanlash, kontrast va uyg‘unlikni topish orqali;
- **tipografik savodxonlik** - matn va tasvir uyg‘unligini yaratish orqali;
- **vizual tahlil va ijodiy fikrlash** - real obyektni stilizatsiya qilish, ikonka, poster yoki illustratsiyaga aylantirish orqali.

Vizual savodxonlik bo‘yicha tadqiqotlarda o‘quvchilar tasvirning aniqligi, haqqoniyligi, estetik va ijtimoiy mazmunini baholashni o‘rganishi, shu orqali innovatsion va muammoni hal qiluvchi vizual tafakkur rivojlanishi ta’kidlanadi. Shu sababli Illustrator bilan ishlash faqat texnik ko‘nikma emas, balki vizual tafakkurni ham shakllantiradi.

Adobe Illustrator asosida darslarni tashkil etish uchun quyidagi bosqichli texnologiya taklif etamiz:

1-bosqich. Motivatsion-tayyorgarlik bosqichi

Bu bosqichda o‘quvchilarga raqamli san’atning imkoniyatlari, vektor va rastr grafika o‘rtasidagi farq, dizaynning kundalik hayotdagi o‘rni tushuntiriladi. O‘quvchilar poster, logo, ikonka, tabriknoma, infografika kabi real mahsulotlar bilan tanishtiriladi. Bu yondashuv san’at ta’limini hayotiy kontekst bilan bog‘lashga yordam beradi. Raqamli dizayn bo‘yicha tadqiqotlar aynan ta’limni zamonaviy mehnat amaliyoti va yangi kasbiy chaqiriqlar bilan yaqinlashtirish zarurligini ko‘rsatadi.

2-bosqich. Operatsion-amaliy bosqich

Bu bosqichda dastur interfeysi, asboblar paneli, Layers, Fill/Stroke, Selection, Pen Tool, Shape Tool, Type Tool, Align va Color paneli o‘rgatiladi. Dastlab sodda geometrik shakllardan kompozitsiya tuzish, keyin murakkabroq vektor illlyustratsiya yaratishga o‘tiladi. Adobe’ning o‘quv resurslari Pen Tool’ni bosqichma-bosqich mashq qilish, anchor point va egri chiziqlarni boshqarish orqali o‘zlashtirishni tavsiya etadi; bu esa tasviriy san’atda chiziq madaniyatini shakllantirish uchun ayniqsa muhimdir.

3-bosqich. Ijodiy-loyihaviy bosqich

O‘quvchilarga mavzuli topshiriqlar beriladi: “Mening shahrim”, “Tabiat va rang uyg‘unligi”, “Milliy naqsh asosida poster”, “Ekologik belgi”, “Bayram tabriknomasi”, “Kitob muqovasi”, “Ijtimoiy plakat” va boshqalar. Ushbu bosqichda o‘quvchi shaxsiy g‘oyani vizual obrazga aylantiradi, kompozitsiya va rang yechimini mustaqil tanlaydi. Digital design bo‘yicha ilmiy tahlillar bunday faoliyat avtonomiya, self-critical yondashuv va kreativ fikrlashni rivojlantirishini ko‘rsatadi.

4-bosqich. Refleksiv-baholash bosqichi

Tayyor ishlar sinfda muhokama qilinadi, o‘quvchilar o‘zaro fikr bildiradilar, kuchli va zaif tomonlarni aniqlaydilar. Online yoki gibrid komponent qo‘shilganda raqamli portfoliolar, peer feedback va guruhli muhokamalarni tashkil etish mumkin. 8-sinf tasviriy san’at sinfida online-learning component qo‘llangan tadqiqotda art achievement keskin o‘zgarmagan bo‘lsa-da, digital literacy practice, engagement va san’atga nisbatan ijobiy munosabat yaxshilangani qayd etilgan.

Taklif etilgan texnologiya quyidagi natijalarga olib kelishi kutiladi:

- o‘quvchilarda tasviriy ifoda ko‘nikmalari rivojlanadi;
- vizual savodxonlik va tasvirni tahlil qilish malakasi kuchayadi;
- ijodiy fikrlash va mustaqil qaror qabul qilish shakllanadi;
- raqamli vositalardan maqsadli va madaniyatli foydalanish odati paydo bo‘ladi;
- o‘quvchi ishlarini elektron portfolio ko‘rinishida jamlash imkoniyati yaratiladi.

Bu xulosalar san’at ta’limida raqamli dizayn ijodkorlik, o‘zini nazorat qilish va transversal ko‘nikmalarni qo‘llab-quvvatlashi, vizual savodxonlik esa tasvirni baholash va yaratish kompetensiyalarini rivojlantirishi haqidagi manbalar bilan mos keladi.

Xulosa qilib aytganda, Adobe Illustrator dasturi o‘quvchilarning tasviriy san’at ko‘nikmalarini shakllantirishda samarali pedagogik vosita sifatida xizmat qilishi mumkin. Dastur vektor grafika asosida ishlagani uchun tasvirni aniqlik bilan qurish, shakl va chiziqlarni boshqarish, rang va matn bilan uyg‘un kompozitsiya yaratish imkonini beradi. Shu bilan birga, undan foydalanish jarayonida o‘quvchilarda nafaqat texnik malaka, balki vizual savodxonlik, estetik did, ijodiy fikrlash va raqamli kompetensiyalar ham rivojlanadi. San’at ta’limi va raqamli dizayn bo‘yicha tadqiqotlar bunday vositalar ijodkorlik, avtonomiya, tanqidiy yondashuv va faollikni qo‘llab-quvvatlashini ko‘rsatadi. Shuning uchun tasviriy san’at darslarida Adobe Illustrator’dan foydalanishga asoslangan bosqichli texnologiyani joriy etish ta’lim sifatini oshirishning dolzarb yo‘nalishlaridan biri hisoblanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Adobe. Vector Graphics Software | Adobe Illustrator.
2. Adobe HelpX. Tools in Illustrator.
3. Adobe Learn. Start creating with the Pen tool.
4. UNESCO. Media and Information Literacy.
5. UNESCO. Welcome to the Media and Information Literacy e-Platform.
6. González-Zamar, M.-D., Abad-Segura, E. Digital Design in Artistic Education: An Overview of Research in the University Setting. *Education Sciences*, 2021.
7. Curcic, D. Enhancing Digital Drawing Proficiency: An Examination of Assignment Redesign and Instructional Approaches in Higher Education Contexts. 2024.
8. Özsoy, V. Developing Visual Literacy Skills in Teacher Education. 2021.
9. Lovin, E., Lambeth, D. T. The impact of an online-learning component on art achievement, digital literacy practice, student engagement, and student attitude. 2015.

GEOMETRIYA DARSLARIDA INTERAKTIV MODELLASHTIRISH DASTURLARIDAN FOYDALANISH

Sobirov J.A.

Navoiy Davlat Universiteti o‘qituvchisi

Abdullayeva M., Jahonova M.

Navoiy Davlat Universiteti Matematika ta’lim yo‘nalishi 2-kurs talabalari

Annotatsiya. Ushbu tezis geometriya darslarida interaktiv modellashtirish dasturlaridan foydalanishning pedagogik asoslarini tahlil qilishga bag‘ishlangan.

Kalit so‘zlar: geometriya, interaktiv modellashtirish, GeoGebra, Cabri Geometry, vizualizatsiya, fazoviy tasavvur, pedagogik asoslar.

Abstract. This thesis analyzes the pedagogical foundations of using interactive modeling software in geometry lessons.

Keywords: geometry, interactive modeling, GeoGebra, Cabri Geometry, visualization, spatial imagination, pedagogical foundations.

Bugungi raqamli jamiyat sharoitida ta’lim tizimini modernizatsiya qilish, o‘quv jarayoniga innovatsion texnologiyalarni joriy etish muhim vazifalardan biri sifatida qaralmoqda. Ayniqsa, geometriya fanini o‘qitishda interaktiv modellashtirish dasturlaridan samarali foydalanish o‘quvchilarning fazoviy tasavvurini rivojlantirish, geometrik tushunchalarni chuqurroq o‘zlashtirish hamda mustaqil tadqiqotchilik ko‘nikmalarini shakllantirishda muhim ahamiyat kasb etadi. Shu nuqtai nazardan, interaktiv modellashtirish dasturlari (GeoGebra, Cabri Geometry, Sketchpad, Desmos) ta’lim jarayonining ajralmas qismiga aylanib bormoqda.

So‘nggi yillarda ushbu dasturlarning keng qo‘llanilishi geometriya ta’limiga yangicha yondashuvlarni olib kirdi. Ular o‘qituvchilarga geometrik shakllarni dinamik ravishda namoyish

qilish, o‘quvchilarga mustaqil tajriba o‘tkazish imkonini beradi. Geometriya fanining o‘ziga xos jihatlari — mavhum tushunchalarning ko‘pligi, fazoviy munosabatlarni tushunishni talab etishi — ushbu dasturlardan foydalanishni ayniqsa dolzarb etadi.

Biroq, amaliyot shuni ko‘rsatadiki, interaktiv modellashtirish dasturlaridan foydalanish ko‘pincha tizimsiz va metodik asoslanmagan holda amalga oshirilmoqda. O‘qituvchilar tomonidan ushbu vositalardan samarali foydalanishning pedagogik shart-sharoitlari, didaktik imkoniyatlari yetarli darajada o‘rganilmagan.

So‘nggi yillarda ta’lim tizimida interaktiv modellashtirish dasturlaridan foydalanish masalasi ilmiy tadqiqotlarning dolzarb yo‘nalishlaridan biriga aylanib, ayniqsa geometriya fanini o‘qitishda uning pedagogik imkoniyatlari keng o‘rganilmoqda. Tahlil qilingan ilmiy manbalar mazkur yo‘nalishda turli yondashuvlar mavjudligini ko‘rsatadi.

Jumladan, Zulnaidi H. va boshqalar tomonidan olib borilgan tadqiqotda GeoGebra dasturidan foydalanish orqali o‘quvchilarning fazoviy fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish masalasi yoritilib, GeoGebra guruhidagi o‘quvchilarning fazoviy fikrlash ko‘nikmalari an’anaviy guruhga qaraganda sezilarli darajada yuqori ekanligi asoslab berilgan. Mualliflar dasturning dinamik vizualizatsiya va interaktivlik xususiyatlarini alohida ta’kidlaydi [1].

Erkebayeva G. va boshqalar ning ilmiy ishida esa geometriyani o‘qitishda GeoGebra dasturidan foydalanishning o‘quvchilarning mantiqiy va fazoviy tafakkurini rivojlantirishdagi roli ko‘rib chiqilib, an’anaviy va GeoGebra yordamida o‘qitish o‘rtasidagi farqlar tahlil qilingan. Mualliflarning fikricha, GeoGebra dasturi geometrik tushunchalarni o‘zlashtirishda va o‘quvchilarning mustaqil ishlashida qulay vosita hisoblanadi [2].

Mirzayev A. tomonidan olib borilgan tadqiqotda umumiy o‘rta ta’lim maktablarining geometriya kursida GeoGebra dasturidan foydalanishning metodik tizimi ishlab chiqilgan bo‘lib, unda dasturning geometrik tushunchalarni shakllantirish, o‘quvchilarning grafik savodxonligini oshirish va fazoviy tasavvurini rivojlantirishdagi imkoniyatlari tahlil qilingan. Muallif GeoGebradan foydalanish natijasida o‘quvchilarning geometrik masalalarni yechishdagi faolligi oshganini qayd etadi [3].

Karimov B. ning ilmiy-amaliy tahlilida esa interaktiv modellashtirish dasturlarining (GeoGebra, Cabri Geometry, Sketchpad) geometriya darslarida qo‘llanilishining afzalliklari va cheklovlari tizimli ravishda o‘rganilgan. Xulosada ushbu dasturlardan foydalanish o‘quvchilarning geometrik tafakkurini rivojlantirishi va o‘qituvchining ishini yengillashtirishi, biroq buning uchun o‘qituvchilarning raqamli kompetensiyasini oshirish zarurligi ta’kidlanadi [4].

Geometriya darslarida interaktiv modellashtirish dasturlaridan foydalanish o‘quv jarayonini zamonaviy pedagogik talablar asosida tashkil etish imkonini beradi. Ushbu jarayonni samarali yo‘lga qo‘yish uchun metodik yondashuvlar, o‘qitish shakllari va didaktik vositalarni tizimli ravishda qo‘llash zarur.

Avvalo, interaktiv modellashtirish dasturlari (GeoGebra, Cabri Geometry, Sketchpad, Desmos) geometriya fanining nazariy va amaliy komponentlarini integratsiyalashda muhim vosita sifatida xizmat qiladi. Ular orqali o‘quvchilar geometrik shakllarni manipulyatsiya qilish, o‘zgaruvchan parametrlarni kuzatish va farazlarni tekshirish imkoniyatiga ega bo‘ladilar [1].

1-jadval

Interaktiv modellashtirish dasturlarining geometriya ta’limidagi funksional imkoniyatlari

№	Dastur	Funksiyasi	Pedagogik ahamiyati
1	GeoGebra	Dinamik geometriya, algebra, grafiklar	Vizualizatsiya, interaktiv tajriba, mustaqil tadqiqot
2	Cabri	Geometry Geometrik yasashlar va o‘zgartirishlar	Aniq va ravshan geometrik tushunchalarni shakllantirish

3	Sketchpad	Geometrik modellashtirish va animatsiya	Mavhum tushunchalarni konkretlashtirish
4	Desmos	Grafiklar va funksiyalarni dinamik tasvirlash	Funksional bog‘liqlikni tushunishni osonlashtirish

Mazkur jadvaldan ko‘rinib turibdiki, interaktiv modellashtirish dasturlari nafaqat texnik vosita, balki muhim didaktik instrument sifatida ham xizmat qiladi. Shu bois ularni qo‘llash jarayonida faqatgina texnologik imkoniyatlarga emas, balki pedagogik maqsadga muvofiqlikka alohida e’tibor qaratish lozim.

Interaktiv modellashtirish dasturlaridan samarali foydalanishning eng muhim jihatlaridan biri — bu o‘quv faoliyatini konstruktivistik yondashuv asosida tashkil etishdir. Ya’ni, o‘quvchi tayyor bilimni qabul qiluvchi emas, balki uni mustaqil ravishda kashf etuvchi subyektga aylanishi kerak. Masalan, o‘quvchilarga uchburchak ichki burchaklari yig‘indisi haqidagi tayyor formulani berish o‘rniga, GeoGebra orqali uchburchakni o‘zgartirib, burchaklar yig‘indisini kuzatish va umumiy xulosaga kelish vazifasi topshirilishi ancha samarali hisoblanadi. Bu esa bilimlarning chuqurroq va barqarorroq o‘zlashtirilishini ta’minlaydi.

Bundan tashqari, interaktiv modellashtirish dasturlari differensial ta’limni amalga oshirish imkonini ham kengaytiradi. Har bir o‘quvchi o‘zining individual sur’ati va qobiliyatiga mos ravishda topshiriqlarni bajarishi mumkin. Kuchli o‘quvchilar murakkabroq modellar yaratish orqali tadqiqotchilik faoliyatini rivojlantirsa, qiyinlanayotgan o‘quvchilar vizual yordam orqali asosiy tushunchalarni yaxshiroq anglaydi. Shu tariqa, ta’lim jarayonida inkluzivlik va individual yondashuv ta’minlanadi.

Yana bir muhim jihat — bu metakognitiv ko‘nikmalarni rivojlantirishdir. Interaktiv muhitda ishlash jarayonida o‘quvchi nafaqat natijani, balki jarayonni ham tahlil qiladi: “Nima uchun bunday bo‘ldi?”, “Agar parametrni o‘zgartirsam nima yuz beradi?”, “Qanday qonuniyat kuzatildi?” kabi savollar orqali o‘z fikrlash faoliyatini nazorat qiladi. Bu esa yuqori darajadagi tafakkur ko‘nikmalarini shakllantirishga xizmat qiladi.

Shuningdek, interaktiv modellashtirish dasturlarining yana bir ustun jihati — bu fanlararo integratsiyani kuchaytirishidir. Masalan, Desmos yoki GeoGebra yordamida algebra va geometriya o‘rtasidagi bog‘liqlikni ochib berish, fizikadagi harakat jarayonlarini geometrik modellar orqali ifodalash mumkin. Bu esa o‘quvchilarda bilimlarning yaxlit tizimini shakllantiradi va ularning amaliy ahamiyatini anglashga yordam beradi.

Biroq, ushbu dasturlarni qo‘llashda ayrim muammolar ham mavjud. Jumladan:

- o‘qituvchilarning raqamli kompetensiyasi yetarli darajada shakllanmaganligi;
- metodik qo‘llanmalar va tayyor interaktiv materiallarning yetishmasligi;
- texnik vositalar (kompyuter, internet) bilan ta’minlanganlik darajasining pastligi.

Mazkur muammolarni bartaraf etish uchun quyidagi takliflarni ilgari surish mumkin:

- o‘qituvchilar uchun maxsus trening va malaka oshirish kurslarini tashkil etish;
- milliy o‘quv dasturlariga mos interaktiv metodik ishlanmalarni yaratish;
- ta’lim muassasalarini zamonaviy texnik vositalar bilan ta’minlash;
- interaktiv dars ishlanmalarining yagona elektron bazasini shakllantirish.

Xulosa qilib aytganda, geometriya darslarida interaktiv modellashtirish dasturlaridan foydalanish ta’lim jarayonini sifat jihatidan yangi bosqichga olib chiqadi. Bu jarayon o‘quvchilarning bilimni tayyor shaklda qabul qilishidan uni mustaqil ravishda qurish va asoslash darajasiga o‘tishini ta’minlaydi. Natijada, geometriya nafaqat formulalar va qoidalar majmui, balki mantiqiy izlanish, tahlil va kashfiyotga asoslangan fan sifatida namoyon bo‘ladi.

Interaktiv muhit o‘quvchilarda sabab-oqibat bog‘lanishlarini chuqur anglash, obyektlar o‘rtasidagi munosabatlarni ko‘rish va umumlashtirish qobiliyatini shakllantiradi. Ayniqsa, parametrlar bilan ishlash, turli holatlarni solishtirish va natijalarni vizual kuzatish orqali o‘quvchilar abstrakt tushunchalarni intuitiv darajada o‘zlashtira boshlaydi. Bu esa ularning nazariy bilimlarini amaliy fikrlash bilan uyg‘unlashtirishga xizmat qiladi.

Shu bilan birga, interaktiv modellashtirish vositalari o‘quvchilarda o‘z-o‘zini o‘qitish (self-directed learning) ko‘nikmalarini rivojlantirish uchun qulay muhit yaratadi. O‘quvchi mustaqil ravishda model yaratadi, xatolarini ko‘radi, ularni tuzatadi va natijaga erishadi. Bu jarayon orqali mas’uliyat, izchillik va natijaga yo‘naltirilganlik kabi sifatlar shakllanadi. Bunday yondashuv esa uzluksiz ta’lim konsepsiyasiga to‘liq mos keladi.

Kelgusida interaktiv modellashtirish dasturlaridan foydalanishni rivojlantirish quyidagi strategik yo‘nalishlarda olib borilishi maqsadga muvofiq:

- geometriya kursining har bir mavzusi uchun bosqichma-bosqich interaktiv topshiriqlar tizimini ishlab chiqish;
- o‘quvchilarning yosh va psixologik xususiyatlariga mos raqamli kontent yaratish;
- baholash tizimiga interaktiv faoliyat natijalarini kiritish (jarayonni ham baholash);
- milliy ta’lim platformalariga moslashtirilgan dasturiy resurslar bazasini shakllantirish.

Shuningdek, interaktiv modellashtirishni samarali joriy etish faqat alohida o‘qituvchi faoliyatiga bog‘liq bo‘lib qolmasligi, balki institutsional darajada qo‘llab-quvvatlanishi zarur. Ya’ni, o‘quv dasturlari, darsliklar va metodik qo‘llanmalar interaktiv yondashuvni hisobga olgan holda qayta ko‘rib chiqilishi lozim.

Umuman olganda, interaktiv modellashtirish dasturlari geometriya ta’limining mazmuni, metodikasi va natijalariga kompleks ta’sir ko‘rsatuvchi innovatsion vosita sifatida qaralishi kerak. Ularni ongli va tizimli ravishda qo‘llash orqali nafaqat yuqori o‘quv natijalariga erishish, balki zamonaviy fikrlaydigan, mustaqil qaror qabul qila oladigan va raqamli muhitda samarali faoliyat yurita oladigan shaxsni shakllantirish mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Zulnaidi H., Vebrianto R., va Suryani M. Developing students' spatial thinking skills through Geogebra in geometry learning. International Journal of Evaluation and Research in Education (IJERE), 14(2), 1025-1034, 2025 y.
2. Erkebayeva G., Nugumanova S., va Koshkimbayeva S. Ways to develop students' logical and spatial thinking when using Geogebra in teaching geometry. Journal of Educational Sciences, 68(1), 45-58, 2025 y.
3. Mirzayev A. Umumiy o‘rta ta’lim maktablarining geometriya kursida GeoGebra dasturidan foydalanishning metodik tizimi. Pedagogik innovatsiyalar jurnali, 7(2), 112-125, 2024 y.
4. Karimov B. Interaktiv modellashtirish dasturlarining geometriya darslarida qo‘llanilishining afzalliklari va cheklovlari. Ta’lim texnologiyalari, 3(1), 34-47, 2025 y.

SUN’IY INTELLEKT TEXNOLOGIYALARINI OLIY TA’LIM TIZIMIDA QO‘LLASH: YUTUQLAR, MUAMMOLAR VA O‘ZBEKISTON SHAROITIDAGI ISTIQBOLLAR

Turg‘unaliyev Sh. A.

Cyber university davlat universiteti, Kiberxavfsizlik kafedrasi o‘qituvchisi

Annotatsiya. Ushbu maqolada O‘zbekiston Respublikasi oliy ta’lim tizimida sun’iy intellekt (SI) texnologiyalarini joriy etishning nazariy asoslari, amaliy yutuqlari, tizimli muammolari va o‘ziga xos sharoitlari tahlil qilingan. SI ning shaxsiylashtirilgan (adaptiv) ta’lim, intellektual tyutorlar, baholash va ma’muriy jarayonlarni avtomatlashtirish, inklyuziv ta’limni qo‘llab-quvvatlash imkoniyatlari ko‘rib chiqilgan. Akademik halollik, kiberxavfsizlik, algoritmik noxolislik va talabalar kognitiv qobiliyatlarining pasayishi kabi tahdidlarga alohida e’tibor qaratilgan. “Raqamli O‘zbekiston – 2030” strategiyasi va 2030-yilgacha SI texnologiyalarini rivojlantirish strategiyasi doirasidagi tashabbuslar, shuningdek, o‘zbek tilining agglyutinativ tabiati bilan bog‘liq lingvistik to‘siqlar baholangan. Xorijiy tajriba (Janubiy Koreya, Finlandiya, Fransiya, Qozog‘iston) asosida amaliy tavsiyalar ishlab chiqilgan.

Kalit so‘zlar: sun’iy intellekt, oliy ta’lim, raqamlashtirish, shaxsiylashtirilgan ta’lim, O‘zbekiston, katta til modellari, akademik halollik, tabiiy tilni qayta ishlash.

Kirish. Jahon ta’lim tizimidagi raqamli transformatsiya jarayoni eksponensial sur’atlarda rivojlanmoqda. Sun'iy intellekt (SI) texnologiyalarini ta’lim muhitiga joriy etish oddiy rutin jarayonlarni optimallashtirish vositasi emas, balki inson kapitalini shakllantirish va o‘zlashtirish usullaridagi chuqur o‘zgarishlar katalizatoridir. 2030-yilga borib SI bilan bog‘liq global iqtisodiyot hajmi 15-20 trln. AQSh dollariga yetishi mumkin, shu sababli yangi davrga mos kadrlarni tayyorlash oliy ta’lim muassasalari uchun strategik vazifaga aylanmoqda.

O‘zbekiston Respublikasida “Raqamli O‘zbekiston – 2030” strategiyasi doirasida iqtisodiyotning barcha sohalarini, shu jumladan ta’limni raqamlashtirishga qaratilgan keng ko‘lamli islohotlar amalga oshirilmoqda [2]. Biroq modernizatsiya jarayoni jiddiy to‘siqlar bilan bog‘liq: mavjud institutsional baza xususiy sektor talablariga yetib bormaydi, o‘quv dasturlarini yangilash qiyinchiliklari mavjud, raqamli ko‘nikmalardagi gender tafovuti (ayollar erkaklardan 24% orqada) saqlanib kelmoqda. Tadqiqotning maqsadi – SI texnologiyalarining oliy ta’limdagi rolini tahlil qilish, xorijiy tajribani o‘rganish va O‘zbekiston oliygohlarining ta’lim jarayoniga bu texnologiyalarni samarali va axloqiy jihatdan integratsiyalash bo‘yicha ilmiy asoslangan tavsiyalar ishlab chiqishdan iborat.

1. Sun’iy intellektning ta’limdagi nazariy asoslari. Sun’iy intellekt – an’anaviy ravishda insonning kognitiv aralashuvini talab qiladigan vazifalarni (o‘qish, mantiqiy mulohaza, murakkab muammolarni hal qilish, tabiiy tilni tushunish) bajarishga qodir algoritm va kompyuter tizimlari majmuidir. Ta’limda SI ning asosiy turlari: mashinali o‘qitish (Machine Learning) - tizimlarga tajriba asosida avtomatik o‘rganish imkonini beradi va LMS tizimlaridagi talaba raqamli izi asosida akademik muvaffaqiyatni prognoz qiladi; tabiiy tilni qayta ishlash (NLP) - esselarni avtomatik tekshirish, semantik tahlil va plagiatga qarshi tizimlarda qo‘llaniladi; generativ SI (GPT-4, Claude, Gemini) - yangi matn, kod, tasvir va audio yarata oladigan, talaba darajasiga moslashuvchi yuqori intellektual suhbatdosh rolini o‘taydigan eng ilg‘or sinf.

Ta’lim jarayonida SI ning roli sodda avtomatlashtirishdan “kognitiv hamkor” konsepsiyasiga aylanib bormoqda. SI o‘qituvchini almashtirmaydi, balki uning funksional imkoniyatlarini kengaytiradi, ma’muriy vazifalardan ozod qilib, mentorlik, tanqidiy fikrlash va emotsional qo‘llab-quvvatlashga e’tibor qaratish imkonini beradi.

2. SI texnologiyalari orqali erishilayotgan yutuqlar. Shaxsiylashtirilgan (adaptiv) ta’lim. Adaptiv platformalar talabaning javoblarini, reaksiya vaqtini va xatolar shablonini uzluksiz tahlil qilib, materialning murakkablik darajasini real vaqtda moslashtiradi. O‘zbekistonda UNICEF bilan birgalikda amalga oshirilgan, fin Eduten platformasi ishtirokidagi pilot loyiha shaxsiylashtirilgan yondashuvning yuqori samaradorligini namoyish etdi: platforma talabalar o‘zlashtirishini tahlil qildi, o‘qituvchilar yukini kamaytirdi va milliy o‘quv dasturiga moslashtirilgan geymifikatsiyalangan topshiriqlarni taklif qildi.

Intellektual yordamchilar. Generativ SI kengaytiriladigan intellektual tyutor rolini o‘ynab, talabalarga sutkalik qo‘llab-quvvatlash beradi. O‘zbekiston ta’lim dargohlarida ingliz tili o‘qituvchilari orasida o‘tkazilgan so‘rov natijalariga ko‘ra, 57,1% bepul ChatGPT 3.5, 42,9% esa pullik ChatGPT 4 dan foydalanadi [4]. O‘qituvchilar bu vositalarning real vaqtdagi qayta aloqa berish, avtonom o‘qish ko‘nikmalarini yaxshilash va ijodiy yozishni rivojlantirishdagi ijobiy ta’sirini qayd etmoqda.

Baholash va tadqiqotni qo‘llab-quvvatlash. Zamonaviy NLP algoritmlari erkin matnli javoblarni semantik tahlil qiladi, esse izchilligini, lug‘at boyligini va dalillar o‘rinliligini baholaydi, subyektiv omillarni bartaraf etadi. Bundan tashqari, SI minglab ilmiy maqolalarni soniyalar ichida tahlil qilib, tendensiyalar va metodologik bo‘shliqlarni aniqlaydi hamda parafrazlash, tarjima orqali plagiatni, mashinada yaratilgan matnni aniqlashga qodir.

Ma’muriy jarayonlarni optimallashtirish. O‘zbekistonda bu sohaning asosiy drayveri HEMIS tizimidir. SI modullari integratsiya qilinganda talabalarning o‘qishdan chiqib ketish ehtimolini prognoz qilish, hujjatlarni qabul qilish va dars jadvalini optimallashtirishni avtomatlashtirish imkoniyati tug‘iladi [7].

Inklyuziv ta’lim. Nutqni matnga (STT) va matnni nutqqa (TTS) aylantirish texnologiyalari eshitish va ko‘rish qobiliyati cheklangan talabalarga ta’lim imkoniyatini beradi. O‘zbekistonda Muxlisa AI kompaniyasi o‘zbek tili va uning shevalariga moslashtirilgan STT, TTS hamda katta til modellari yaratish bo‘yicha mamlakatdagi birinchi ovozli texnologiyalar kompaniyasi hisoblanadi. Sayyora Ibragimova tomonidan yaratilgan o‘zbek nutqini fonematik tanib olish tizimi 67%–95% aniqlikni ko‘rsatmoqda [5].

3. SI ni joriy etishdagi muammolar va tahdidlar. Akademik halollik muammosi. Generativ SI ning keng tarqalganligi akademik halollik inqirozini keltirib chiqardi. O‘zbekiston vuzlari talabalari orasidagi tadqiqotlar 60% dan ortiq talabalar akademik topshiriqlarni bajarishda SI vositalaridan muntazam foydalanishini ko‘rsatmoqda [4]. Nazorat qilinmasa, baholash tizimi o‘z mohiyatini, diplom esa real kompetensiyalar kafolati sifatidagi funksiyasini yo‘qotadi.

Maxfiylik va kiberxavfsizlik. SI algoritmlari ishlashi uchun katta hajmdagi ma’lumotlarni (talaba shaxsiy ma’lumotlari, baholari, moliyaviy tranzaksiyalari, biometrik ma’lumotlari) talab qiladi. Bu ma’lumotlarni uchinchi tomon bulutli platformalarga uzatish qat’iy mahalliy protokollar bo‘lmagan sharoitda sizib chiqish xavfini yuzaga keltiradi.

Algoritmik noxolislik va “gallyusinatsiyalar”. Global katta til modellari asosan ingliz tilidagi kontentda o‘qitilgan va g‘arb madaniy, tarixiy normalarini aks ettiradi. Ularni O‘zbekistonda moslashtirilmasdan qo‘llash “madaniy noxolislik” ka olib keladi [6]. Bundan tashqari, generativ SI ishonchli ko‘rinuvchi, ammo haqiqatda noto‘g‘ri yoki mavjud bo‘lmagan kontentni (masalan, mavjud bo‘lmagan ilmiy maqolalarga havolalarni) yarata oladi.

Professor-o‘qituvchi tarkibining raqamli kompetensiyasi yetishmasligi va infratuzilma xarajatlari. Katta yoshdagi pedagoglar orasida “texnofobiya” keng tarqalgan, ular SI ni tahdid sifatida qabul qilishadi. Mahalliy SI tizimlari, GPU serverlari va lisenziyalar katta moliyaviy xarajatlarni talab qiladi; shahar va qishloq o‘rtasidagi raqamli tengsizlik tafovuti ijtimoiy tengsizlikning kuchayishiga olib kelishi mumkin.

Tanqidiy fikrlash va ijodkorlik ko‘nikmalarining pasayish xavfi. SI murakkab kognitiv vazifalarni o‘z zimmasiga olganda “kognitiv yengillashuv” (cognitive offloading) hodisasi yuzaga keladi. O‘zbekistondagi tadqiqotlar talabalarning SI ga haddan tashqari bog‘lanishi tanqidiy fikrlash va intellektual avtonomiyaning pasayishiga olib kelishini ko‘rsatmoqda [4].

4. O‘zbekiston oliy ta’lim tizimida SI: holati va istiqbollari. Me’yoriy-huquqiy baza. O‘zbekiston hukumati SI iqtisodiyotiga integratsiyalashga yuqori siyosiy iroda namoyish etmoqda. “Raqamli O‘zbekiston – 2030” strategiyasi IT-ta’limni raqamli transformatsiyaning asosiy ustuvor yo‘nalishi deb belgilagan [2]. 2024-yil 14-oktabrdagi PQ-358-sonli qaror bilan “2030-yilgacha sun’iy intellekt texnologiyalarini rivojlantirish strategiyasi” tasdiqlandi. 2025–2026-yillarga mo‘ljallangan 60 dan ortiq SI pilot loyihalari ro‘yxati tasdiqlangan. 2023-yilda O‘zbekiston SI ga tayyorgarlik indeksida 134 mamlakat orasida 70-o‘rinni (Markaziy Osiyoda 1-o‘rin) egalladi; 2030-yilgacha top-50 ga kirish maqsadi belgilangan.

Mahalliy oliygohlardagi joriy holat. Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti (TATU) sun’iy intellekt, robototexnika va ma’lumotlar fani bo‘yicha bakalavr hamda magistratura dasturlarini birinchi bo‘lib joriy etdi. Toshkentdagi Amiti universiteti SI ni biznes-tahlilga va kiberxavfsizlikka integratsiya qilmoqda. Inha universiteti o‘z SI asosidagi Face ID tizimini yaratdi. 2025-yilga qadar mintaqada bir million SI mutaxassisini o‘qitish dasturi boshlandi.

O‘ziga xos muammolar: til to‘sig‘i va kadrlar tanqisligi. Professor Botir Elovning tadqiqotlariga ko‘ra, o‘zbek tili agglyutinativ tilga mansub: ma’no ildizga ko‘plab affikslarni ketma-ket qo‘shish orqali shakllanadi, so‘zlar tartibi nisbatan erkin [3]. Bu xususiyatlar xorijiy NLP modellarini bevosita qo‘llashni samarasiz qiladi. To‘liq qiymatli Milliy o‘zbek tili korpusining yo‘qligi, nomlangan mavjudotlarni tanib olish (NER) muammolari va kod aralashuvi (code-switching) tufayli sentiment tahlildagi qiyinchiliklar mavjud. Bu lingvistik masalalar hal etilmas ekan, O‘zbekistondagi avtomatik esse tekshirish, o‘zbek tilidagi chat-botlar va plagiat detektorlarining rivojlanishi boshlang‘ich bosqichda qoladi.

Xorijiy tajriba va uni O‘zbekistonga moslashtirish. Janubiy Koreya 2024-yil avgustida SI asosidagi raqamli darsliklarni rasmiy o‘quv materiali maqomidan mahrum qildi va ularni “yordamchi dasturiy ta’minot” ga o‘tkazdi. Finlyandiyada talabaga tegishli har qanday algoritmik tavsiya aniq “pedagogik asos” ga ega bo‘lishi kerakligi qonun bilan belgilangan; Fransiyada esa yakuniy baholarni avtomatik yaratish uchun SI vositalaridan foydalanish qat’iyan taqiqlangan. Qozog‘iston pedagoglarni o‘qitishga keng ko‘lamli investitsiyalar kiritmoqda. Bu tajribalardan asosiy xulosa: SI texnologiyalari asosiy ta’lim adabiyotini va standartlarini yuridik jihatdan almashtirmasligi kerak; “odam boshqaruv tsiklida” (Human-in-the-loop) tamoyiliga amal qilish lozim; o‘qituvchi kadrlariga investitsiya texnologiyalarning o‘zini sotib olishdan muhimroqdir.

5. Takliflar va tavsiyalar. Davlat organlari uchun: Milliy o‘zbek tili korpusini TEI va Universal Dependencies standartlariga mos ravishda ishlab chiqishga keng ko‘lamli davlat moliyalashtirish yo‘naltirish; ilmiy-ta’lim faoliyatida SI dan foydalanishning axloqiy kodeksini qabul qilish; inklyuziv SI startaplarini (Muxlisa AI kabi) grant orqali qo‘llab-quvvatlash.

Oliygohlar rahbariyati uchun: HEMIS tizimiga SI asosidagi prognoz tahlil modullarini integratsiya qilish (yakuniy qarorni ma’muriyat zimmasida saqlagan holda); generativ SI dan foydalanishning ruxsat etilgan va taqiqlangan shakllarini aniq belgilaydigan ichki reglamentlarni ishlab chiqish; an’anaviy uy esselarini real vaqtdagi loyiha himoyasi, og‘zaki suhbat (viva voce) va munozaralar asosidagi baholash usullariga bosqichma-bosqich almashtirish.

Professor-o‘qituvchilar tarkibi uchun: ChatGPT va uning analoglaridan keyslar, rolli o‘yinlar va shaxsiylashtirilgan testlar yaratish vositasi sifatida foydalanish; Blum taksonomiyasi bo‘yicha yuqori tartibdagi ko‘nikmalarni - sintez, tanqidiy tahlil va emotsional intellektni - rivojlantirishga e'tibor qaratish.

Xulosa. Yuqoridagi keyslar shuni tasdiqlaydiki, sun’iy intellekt texnologiyalarini O‘zbekiston oliy ta’lim tizimiga integratsiyalash muqarrar, huquqan belgilangan jarayondir. U katta transformatsion salohiyatga ega, biroq jiddiy tuzilmaviy va axloqiy xavflar bilan bog‘liq. Adaptiv ta’limni joriy etish, generativ modellardan intellektual tyutor sifatida foydalanish va HEMIS orqali ma’muriy jarayonlarni optimallashtirish byurokratik yukni kamaytiradi va ta’limni individuallashtiradi; inklyuziv texnologiyalar maxsus ehtiyojga ega shaxslarga ta’lim olish imkonini beradi.

Shu bilan birga, generativ SI dan nazoratsiz foydalanish akademik halollikni xavf ostiga qo‘yadi va tanqidiy fikrlashning pasayishiga olib keladi. Agglyutinativ morfologiyani hisobga olgan Milliy o‘zbek tili korpusi yaratilmasa, xorijiy algoritmlarni qo‘llash algoritmik noxolislik va madaniy gegemoniyaga olib keladi. Janubiy Koreya va Finlyandiya tajribasi SI ga nisbatan evforiyadan qat’iy huquqiy va pedagogik tartibga o‘tganini - yakuniy qaror inson zimmasida qolishini ko‘rsatmoqda. Texnologik innovatsiyalar va gumanistik ta’lim qadriyatlari o‘rtasidagi muvozanat saqlangandagina SI inson kapitalini rivojlantirish vositasiga aylanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Sun’iy intellekt texnologiyalarini 2030-yilgacha rivojlantirish strategiyasini tasdiqlash to‘g‘risida: O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2024-yil 14-oktabrdagi PQ-358-sonli qarori. - LEX.UZ.

2. “Raqamli O‘zbekiston – 2030” strategiyasini tasdiqlash to‘g‘risida: O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining Farmoni.

3. Elov B. O‘zbek tilining Milliy korpusi va tabiiy tilni qayta ishlash muammolari. ResearchGate nashrlari.

4. Khurramov M. Artificial Intelligence Adoption in Higher Education in Uzbekistan: Current Trends and Future Prospects. The American Journal of Social Science and Education Innovations.

5. Ibragimova S. Creation of an Intelligent System for Uzbek Language Teaching Using Phoneme-Based Speech Recognition. IIETA.

6. UNESCO. Artificial Intelligence in Education: Guidance and Reports.

7. HEMIS - Oliy ta’limni boshqarish axborot tizimi. hemis.uz.

OLIY TA’LIMDA INNOVATSION-RAQAMLI VA UNDA MAGISTRLARNING IJODIY SALOHIYATINI RIVOJLANTIRISH ASOSLARI

Turmatov J.R.

A.Qodiriy nomidagi Jizzax davlat pedagogika universiteti dotsenti, p.f.f.d., GulDU mustaqil tadqiqotchisi

Annotatsiya. Mazkur ishda oliy ta’lim tizimida innovatsion-raqamli muhitni shakllantirishning nazariy asoslari va uning magistrlar ijodiy salohiyatini rivojlantirishdagi ta’siri tahlil qilingan. Shuningdek, raqamli ta’lim texnologiyalari, pedagogic yondashuvlar va innovatsion metodlar asosida magistrlarning kreativ fikrlashini rivojlantirish mexanizmlari yoritilgan. Tadqiqot natijalari innovatsion raqamli muhit ijodiy kompetentsiyalarni shakllantirishda samarali vosita ekanligini ko‘rsatadi.

Kalit so‘zlar: innovatsion muhit, raqamli ta’lim, magistr, ijodiy salohiyat, kreativlik, raqamli texnologiyalar, pedagogic innovatsiyalar.

Kirish

Hozirgi globallashuv va raqamlashtirish jarayonlari oliy ta’lim tizimi oldiga yangi talablarni qo‘ymoqda. Jumladan, talaba va magistrlarning faqat bilim olishi emas, balki ularning ijodiy, tanqidiy va innovatsion fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish muhim ahamiyat kasb etmoqda. Shu nuqtai nazardan, innovatsion raqamli muhitni shakllantirish va uni ta’lim jarayoniga samarali joriy etish dolzarb masalalardan biri hisoblanadi.

Innovatsion raqamli muhit – bu o‘zaro ta’sir, ta’limning yangi modellarini yaratish uchun raqamli texnologiyalar, ma’lumotlar va insonlarni birlashtirgan zamonaviy ekotizimdir. U bulutli xizmatlar, sun’iy intellect, onlayn platformalarni o‘z ichiga oladi va avtomatlashtirish, moslashuvchanlik, shaxsiylashtirish hamda raqamli raqamli content va vositalarga tezkor kirishni ta’minlaydi.

Ta’limda raqamli muhit - raqamli texnologiyalar, texnik, tashkiliy, xizmat ko‘rsatish vositalari va ma’lumotlar majmuasi bo‘lib, ular ta’lim sub’yektlari o‘rtasida samarali hamkorlikni, bilim almashinuvni hamda ta’lim jarayonini tashkil etishni ta’minlaydi. Бу muhitda kompyuter va telekommunikatsiya vositalar yordamida o‘quv materiallari yaratiladi, saqlanadi, qayta ishlanadi va uzatiladi, shuningdek, masofaviy va aralash ta’lim shakllari amalga oshiriladi [9].

Innovatsion raqamli muhit – bu ta’lim jarayonida axborot-kommunikatsiya texnologiyalari, raqamli platformalar va interaktiv vositalardan majmuaviy foydalanishni nazarda tutuvchi tizimdir. Uning asosiy xususiyatlari quyidagilardan iborat:

- ta’lim jarayononing raqamlashtirilishi;
- axborot resurslarining ochiqligi va erkinligi;
- ta’limning individullashuvi;
- interaktivlilik va multimediallilik;
- masofaviy va aralash ta’lim imkoniyatlari.

Innovatsion raqamli muhitning shakllanishi ta’lim sifatini oshirish, bilimlarni o‘zlashtirish samaradorligini oshirish va talabalar faolligini oshirishga xizmat qiladi.

Magistr (lotincha magister – “boshliq”, “rahbar”, “o‘qituvchi” so‘zidan), 1) Qadimgi Rimda mansabdor shaxs; keyinchalik Yevropada ba’zi dunyoviy va cherkov muassasalarining boshlig‘i; 2) bir qator mamlakatlarda bakalavr va fan doktori o‘rtasidagi ilmiy unvon universitetni (yoki unga tenglashtirilgan ta’lim muassasasini) tamomlagan, bakalavr darajasiga ega bo‘lgan, qo‘shimcha o‘quv kursini (1-2 yil) o‘tagan, maxsus imtihonlarni topshirgan va magistrlik dissertatsiyasini himoya qilgan shaxslarga beriladi [1]. Magistr – (lotincha magister – boshliq) u oliy ta’limning tegishli bosqichiga muvofiq dasturlarni muvaffaqiyatli o‘zlashtirgan shaxslarga beriladigan akademik daraja. Ko‘pincha rivojlangan mamlakatlar OTM larida beriladigan akademik daraja bo‘lib, u OTM ni tugatib, barcha nazoratlarni muvaffaqiyatli topshirgan va magistrlik dissertatsiyasini muvaffaqiyatli himoya qilgan shaxslarga beriladi [2].

Magistrlar - ilmiy tadqiqotga yo‘naltirilgan, yuqori darajadagi intellektual salohiyatga ega bo‘lishi kerak bo‘lgan kadrlardir. Shu sababli, magistrlarning ijodiy salohiyatini rivojlantirishda raqamli texnologiyalardan foydalanish alohida ahamiyatga ega.

Magistrlarning ijodiy salohiyati: mazmun va mohiyat.

Ijodiy salohiyat – shaxsning yangi g‘oyalar yaratish, muammolarga noan’anaviy yechimlar topish va innovatsion faoliyatni amalga oshirish qobiliyatidir. Magistr uchun ijodiy salohiyatni quyidagi tarkibiy qismlarni o‘z ichiga oladi:

- kreativ fikrlash;
- tanqidiy tahlil qilish;
- ilmiy-tadqiqot ko‘nikmalari;
- innovatsion faoliyatga tayyorlik;
- mustaqil qaror qabul qilish qobiliyati [3].

Ushbu salohiyatni rivojlantirish oliy ta’lim tizimining ustuvor vazifalaridan biri hisoblanadi.

Innovatsion raqamli muhitda ijodiy salohiyatni rivojlantirirsh mexanismlari:

1. Raqamli ta’lim texnologiyalaridan foydalanish. Zamonaviy ta’lim platformalari (LMS, MOOCs) magistrlarga mustaqil ta’lim olish, bilimlarni chuqurlashtirish va ijodiy izlanish olib boorish imkonini beradi.

2. Loyiha asosida o‘qitish (Project-based learning). Loyiha asosida o‘qitish orqali real muammolarni hal qilish jarayonida yangi g‘oyalar ishlab chiqadilar va ijodiy fikrlashlari rivojlanadi.

3. Muammoli ta’lim. Muammoli vaziyatlar yaratish orqali magistrlarning analitik va kreativ fikrlash qobiliyati oshiriladi.

4. Hamkorlikda o‘qitish. Onlayn guruh ishlari va xalqaro loyihalar magistrlarda kommunikativ va ijodiy ko‘nikmalarni shakllantiradi.

5. Raqamli tadqiqot muhiti. Scopus, Google Scholar kabi ilmiy bazalardan foydalanish magistrlarning ilmiy faolligini oshiradi.

Pedagogik shart-sharoitlar. Innovatsion raqamli muhitda ijodiy salohiyatni samarali rivojlantirish uchun quyidagi shart-sharoitlar zarur:

- shaxsga yo‘naltirilgan ta’limni tashkil etish;
- interaktiv va innovatsion metodlardan foydalanish;
- ta’lim jarayonini raqamlashtirish;
- magistrlarning mustaqil faoliyatini qo‘llab-quvvatlash;
- motivatsion muhitni yaratish.

Tadqiqot natijalari va muhokama. Tahlillar shuni ko‘rsatadiki, innovatsion raqamli muhitda tashkil etilgan ta’lim jarayoni magistrlarning ijodiy fikrlash darajasini oshiradi, ularning ilmiy-tadqiqot faolligini kuchaytiradi, mustaqil ta’lim ko‘nikmalarini rivojlantiradi, innovatsion g‘oyalarni shakllantirishga xizmat qiladi. Shu bilan birga, raqamli muhitdan samarali foydalanish uchun pedagoglarning raqamli kompetentsiyasi yuqori bo‘lishi talab etiladi.

Xulosa. Olib borilgan tahlillar shuni ko‘rsatadiki, innovatsion raqamli muhit magistrlarning ijodiy salohiyatini rivojlantirishda muhim pedagogik vosita hisoblanadi. U ta’lim jarayonini samarali tashkil etish, magistrlarning faolligini oshirish va ularni raqobatbardosh mutaxassis sifatida tayyorlash imkonini beradi. Kelgusida ushbu yo‘nalishda raqamli ta’lim texnologiyalarini yanada takomillashtirish va ularni ta’lim amaliyotiga keng joriy etish muhim ahamiyat kasb etadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Pedagogicheskiy ensiklopedicheskiy slovar. M-2003. 136 str.

2. J.Hasanboyev, X.To‘raqulov va boshqalar. Pedagogika fanidan izohli lug‘at. T.: “Fan va texnologiyalar”, 2009, 672 bet.

3. Henriksen D, Mishra P. Creativity and Tachnology in Education: An International Perspective. Published online: 9 august 2018.

4. Guralnick D. Creative Approaches to Technology-Enhanced Learning for the Workplace and Higher Education. Proceedings of ‘The learning Ideas Conference’ 2023.
5. Polat E.S. Pedagogical technologies of distance learning / E.S. Polat, M.V. Moiseeva, A.E. Petrov; Edited by E.S. Polat. - M.: Academy, 2006.
6. Dedekhkonova, m.u., asadova, i. z., ravilevna, a. a., kizi, t. m. b. (2022). enhancement the creativity of teachers in the context of digital education. international journal of health sciences, 6(s5), 1682² 1689.
7. Smith M.D. The Abundant University: Remaking Higher Education for a Digital World. MIT Press. 2023, 296 pp.
8. Cojocariu V.M. A Literature Review on Digital Creativity in Higher Education-Toward a Conceptual Model. Pre- and In-Service Teacher Training Department, Vasile Alecsandri University of Bacău, 600115 Bacău, Romania; venera@ub.ro
9. https://www.sviaz-expo.ru/ru/articles/24002/.

ATROF-MUHIT MUHOFAZASI VA TABIIY RESURSLARDAN FOYDALANISHDA RAQAMLI TEXNOLOGIYALARNING O‘RNI

Toshturov Shuxrat Eshonqulovich
NavDU doktoranti

Hozirgi global iqtisodiy rivojlanish sharoitida atrof-muhitga antropogen ta’sirning ortishi ekologik muammolarni keskinlashtirmoqda. Jumladan, atmosfera ifloslanishi, suv resurslarining kamayishi va iqlim o‘zgarishi global miqyosda jiddiy tahdidga aylandi. World Bank ma’lumotlariga ko‘ra, dunyodagi umumiy parnik gazlari chiqindilarining qariyb 70 foizi sanoat va energetika sohalari hissasiga to‘g‘ri keladi. Shu nuqtai nazardan, ishlab chiqarish jarayonlariga raqamli texnologiyalarni joriy etish ekologik barqarorlikni ta’minlashning muhim omillaridan biri sifatida qaralmoqda. BMTning ixtisoslashgan tashkiloti - FAO (Food and Agriculture Organization, FAO) ma’lumotlariga ko‘ra, aniq dehqonchilik texnologiyalarini joriy etish orqali suv sarfini 20-30 foizgacha, mineral o‘g‘itlardan foydalanishni esa 10-20 foizgacha qisqartirish mumkin. Bu esa nafaqat iqtisodiy samaradorlikni oshiradi, balki tuproq va suv resurslarini muhofaza qilishga ham xizmat qiladi[1]. Sanoat sohasida raqamli texnologiyalari orqali ishlab chiqarish jarayonlarini real vaqtda monitoring qilish imkoniyati mavjud. International Energy Agency (IEA) hisobotlariga ko‘ra, raqamli texnologiyalarni joriy etish natijasida sanoat korxonalarida energiya samaradorligini 15-25 foizga oshirish mumkin. Bu esa CO_2 chiqindilarini sezilarli darajada kamaytiradi.

O‘zbekiston misolida ham 2017 yildan raqamli transformatsiya va “yashil iqtisodiyot”ga o‘tish davlat siyosati darajasiga ko‘tarilgan. Mamlakatda energiya tejamkor texnologiyalarni joriy etish, qayta tiklanuvchi energiya manbalaridan foydalanish va sanoat korxonalarida ekologik nazoratni kuchaytirish bo‘yicha islohotlar amalga oshirilmoqda. Jumladan, atmosfera havosini monitoring qilish bo‘yicha avtomatlashtirilgan tizimlar bosqichma-bosqich joriy etilmoqda. Bu borada qo‘shni davlatlar bilan hamkorlikda chora-tadbirlar va amaliy ishlar amalga oshirilmoqda. Xususan, 2026-yil 11-aprelda Buxoro shahrida bo‘lib o‘tgan O‘zbekiston va Qozog‘iston respublikalari davlat rahbarlarining uchrashuvida ham suv resurslaridan oqilona foydalanish, mintaqaviy ekologik tashabbuslarni ilgari surish, shu jumladan chegaradosh hududlarda “Toza havo” loyihalarini amalga oshirish bo‘yicha birgalikda ishlash muhimligini qayd etadi. Shuningdek, innovatsion va yuqori texnologik sohalarda, jumladan, kosmik texnologiyalar, raqamlashtirish, elektron tijorat va startaplarni qo‘llab-quvvatlash masalalarida hamkorlikni rivojlantirish dolzarbligini ta’kidlashdi[2].

Markaziy Osiyo mintaqasida iqlim o‘zgarishlari 2025 yil 4-5-aprel kunlari Samarqand shahrida bo‘lib o‘tgan I Samarqand iqlim forumida xalqaro ekspert va siyosatchilar tomonidan muhokama qilindi. Forumda qatnashgan O‘zbekiston Respublikasi Prezidenti Sh.Mirziyoyev global iqlim o‘zgarishlarining mintaqaga ta’siri xususida to‘xtalib, 2040 yilga borib Markaziy Osiyo mamlakatlari yuqori darajadagi suv taqchilligiga duch kelishi va bu o‘z navbatida og‘ir oqibatlarni keltirib chiqarishini ta’kidlaydi[3]. Darhaqiqat, bugungi kunda O‘zbekiston suv taqchilligi yuqori darajada bo‘lgan dunyodagi 164 mamlakat orasida 25-o‘rinni egallamoqda. Mutaxassislarning hisob-kitobiga ko‘ra, O‘zbekistonda 2030 yilga borib toza ichimlik suvi tanqisligi 7 milliard m^3ga yetishi kutilmoqda va bu ko‘rsatkich hajm jihatidan Chorvoq suv omborining to‘rt baravariga to‘g‘ri keladi. Mazkur jarayon tobora murakkablashib borishi va 2050 yilga kelib suv taqchilligi yana ikki baravarga oshishi taxmin qilinmoqda[4]. Shu sababli mavjud suv resurslarini muhofaza qilish, uni tejash va oqilona boshqarish davlat va jamiyat oldidagi muhim vazifalardan biriga aylandi. Bugungi kunda rivojlangan mamlakatlarda ichimlik suv iste’moli meyori bir kecha-kunduzda 80 litrni tashkil etmoqda, istiqbolda esa 60 litrga pasaytirish bo‘yicha ilmiy-amaliy takliflar ilgari surilmoqda. “O‘zsuvta’minot" AJ ma’lu-motlariga ko‘ra, 2023 yilning 1 yanvar ho-latiga ko‘ra, O‘zbekiston bo‘yicha o‘rtacha suv iste’moli bir kecha-kunduzda 99,4 litrni tashkil etmoqda. Ushbu omillarni inobatga olib, respublikaning yetakchi tadqiqot muassasalaridan bo‘lgan Atrof-muhit va tabiatni muhofaza qilish texnologiyalari ilmiy-tadqiqot instituti tomonidan O‘zbekistonda yagona markazlashgan avtomatik boshqaruv suv yetkazish tizimini yaratish g‘oyasini ilgari surildi[5]. Qolaversa, chiqindi suvlarni qayta ishlangan holda sug‘orish va irrigatsiya uchun ishlatish, kulrang suvlarni hojatxonani tozalash, bog‘larni sug‘orish yoki avtoulovlarni yuvish uchun ishlatilishi, yomg‘ir suvlaridan samarali foydalanish, suvni tejashni amaliyotga joriy etish bo‘yicha innovatsion tadqiqotlarni amalga oshirish tajribalarini O‘zbekiston amaliyotiga joriy etishi zarur. Raqamli texnologiyalar ekologiya va ishlab chiqarish o‘rtasidagi muvozanatni ta’minlashda muhim strategik vosita hisoblanadi. Xalqaro tashkilotlar ma’lumotlari shuni ko‘rsatadiki, raqamlilashtirish orqali resurslardan foydalanish samaradorligini oshirish, chiqindilarni kamaytirish va ekologik xavflarni boshqarish mumkin. Shu bois, kelgusida barqaror rivojlanishni ta’minlash raqamli texnologiyalarni keng joriy etish bilan uzviy bog‘liqdir.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Food and Agriculture Organization (FAO). *Digital Agriculture and Smart Farming*. Rome, 2022. -p.19.

2. https://president.uz/uz/lists/view/9094 (Murojaat vaqti 15.04.2026 y.)

3. O‘zbekiston Respublikasi Prezidenti Sh.Mirziyoyevning Samarqand xalqaro iqlim forumidagi nutqi // Yangi O‘zbekiston, 2025 yil 5 aprel № 70 (1396), -B.3.

4. Karshiev, R. Eshev, S. Makhmudov, Kh. Makhmudov, U. Eshev, A. Hazratov, A. (2025). Water balance of the Republic of Uzbekistan under conditions of water scarcity. Problems and solutions VI International Scientific Conference Construction Mechanics, Hydraulics & Water Resources Engineering (CONMECHYDRO 2024) AIP Conf. Proc. 3286, 040038-1–040038-6; https://doi.org/10.1063/5.0280109

5. Murodov Sh. Suvdan oqilona foydalanish – ekologiyaning strategik masalasi// Yangi O‘zbekiston, № 40 (1639), 2026 yil 27 fevral. -B.4.

BILINGUAL-DIGITAL TRANSFORMATION MODEL OF SCIENCE LABORATORY LEARNING IN ISLAMIC EDUCATIONAL CONTEXTS: A COMPARATIVE ANALYSIS

Cuddapah Dhananjaya Rao

Associate Professor of Physics *Department of Physics and Astronomy, Navoi State University*

cdhanush1981@gmail.com

Bekniyozov S. Q.
Master's Second Course student Department of Physics and Astronomy, Navoi State University
Shodiyev Sh. M.
Master's Second Course student Department of Physics and Astronomy, Navoi State University
Hamidova S.O.
Master's Second Course student, Department of Physics and Astronomy, Navoi State University

Abstract

This study explains the need for a transformation of practical physics education in higher and distance learning institutions within Islamic educational contexts through the integration of bilingual digital technologies. In many Islamic countries, challenges such as limited laboratory infrastructure, language barriers, and unequal access to quality instruction necessitate innovative pedagogical approaches in many Higher Educational Institutions (HEIs). Addressing these issues, the present article describes the need to evaluate the effectiveness of bilingual - Information Technology–based learning methods in enhancing laboratory performance skills among undergraduate and post graduate students. Importance of various statistical methods and analysis in order to validate the proposed innovative methods in teaching and pedagogy are also discussed.

Keywords: Higher Education Institutions; Islamic education systems; bilingual laboratories; IT based laboratories and Statistical analysis;

Introduction

The major context in few Islamic HEIs is the language barrier and inadequate laboratory infrastructure (Halabieh, H et al., 2022). To overcome these difficulties, the authors proposed a bilingual model of performing laboratory experiments combining the Traditional Laboratory Training (TLT) in Uzbek language flowed by a digital learning approach that is essentially in English language. This model is simply a blended learning approach and this learning approach has shown better performance than the single learning approach TLT (Sasha Nikolic et al., 2023). The major problem in this blended learning approach is that, the digital learning approaches such as Augmented Reality and Virtual Reality (ARVR), Simulation Based Laboratory (SBL), Virtual Laboratory (VTL) etc., are all most probably in English language only. Hence, the students with poor English language skills and poor digital skills are unable to follow the instructions effectively. On the other hand, Video laboratories supplement the digital laboratories in which the trainer pre-record a video in native language and then the students are instructed to follow the experimental procedure, record the readings and complete the experimental procedures (Fadlilah et al., 2020; Kortemeyer, 2023). Many advantages were reported with this type of video based learning approach in combination with TLT (blended learning) through which, effective use of blended learning was reported (Susilawati et al., 2022). Even though, this approach, where video laboratory integrated with TLT or hybrid digital approach where pre-recorded video laboratory (native language) integrated with digital learning approach (English) has shown some positive impacts on student's laboratory performance skills in various clusters/rubrics, it cannot be a best approach due to some limitations such as lack of hands-on experience, passive learning tendency, limited development of experimental skills, reduced critical thinking and inquiry etc. Each digital laboratory learning approach will have its own advantages and disadvantages. Researchers are investigating the impact of various combinations of digital laboratories or blended learning approaches on the outcomes are still under development. However, the Bilingual Hybrid Digital Learning Model (BHDLM) where a pre-recorded (native language) video laboratory session followed by a digital laboratory platform has shown enhanced outcomes compared to TLT or a hybrid model purely based on English language learning approach. The validity of the proposed model and the statistics required for the validation are discussed in the present article.

Methodology and Statistics required for validation of the model

The BHDLM is expected to give the positive impact on the learning outcomes. For this purpose, students have to be divided into groups with equal performance levels. Levine's test of homogeneity has to be carried out with the pre test scores. After ensuring the homogeneity of

groups with minimum of 30 students per each group, further statistical methods have to be applied to measure the effectiveness. Depending upon the number of dependent variables (training methods) and independent variables, the statistical methods changes. For example, if the post test scores of one particular outcome (example: laboratory performance skill) is alone studied for various training methods, a one-way ANOVA is used, while if the post test scores of various clusters (example: Experimental Design skill, data analysis skill etc.,) a multivariate analysis of variance (MANOVA) is to be used. In order to find the impact of one particular skill on the other skills of the students under study, correlation coefficient has to be determined. Hence, to validate the effectiveness of various learning approaches, expertise in various statistical approaches are essential. Without these statistical interpretation, the conclusions will be vague and invalid.

Data and Results

The table represents the mean scores obtained with 13 groups of students (25 students per each group). The blended learning approaches ARVR, SBL and VTL (English) integrated with TLT (Uzbek) has shown the maximum outcome in laboratory performance skill of the students compared to other approaches.

Table. Mean values of the post-test scores

Learning Approach	N	Mean	Standard Deviation	Standard Error
ARVRTLT	25	83.00	10.008	2.002
SBLTLT	25	80.32	9.775	1.955
VTLARVR	25	79.80	8.898	1.780
VTLTLT	25	79.08	8.118	1.624
SBLARVR	25	75.16	8.370	1.674
VTLSBL	25	73.16	6.349	1.270
SBLVDBL	25	70.08	7.245	1.449
VTLVDBL	25	70.96	7.646	1.529
ARVR	25	70.60	6.627	1.325
TLT	25	70.24	5.974	1.195
VTL	25	69.40	5.930	1.186
SBL	25	68.00	6.305	1.261
VDBL	25	67.80	6.429	1.286

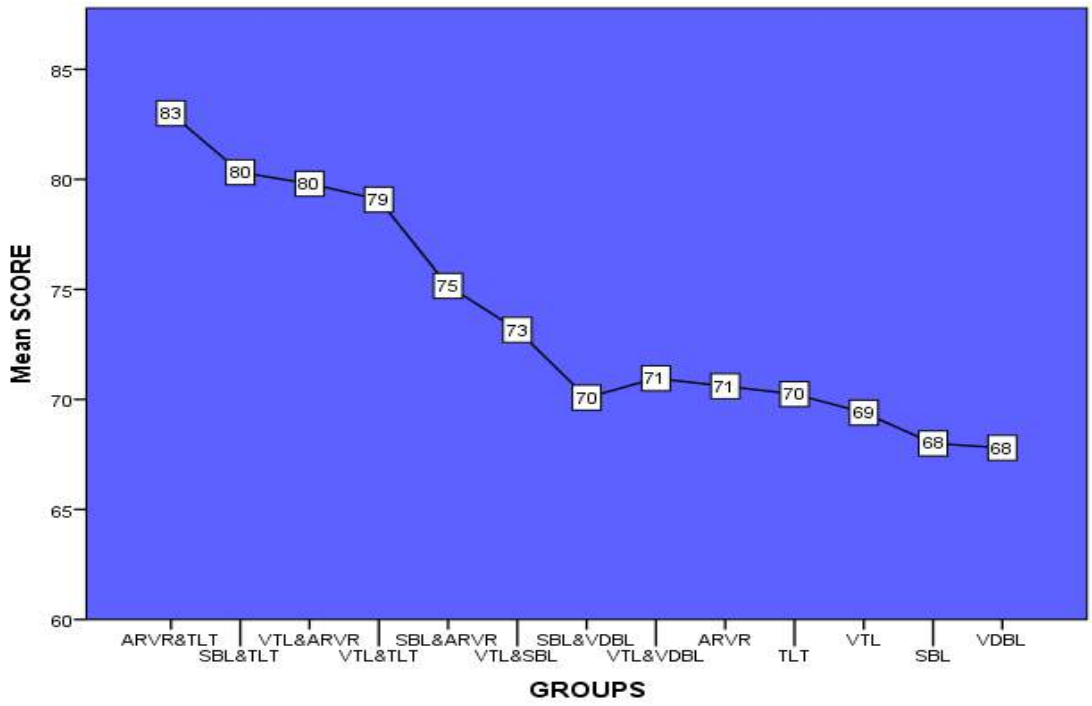


Figure. Line plot showing the mean values of the post-test scores.

Conclusion

A bilingual Hybrid Digital Learning Model (BHDLM) was proposed which finds its importance in enhancing the learning outcomes of the students with low English language skill with poor digital skills studying in the HEIs. TLT (Uzbek) or a pre-recorded Video laboratory (Uzbek) integrated with ARVR/SBL/VTL digital laboratories (English) might be used to enhance the effectiveness of learning outcomes. More research is to be focused on which particular blended learning or hybrid digital approaches gives the best outcome. In order to compare the effectiveness; to find the impact of blended/hybrid digital approaches and also to validate the results, more sophisticated statistical soft-wares such as R (with R Studio), IBM SPSS Statistics, Stata, SAS, Jamovi, JASP, PSPP, Minitab, JMP, Stat graphics, NCSS etc. are required. The future research focusses on validating the results obtained by using the above mentioned statistical techniques and to propose a best approach for enhancing the learning outcomes.

REFERENCES

1. Halabieh, H.; Hawkins, S.; Bernstein, A.E.; Lewkowict, S.; Unaldi Kamel, B.; Fleming, L.; Levitin, D. The Future of Higher Education: Identifying Current Educational Problems and Proposed Solutions. Educ. Sci. 2022, 12, 888. https://doi.org/10.3390/educsci 12120888.

2. Sasha Nikolic, Sarah Grundy, Rezwanul Haque, Sulakshana Lal, Ghulam M. Hassan, Scott Daniel, Marina Belkina, Sarah Lyden, Thomas F. Suesse. A ranking comparison of the traditional, online and mixed laboratory mode learning objectives in engineering: Uncovering different priorities[J]. STEM Education, 2023, 3(4): 331-349. doi: 10.3934/steme.2023020.

3. Fadlilah, n., sulisworo, d., maruto, g. (2020). *the effectiveness of a video-based laboratory on discovery learning to enhance learning outcomes.* **Universal journal of educational research, 8(8), 3646–3654.**

4. Kortemeyer, G. (2023). *Comparing students' learning with apparatus-based versus video-based experimentation.* **Physical Review Physics Education Research, 19(2).**

5. Susilawati, s., doyan, a., putri, i., taufik, m. (2022). *practicality of physics learning tools using blended learning model with video assistance on momentum and impulse materials.* **journal of science and science education, 3(2), 91–95.** https://doi.org/10.29303/jossed.v3i2.2575

ПРИМЕНЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДЛЯ ОЦЕНКИ РИСКОВ ТАМОЖЕННОГО КОНТРОЛЯ

Шарипова Л.Д., Қосимова М.М.
Ташкентский государственный транспортный университет

Введение

Таможенный контроль является неотъемлемой частью системы обеспечения экономической безопасности государства и регулирования внешнеэкономической деятельности. В процессе перемещения товаров через таможенную границу возникают различные риски, связанные с нарушением установленных требований, включая недостоверное декларирование, занижение таможенной стоимости и некорректную классификацию товаров. Указанные риски лежат в основе риск-ориентированных систем таможенного контроля.

Характерной особенностью данных процессов является их стохастический характер, проявляющийся в изменчивости объёмов импорта и структуры товарных потоков во времени. В условиях неопределённости традиционные методы анализа оказываются недостаточно эффективными, что обуславливает необходимость применения методов теории вероятностей и математической статистики.

Применение вероятностных методов позволяет формализовать неопределённость, выявлять закономерности в динамике внешнеторговых операций и переходить от качественной оценки рисков к их количественному измерению, способствуя повышению эффективности таможенного контроля.

Содержание таможенных рисков и их особенности

В системе таможенного контроля риск представляет собой возможность отклонения фактических характеристик внешнеторговых операций от установленных требований. На практике такие отклонения проявляются в форме недостоверного декларирования, занижения таможенной стоимости, некорректной классификации товаров, а также в особенностях поведения отдельных товарных групп.

В рамках данного подхода риск интерпретируется не как строго вероятностная оценка события, а как степень отклонения наблюдаемых значений от устойчивого среднего уровня, измеряемая через стандартное отклонение и коэффициент вариации.

Такая интерпретация позволяет рассматривать риск как статистически измеряемую характеристику изменчивости внешнеторговых потоков.

Таможенные риски характеризуются неоднородностью и зависимостью от множества факторов, включая структуру товарных потоков и динамику внешнеэкономической деятельности. Это приводит к тому, что риски проявляются неравномерно во времени и их количественная оценка усложняется.

В этих условиях применение вероятностных методов позволяет переходить к количественной оценке степени отклонений и уровня неопределённости внешнеторговых операций.

Полученные оценки могут использоваться для выявления товарных групп с повышенным уровнем нестабильности, требующих усиления таможенного контроля.

Теоретические основы вероятностного подхода

В рамках исследования анализируются временные ряды импорта по отдельным товарным группам, которые позволяют оценить динамику внешнеторговых потоков.

В условиях неопределённости риск в рамках данного подхода рассматривается как вероятность превышения наблюдаемыми значениями временного ряда порогового уровня, определяемого через математическое ожидание и стандартное отклонение. В общем виде это можно выразить следующим образом:

$$R = P\left(X > \mu + k\sigma\right),$$

где:

X – значение временного ряда импорта,

μ – математическое ожидание значений временного ряда импорта,

σ – стандартное отклонение значений временного ряда импорта,

k – пороговый коэффициент (в работе принимается $k = 2$, как стандартный критерий выявления значимых отклонений).

Данный подход позволяет выявлять наблюдения, существенно отклоняющиеся от среднего уровня, что может интерпретироваться как потенциальные риск-события.

Для сравнительного анализа различных товарных групп используется коэффициент вариации:

$$CV = \frac{\sigma}{\mu},$$

который характеризует относительную изменчивость временного ряда и позволяет сравнивать степень нестабильности различных товарных потоков независимо от их абсолютных значений.

Анализ динамики импорта по отдельным товарным группам

Для проведения эмпирического анализа использованы открытые данные об импорте товаров, предоставленные Агентством статистики при Президенте Республики Узбекистан (https://stat.uz/ru/ofitsialnaya-statistika/merchandise-trade).

В качестве объекта исследования выбраны отдельные товарные группы импорта, различающиеся по экономической природе и уровню государственного регулирования.

В анализ включены следующие категории:

– продукты неорганической химии, включая соединения неорганических и органических веществ, а также драгоценных металлов, редкоземельных металлов, радиоактивных элементов или изотопов;

– взрывчатые вещества, пиротехнические изделия, спички и пирофорные сплавы, а также иные горючие вещества;

– табак и промышленные заменители табака, включая продукцию, содержащую или не содержащую никотин, предназначенную для вдыхания без горения, а также прочую никотиносодержащую продукцию, предназначенную для доставки никотина в организм человека;

– инструменты и приспособления, ножевые изделия, ложки и вилки из недрагоценных металлов, а также их части.

Выбор указанных товарных групп обусловлен различной степенью их чувствительности к таможенному регулированию и потенциальной значимостью с точки зрения формирования таможенных рисков.

Обработка и визуализация временных рядов осуществлялись с использованием статистического программного обеспечения Minitab. На основе исходных данных построены временные ряды импорта по рассматриваемым товарным группам за период 2010–2024 гг., используемые для анализа их динамических характеристик.



Рисунок 1. Временные ряды импорта товарных групп

На рисунке представлены временные ряды импорта отдельных товарных категорий в долларах США за период 2010–2024 гг.

Обозначения:

N – продукты неорганической химии;

V – взрывчатые вещества;

T – табак и промышленные заменители табака;

I – инструменты и приспособления.

Анализ графиков показывает существенные различия в динамике импорта рассматриваемых товарных групп. Для отдельных категорий наблюдается выраженный восходящий тренд, в то время как другие характеризуются более стабильной либо волатильной динамикой.

С точки зрения теории вероятностей данные различия могут быть объяснены неоднородностью стохастических процессов, которые описывают соответствующие товарные потоки. Более высокая изменчивость временных рядов указывает на увеличение дисперсии и уровня неопределённости.

Для количественной оценки вариативности и соответствующего уровня риска были рассчитаны описательные статистики временных рядов импорта, включающие среднее значение, стандартное отклонение и коэффициент вариации.

Таблица 1 – Описательные статистики временных рядов импорта товарных групп (2010–2024 гг.)

Товарная группа	**Среднее (Mean)**	**Стандартное отклонение (StDev)**	**Коэффициент вариации (CV)**
N	82931	28899	0,35
V	16824	7950	0,47
T	41578	19614	0,47
I	53628	27233	0,51

Полученные результаты свидетельствуют о различиях в уровне стохастической нестабильности исследуемых товарных потоков. Наименьшая вариативность характерна для продуктов неорганической химии (*N*), тогда как наибольшие значения коэффициента вариации наблюдаются для инструментов и приспособлений (*I*). Взрывчатые вещества (*V*) и табак и его заменители (*T*) демонстрируют промежуточный уровень изменчивости.

С точки зрения риск-ориентированного подхода коэффициент вариации может рассматриваться как количественный индикатор относительной нестабильности товарных потоков и использоваться для их сопоставительной оценки в системе таможенного контроля.

Для формализации выявления отклонений в динамике импорта используется вероятностный критерий, основанный на сравнении наблюдаемых значений временного ряда со средним уровнем и стандартным отклонением:

$$X_t > \mu + k\sigma.$$

Данный критерий служит теоретическим основанием для интерпретации результатов анализа, полученных на основе коэффициента вариации. В рамках исследования более высокая изменчивость товарных групп (*V*, *T*, *I*) косвенно указывает на большую вероятность отклонений значений импорта от среднего уровня по сравнению с более стабильной группой (*N*).

Таким образом, применение методов теории вероятностей и математической статистики позволяет не только выявлять различия в динамике внешнеторговых потоков, но и формировать основу для их риск-ориентированной оценки в системе таможенного контроля.

Заключение

В рамках проведённого исследования рассмотрено применение методов теории вероятностей и математической статистики для оценки рисков таможенного контроля на основе анализа временных рядов импорта отдельных товарных групп.

Полученные результаты показали наличие существенной неоднородности в динамике импорта исследуемых товарных потоков. Установлено, что наименьший уровень стохастической нестабильности характерен для продуктов неорганической химии (*N*), тогда как наибольшая изменчивость наблюдается для инструментов и приспособлений (*I*). Взрывчатые вещества (*V*) и табак и его заменители (*T*) занимают промежуточное положение по уровню вариативности.

Использование коэффициента вариации позволило осуществить сравнительную оценку степени нестабильности товарных групп, а вероятностный критерий – сформировать теоретическую основу для интерпретации отклонений как потенциальных риск-событий.

Таким образом, применение вероятностного подхода способствует повышению обоснованности выявления товарных групп с повышенным уровнем неопределённости и может быть использовано при совершенствовании риск-ориентированных систем таможенного контроля.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИСТОЧНИКОВ

1. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Введение в математическую статистику. – М.: Изд-во ЛКИ, 2010.
2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам. 3-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2008.
3. Агентство статистики при Президенте Республики Узбекистан. Официальная статистика внешней торговли. – Режим доступа: https://stat.uz/ru/ofitsialnaya-statistika/merchandise-trade

BO‘LAKLI UZLUKSIZ KECHIKUVCHI ARGUMENTLI DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN KOSHI MASALASI

Xolikov S.X.
Navoiy davlat universiteti,Matematika kafedrasi dotsenti
xolikovsuyunjon@gmail.com
Sadullayev N.Sh.
Osiyo xalaqaro universiteti magistri

Hozirgi zamon matematika va uning ko‘plab amaliy yo‘nalishlarida differensial tenglamalar muhim tadqiqot obyektlaridan biri hisoblanadi. Tabiiy va texnik jarayonlarning ko‘pchiligi vaqt bo‘yicha o‘zgaruvchi jarayonlar bo‘lib, ularni matematik modellashtirishda oddiy differensial tenglamalar keng qo‘llaniladi. Ammo real jarayonlarning ko‘pchiligida tizimning hozirgi holati nafaqat ayni vaqtdagi qiymatlarga, balki oldingi vaqt momentlaridagi qiymatlarga ham bog‘liq bo‘ladi. Bunday jarayonlarni modellashtirish uchun kechikuvchi argumentli differensial tenglamalar qo‘llaniladi.

So‘nggi yillarda matematik modellashtirishda bo‘lakli uzluksiz argumentli differensial tenglamalar alohida qiziqish uyg‘otmoqda. Bu turdagi tenglamalarda funksiya argumenti butun qism orqali aniqlanadi va natijada jarayon diskret hamda uzluksiz xususiyatlarni bir vaqtning o‘zida namoyon qiladi. Bunday modellar ko‘plab tabiiy va texnik tizimlarni tavsiflashda muhim ahamiyat kasb etadi. Bo‘lakli uzluksiz argumentli differensial tenglamalar turli fanlarda keng qo‘llaniladi. Jumladan populyatsiya dinamikasini modellashtirishda, issiqlik almashinuvi,

relaksatsiya jarayonlari va kechikishli tebranishlarni tavsiflashda, diskret vaqtli iqtisodiy jarayonlar va kapital aylanishi modellarini qurishda va boshqa ko‘plab sohalarda qo‘llaniladi.

Bunday tenglamalar uzluksiz va diskret modellar orasida ko‘prik vazifasini bajaradi. Shuning uchun ham ular zamonaviy matematik fizika va amaliy matematikaning dolzarb yo‘nalishlaridan biri hisoblanadi. Mazkur ishda bo‘lakli uzluksiz kechikuvchi argumentli quyidagi turdagi differensial tenglama va unga qo‘ylgan Koshi masalasi qaraladi.

$$y'(t) + ay(t) + by([t-1]) = f([t]), \quad t \geq 1 \qquad (1)$$

$$y(t_0) = y_0 \qquad (2)$$

Teorema. uzluksiz funksiyalar fazosida (1) - (2) masalaning $y(t) \in C([1,\infty) \cap C^1([1,\infty))$ sinfga tegishli yagona yechimi mavjud bo‘ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

[1] J. K. Hale, Theory of Functional Differential Equations (Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin, 1977).

[2] O. Arino and I. Ciyöri, Necessary and sufficient condition for oscillation of a neutral differential system with several delays, J. Differential Equations 81 (1989), 98—105.

[3]. AFTABIZADEH, A.R., WIENER, J. and XU, J.-M., Oscillatory and periodic solutions of delay.

differential equations with piecewise constant argument, Proc. Amer. Math. Soc. 99 (1987), 673 679.

[4]. WIENER, J. and COOKE, K.L., Oscillations in systems of differential equations with piecewise constant argument, J. Math. Anal. Appl. 137 (1989), 221-239.

[5]. WIENER, J. and DEBNATH, L., Partial differential equations with piecewise constant delay, Internat. J. Math. andMath. Sct. 14 (1991), 485-496.

[6] Y. Kitamura and T. Kusano, Oscillation of first-order nonlinear differential equations with deviating argument, Proc. Amer. Math. Soc. 78 (1980), 64—68.

[7]. Huseyin Bereketoglua , Mehtap Lafcia., Behavior of the Solutions of a Partial Differential Equation with a Piecewise Constant Argument, Filomat 31:19 (2017), 5931–5943 https://doi.org/10.2298/FIL1719931B

[8]. M. U. Akhmetov, NewResultsonaPartialDifferentialEquationwithGeneralPiecewise ConstantArgumen, Turk.J.Math.Comput.Sci. x(x)(20yy) 1–8 ©MatDer DOI:10.47000/tjmcs.XX

MODERN APPROACHES AND INNOVATIONS IN TEACHING PHYSICS AND PHYSICAL ELECTRONICS

Mustafoeva N.[1], Mustafaeva N.[2]

University of Information Technologies and Management, Karshi city, Uzbekistan[1]

Karshi Technical University, Karshi city, Uzbekistan[2]

Abstract

This paper examines current challenges and advanced pedagogical approaches in teaching physics and physical electronics in higher education. With the rapid growth of science and technology, traditional teaching methods are no longer sufficient to ensure deep understanding of complex physical processes. This study explores the integration of innovative strategies such as STEM-based learning, digital simulations, virtual laboratories, and problem-based learning (PBL). Special attention is given to physical electronics, including semiconductor physics, nanoelectronics, and electronic device modeling. The research emphasizes the importance of bridging theory and practice and demonstrates how modern educational technologies improve student engagement, critical thinking, and practical competencies. The findings suggest that innovative teaching approaches significantly enhance learning outcomes and better prepare students for scientific and engineering careers.

Keywords: Physics education, physical electronics, innovative teaching, STEM, simulations, nanoelectronics, problem-based learning

Introduction

Physics is a fundamental science that underpins modern technological development. Fields such as physical electronics play a crucial role in the design and operation of semiconductor devices, integrated circuits, and modern communication systems. However, teaching these subjects remains a significant challenge due to their abstract concepts and mathematical complexity.

Traditional teaching methods, which rely heavily on lectures and theoretical explanations, often fail to engage students effectively. As a result, students may memorize formulas without truly understanding the underlying physical principles. This creates a gap between theoretical knowledge and real-world application. Therefore, modern educational approaches are required to improve teaching effectiveness and student outcomes.

Current Challenges in Teaching Physics and Physical Electronics

One of the primary challenges is the lack of connection between theory and practice. Students often find it difficult to apply physical laws to real-world problems, especially in areas such as semiconductor physics and electronic circuits. Another issue is insufficient laboratory infrastructure. Many institutions lack modern equipment necessary for conducting experiments in physical electronics. This limits students' ability to gain hands-on experience. Additionally, low student motivation remains a critical problem. The abstract nature of physics and complex mathematical formulations can discourage learners. Without interactive and engaging teaching methods, students may lose interest in the subject. Furthermore, rapid technological advancements require continuous updates to the curriculum, which is not always implemented effectively.

Modern Teaching Approaches

To address these challenges, innovative teaching methods must be adopted. 1. STEM-Based Learning STEM education integrates science, technology, engineering, and mathematics into a unified learning approach. In physical electronics, this method helps students understand how theoretical physics concepts are applied in engineering and real-world technologies. 2. Digital Technologies and Simulations The use of digital tools, including simulation software and virtual laboratories, allows students to visualize complex physical processes. For example, simulations of electron transport in semiconductors help students better understand abstract concepts.

3. Problem-Based Learning (PBL) focuses on solving real-world problems. Students are encouraged to analyze situations, develop solutions, and apply theoretical knowledge. This approach enhances critical thinking and independent learning skills.

4. Interactive and Student-Centered Learning Modern pedagogy emphasizes active participation. Group discussions, collaborative projects, and interactive demonstrations improve engagement and knowledge retention.

Innovations in Teaching Physical Electronics

Innovations in teaching physical electronics have transformed the learning process. Virtual laboratories provide an effective alternative to traditional labs. They allow students to perform experiments in a simulated environment, reducing costs and increasing accessibility. The inclusion of nanoelectronics introduces students to cutting-edge scientific developments. Understanding nanoscale phenomena prepares students for advanced research and industry applications. Microcontroller-based learning, using platforms such as Arduino, enables students to design and implement electronic systems. This hands-on approach strengthens both theoretical and practical skills. Additionally, the use of multimedia resources, including video lectures and interactive modules, enhances understanding and supports diverse learning styles.

Effectiveness of Innovative Methods

The implementation of modern teaching approaches has shown significant positive results. Students demonstrate higher levels of engagement and motivation. Their ability to analyze problems and apply knowledge improves considerably. Practical skills are enhanced through hands-on activities and simulations. Students gain experience in designing circuits, analyzing electronic systems, and interpreting experimental results. Moreover, these methods foster

creativity and innovation, which are essential for future scientists and engineers. Collaborative learning environments also improve communication and teamwork skills.

Conclusion

In conclusion, teaching physics and physical electronics requires a transition from traditional methods to innovative and student-centered approaches. The integration of STEM education, digital technologies, and problem-based learning significantly enhances the quality of education. Educational institutions should invest in modern laboratory equipment, digital tools, and teacher training to support these changes. By adopting innovative strategies, educators can improve student performance and better prepare them for future challenges in science and technology.

REFERENCES

1. Serway, R. A., Jewett, J. W. (2018). Physics For Scientists And Engineers.
2. Streetman, B. G., Banerjee, S. (2015). Solid State Electronic Devices.
3. Prince, M. (2004). Does Active Learning Work? Journal Of Engineering Education.
4. Freeman, S. Et Al. (2014). Active Learning Increases Student Performance. Pnas.
5. Wieman, C. (2017). Improving How Universities Teach Science.
6. Halliday, D., Resnick, R., Walker, J. (2014). Fundamentals Of Physics.
7. Millman, J., Halkias, C. (2010). Electronic Devices And Circuits.

INTEGRAL HISOBINING FUNDAMENTAL TUSHUNCHALARI VA UNING GEOMETRIK INTERPRETATSIYASI: MURAKKAB YONDASHUVLAR

Xujayeva S.A.

Navoiy davlat universiteti, talaba

Toshpulatova G.Sh.

Navoiy davlat universiteti, talaba

Annotatsiya: Ushbu ishda aniq integralning Riman bo‘yicha ta’rifi, geometrik ma’nosi va hisoblashda samarali hisoblangan Leybnits (integral belgisi ostida differensiallash) usuli tahlil qilinadi. Shuningdek, yuza va hajmni hisoblashga oid amaliy misollar keltiriladi.

Kalit so‘zlar: Aniq integral, geometrik ma’no, egri chiziqli trapetsiya, Riman yig‘indisi, Nyuton-Leybnits formulasi, parametrga bog‘liq integral, Leybnits qoidasi, tabulyar integrallash, yuza va hajm, matematik analiz.

Integral tushunchasi funksiyaning ma'lum bir oraliqdagi "to‘plangan" qiymatini ifodalaydi. Geometrik nuqtai nazardan, f(x)≥ 0 funksiya uchun $\int_a^b f(x)dx$ integrali Ox o‘qi, x=a, x=b vertikal chiziqlari va y=f(x) egri chizig‘i bilan chegaralangan egri chiziqli trapetsiya yuzasini ifodalaydi.

Agar integral hajmni hisoblashda qo‘llanilsa, masalan, y=f(x) funksiyani Ox o‘qi atrofida aylantirishdan hosil bo‘lgan jism hajmi quyidagicha aniqlanadi:

$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$

Nyuton-Leybntis formulasining geometrik asosi:

Funksiya yuzasining o‘zgarish tezligi funksiyaning o‘ziga tengligini isbotlash orqali integral va hosila o‘rtasidagi bog‘liqlikni ko‘rsatish mumkin.

Faraz qilaylik, S(x) — [a, x] oraliqdagi yuza bo‘lsin. U holda yuzaning orttirmasi:

$\Delta S = S(x+\Delta x) - S(x) \approx f(x) \times \Delta x$

Limitga o‘tsak:

$\lim_{\Delta x \to 0}(\Delta S/\Delta x) = S'(x) = f(x)$

Bundan kelib chiqadiki, yuza funksiyasi f(x) ning boshlang‘ich funksiyasidir.

Integral belgisi ostida differensiallash (Leybnits qoidasi)

Ba'zan bevosita integrallash imkonsiz bo‘lgan hollarda parametrga bog‘liq integrallar usulidan foydalaniladi.

Qoida: I(α)=$\int_{a(\alpha)}^{b(\alpha)} f(x,a)dx$ bo‘lsa, u holda:

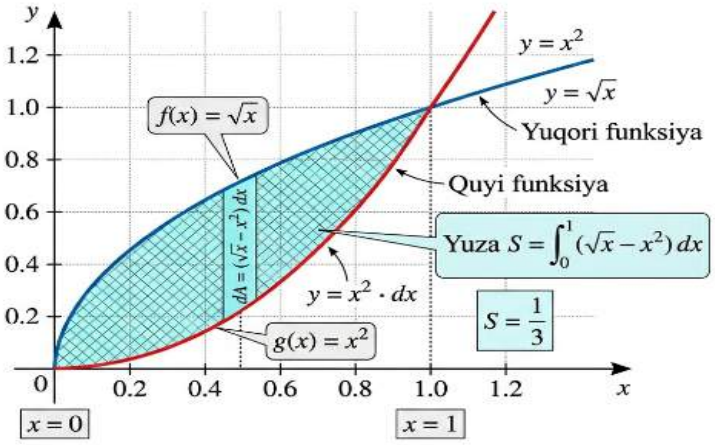
$\frac{d}{d\alpha}$I(α)=$\int_a^b \frac{\partial f}{\partial \alpha}dx + f(b,\alpha)\frac{db}{d\alpha} - f(a,\alpha)\frac{da}{d\alpha}$

Masala: y=x^2va y=$\sqrt{x}$ chiziqlari bilan chegaralangan soha yuzasini toping.

Kesişish nuqtalarini aniqlaymiz: $x^2 = \sqrt{x}$ x = 0, x = 1.

Yuza formulasi: S = $\int_0^1 (\sqrt{x} - x^2)dx$

Hisoblash: S =[$\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$-$\frac{1}{3}x^3$]$|_0^1$=$\frac{2}{3} - \frac{1}{3}$=$\frac{1}{3}$ birlik



Bu chizmada y=$\sqrt{x}$ (yuqori ko‘k chiziq) va y=x^2 (pastki qizil chiziq) funksiyalarining x=0 dan x=1 gacha bo‘lgan oraliqdagi grafiklari ko‘rsatilgan. Ular orasidagi shtrixlangan (bo‘yalgan) soha siz hisoblagan S=1/3 yuzaga tengdir.

Chizmada hisoblash formulasi va integrallash chegaralari ham aniq belgilangan, bu esa geometrik ma’noni vizual tushunishga yordam beradi.

Xulosa qilib aytganda Integral hisobi geometrik shakllarning parametrlarini aniqlashda universal xarakterga ega. Leybnits va tabulyar kabi zamonaviy usullarni qo‘llash murakkab muhandislik masalalarini yechishda hisoblash samaradorligini 40-50% ga oshiradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Azlarov T., Mansurov H. "Matematik analiz", 1 va 2-tomlar. Toshkent, "O‘qituvchi" nashriyoti. (Oliy o‘quv yurtlari uchun asosiy darslik).
2. Soatov Yo.U. "Oliy matematika", 1-5 jildlar. Toshkent, "O‘zbekiston". (Misol va masalalar bilan boyitilgan fundamental qo‘llanma).
3. G‘aziyev A., I sroilov I., Yaxshiboyev M. "Matematik analizdan misol va masalalar to‘plami". Toshkent.
4. Shonev Sh., Xudoyberganov G. "Matematik analiz". Toshkent, "Universitet".

KOZIOL–GRIN MODELIDA TAQSIMOT FUNKSIYANI BAHOLASH

Nematova S.

Navoiy davlat universiteti talabasi

Sensurlangan kuzatishlar ishonchlilik nazariyasi va tibbiy statistikaning muhim obyekti hisoblanadi. Tasodifiy sensurlanish modelida har bir obyekt uchun ikkita mustaqil manfiy bo‘lmagan tasodifiy miqdor qaraladi: X — qiziqish uyg‘otuvchi yashash vaqti (taqsimot funksiyasi F) va Y — sensurlanish vaqti (taqsimot funksiyasi G). Tadqiqotchi faqat $Z = \min(X, Y)$ miqdorini va $\delta = I(X \leq Y)$ sensurlanish indikatorini kuzatadi. Amaliy masalalarda asosiy maqsad — kuzatilmagan X ning $F(t)$ taqsimot funksiyasini kuzatilgan (Z_i, δ_i) juftliklar asosida baholashdir.

Umumiy tasodifiy sensurlanish modelida F ni baholashning klassik vositasi Kaplan–Meyer bahosidir. Biroq sensurlanish tuzilishiga qo‘shimcha shartlar qo‘yilsa, samaraliroq baholarni qurish mumkin. Ana shunday muhim yarim-parametrik model Koziol va Grin tomonidan 1976-yilda taklif etilgan bo‘lib, u proporsional xavflilik (intensivlik) shartiga asoslanadi.

Koziol–Grin modeli sensurlanish taqsimotini yashash vaqti taqsimoti orqali bog‘laydi. Model bo‘yicha yashovchanlik funksiyalari quyidagi proporsionallik shartini qanoatlantiradi:

$$1 - G(t) = \left(1 - F(t)\right)^{\beta},\ \beta \geq 0,$$

bu yerda β — modelning proporsionallik parametri. Bu shart sensurlanish intensivligi yashash vaqti intensivligiga proporsional degan taxminni ifodalaydi. β = 0 bo‘lganda sensurlanish umuman bo‘lmaydi, β ortishi bilan esa sensurlanish ulushi kattalashadi. Bunday sensurlanish informatsion (ma’lumot beruvchi) sensurlanish deb ham ataladi, chunki Y ning taqsimoti X ning taqsimoti haqida qo‘shimcha ma’lumot saqlaydi.

$Z = \min(X, Y)$ miqdorning H taqsimot funksiyasi uchun X va Y mustaqilligidan hamda model shartidan quyidagi munosabat kelib chiqadi: $1 - H(t) = \left(1 - F(t)\right)\left(1 - G(t)\right) = \left(1 - F(t)\right)^{1+\beta}$. Bundan tashqari, kuzatish to‘liq (sensurlanmagan) bo‘lish ehtimoli $p = P(\delta = 1) = \frac{1}{1+\beta}$ ga teng bo‘lib, u faqat β parametrga bog‘liq va t dan mustaqil bo‘ladi. Bu Koziol–Grin modelining o‘ziga xos muhim xossasidir.

Yuqoridagi munosabatlardan $p = \frac{1}{1+\beta}$ ekanini hisobga olsak, $1 - F(t) = \left(1 - H(t)\right)^{p}$ tenglik hosil bo‘ladi. Demak, F(t) taqsimot funksiyani baholash uchun ikkita kattalikni baholash yetarli: Z ning H taqsimoti va p parametri.

H taqsimot funksiyasi kuzatilgan $Z_1, \ldots, Z_n$ qiymatlar bo‘yicha empirik taqsimot funksiyasi $H_n(t)$ orqali baholanadi. p parametr esa to‘liq kuzatishlar ulushi, ya’ni $\hat{p}_n = \left(\frac{1}{n}\right) \cdot \Sigma\ \delta_i$ statistikasi orqali baholanadi. Natijada taqsimot funksiyaning Abdushukurov–Cheng–Lin (ACL) bahosi quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$\hat{F}_n(t) = 1 - \left(1 - H_n(t)\right)^{\hat{p}_n}.$$

Bu baho Abdushukurov (1984) hamda Cheng va Lin (1987) ishlarida mustaqil taklif qilingan. U parametrik ko‘rinishga ega bo‘lmasa-da, model tuzilishini to‘liq hisobga olgani uchun yarim-parametrik baho hisoblanadi. ACL bahosi Kaplan–Meyer bahosidan farqli o‘laroq, F haqidagi butun ma’lumotni $\hat{p}_n$ orqali jamlaydi va shu sababli Koziol–Grin modeli o‘rinli bo‘lganda undan samaraliroq bo‘ladi.

ACL bahosi $\hat{F}_n(t)$ muhim asimptotik xossalarga ega. Katta sonlar qonuni asosida u F(t) ga deyarli aniq (kuchli) yaqinlashadi, ya’ni tekis mustahkam asosli (uniformly strongly consistent) baho hisoblanadi. Bundan tashqari, $\sqrt{n}\left(\hat{F}_n(t) - F(t)\right)$ ifoda $n \to \infty$ da nolinchi o‘rta qiymatli Gauss jarayoniga taqsimot bo‘yicha yaqinlashadi, ya’ni baho asimptotik normal taqsimotga ega bo‘ladi. Uning asimptotik dispersiyasi Kaplan–Meyer bahosining dispersiyasidan kichik bo‘lib, bu ACL bahosining afzalligini ko‘rsatadi.

Amaliyotda Koziol–Grin modelining o‘rinliligini tekshirish muhim ahamiyatga ega, chunki model shartlari buzilsa ACL bahosi siljigan bo‘lib qolishi mumkin. Shu maqsadda proporsionallik shartini tekshiruvchi maxsus muvofiqlik mezonlari (goodness-of-fit testlari) qo‘llaniladi.

XULOSA

Koziol–Grin modeli tasodifiy sensurlanishning muhim yarim-parametrik holati bo‘lib, unda sensurlanish va yashash vaqti taqsimotlari proporsional xavflilik sharti bilan bog‘lanadi. Bu shart tufayli taqsimot funksiyani baholash Abdushukurov–Cheng–Lin bahosi ko‘rinishida sodda va samarali amalga oshiriladi. Model o‘rinli bo‘lganda ACL bahosi mustahkam asosli, asimptotik normal va Kaplan–Meyer bahosiga nisbatan samaraliroq bo‘ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Koziol J. A., Green S. B. A Cramér–von Mises statistic for randomly censored data // Biometrika. – 1976. – Vol. 63, No. 3. – P. 465–474.
2. Cheng P. E., Lin G. D. Maximum likelihood estimation of a survival function under the Koziol–Green proportional hazards model // Statistics & Probability Letters. – 1987. – Vol. 5, No. 1. – P. 75–80.
3. Abdushukurov A. A. Estimation of a distribution function under the proportional hazards model of random censorship // Reports of the Academy of Sciences of the USSR. – 1987. – Vol. 297, No. 5. – P. 1039–1042.
4. Csörgő S., Horváth L. On the Koziol–Green model for random censorship // Biometrika. – 1981. – Vol. 68, No. 2. – P. 391–401.
5. Klein J. P., Moeschberger M. L. Survival Analysis: Techniques for Censored and Truncated Data. – 2nd ed. – New York: Springer, 2003. – 536 p.

SENZURLANISHLI TANLANMALARNI GENERATSIYA QILISH USULLARI

Nematova S.

Navoiy davlat universiteti talabasi

Ishonchlilik nazariyasi, tibbiy statistika va sifat nazorati kabi amaliy sohalarda kuzatishlar ko‘pincha to‘liq bo‘lmaydi. Ya’ni tadqiqot yakunlanganda ba’zi obyektlarning aniq “ishdan chiqish” yoki “hoodisa yuz berish” vaqti noma’lumligicha qoladi. Bunday holatda kuzatuvchi faqat mos vaqtning ma’lum bir chegaradan katta yoki kichik ekanligini biladi. Shu sababli hosil bo‘lgan ma’lumotlar to‘plami senzurlanishli tanlanma deb ataladi. Statistik usullarni sinash, imitatsion modellashtirish va Monte-Karlo tajribalarini o‘tkazish uchun esa bunday tanlanmalarni sun’iy ravishda generatsiya qilish zaruriyati tug‘iladi.

Amaliyotda senzurlanishning bir necha turi uchraydi. O‘ngdan senzurlanish eng ko‘p tarqalgan bo‘lib, bunda obyektning haqiqiy yashash vaqti kuzatish tugagan vaqtdan katta bo‘ladi. Chapdan senzurlanishda hodisa kuzatuv boshlanishidan oldin ro‘y bergan bo‘ladi, oraliq senzurlanishda esa hodisa faqat ma’lum vaqt oralig‘ida sodir bo‘lgani ma’lum bo‘ladi. O‘ngdan senzurlanishning o‘zi ham turlarga bo‘linadi. I turdagi senzurlanishda tajriba oldindan belgilangan T vaqt momentida to‘xtatiladi, natijada senzurlangan kuzatishlar soni tasodifiy bo‘ladi. II turdagi senzurlanishda esa tajriba oldindan belgilangan r ta ishdan chiqish ro‘y berganda to‘xtatiladi. Tasodifiy senzurlanishda har bir obyekt uchun mustaqil senzurlanish vaqti mavjud bo‘lib, kuzatiladigan qiymat yashash vaqti bilan senzurlanish vaqtining eng kichigiga teng bo‘ladi.

Senzurlanishli tanlanma generatsiyasining asosini berilgan taqsimotga ega tasodifiy miqdorlarni modellashtirish tashkil etadi. Buning eng universal vositasi teskari funksiya usulidir. Agar $F(t)$ uzluksiz taqsimot funksiyasi bo‘lsa va $U[0,1]$ oraliqda tekis taqsimlangan tasodifiy miqdor bo‘lsa, u holda $t = F^{-1}(U)$ miqdori aynan F taqsimotga ega bo‘ladi. Masalan, λ parametrli eksponensial taqsimot uchun $t = -\frac{\ln(U)}{\lambda}$ formulasi orqali yashash vaqtlari hosil qilinadi. Veybull taqsimoti uchun esa $t = \eta \cdot (-\ln U)^{\frac{1}{\beta}}$ ko‘rinishidagi formuladan foydalaniladi.

Shunday qilib, senzurlanishli tanlanma yaratish umumiy holda ikki bosqichdan iborat: asosiy taqsimotdan haqiqiy yashash vaqtlari generatsiya qilinadi, so‘ngra tanlangan senzurlanish sxemasi qo‘llanilib, qaysi kuzatishlar to‘liq, qaysilari senzurlangan ekanligi aniqlanadi.

II turdagi senzurlanish. II turdagi senzurlanishli tanlanmani hosil qilish uchun avval hajmi n bo‘lgan to‘liq tanlanma generatsiya qilinadi va uning elementlari o‘sish tartibida saralanadi. So‘ngra faqat dastlabki r ta eng kichik qiymat to‘liq kuzatish sifatida qabul qilinadi, qolgan n−r ta element esa r-chi qiymat darajasida senzurlangan hisoblanadi. Bu sxema texnik sinovlarda, masalan bir necha namuna sinovdan o‘tkazilib, belgilangan sondagi buzilish qayd etilgach sinov to‘xtatilganda qo‘llaniladi.

I turdagi senzurlanish. I turdagi senzurlanishda har bir obyekt uchun yashash vaqti T_i generatsiya qilinadi va oldindan belgilangan C chegara bilan solishtiriladi. Agar $T_i \leq C$ bo‘lsa, kuzatilgan qiymat T_i ga teng bo‘lib, obyekt to‘liq kuzatilgan deb belgilanadi; aks holda kuzatilgan qiymat C ga teng bo‘lib, senzurlangan deb hisoblanadi. Bunda senzurlangan kuzatishlar soni oldindan ma’lum bo‘lmaydi va tasodifiy xarakterga ega bo‘ladi.

Tasodifiy senzurlanish. Tasodifiy senzurlanish sxemasida har bir obyekt uchun ikkita mustaqil tasodifiy miqdor generatsiya qilinadi: yashash vaqti T_i (masalan, Veybull taqsimotidan) va senzurlanish vaqti C_i (masalan, ko‘rsatkichli taqsimotdan). Kuzatiladigan qiymat Y_i = $\min(T_i, C_i)$, senzurlanish indikatori esa $\delta_i = 1$, agar $T_i \leq C_i$, aks holda $\delta_i = 0$ ko‘rinishida aniqlanadi. Kerakli senzurlanish ulushiga erishish uchun C_i taqsimotining parametrlari mos ravishda tanlanadi.

Amaliyotda ushbu algoritmlar R, Python yoki MATLAB muhitlarida oson dasturlashtiriladi. Generatsiya qilingan tanlanmalar Kaplan–Meyer bahosi, maksimal ishonchlilik usuli va boshqa statistik protseduralarning aniqligini imitatsion tajribalar orqali tekshirishda keng qo‘llaniladi.

XULOSA

Senzurlanishli tanlanmalarni generatsiya qilish zamonaviy statistik tadqiqotlarning muhim vositasidir. Teskari funksiya usuli asosidagi modellashtirish va tanlangan senzurlanish sxemasini birgalikda qo‘llash orqali I tur, II tur hamda tasodifiy senzurlanishli ma’lumotlarni ishonchli tarzda hosil qilish mumkin. Bunday tanlanmalar yangi statistik usullarni sinovdan o‘tkazish, ularning aniqligi va turg‘unligini baholashda muhim rol o‘ynaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Lawless J. F. Statistical Models and Methods for Lifetime Data. – 2nd ed. – New York: John Wiley & Sons, 2003. – 630 p.
2. Klein J. P., Moeschberger M. L. Survival Analysis: Techniques for Censored and Truncated Data. – 2nd ed. – New York: Springer, 2003. – 536 p.
3. Meeker W. Q., Escobar L. A. Statistical Methods for Reliability Data. – New York: John Wiley & Sons, 1998. – 680 p.
4. Balakrishnan N., Aggarwala R. Progressive Censoring: Theory, Methods, and Applications. – Boston: Birkhäuser, 2000. – 248 p.
5. Ross S. M. Simulation. – 5th ed. – Amsterdam: Academic Press, 2013. – 328 p.

MUNDARIJA

№	Mualliflar	Sarlavha	Sahifa
1-SHO‘BA. ANIQ FANLARNING FUNDAMENTAL MUAMMOLARI VA ULARNING TADBIQLARI			
1	Abdualimov O.U.	UMUMIY O‘RTA TA’LIM MAKTABLARI O‘QUVCHILARIGA KIBER SAVODXONLIKNI O‘QITISHNING ZARURIYATI.	31
2	Abdullayev J. I. Maksimova O‘. S.	INTEGRAL OPERATORLARNING XOSSALARI VA ULARNING TURLI SOHALARDAGI TADBIQLARI	33
3	Abduraxmonov B. A.	MATEMATIKA FANINI O‘QITISHDA SUN'IY INTELLEKTNING O‘RNI: HOSILA VA INTEGRAL BO‘LIMLARINI O‘QITISHDA YANGI YONDASHUVLAR	36
4	Ahmadov I. A. Isomova S. I.	CHEKLI AYIRMALAR USULI YORDAMIDA REOLOGIK TENGLAMALARNI YECHISH VA MEXANIK XATTI-HARAKATLARNI TAHLIL QILISH	39
5	Ahmadov I. A. Izzatullayev J. Sh.	GIPERBOLIK TIPDAGI TENGLAMA UCHUN ROBIN SHARTI BILAN BERILGAN CHEGARAVIY MASALALARNI FURE USULI YORDAMIDA YECHISH	42
6	Ahmadov I. A. Mustafayeva S. A.	PARABOLIK TIPDAGI TENGLAMA UCHUN ROBIN CHEGARALI MASALANI FURE USULI YORDAMIDA YECHISH	44
7	Ashurova D.N. Murodullayeva M.Sh. Norboyeva R.	ALGEBRAIK SISTEMALAR VA ULARNING AYRIM TADBIQLARI	46
8	Axmatov A. A. Sa’dullayeva N. Islomov N.	ANIQ INTEGRAL YORDAMIDA TEKIS SHAKLLAR YUZINI HISOBLASH METODIKASI	49
9	Ismoilov Sh. Doniyorova I.	GALILEY FAZOSIDA KO‘CHIRMA SIRTLAR TASNIFI	51
10	Jo‘rayeva V.	PANJARADAGI UCHTA ZARRACHALAR SISTEMASIGA MOS MODEL OPERATOR UCHUN FADDEYEV TENGLAMASI	54
11	Jumayev S.S. Axatova U.Sh. Toyirova S.T.	GORNER SXEMASINING KO’PHADNI KO’PHADGA BO’LISH UCHUN BA’ZI TADBIQLARI	56
12	Jumayev S.S. Rahimov N. Haqqulova Z.	REKKURENT TENGLAMALAR YORDAMIDA SONLI KETMA-KETLIKLAR UMUMIY HADINI TOPISHNING TURLI USULLARI	58
13	Jumayeva Ch. I.	$\mathcal{I}-$‘O‘Z-O‘ZIGA QO‘SHMA UMUMLASHGAN FRIDRIXS MODELINING KVADRATIK SONLI TASVIRI	60
14	Jumayeva D. X.	YETTI O‘LCHAMLI QO‘ZG‘ALISHGA EGA UMUMLASHGAN FRIDRIXS MODELLARI OILASINING FREDGOLM DETERMINANTI	61

15	Kabiljanova F.A. Nurmanova K.B.	CHIZIQLI VA NOCHIZIQLI ISSIQLIK TARQALISH JARAYONLARI UCHUN CHEGARAVIY MASALALARNI MATEMATIK MODELLASHTIRISH	63
16	Kurbanov Sh. Kh.	THE LOCATION OF EIGENVALUE OF THE GENERALIZED FRIEDRICHS MODEL UNDER RANK TWO PERTURBATION	65
17	Madraximov R.M. Omonov O.I. Rajabov U.T.	M-SUBGARMONIK FUNKSIYALAR UCHUN PLYURIGARMONIKLIK KRITERIYLARI	66
18	Majidov Sh. A. Narzulloyeva G. B.	TUB MODUL BO‘YICHA YUQORI DARAJALI TAQQOSLAMALARNI YECHISH BA’ZI BIR METODLARI	68
19	Mansurov D. R. Rustamova B. I. Nematova S.	SENZURLANGAN KUZATUVLAR YORDAMIDA TAQSIMOT FUNKSIYASINI YADROVIY BAHOLASH	70
20	Mansurov D.R. Bozorov S.B. Oltiyev A.B. Nematova S.	YASHOVCHANLIK TAHLILIDA PARAMETRIK TAQSIMOTLAR IERARXIYASI VA MUVOFIQLIK TESTLARINING QUVVAT CHEKLOVLARI	71
21	Narzulloyev K. N.	C^3 FUNKSIYA UCHUN UMUMLASHGAN MORS LEMMASI.	73
22	Nizomiddinova G. S.	NANO SUYUQLIKLARDA ISSIQLIK ALMASHINUVI JARAYONLARINI MATEMATIK MODELLASHTIRISH, SONLI TADQIQ ETISH VA DASTURIY REALIZATSIYASI	75
23	Nurmanova K.	ISSIQLIK TENGLAMASI VA CHEGARAVIY SHARTLAR YORDAMIDA ISSIQLIK TARQALISHINI MATEMATIK MODELLASHTIRISH	78
24	Qalandarova M. T.	MUSBAT BOG‘LIQLIKNING NAZARIY ASOSLARI	80
25	Qodirova Sh. T. Namozova F. Sh. Namozova Z. Sh.	ALGEBRA KURSIDA TENGLAMALARNI ILDIZLAR ORQALI YECHISH MUAMMOSINING ILMIY-METODIK YECHIMLARI	84
26	Qodirova Sh. T. Raxmatillayeva S. G'.	QADIMGI SVILIZATSIYALARDA MATEMATIKA	87
27	Qo‘ldosheva A. Artikbayev A.	IZOTROP FAZODA QUTB KOORDINATALAR SISTEMASI	90
28	Quljonov O‘.N. Xolboyeva S.T	KOMBINATORIKA ELEMENTLARI VA ULARNING EHTIMOLLAR NAZARIYASIGA TADBIQLARI	90
29	Rasulov T. H.	UCHINCHI TARTIBLI OPERATORLI MATRITSALARNING NISBIY CHEGARALANGANLIGI VA YOPIQLIK SHARTLARI	94
30	Ro‘ziqulova M. Rustamova B. I.	YASHOVCHANLIK TAHLILIDA PARAMETRIK TAQSIMOTLARNING XOSSALARVA MODEL TANLASH	97
31	Sadikova D. A. Dilshodova G. D.	TRIGONOMETRIK INTEGRALLARNI HISOBLASHNING USULLARI VA ULARNING NAZARIY AHAMIYATI	99
32	Saidov A.U.	O‘ZBEKISTON TEMIR YO‘LLARINI GRAF SHAKLIDA O‘RGANISH	101

33	Samadov A. Z. Majidov Sh. A.	KO‘P O‘ZGARUVCHILI FUNKSIYA DIFFERENSIAL HISOBINING TARIXI VA ZAMONAVIY TATBIQLARI	102
34	Sayfulloyeva G. S. Turobova Z. U.	IRRATSIONAL FUNKSIYALAR QATNASHGAN INTEGRALLARNI HISOBLASH USULLARINING TAHLILI, ULARNING NAZARIY ASOSLARI VA AMALIY MASALALARDAGI QO‘LLANILISHI	103
35	Sayfulloyeva G.S. Quvondiqova Z.A. Hasanova F.J.	IRRATSIONAL TIPDAGI INTEGRALLARNI YECHISH USULLARINING SAMARADORLIGINI TAHLIL QILISH	107
36	Sayfulloyeva G.S. Yuldosheva D. O.	DVORETSKIY-KIEFER -VOLFOVITS TENGSIZLIGIDAGI KUCHAYTIRILGAN O‘ZGARMAS	110
37	Sayliyeva G.R.	UCH O‘LCHAMLI QO‘ZG‘ALISHGA EGA UMUMLASHGAN FRIDRIXS MODELLARI OILASINING XOS QIYMATLARI	112
38	Shotemirov Y. S. Ashurov N.	GRUPPALAR NAZARIYASINING ALGEBRAIK TENGLAMALARNI YECHISHGA TATBIQLARI	114
39	Shotemirov Y. S. Shomurodov A.	SONLAR TO‘PLAMLARINI KIRITISHDA AKSIOMATIK USULLARDAN FOYDALANISH METODIKASI	115
40	Shukurullayeva M.F.	UMUMLASHGAN FRIDRIXS MODELINING BIRINCHI VA IKKINCHI SHUR TO‘LDIRUVCHILARI	116
41	Sipatdinova B.K. Safarov X.Z.	KO‘P MEZONLI OPTIMALLASHTIRISH MASALALARINI VAZNLI YIG‘INDI USULI VA DIFFERENSIAL TENGLAMALAR YORDAMIDA YECHISH	118
42	Sultanov B.M. Mahmodova N.O. Sobirova B.Sh.	GALILEY FAZOSIDA TO‘G‘RILOVCHI QIYA SPIRAL CHIZIQLAR	120
43	Sultanov B.M.; Shermetova D.J. Abdukarimova Z.X. Amatova M.O.	GALILEY FAZOSIDA AYLANMA SIRTLAR VA ULARNING FOKUS SIRTLARI	121
44	Tuxtayev Q.H.	BIR O‘LCHAMLI KASR TARTIBLI TELEGRAF TENGLAMASI UCHUN QO‘YILGAN KOSHI MASALASI	122
45	Tuychiyeva S.T. Ziyatov F.Sh.	GRIN FORMULALARI VA ULARNING TADBIQLARI	123
46	Umirqulova G.H.	FRIDRIXS MODELLARI OILASI UCHUN FREDGOLM DETERMINANTINING ASIMPTOTIK YOYILMASI: BIR O‘LCHAMLI HOL	127
47	Xolikov S. X. Ibragimov T.	BO‘LAKLI UZLUKSIZ ARGUMENTLI BIR JINSLI BO‘LMAGAN CHIZIQLI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR SISTEMASI UCHUN KOSHI MASALASI	129
48	Xolikov S. X. Qodirova M. Z.	EYLER FORMULASI YORDAMIDA KOSHI INTEGRAL FORMULASINI ASOSLASH MASALASI	130

49	Xolikov S. X. Shokirova D. Sh. Namozova F. Sh.	BIR JINSLI BO‘LMAGAN BO‘LAKLI UZLUKSIZ KECHIKUVCHI ARGUMENTLI ISSIQLIK O‘TKAZUVCHANLIK TENGLAMASI UCHUN TO‘G‘RI MASALA	131
50	Xolikov S. X. Sunnatova N. O.	BO‘LAKLI UZLUKSIZ ARGUMENTLI BIR JINSLI BO‘LMAGAN ISSIQLIK O‘TKAZUVCHANLIK TENGLAMASI UCHUN TO‘G‘RI MASALA	133
51	Xolikov S. X. Xolikov O. X.	BO‘LAKLI UZLUKSIZ ARGUMENTLI EYLER DIFFERENSIAL TENGLAMASI UCHUN QO‘YILGAN KOSHI MASALASINING KORREKTLIGI	134
52	Xolikov S.X. Keldiyorova M.N.	BO‘LAKLI UZLUKSIZ ILGARILOVCHI ARGUMENTLI ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN KOSHI MASALASINING QO‘YILISHI VA YECHIM FAZOSI	135
53	Xolikov S.X. Namozova Z.Sh.	BO‘LAKLI UZLUKSIZ ARGUMENTLI DIFFUZIYA TO‘LQIN TENGLAMASI UCHUN QO‘YILGAN TO‘G‘RI MASALA	136
54	Nizomiddinova G. S.	NANO SUYUQLIKLARDA ISSIQLIK ALMASHINUVI JARAYONLARINI MATEMATIK MODELLASHTIRISH, SONLI TADQIQ ETISH VA DASTURIY REALIZATSIYASI	137
55	Xolikov S.X. Xamroyev R.R.	FREDGOLM INTEGRAL OPERATORINING KOMPAKTLIGI	139
56	Xolikov S.X. Allaberganov A.Y.	BO‘LAKLI UZLUKSIZ ARGUMENTLI BERNULLI DIFFERENSIAL TENGLAMASI UCHUN QO‘YILGAN KOSHI MASALASI	140
57	Xudayberdiyev E.N. Bekpulatova N.B.	O‘SIMLIKLAR TARKIBIDAGI RADIONUKLIDLARNI ANIQLASH METODLARINING QIYOSIY TAHLILI	141
58	Yormatova M.K.	TASODIFIY MIQDORLARNING BOG‘LIQMASLIGI	144
59	Yusupov N. A. Tursunova M. A. To‘xtayeva N. N.	SHARTLI TAQSIMOTLAR VA ULARNING TADBIQLARI	147
60	Ибрагимов А.А. Фозилов О.О. Махмудова М. Ё. Эргашова Л.А.	ТЕОРЕМА О ГРАНИЦАХ СПЕКТРА ИНТЕРВАЛЬНОЙ МАТРИЦЫ В ОБОБЩЕННОЙ ЗАДАЧЕ НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ	151
61	ҲАКИМОВ А. ТОЛИБОВА З.	БАЪЗИ СОНЛИ КЕТМА-КЕТЛИКЛАРНИНГ ЙИҒИНДИСИ ВА КЎПАЙТМАСИНИ ҲИСОБЛАШ УСУЛИ	155
62	Akbarov A. Sulaymonov S.	A PURSUIT PROBLEM IN THE LINEAR GAME WITH CONSTANT COEFFICIENT UNDER EXPONENTIAL CONSTRAINTS	159
63	Baltaeva I. I. Jumanazarov J. M.	INTEGRATION OF THE LOADED NEGATIVE ORDER NONLINEAR SCHRÖDINGER EQUATION WITH SELF-CONSISTENT SOURCE	160

64	Imomov A. A, Zayniddinova D. X.	EXPLICT SECOND-ORDER ASYMPTOTICS FOR MARKOV BRANCHING SYSTEMS	162
65	Imomov A. A. Fayzullayeva S.	EXTINCTION PROBABILITIES FOR AGE-DEPENDENT CRITICAL BRANCHING PROCESSES	164
66	Imomov A. A. Zayniddinova D. X. Fayzullayeva S. A. Islomova M. G.	ASYMPTOTIC PROPERTIES AND LIMIT DISTRIBUTIONS OF MARKOV BRANCHING SYSTEMS WITH HEAVY-TAILED IMMIGRATION	166
67	Imomov A.A. Iskandarov S. B. Xaytbayev S. X.	ASYMPTOTIC PROPERTIES AND LIMIT THEOREMS FOR CONTINUOUS-TIME MARKOV BRANCHING SYSTEMS	168
68	Ismoilov Sh. Doniyorov S.	INVARIANT SURFACES IN ISOTROPIC SPACE WITH RESPECT TO DUAL MAPPING	170
69	Jumaqulov H. Bomurotova D.	SOME THEOREMS FOR RANDOM SUMS OF RANDOM VARIABLES	173
70	MUTTI-UR REHMAN	THE LOCALIZATION OF SPECTRUM OF COMPLEX MATRICES	178
71	Makhmudov KH.Sh. Davronov F.	ON THE DISCRETE SPECTRUM OF THE SCHRÖDINGER OPERATOR ON A LATTICE	180
72	Matyakubov A. Ibragimova D.	ESTIMATES FOR THE SOLUTIONS OF A NON-DIVERGENT PARABOLIC SYSTEM	182
73	Muminov M. I. Pardayev J. A.	THRESHOLD ANALYSIS OF THE DISCRETE SCHRÖDINGER OPERATOR FOR A TWO-FERMION SYSTEM ON A TRIANGULAR LATTICE	185
74	Nurillaev M. E. Rajapov S. Sh.	SPECTRAL PROPERTIES OF LINEAR OPERATORS IN FINITE-DIMENSIONAL HILBERT SPACES	187
75	Rakhimov I. Arzikulov M.	ON THREE-DIMENSIONAL COMMUTATIVE ALGEBRAS	189
76	Sayfulloyeva G. S. Qahhorov I. U.	CENTRAL LIMIT THEOREM (CLT) AND ANALYSIS VIA CHARACTERISTIC FUNCTIONS	193
77	Абдуазизов У.А. Эшкабилов А.А.	СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЛОГИСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМАХ	196
78	Аззамов Т.Ж. Темуров С.Ю.	К ВОПРОСУ ОБ АСИМПТОТИКЕ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА	197
79	Ибодуллаева Н. М.	ОБ ОБОБЩЕННОЙ ВНЕШНЕЙ КРИВИЗНЕ СЕДЛОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ	198
80	Ибодуллаева Н. М.	РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ МОНЖА-АМПЕРА В МНОГОСВЯЗНОЙ ОБЛАСТИ СО ВТОРЫМ КРАЕВЫМ УСЛОВИЕМ	199
81	Нуриллаев М. Э. Ризаев Р. К. Файзиев А. С.	ТЕНЗОРНЫЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ КОНЕЧНОМЕРНЫХ ГИЛЬБЕРТОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ	202

82	Садуллаева М. З. Мамарайимов Ф.	ДИНАМИЧЕСКИЕ РЯДЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ЗАДАЧАХ ЭКОНОМИКИ	203
83	Собиров Ж.А.	СВОЙСТВА КРИВИЗНЫ ЗАМКНУТОЙ ВЫПУКЛОЙ ПОВЕРХНОСТИ ГАЛИЛЕЕВА ПРОСТРАНСТВА	206
84	Тоштемирова К. Э. Агзамов И.	ПРИНЦИП СИММЕТРИИ РИМАНА-ШВАРЦА. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРОДОЛЖЕНИЕ.	207
85	Халхужаев А. М. Хайитова Х. Г.	О СПЕКТРЕ ОПЕРАТОРА ШРЕДИНГЕРА, СООТВЕТСТВУЮЩЕГО СИСТЕМЕ ТРЁХ ЧАСТИЦ НА РЕШЁТКЕ	209
86	Холов Д.М. Ойдинова Г.И.	РАДИОЭКОЛОГИЧЕСКОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ УРАНОДОБЫВАЮЩЕГО ПРЕДПРИЯТИЯ НА ОКРУЖАЮЩУЮ СРЕДУ	211
87	Хужаёров Б.Х. Акрамов Ш.Б. Ахмедов А.А.	ЗАДАЧА АНОМАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ В ДВУМЕРНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ	213
88	Хужаёров Б.Х. Акрамов Ш.Б. Ҳайитова З.М.	АНОМАЛЬНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ЖИДКОСТИ В ПЛОСКО-РАДИАЛЬНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ	215
89	Шотемиров Й.С.	СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СЕМЕЙСТВА САМОСОПРЯЖЕННЫХ ОПЕРАТОРОВ В МОДЕЛЯХ НА РЕШЕТКЕ	217

№	Mualliflar	Sarlavha	Sahifa
2-SHO‘BA. JAMIYAT TARAQQIYOTIDA TABIIY FANLARNING O‘RNI: TADQIQOTLAR, NATIJALAR VA TADBIQLAR			
90	Eshniyozov A.I. Allayorova I .Sh.	MANTIQIY FUNKSIYALARNI KVEYN–MAK-KLASKI USULI БИЛАН MINIMALLASHTIRISH	219
91	Eshniyozov A.I. Gaimnazarov O.G. Xolmatov K.X.	DEYKSTRA ALGORITMI MISOLIDA GRAFLAR NAZARIYASINING EKSTREMAL MASALALARI.	221
92	Mahammadiyev M. Rajabov B. M.	TIJORAT BANKLARIDA RAQOBAT STRATEGIYASINING AHAMIYATI VA XUSUSIYATLARI	224
93	Rajabov B. M. Qosimjonova S. Q.	BANK FAOLIYATINI TRANSFORMATSIYA QILISH ORQALI FILIALLAR FAOLIYATI SAMARADORLIKNI OSHIRISH	228
94	Rajabov Sh. M.	FINTECH EKOTIZIMI VA BANK MOBIL ILOVALARINING O'ZARO BOG'LIQLIGI: O'ZBEKISTON TAJRIBASI	230
95	Temirova M.B. Tashbayev Sh.A.	TOVUQ GO‘NGIDAN AJRATILGAN SHIGELLA BAKTERIYASIGA NISBATAN MAHALLIY PROBIOTIK SUT ACHITUVCHI BAKTERIYALARNING ANTAGONISTIK FAOLLIGI	234
96	Temirova M.B. Tashbayev Sh.A.	PROBIOTIK XUSUSIYATGA EGA MAHALLIY SUT ACHITUVCHI BAKTERIYALARNI AJRATIB OLISH	236

		HAMDA ULARNING ZAMBURUG‘LARGA QARSHI FAOLLIGINI ANIQLASH	
97	Икрамова М.М. Жалолов Б.В. Мадаминжонова М.	ШИКАСТЛАНГАН ЖИГАРДА ЭНЕРГИЯ АЛМАШИНУВИ ЖАРАЁНЛАРИ	239
98	Икрамова М.М. Жалолов Б.В. Қосимова М. Қ.	ОРГАНИЗМДА ОҚСИЛ АЛМАШИНУВИ ЖАРАЁНЛАРИ	241
99	Камолов И.Р. Убайдуллаев А.	“ҚУЁШЛИ ХОНАДОН” ДАВЛАТ ДАСТУРИ АСОСИДА ИШЛАЁТГАН МИНИФОТОЭЛЕКТР СТАНЦИЯНИНГ ИШ КЎРСАТКИЧИ НАЗОРАТИ	243
100	ҲАКИМОВ А. ТАДЖИДИННОВА Ф. АСЛОНОВА Г.	ЭЙЛЕР ТЕОРЕМАСИНИНГ БАЪЗИ ТАТБИҚЛАРИ	245
101	KANATBAYEV S. KURALOVA G. MURODOVA D.	THE IMPORTANCE OF THE PRINCIPLE OF SCIENTIFIC RIGOR IN TEACHING THE TOPIC OF INTERFERENCE AND DIFFRACTION	247
102	Sobirov J.A. Esanova M.O.	THE GEOMETRIC MEANING OF THE DERIVATIVE IN POLAR COORDINATES.	252
103	Азимов Ж.Б. Турсынбаев С.Б.	ПРИМЕНЕНИЕ МАРКОВСКИХ ЦЕПЕЙ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПАССАЖИРОПОТОКА МЕТРОПОЛИТЕНА	253

№	Mualliflar	Sarlavha	Sahifa
3-SHO‘BA. ANIQ VA TABIIY FANLARNI O‘QITISHNING DOLZARB MUAMMOLARI, ZAMONAVIY YONDASHUVLAR VA INNOVATSIYALAR			
104	Abdullayev J.M. Nizomiddinova Sh.	IDEAL GAZNING MAKROSKOPIK XOSSALARINI MOLEKULYAR-KINETIK NAZARIYA ASOSDA O‘QITISH	255
105	Abduraxmanova I.	BIOLOGIYA TA’LIMIDA METODIK TIZIMNI TAKOMILLASHTIRISH: XALQARO TAJRIBA VA UNING AMALIY QO‘LLANILISHI	257
106	Abduvaliyeva D.N.	LOYIHALASH FAOLIYATI BO‘LAJAK MATEMATIKA O‘QITUVCHILARINING INTELLEKTUAL-IJODIY KOMPETENTLILIGINI RIVOJLANTIRISH VOSITASI SIFATIDA	259
107	Abjalilov S.X. Abjalilov B.X. Xujamov O.S.	FAZODA NUQTADAN TO‘G‘RI CHIZIQQACHA BO‘LGAN MASOFA MASALASI	261
108	Abjalilov S.X. Sunnatova M. Xujamov O.S.	UCHBURCHAK GEOMETRIYASIDA EYLER AYLANASI	265
109	Ahmadov I. A. Rasulova M.	ANIQ INTEGRAL YORDAMIDA BA’ZI BIR LIMITLARNI HISOBLASH USULI	267

110	Alimov A.Y.	TIMSS VA PISA DASTURLARIGA BOSHLANG‘ICH SINF O‘QUVCHILARINI TAYYORLASHNING AHAMIYATI	269
111	Ashurov N. O. Mavlanova X. K.	TRIGONOMETRIK TENGLAMALARNI YECHISH USULLARI	272
112	Ashurova G.Sh.	VITAGEN TA’LIM TEXNOLOGIYASINI AMALIY SAMARADORLIGI	274
113	Axmatov A.A. Sa’dullayeva N. Islomov N.	TEKIS SHAKLLARNING OG‘IRLIK MARKAZINI ANIQLASHDA ANIQ INTEGRALNING TATBIQLARI	276
114	Begmurodov O.A. Egamov Sh.T.	“TO‘LIQ TO‘RTUCHLIK VA UNING GARMONIK XOSSALARI” MAVZUSINI O‘QITISHDA “ZINAMA-ZINA” TA’LIM TEXNOLOGIYASIDAN FOYDALANISH	279
115	Bobonorova Y. A.	DARS MASHG‘ULOTLARİNİ LOYİHALASHDA ZAMONAVİY RAQAMLİ TA’LİM PLATFORMALARİDAN FOYDALANİSH USULİ	282
116	Botirov G‘. I. Yusupov R.S.	MAPLE-MURAKKAB MATEMATIK MASALALARNING SAMARALI YECHIMI	284
117	Djumanazarova N. Ahliddinova B.N. Mahmudova M M.	MATEMATIKA FANINING PAYDO BO‘LISHI VA RIVOJLANISH TARIXI	286
118	Djumanazarova N. Ziyodullayeva R.B. Mardanova M. Z.	XIV-XX ASR BOSHLARIDA O‘ZBEKISTONDA MATEMATIKA. O‘ZBEKISTONDA MATEMATIKANI RIVOJLANTIRISHNING ASOSIY YO‘NALISHLARI	288
119	Erkinova E.S, O‘ktamova M.J. Majidov Sh.A.	BA’ZI MASALALARNI YECHISH YORDAMIDA O‘QUVCHILARNING FIKRLASH QOBILIYATINI RIVOJLANTIRISH	290
120	G‘affarova D.Sh.	INNOVATSION TA’LIM MUHITIDA TALABALARNI NOSTANDART MASALALARNI YECHISH KO‘NIKMALARINI RIVOJLANTIRISHNING PEDAGOGIK ASOSLARI	292
121	G‘affarova D.Sh.	TALABALARNING IJODIY VA MUAMMOLI FIKRLASH FAOLIYATINI RIVOJLANTIRISHDA ZAMONAVIY PEDAGOGIK YONDASHUVLARNING METODIK ASOSLARI	294
122	Ibragimova D.A.	KVANT MEXANIKASIDAN QAT’IY MATEMATIK ASOSLARGACHA:SHRYODINGER OPERATORLARINING SPEKTRAL NAZARIYASI, TARIXIY TARAQQIYOT VA DISKRET MODELLAR	297
123	Ibragimova D.A. Rahmonqulova M.	UCHBURCHAKNING AJOYIB NUQTALARI VA ULARNING GEOMETRIK QONUNIYATLARI	299
124	Jalilov A.A.	MATEMATIK MASALALAR YECHISH METODIKASINI RIVOJLANTIRISH – ZAMONAVIY TA’LIMNING USTUVOR YO‘NALISHI	302
125	Jalilov A.A. Mirzayeva M.S.	OLIY TA’LIMDA MATEMATIKANI KEYS-STADI ASOSIDA O‘QITISH METODIKASI	303

126	Jalilov A.A. Po‘lotova D.O.	ANIQ-INDUKTIV METOD ASOSIDA MATEMATIK TUSHUNCHALARNI SHAKLLANTIRISH	305
127	Jamilov Y.Y. Norchayev X.Sh.	FIZIKA FANINI O‘QITISHDA MULTIMEDIA VOSITALARIDAN FOYDALANISH USULLARI, SHAKLLARI VA METODLARI	308
128	Jamilov Y.Y. Turimova A.O‘.	DASTURIY TA’LIM VOSITALARIDAN FOYDALANIB FIZIKA FANIDAN LABORATORIYA MASHG‘ULOTLARINI O‘TKAZISH IMKONIYATLARI	310
129	Jumayeva N. F. Narziyeva G.A.	BO‘LAJAK MATEMATIKA O‘QITUVCHILARINI TAYYORLASHDA TARIXIY MA’LUMOTLARDAN FOYDALANISHGA O‘RGATISH METODIKASINI TAKOMILLASHTIRISH	313
130	Jumayeva N.F.	AKADEMIK LITSEY VA KASB-HUNAR KOLLEJLARIDA EHTIMOLLAR NAZARIYASI VA STATISTIKA ELEMENTLARINI O‘QITISH METODIKASI	314
131	Karamatov B.	TALABALARNING PEDAGOGIK TEXNOLOGIYALARNI LOYIHALASH VA JORIY ETISH BO‘YICHA MUSTAQIL TADQIQOT ISHLARINI MODELLASHTIRISH	316
132	Mamatov A.R.	CHIZIQLI ALGEBRA VA ANALITIK GEOMETRIYA FANINI O‘QITISHDA FANLARARO BOG‘LIQLIK	318
133	Mavlanova X. K.	PANJARADAGI IKKI ZARRACHA: BOG‘LANGAN HOLATLARNING PAYDO BO‘LISHI VA XUSUSIYATLARI	320
134	Mirzakarimova N. Xolmatov A. X.	SONLI KETMA-KETLIKLAR LIMITLARINI HISOBLASHDA MATEMATIK INDUKSIYA METODINI QO‘LLASH	322
135	Nasriddinova M.B. Ashurova D. N.	HAYOTIY MASALALARNI YECHISHDA TO‘PLAMLARDAN FOYDALANISHGA O‘RGATISH METODIKASI VA UNING O‘ZIGA XOS XUSUSIYATLARI	325
136	Oltiyev A.B. Ibrohimova D. I.	KIMYO YO‘NALISHI TALABALARIGA ANIQMAS INTEGRAL MAVZUSINI TUSHUNTIRISHNING ZAMONAVIY VA QULAY USULLARI HAMDA KIMYOVIY JARAYONLARDA QO‘LLANILISHI	328
137	Oltiyev A.B. Hikmatova L.I.	KIMYO KURSIDA ANIQMAS INTEGRALNI QO‘LLASHNING AMALIY METODIK ALGORITMI: KINETIKA VA TERMODINAMIKA MISOLIDA	333
138	Oltiyev A.B. Pardayev Sh.Q.	TALABALARGA FUNKSIYANING NUQTADAGI LIMITI TUSHUNCHASINI KIMYONING TURLI BO‘LIMLARIDA TAHLIL QILISH ORQALI TUSHUNTIRISH	337
139	Ostonov K, Jo‘raqulov M.	MAKTABDA O‘QUVCHILARNI SONLARGA OID MATEMATIK MUAMMOLARNI YECHISHGA O‘RGATISH	340
140	Qayumova U.B. Yunusova D.I.	KOLLABORATIV TA’LIM ASOSIDA TALABALARNING METODIK TAYYORGARLIGINI TAKOMILLASHTIRISH: O‘QITUVCHI METODIK TAYYORGARLIGI TUSHUNCHASI VA MOHIYATI	343

141	Qodirova Sh.T. Nakibov B.	XVIII-XIX ASRLAR BOSHIDAGI MATEMATIKA: GAUSSS VA UNING ALGEBRA, EHTIMOLLAR NAZARIYASI, SONLAR NAZARIYASI, GEOMETRIYA VA MATEMATIK ANALIZ BO‘YICHA ISHLARI	346
142	Qushmurotov U.I.	OPERATSION HISOBNING TATBIQLARINI BO‘LG‘USI MUHANDISLARGA O‘QITISH HAQIDA	348
143	Qutbedinov A.K. Qudratov E.A. Uktamov M.Y.	FIZIKA DARSLARIDA BAHOLASHNING NOAN’ANAVIY USULLARIDAN FOYDALANISH	351
144	Qutbedinov A.K. Qudratov E.A. Nurullayeva D.B.	FIZIKAVIY JARAYONLARNI MODELLASHTIRISH USULLARI	353
145	Rajabov U.T. Omonov O.I.	EHTIMOLLIK NAZARIYASINI O‘QITISHDA MODELLASHTIRISH VA ISBOTLASH METODLARINI QO‘LLASHNING AMALIY AHAMIYATI	356
146	Sadikova D. A. Shokirova D.Sh.	KOMBINATORIKA ELEMENTLARINI O‘QITISHDA INNOVATSION METODIK YONDASHUVLAR	359
147	Sadikova D.A. Axmatova G.X.	ANIQ VA TABIIY FANLARNI O‘QITISHDA STEM TEXNOLOGIYALARINING PEDAGOGIK SAMARADORLIGI VA INTERFAOL METODLAR TAHLILI	361
148	Sadullayeva I.P. Normurodova G.G‘.	KVADRATIK FORMANI KANONIK KO‘RINISHGA KELTIRISHNING LAGRANJ VA YAKOBI USULLARINI O‘QITISH METODIKASI	362
149	Sattorov M.T.	MATEMATIKA FANINI O‘QITISHNING ZAMONAVIY METODIK ASOSLARI: MUAMMO VA YECHIMLAR	364
150	Sharipova M. N.	GEOMETRIYADAN KOMPETENSIYALARNI ANIQLASHTIRISH	366
151	Shodiyev Sh.Sh.	CHIZIQLI TENGLAMALAR SISTEMASINI O‘QITISHDA PEDAGOGIK YONDASHUVLAR VA INNOVATSIYALAR	368
152	Shokirova D. Sh. Sadikova D.A.	BERNULLI FORMULASI YORDAMIDA JARAYONLARNI EHTIMOLIY BAHOLASH VA TALABALARNING AMALIY MATEMATIK SAVODXONLIGINI OSHIRISH YO‘LLARI	370
153	Shokirova D. Sh. Toshtemirova K. E. Esanova M.O.	TO‘LA EHTIMOLLIK VA BAYES FORMULALARINI O‘QITISHDA MUAMMOLI TA'LIM TEXNOLOGIYASIDAN FOYDALANISH	372
154	Shuxratova M. D.	VEKTORLAR MAVZUSINI O‘QITISHDA MATEMATIK KOMPETENSIYALARNI SHAKLLANTIRISH METODIKASI	374
155	Tillayeva Z.Y. Asadullayev N.R.	TABIIY FANLARNI O‘QITISHDA ZAMONAVIY YONDASHUV	375
156	Toshturdiyev A.M. Axtamov Sh. A.	BAYES TARMOQLARI VA ULARNING TATBIQLARI	377
157	Turgunbayev R.M.	MATEMATIKA TA’LIMIDA SEMANTIK YONDASHUV VA UNING AHAMIYATI	381

158	Turgunbayev R.M. Umaraliyeva D.U.	“TEZAURUS-SEMANTIKA–SEMIOTIKA” UCHLIKKA ASOSLANGAN MATEMATIK AXBOROTLARNI TUSHUNISHNING NAZARIY MODELI	384
159	Ungboyeva D.	“DISKRET TUZILMALAR” FANINI O‘QITISHDA TALABALAR INTELLEKTUAL-IJODIY KO‘NIKMALARINI RIVOJLANTIRISHNING MOHIYATI	386
160	Атаниязова З. К.	РАЗЛИЧНЫЕ МЕТОДЫ И ТЕОРИИ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ	388
161	Матёқубова Н.Ҳ.	МАТЕМАТИКАДА ҲАМКОРЛИКДА ЎҚИТИШ ТЕХНОЛОГИЯСИ	390
162	Farmonova M.D.	IMPROVING THE METHODOLOGY FOR FORMING A SYSTEM OF MATHEMATICAL CONCEPTS IN GENERAL SECONDARY SCHOOLS	392
163	Farmonova M.D.	TEACHING METHODS IN SCHOOL	395
164	Tillayev A. Ishmuratova L.	PEDAGOGICAL AND TECHNOLOGICAL FOUNDATIONS FOR CREATING AN EDUCATIONAL WEBSITE FOR INTERACTIVE MATHEMATICS TEACHING TO PRIMARY SCHOOL STUDENTS	397
165	Абдурасулова Д.Б. Файзиев М. Ш.	МОДУЛЬНО-КРИТЕРИАЛЬНЫЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ ПО КУРСУ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»	400
166	Абдурахманова Г. Абдихалилова Л.Х.	ПЕДАГОГИКАЛЫҚ ТЕХНОЛОГИЯЛАР ЖӘНЕ ҚОЛ ЖЕТКІЗІЛГЕН НӘТИЖЕЛЕР	401
167	Илхомова Ш.	ТЕХНОЛОГИЯ САМОАНАЛИЗА УРОКА МАТЕМАТИКИ	404
168	Музаффарова Л.Н.	ТЕХНОЛОГИИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ»	406
169	Рустам-Валиева Х	ИННОВАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ ЛИНЕЙНЫМ ПРОСТРАНСТВАМ: ИНТЕГРАТИВНЫЙ ПОДХОД	408
170	Степанова С.В.	РОЛЬ ЗАДАЧ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ	411
171	Файзиев М.Ш.	МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ИНТЕРАКТИВНОГО СЕМИНАРСКОГО ЗАНЯТИЯ ПО ТЕМЕ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА»	414
172	Цатрян С.В.	АЛГОРИТМЫ И ФОРМИРОВАНИЕ ПРИЕМОВ РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ	415

№	Mualliflar	Sarlavha	Sahifa
4-SHO‘BA. TA’LIM, IQTISODIYOT, EKOLOGIYA VA ISHLAB CHIQARISHDA RAQAMLI TEXNOLOGIYALARNING O‘RNI			
173	Abduhalilov Sh.	DIJSTRA’S ALGORITMI BILAN ISHLASH VA OLINGAN NATIJALARNI TAHLIL QILISH HAMDA TEKSHIRISH	420

174	Abdurahmanova G. Urinbaeva Sh. T.	MATEMATIKA DARSLARIDA ZAMONAVIY AXBOROT TEXNOLOGIYALARINI QO‘LLASHNING NAZARIY VA AMALIY ASOSLARI	422
175	Abduraxmonov B.	MATEMATIKA FANINI O‘QITISHDA SUN'IY INTELL EKTNING O‘RNI: HOSILA VA INTEGRAL BO‘LIMLARINI O‘QITISHDA YANGI YONDASHUVLAR	424
176	Ashurov M.A.	TALABALARNING RAQAMLI KOMPETENTLIGINI RIVOJLANTIRISHGA TA’SIR ETUVCHI PEDAGOGIK VA IJTIMOIY OMILLAR	427
177	Begbo‘tayev A.E. Boshmonov I.O.	TA’LIMDA SUN’IY INTELLEKT TEXNOLOGIYALARI	429
178	Begimov A.Sh.	O‘ZBEK TILIDAGI IJTIMOIY TARMOQLAR MATNLARINING EMOTSIONAL-SEMANTIK TAHLILI UCHUN SUN’IY INTELLEKTGA ASOSLANGAN YONDASHUV	431
179	Bekturdiev A.E.	MAKTAB KOMPYUTER SINFI UCHUN OFFLINE TEST PLATFORMASINING ARXITEKTURASI VA MODULLARI	436
180	Djurayeva B.A.	RAQAMLI TRANSFORMATSIYA VA UNING ZAMONAVIY TA’LIM TIZIMIGA TA’SIRI	441
181	Islombekov B.I. Urinov E. M. Islomov D.U. Abduvaliyeva Z.A.	RESURS CHEKLANGAN MUHITLARDA KATTA TIL MODELLARINI MOSLASHTIRISH	445
182	Islomov D. Islombekov B. Urinov E. Babayazov S.	SUN’IY INTELLEKT TIZIMLARI YORDAMIDA SHUBHALI BANK TRANZAKSIYALARINI ANIQLASH USULLARI	448
183	Islomov D. Turgunaliyev Sh.	MASHINALI O‘RGANISH ASOSIDA MURAKKAB TIZIMLARDA PROGNOZLASH VA TAHLIL USULLARI	451
184	Jumaqulova H.Sh. Shodiyev Sh.Sh.	“GRUPPA VA UNING SODDA XOSSALARI” MAVZUSINI O‘QITISHDA RAQAMLI TEXNOLOGIYALARNING O‘RNI	456
185	Jurayeva A.A. Qo‘yliyeva D.S. Ergasheva Y.V.	INFORMATIKA FANIDAN NAZORAT QILISH VA BAHOLASH USULLARINI TAKOMILLASHTIRISH HAMDA TEST TUZISH METODIKASI	458
186	Kabiljanova F.A. Haytboyeva H.I.	O‘QUV MARKAZLAR UCHUN MASOFAVIY TEST TIZIMI MODULINI ISHLAB CHIQISH	461
187	Madirimova M.R.	BOSHLANG‘ICH SINF MATEMATIKA TA’LIMIDA RAQAMLI TEXNOLOGIYALARNING DIDAKTIK ASOSLARI	463
188	Mamatkulova M. Rajabova D.B. Turayev K.I.	ANIQ FANLARNI O‘QITISHDA MASOFAVIY TA’LIMNI SUN’IY INTELLEKT ASOSIDA TAKOMILLASHTIRISH	466

189	Muhammadiyev J. Kabiljanova F.A. Salimova D.S.	DORI VOSITALARINI SOTISHNI HISOBGA OLISHNING AVTOMATLASHTIRILGAN TIZIMINI ISHLAB CHIQISH	467
190	Sadritdinova D. A.	WEB ILOVALARNI LOYIHALASHGA O‘RGATISHDA KODSIZ (NO-CODE) ONLAYN PLATFORMALARNING IMKONIYATI	470
191	Samandarov L.Q. Shamsiddinova M.	TARMOQLANGAN ZANJIR UCHUN KIRXGOFNING BIRINCHI QOIDASINI CROCODILE PHYSICS 605 DASTURI ASOSIDA O‘RGANISH	472
192	Sa’dullayeva F.S.	O‘QUVCHILARNING TASVIRIY SAN’AT KO‘NIKMALARINI SHAKLLANTIRISIHDA ADOBE ILLUSTRATOR DASTURIDAN FOYDLANISH TEXNOLOGIYASI	474
193	Sobirov J.A. Abdullayeva M. Jahonova M.	GEOMETRIYA DARSLARIDA INTERAKTIV MODELLASHTIRISH DASTURLARIDAN FOYDALANISH	477
194	Turg‘unaliyev Sh.A.	SUN’IY INTELLEKT TEXNOLOGIYALARINI OLIY TA’LIM TIZIMIDA QO‘LLASH: YUTUQLAR, MUAMMOLAR VA O‘ZBEKISTON SHAROITIDAGI ISTIQBOLLAR	480
195	Turmatov J.R.	OLIY TA’LIMDA INNOVATSION-RAQAMLI VA UNDA MAGISTRLARNING IJODIY SALOHIYATINI RIVOJLANTIRISH ASOSLARI	483
196	Toshturov Sh.E.	ATROF-MUHIT MUHOFAZASI VA TABIIY RESURSLARDAN FOYDALANISHDA RAQAMLI TEXNOLOGIYALARNING O‘RNI	486
197	Cuddapah Dhananjaya Rao Bekniyozov S. Q. Shodiyev Sh. M. Hamidova S.O.	BILINGUAL-DIGITAL TRANSFORMATION MODEL OF SCIENCE LABORATORY LEARNING IN ISLAMIC EDUCATIONAL CONTEXTS: A COMPARATIVE ANALYSIS	487
198	Шарипова Л.Д. Қосимова М.М.	ПРИМЕНЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДЛЯ ОЦЕНКИ РИСКОВ ТАМОЖЕННОГО КОНТРОЛЯ	490
199	Xolikov S.X.	BO‘LAKLI UZLUKSIZ KECHIKUVCHI ARGUMENTLI DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN KOSHI MASALASI	494
200	Mustafoeva N. Mustafaeva N.	MODERN APPROACHES AND INNOVATIONS IN TEACHING PHYSICS AND PHYSICAL ELECTRONICS	495
201	Xujayeva S.A. Toshpulatova G.Sh.	INTEGRAL HISOBINING FUNDAMENTAL TUSHUNCHALARI VA UNING GEOMETRIK INTERPRETATSIYASI: MURAKKAB YONDASHUVLAR	496
202	Nematova S.	KOZIOL–GRIN MODELIDA TAQSIMOT FUNKSIYANI BAHOLASH	498
203	Nematova S.	SENZURLANISHLI TANLANMALARNI GENERATSIYA QILISH USULLARI	500